

Study of the condensation process in nozzles with a large degree of expansion

V.U.Gidaspov², I.E.Ivanov^{2,3}, I.A.Kryukov^{1,2}, V.S.Nazarov², F.A. Malashin³

¹ Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, 119526, Russia

² Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 121993, Russia

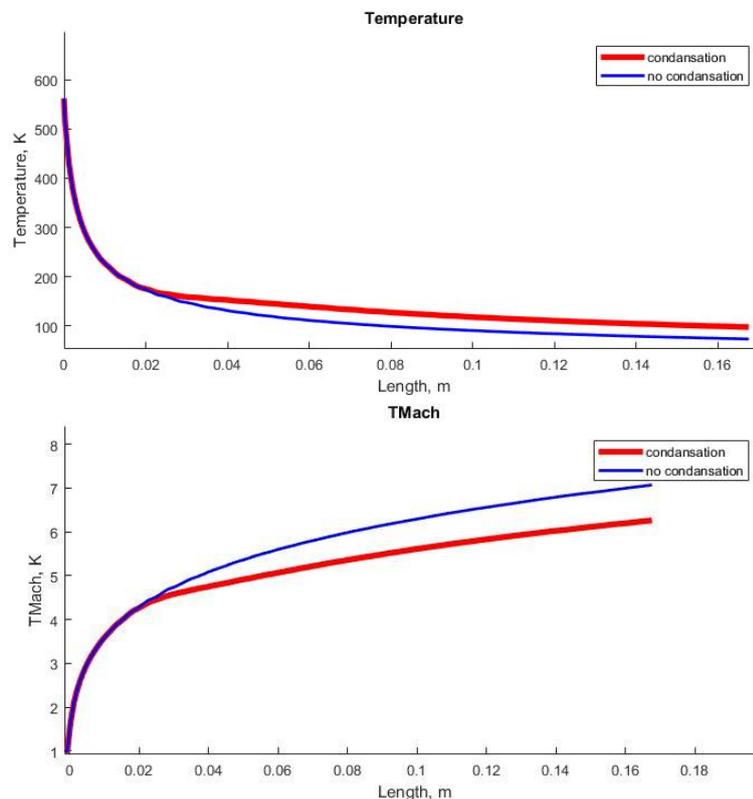
³ Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russia

email@server.name

Abstract

This article is devoted to study of the condensation process in nozzles with a large degree of expansion. The flow of an inviscid gas in axisymmetric nozzles and jets is numerically simulated based on a quasi-two-dimensional nonstationary approximation. Two approaches to the modeling of condensation processes are considered: the kinetic method and the moment method. The two-phase medium is a multi-component gas (carrier gas and vapor of a condensable substance) and clusters (droplets) of a condensable substance. The gas phase and the droplets are in mechanical equilibrium. The results of test calculations for the condensation of water vapor in shock tubes and nozzles and the results of calculating the condensation of water in the nozzle of a hypersonic shock tube are presented

Keywords: nozzle, condensation, kinetic method, moment method.



The influence of condensation on temperature and Mach number distributions along the nozzle center line.

УДК 533.2

Исследование процесса конденсации в соплах с большой степенью расширения

В.Ю.Гидаспов², И.Э.Иванов^{2,3}, И.А.Крюков^{1,2}, В.С. Назаров²,
Ф.А. Малашин³

¹ *Институт проблем механики РАН, Россия, Москва, 119526, пр-т Вернадского, 101/1*

² *Московский авиационный институт, Россия, Москва, 125993, Волоколамское шоссе, 4*

³ *Московский государственный университет, Россия, Москва, 119991, Ленинские горы, 1*

xivanovmai@mail.ru

Аннотация

Исследуется конденсация газа в соплах с большой геометрической степенью расширения. Численно моделируется течение невязкого газа в осесимметричных соплах и струях в рамках квазидвумерного нестационарного приближения. Рассматриваются два подхода к моделированию процессов конденсации: кинетический метод и моментный метод. Двухфазная среда представляет собой многокомпонентный газ (несущий газ и пары конденсирующегося вещества) и кластеры (капли) конденсирующегося вещества. Газовая фаза и капли находятся в механическом равновесии. Проведены тестовые расчеты конденсации паров воды в ударных трубах и соплах и расчет конденсации воды в сопле гиперзвуковой ударной трубы.

Ключевые слова: сопла, конденсация, кинетический метод, моментный метод.

1. Введение

Процессы конденсации играют важную роль в современных технологиях (например при генерации кластерных пучков в установках планаризации поверхностей), в аэротермодинамике (при трансзвуковом обтекании аэродинамических поверхностей, в турбоагрегатах авиационных двигателей и парогазовых агрегатов тепловых электростанций) и пр. В настоящее время существует обширная литература [6,8,13-20] посвященная течениям в соплах конденсирующихся сред. Однако лишь небольшая часть этих источников посвящена конденсации в осесимметричных соплах с большой степенью расширения. Между тем процессы нуклеации и роста капель в таких соплах имеют ряд особенностей, связанных с большой степенью охлаждения газовой среды в сверхзвуковой части сопла, возможностью бинарной и множественной конденсации для газовых смесей. Данная работа направлена на разработку математического аппарата для моделирования процесса конденсации газа в соплах с большой геометрической степенью расширения. Процесс конденсации даже небольшого (по массе) количества поров воды в процессе охлаждения влажного газа при его течении в сопловом тракте приводит к выделению значительного количества тепла, изменению параметров течения (давления и температуры) по сравнению с течением сухого газа. В результате могут критически измениться важные характеристики сопловой установки, например: число Маха потока на выходе из сопла. В работе численно моделируется течение невязкого газа в осесимметричных соплах и струях в рамках квазидвумерного нестационарного приближения. Особенность данной работы заключается в рассмотрении и сопоставлении двух подходов к моделированию процессов конденсации, а именно: кинетического метода и моментного метода.

Двухфазная среда представляет собой многокомпонентный газ (несущий газ и пары конденсирующегося вещества) и кластеры (капли) конденсирующегося вещества. Газовая

фаза и капли находятся в механическом равновесии. Проведены тестовые расчеты конденсации паров воды в ударных трубах и соплах и расчет конденсации воды в сопле гиперзвуковой ударной трубы. Параметры процессов конденсации в сопловых задачах определялись как с помощью кинетического подхода, так и с помощью моментного метода и сопоставлялись с экспериментальными данными и между собой. Моделировалась работа соплового блока гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН. Изучались параметры установки в случае использования влажного воздуха в камере низкого давления.

2. Математическая модель течения

2.1. Газодинамическая модель

Математическая модель такого течения – система одномерных нестационарных уравнений Эйлера записанная в слабо дивергентной форме для описания квазидвумерных нестационарных течений.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= -\frac{F'_x}{F} \rho u, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial p + \rho u^2}{\partial x} &= -\frac{F'_x}{F} \rho u^2, \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial u(\rho E + p)}{\partial x} &= -\frac{F'_x}{F} u(\rho E + p), \end{aligned} \quad (1)$$

здесь ρ, p, u, E – плотность смеси, давление, скорость потока смеси и полная энергия ($E = e + u^2/2$, e – внутренняя энергия) в единице массы, t, x – время и пространственная координата, $F(x)$ – площадь поперечного сечения канала (сопла).

2.2. Кинетический метод

В соответствии с квазихимической моделью конденсации считается, что конденсирующаяся фаза состоит из смеси кластеров, включающих в себя произвольное число молекул. Каждый компонент смеси моделируется в рамках модели совершенного газа. Считается, что число мономеров существенно превосходит число кластеров больших размеров и, соответственно, в процессе роста и разрушения кластеров основную роль играет реакция присоединения (отрыва) мономеров.



В рассматриваемом случае, функции распределения кластеров по размерам (число кластеров размера i в килограмме смеси) в струйке тока (при отсутствии диффузии) может быть определена из решения бесконечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений [6-9]:

$$\rho \frac{d\gamma_i}{dt} = W_i = I_{i-1} - I_i, \quad i=2,3,\dots \quad (3)$$

дополненных условием сохранения числа атомов конденсирующегося и инертного газов:

$$\sum_{i=1}^{\infty} i\gamma_i = \gamma_0, \quad (4)$$

$$\gamma_A = const.$$

γ_i, γ_A - мольно-массовые концентрации газа из кластеров, образованных i молекулами и инертного газа.

Соответственно молекулярный вес смеси задается выражением:

$$m_\Sigma = (\gamma_A + \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i)^{-1}. \quad (5)$$

Выражение для потенциала Гиббса смеси имеет вид:

$$G(p, T, \gamma) = \gamma_A G_A(p, T) + \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i G_i(p, T) + TS_\Sigma(\gamma), \quad (6)$$

Здесь энтропия смешения $S_\Sigma(\gamma) = R(\sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i \ln x_i + \gamma_A \ln x_A)$, $x_i = \gamma_i m_\Sigma$, $x_A = \gamma_A m_\Sigma$,

$$G_j(p, T) = RT \ln(p/p_0) + G_j^\circ(T), \quad j=A, 1, 2, \quad (7)$$

$$G_i^\circ(T) = iG_L^\circ(T) + B(T)i^{2/3}, \quad i=2, 3, \dots, \quad B(T) = \sigma(T)(36\pi)^{1/3} N_A (m_1 / \rho_L(T))^{2/3}.$$

$G_L^\circ(T)$, $G_1^\circ(T)$, $G_A^\circ(T)$ - температурные части потенциалов Гиббса жидкой фазы, мономеров, инертного газа - заимствованы из справочника [5]. N_A - число Авогадро.

Соответствующие термическое и калорическое уравнения состояния:

$$\rho = \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_T^{-1} = \frac{pm_\Sigma}{RT},$$

$$h = \gamma_A H_A^0(T) + \gamma_1 H_1^0(T) + \sum_{i=2}^{\infty} i \gamma_i H_L^0(T) + B(T) \left(1 - T \left(\frac{\sigma'(T)}{\sigma(T)} - \frac{2}{3} \frac{\rho_L'(T)}{\rho_L(T)} \right) \right) \sum_{i=2}^{\infty} i^{2/3} \gamma_i \quad (8)$$

В соответствии с кинетикой конденсации (1) выражения для правых частей (2) могут быть записаны в виде:

$$I_i = v_i \varepsilon_i \left(\frac{\gamma_i}{\varepsilon_i} - \frac{\gamma_{i+1}}{\varepsilon_{i+1}} \right), \quad \varepsilon_i = \exp \left[i \ln x_1 - \left(\frac{G_i(p, T) - iG_1(p, T)}{RT} \right) \right], \quad (9)$$

Выражение для скорости присоединения мономера к i - меру.

$$v_i = \alpha_i 4\pi\rho^2 \gamma_1 N_A^{1/3} \left(\frac{3m_1}{4\pi\rho_L} \right)^{2/3} i^{2/3} (1 + i^{-1/3})^2 \frac{(1 + i^{-1})^{1/2}}{(1 + \delta_{i1})} \left(\frac{RT}{2\pi m_1} \right)^{1/2}, \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

m_1 - молекулярный вес конденсирующегося газа, α_i - коэффициент конденсации.

В выражении (10) $\delta_{i1} = \begin{cases} 1, & i=1 \\ 0, & i \neq 1 \end{cases}$.

При исследовании процесса конденсации в соплах обычно считается, что в ресивере конденсирующийся газ находится в стабильном состоянии и функция распределения кластеров по размерам близка к дельта функции и может быть рассчитана из условий термодинамического равновесия. Если давление и температура известны, то величина пересыщения ($s = p/p_H$, p_H - давление насыщения) может быть найдена из нелинейного алгебраического уравнения [7]:

$$F(s) = \sum_{i=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\gamma_A}{\gamma_0} i \right) \exp \left(\ln s + \frac{iG_L(p/s, T) - G_i(p, T)}{RT} \right) - 1 = 0, \quad (11)$$

а функция распределения из условий равновесия:

$$G_i(p, T) + RT \ln x_i = i(G_1(p, T) + RT \ln x_1) = i(G_L(p/s, T) + RT \ln s).$$

С использованием (8) система уравнений (2)-(3) может быть переписана в виде.

$$\rho \frac{d\gamma_i}{dt} = v_{i-1}\gamma_{i-1} - \left(\frac{v_{i-1}\varepsilon_{i-1}}{\varepsilon_i} + \frac{v_i\varepsilon_i}{\varepsilon_{i+1}} \right) \gamma_i + \frac{v_i\varepsilon_i}{\varepsilon_{i+1}} \gamma_{i+1}, \quad i=2,3,.. \quad (12)$$

$$\gamma_1 = \gamma_0 - \sum_{i=2}^{\infty} i\gamma_i \quad (13)$$

Использование уравнений вида (12) бесконечной размерности в практических вычислениях невозможно. Поэтому используются системы конечной размерности N , полученные из системы (12) путем ее усечения и дополнительно предполагается, что $I_N = 0$. При этом в системе (12) отбрасываются уравнения для γ_i с $i > N$, а в сумме (13) – соответствующие слагаемые. Однако, если N не достаточно велико, решение получается неточным. Поэтому на практике [8,9] используется функция растяжения $n(i) = n_i$, $i=2,3,...,N$ ($n_1 = 1$, $n_N \gg N$, при этом $n'_i = \frac{dn(i)}{di} \geq 1$) обозначающая число молекул в кластере с номером i . Усеченная система аппроксимируется полностью неявной разностной схемой. Полученная нелинейная система алгебраических уравнений решается итерационным методом, на каждой итерации которого решается система линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей методом прогонки.

Для нахождения функции распределения кластеров по размерам в сопле в начале производится расчет с замороженной функцией распределения, затем при рассчитанной зависимости плотности от продольной координаты решается до числа Маха потока 1.05 обратная задача теории сопла, далее прямая задача.

2.3. Моментный метод

Газовая динамика двухфазной многокомпонентной среды состоящей из несущего газа, паров и капель (кластеров) конденсирующего газа в квазидвумерной постановке описывается системой уравнений сохранения массы, импульса и энергии (1) и дополнена уравнениями состояния многокомпонентного газа с учетом тепловыделения от процесса конденсации, а так же уравнениями, описывающими фазовый переход пара в конденсат.

Капли (кластеры), образующиеся в процессе конденсации, описываются с помощью функции распределения капель по размеру $f(x, t, r)$, где r – радиус сферической капли.

В предположении механического равновесия газовой и жидкой фазы (капель), пренебрежимо малой объемной доли жидкой фазы, сферической формы капель и отсутствия столкновений между каплями (капельная фаза не создает давления) функция распределения удовлетворяет общему уравнению динамики, которое описывает динамику капель (кластеров) в процессе нуклеации (зародышеобразования), конденсационного роста и испарения.

Общее уравнение динамики капель для гомогенной конденсации записывается так:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uf) + \frac{\partial}{\partial r}(rf) = \delta(r - r_*)J, \quad (14)$$

J - скорость гомогенной нуклеации, $\delta(r-r_*)$ - дельта функция, r_* - радиус критического зародыша, \dot{r} - скорость роста зародыша (капли).

Умножая уравнение (14) на r^k (k – натуральное число) и интегрируя по радиусу в пределах от r_* до ∞ , получаем бесконечную цепочку моментных уравнений – цепочку Хилла [1]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Q_k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i Q_k) = (r_*)^k \rho J + k \rho Q_{k-1} \dot{r}, \quad k=1, \infty \quad (15)$$

$$\rho Q_n = \int_{r_*}^{\infty} r^n f(x, t, r) dr - \text{моменты } n\text{-го порядка.}$$

Ограничимся четырьмя первыми моментами, имеющими ясный физический смысл. В этом случае: Q_0 -числовая плотность кластеров (количество кластеров в единице массы смеси), Q_1 сумма радиусов всех кластеров, Q_2 сумма квадратов радиусов всех кластеров (оценка площади поверхности всех кластеров), Q_3 сумма кубов радиусов всех кластеров (оценка объема всех кластеров). Вместо момента Q_3 удобно использовать массовую долю жидкой фазы $\alpha = \frac{4\pi}{3} \rho_l Q_3$, ρ_l - плотность жидкой фазы.

В данной работе в методе моментов (ММ) эволюция жидкой фазы описывается конечным числом моментных уравнений производных от общего уравнения динамики функции распределения кластеров-капель по размеру [1], Q_0, Q_1, Q_2, α и уравнением для α_{\max} – массовой доли конденсирующегося вещества в жидком и газообразном состоянии.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho Q_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u Q_0}{\partial x} &= -\frac{F'_x}{F} \rho u Q_0 + J, \\ \frac{\partial \rho Q_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho u Q_1}{\partial x} &= -\frac{F'_x}{F} \rho u Q_1 + J r_* + \frac{dr}{dt} \rho Q_0, \\ \frac{\partial \rho Q_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho u Q_2}{\partial x} &= -\frac{F'_x}{F} \rho u Q_2 + J r_*^2 + 2 \frac{dr}{dt} \rho Q_1, \\ \frac{\partial \rho \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \alpha}{\partial x} &= -\frac{F'_x}{F} \rho u \alpha + \frac{4\pi}{3} \rho_l (J r_*^3 + 3 \frac{dr}{dt} \rho Q_2), \\ \frac{\partial \rho \alpha_{\max}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \alpha_{\max}}{\partial x} &= -\frac{F'_x}{F} \rho u \alpha_{\max} \end{aligned} \quad (16)$$

Отличительной особенностью данной работы является использование в системе (16) дополнительного уравнения для α_{\max} , которое позволяет учитывать возможное изменение максимальной доли конденсирующегося фазы в каждой точке внутри течения, моделируя, таким образом, больший спектр явлений (выпадение конденсата на стенку сопла, изменение газового состава на входе в сопло), чем, например, в работах [2,4,16].

Термическое и калорическое уравнения состояния и термодинамические свойства смеси записываются следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} p &= \rho T R_{mixt}, \\ e &= (1 - \alpha_{\max}) e_{Va} + \alpha_{\max} e_{Vv} + \alpha (e_l - e_{Vv}), \\ e_{Va} &= C_{Va} T, \quad e_{Vv} = C_{Vv} T, \quad e_l - e_{Vv} = (C_l - C_{Vv}) T - L_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{V_{mixt}} &= (1 - \alpha_{\max})C_{V_a} + \alpha_{\max}C_{V_V} + \alpha(C_l - C_{V_V}), \\ C_{P_{mixt}} &= (1 - \alpha_{\max})C_{P_a} + \alpha_{\max}C_{P_V} + \alpha(C_l - C_{P_V}), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} R_{mixt} &= (1 - \alpha_{\max})R_a + \alpha_{\max}R_V - \alpha R_V, \\ \gamma_f &= \frac{C_{P_{mixt}}}{C_{V_{mixt}}}, \quad a_f^2 = \gamma_f \frac{p}{\rho}, \quad L = L_1 T + L_0, \quad L_1 = C_{P_V} - C_l, \end{aligned} \quad (18)$$

где T – температура смеси, C_{V_a} , C_{P_a} – удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении для несущего газа, C_{V_V} , C_{P_V} – то же для паров конденсирующего вещества, $C_{V_{mixt}}$, $C_{P_{mixt}}$ – то же для двухфазной смеси, C_l – удельная теплоемкость жидкости. R_a , R_V , R_{mixt} – газовые постоянные несущего газа, паров конденсирующегося вещества и двухфазной смеси, γ_f – показатель адиабаты смеси, a_f – замороженная скорость звука в смеси, L – скрытая теплота парообразования.

Из (17) может быть получено выражение для температуры смеси:

$$T = \frac{(E - u^2 / 2) + \alpha L_0}{(1 - \alpha_{\max})C_{V_a} + \alpha_{\max}C_{V_V} + \alpha(C_l - C_{V_V})}. \quad (19)$$

Правые части уравнений для моментов записываются с помощью параметров рассчитанных в классической теории нуклеации. J – скорость нуклеации (количество зародышей, образованных в единице объема за секунду), $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ – средняя по размерам скорость роста кластера (капли), r_* – критический радиус капли (в данном случае нижняя граница радиусов капель в функции распределения капель по размерам).

$$J = \frac{\rho_V^2}{\rho_l} \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi m^3}} \exp\left(-\frac{4\pi}{3} \frac{r_*^2 \sigma}{R_V m T}\right), \quad (20)$$

$$S = \frac{p_V}{p_s} - \text{перенасыщение}, \quad (21)$$

$$r_* = \begin{cases} \frac{2\sigma}{\rho_l R_V T \ln S}, & \text{если } S > 1 \\ \infty, & \text{если } S \leq 1 \end{cases} \quad (22)$$

Рост капли описывается моделью Герца-Кнута для свободномолекулярного режима обтекания кластера-капли потоком многокомпонентного газа.

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\beta}{\rho_l} \frac{p_V - p_{s,r}}{\sqrt{2\pi R_V T}}, \quad (23)$$

$p_{s,r} = p_s \exp\left(-\frac{2\sigma}{\rho_l R_V T r_{Hill}}\right)$ – давление насыщения на поверхности капли среднего по размерам радиуса,

$$r_{Hill} = \begin{cases} \sqrt{\frac{Q_2}{Q_0}}, & \text{если } \alpha > 10^{-6} \\ 0, & \text{если } \alpha \leq 10^{-6} \end{cases}. \quad (24)$$

В алгоритме расчета $p_{s,r}$ предусмотрена защита в случае $r_{Hill} \approx 0$, (например, когда $r_{Hill} \leq r^*$).

Система уравнений (1), (16) решается методом Годунова второго порядка точности и с использованием приближенного метода HLL решения задачи Римана. Аппроксимация по времени выполняется методом Рунге-Кутты второго порядка [11,12].

3. Тестирование численных алгоритмов

3.1. Гомогенная конденсация в ударной трубе

Изучается явление конденсации в веере волн разрежения, возникающем в процессе распада разрыва в ударной трубе. Рассматривается начальная стадия течения, возникающего после разрыва мембраны в плоской ударной трубе (рис.1). Труба имеет длину в 1 метр, заполнена влажным азотом, мембрана расположена точно посередине, давление в камере высокого давления $p_4=1.0$ бар, влажность $S_4=0.82$. В камере низкого давления $p_1=0.3$ бар, влажность $S_1=0.246$. Температура везде $T_1=T_4=295\text{K}$. Массовая доля водяного пара в обеих камерах трубы в начале процесса $\alpha_{\max} = 0.013744$.

Расчет выполнялся с помощью алгоритма, реализующего метод моментов на равномерной расчетной сетке $N=1000$ ячеек ($dx=1/N$ м), с шагом по времени $dt=0.0005dx$ до момента времени $t=0.001$ с.

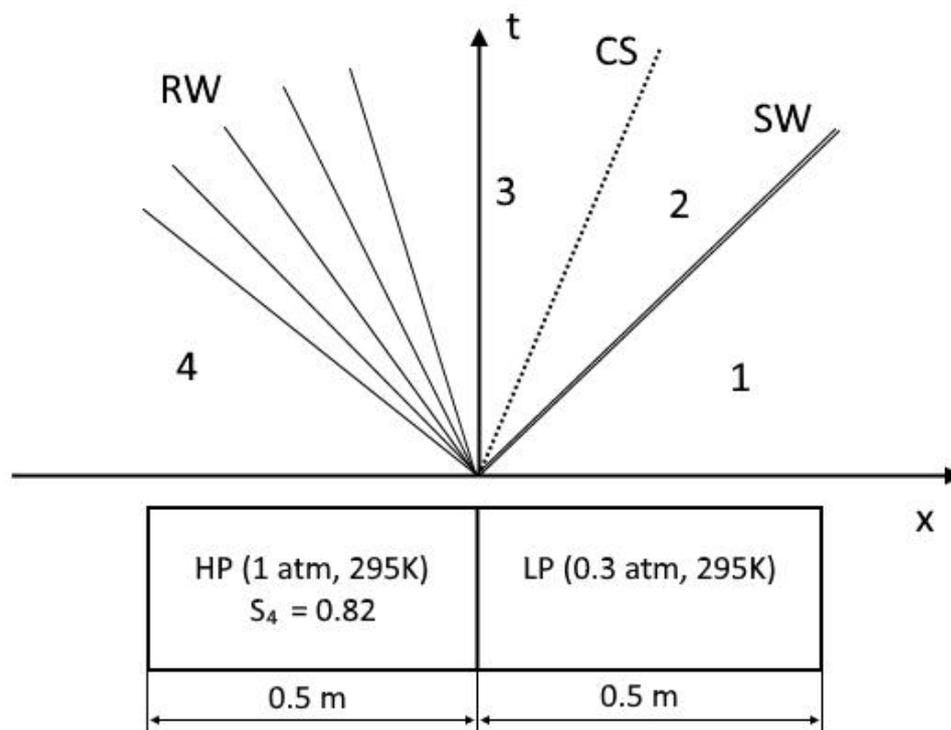


Рис.1. $X-t$ диаграмма течения в ударной трубе.

На рис.1 изображена $X-t$ диаграмма течения в ударной трубе, возникающего в результате распада начального разрыва. В область камеры высокого давления распространяется веер волн разрежения (RW), в область камеры низкого давления – ударная волна (SW) и контактный разрыв (CS). Падение температуры в области распространения волн разрежения (RW) и, особенно, в области 3 на рис. 1 приводит к возникновению пересыщения, вследствие которого происходит образование кластеров и их рост с выделением теплоты конденсации. Наиболее активно процесс конденсации протекает вблизи замыкающей характеристики второго семейства веера RW в области 3. При этом, траектории газа, исходя-

щие из области, лежащей немного левее точки начального разрыва, практически мгновенно попадают в зону сильного разрежения и низких температур (рис. 1), что приводит к изменению параметров слева от контактного разрыва и формированию в начальный период времени ($t \leq 10^{-4} c$) в зоне между RW и CS веера волн сжатия, который приводит к повышению давления в зоне между RW и SW (рис. 3). К моменту времени $t \approx 2 \cdot 10^{-4} c$ в веере волн разрежения формируется скачок конденсации (рис. 2а,б).

На рис. 3 показаны распределения давления вдоль трубы для адиабатического течения (синяя линия) и течения с конденсацией (красная линия) в момент времени $t = 10^{-3} c$. Видно резкое повышение давления в скачке конденсации в конце веера RW, а также небольшое повышение давления в зонах 3 и 2 (рис. 1) по сравнению с адиабатическим случаем, что приводит к небольшому увеличению скорости ударной волны. В целом алгоритм, основанный на методе моментов, качественно правильно описывает физические эффекты, возникающие в ударных трубах с влажной газовой средой, а расчетные результаты количественно соответствуют расчетам работы [4].

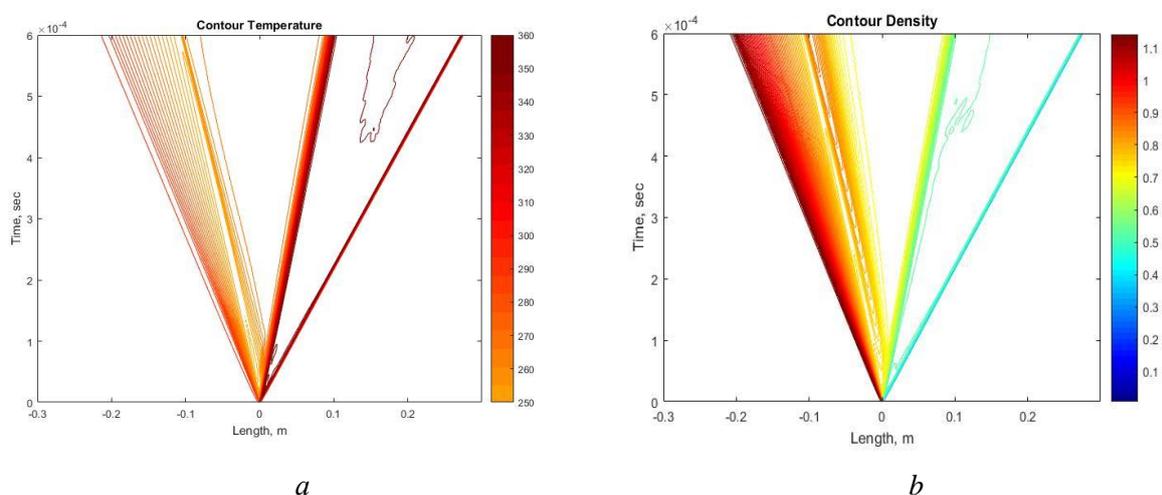


Рис. 2. Изолинии поля температуры (а) и плотности (б)

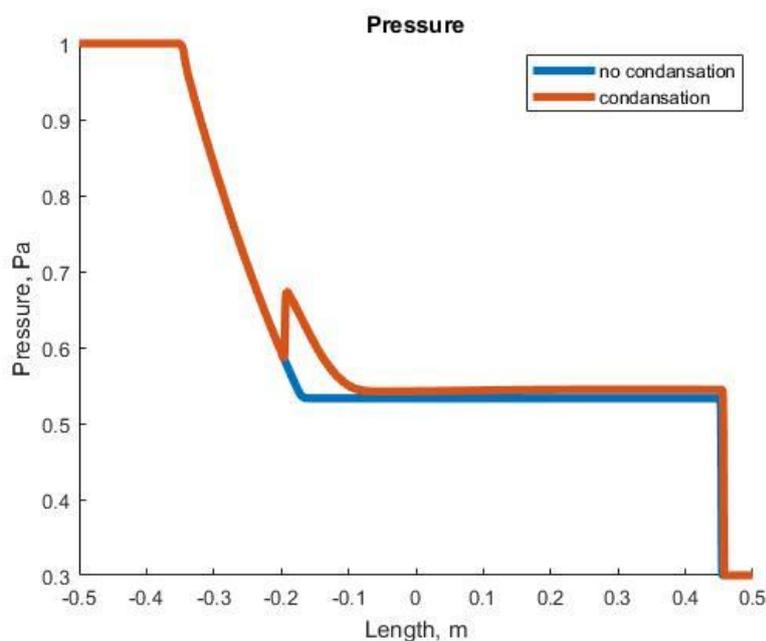


Рис. 3. Распределение давления в момент $t=10^{-3} c$. Синяя линия - адиабатическое течение. Красная линия - течение с конденсацией

3.2. Конденсация паров воды в сопле Лавала

Моделируются условия эксперимента из работы [3]. Рассчитывается конденсация паров воды в азоте при течении в плоском сопле (рис. 4). Давление в ресивере считается равным 60000 Па, температура 287 К, парциальное давление паров воды в ресивере 1000 Па (массовая доля паров воды $\alpha_{\max} = 0.11$). Начало системы координат располагается в центре критического сечения сопла.

Расчет с помощью кинетического метода.

На рис. 5 приводится рассчитанная p - T диаграмма процесса, где синяя линия соответствует зависимости давления насыщенного пара от температуры, а красная кривая - парциальному давлению паров воды вдоль траектории движения газовой смеси в сопле. В начале процесса при $T=287\text{K}$ парциальное давление паров воды чуть ниже давления насыщения (влажность азота более 80%). Начальный участок красной кривой соответствует изэнтропическому расширению газовой смеси при течении вдоль оси сопла. По мере расширения газа в сопле и его охлаждения возникает состояние пересыщения (переохлаждения) пара, которое “снимается” в результате возникновения спонтанной конденсации в районе точки “Вильсона” $T \approx 220\text{K}$. В результате возникает много центров конденсации и рост кластеров с выделением тепла конденсации, что приводит к падению парциального давления паров воды, сближению кривых и переходу процесса конденсации в равновесную стадию.

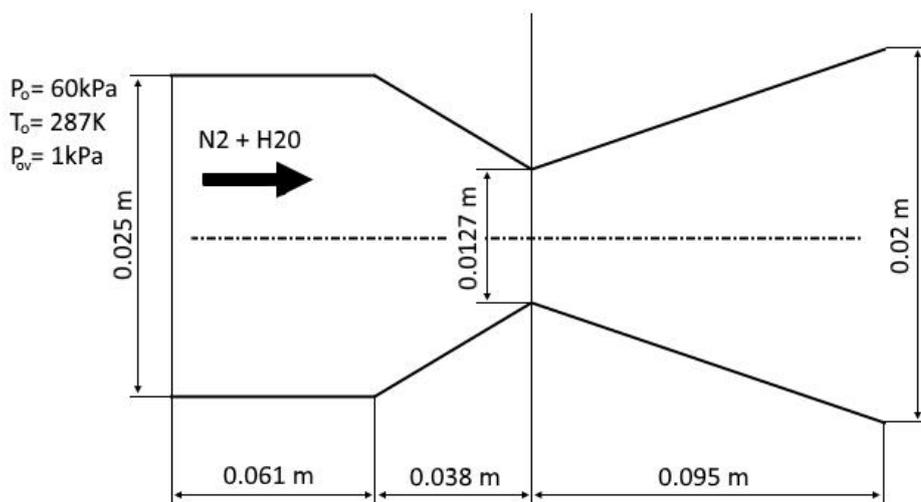


Рис. 4. Расчетная схема плоского сопла

На рис. 6 представлено сравнение распределения давления в сопле с экспериментальными данными из [3]. Символы (кружки и квадраты) соответствуют экспериментально измеренному на стенке сопла давлению в адиабатическом (без конденсации) течении и течении с конденсацией. Пунктирная линия соответствует результатам расчета адиабатического течения, сплошная линия – расчету течения с конденсацией с помощью кинетического подхода.

На рис. 7а показана динамика изменения функции распределения кластеров по размерам. На рис. 7б массовая доля воды заключенная в кластерах размером от 1-ого до i .

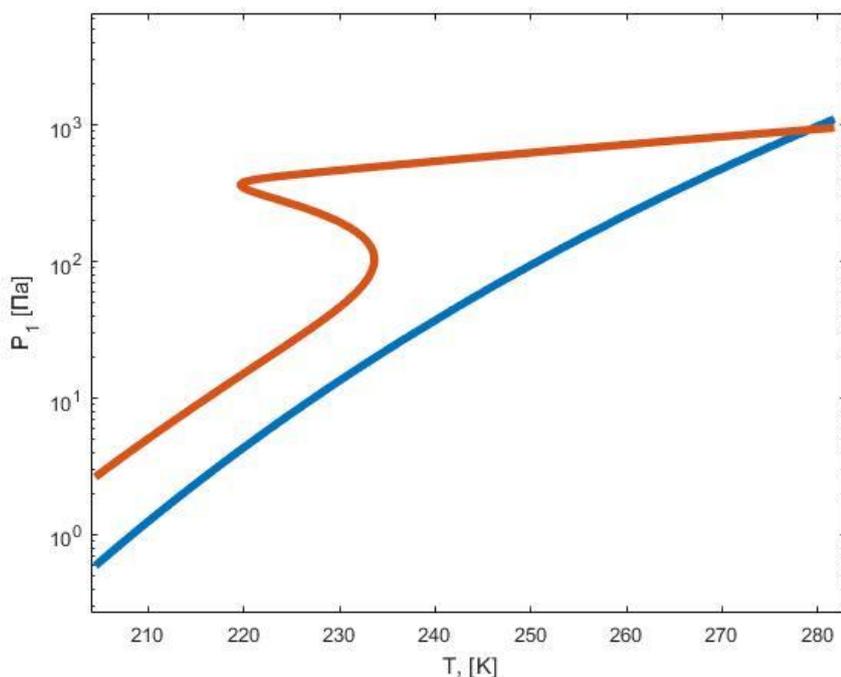


Рис. 5. P - T диаграмма процесса конденсации в сопле

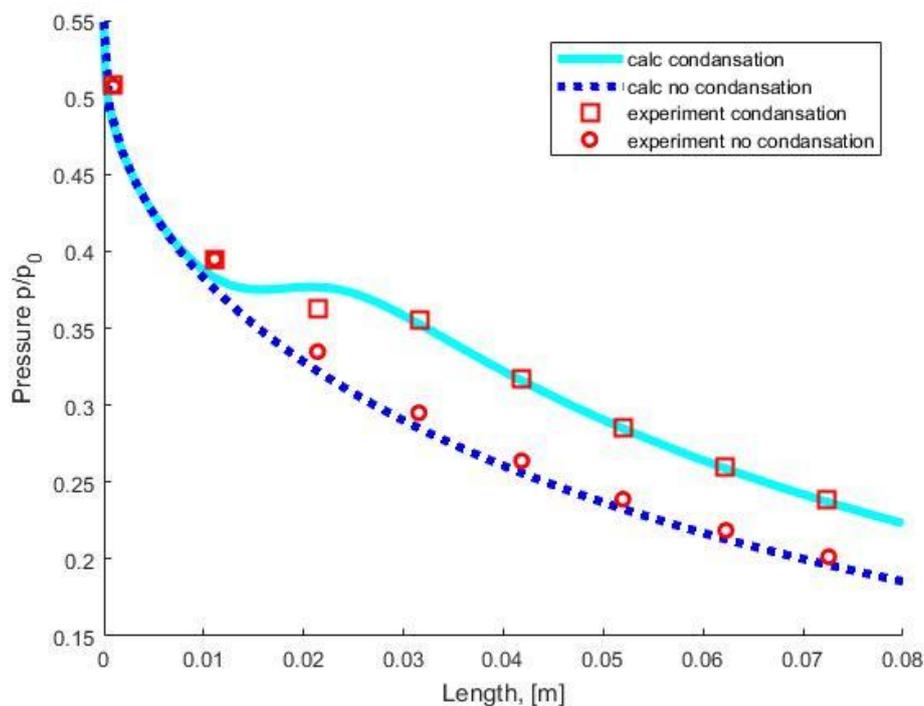


Рис. 6. Распределение давления на стенке сопла. Круги – эксперимент, адиабатическое течение, квадраты – эксперимент, течение с конденсацией. Пунктирная линия – расчет адиабатического течения, сплошные линии – расчет течения с конденсацией с помощью кинетического подхода

Можно отметить, что процесс конденсации начал влиять на макропараметры смеси в одном сантиметре от критики (рис. 6). В 0.018 метрах от критики в мономерах содержится более 70% массы, 30% содержится в кластерах размером от 100 до 1000 молекул (рис.76).

При $x=0.032$ м в мономерах содержится около 20% массы воды, 80% в кластерах размером более 800 молекул (рис. 7б). Несмотря на то, что на первый взгляд функции распределения при 0.032 м и 0.090 м от критики отличаются слабо (рис. 7а), тем не менее мономеров воды остается около 2% по массе, остальные молекулы воды содержатся в кластерах размером более 900 молекул. Большие кластеры растут за счет падения концентрации кластеров размером от 1 до 10 молекул, при практически неизменных концентрациях кластеров размером 10 – 800 молекул. На рис. 7а, б пространственные координаты, которым соответствуют графики функции распределения кластеров по размерам и массовые доли кластеров: красная линия – $x=0.0004$ м, зеленая – $x=0.0018$ м, голубая – $x=0.018$ м, оранжевая – $x=0.032$ м, синяя – $x=0.09$ м.

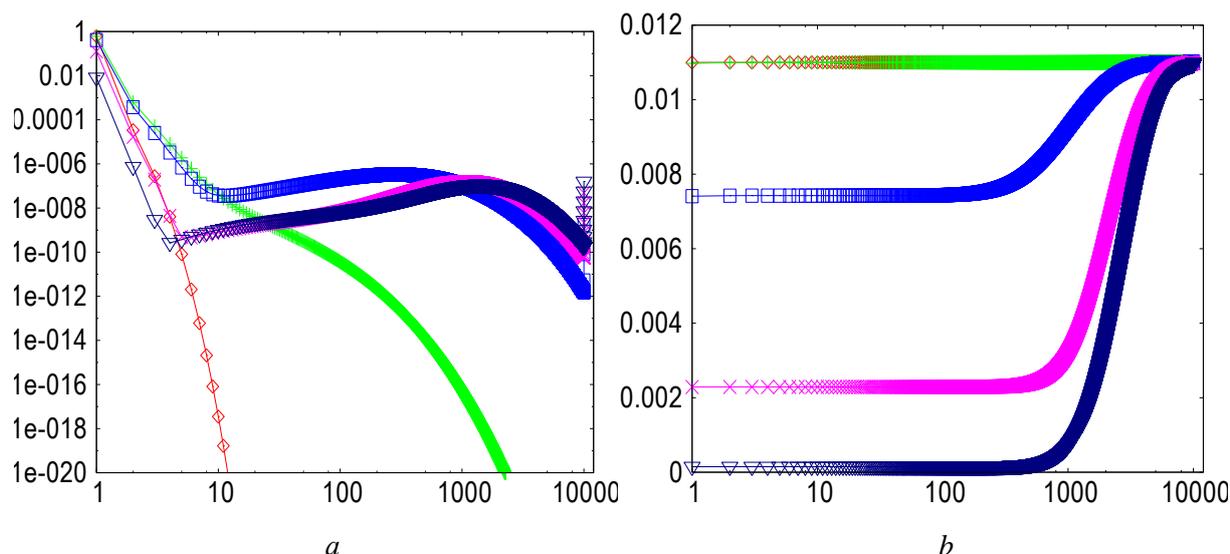


Рис. 7. а) Функция распределения кластеров воды по размерам, (по оси абсцисс – число молекул в кластере, по оси ординат – число молей вещества данных кластеров в кг смеси γ_i , моль/кг), б) Расход воды, заключенный в кластерах размером от 1 до i отнесенный к суммарному расходу смеси, (по оси абсцисс – число молекул в кластере)

Расчет с помощью моментного метода.

Задача о течении влажного азота в плоском сопле из [3] решена с помощью моментного метода (1), (16) и (17)-(24). На рис. 8 представлено сравнение распределения давления в сопле с экспериментальными данными из [3]. Символы (кружки и квадраты) соответствуют экспериментально измеренному на стенке сопла давлению в адиабатическом (без конденсации) течении и течении с конденсацией. Пунктирная линия соответствует результатам расчета адиабатического течения, сплошная линия – расчету течения с конденсацией с помощью моментного метода.

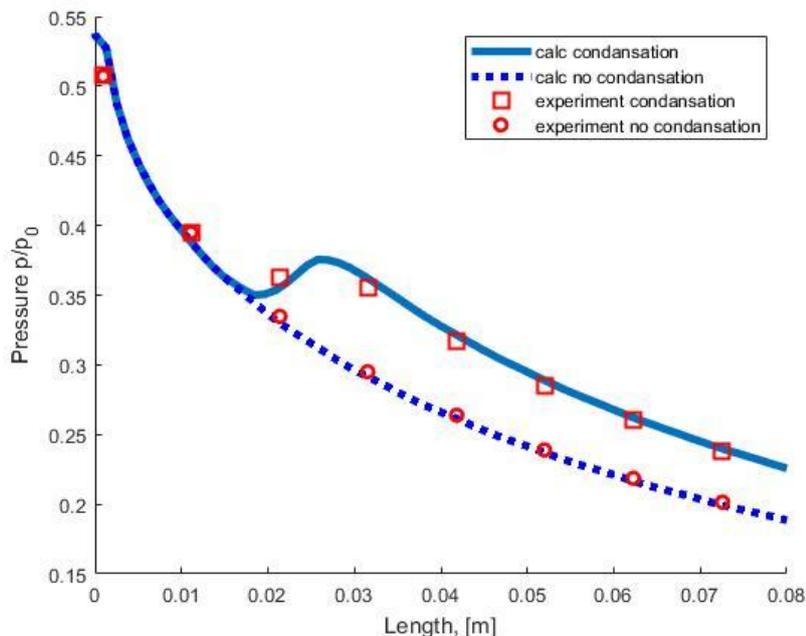


Рис. 8. Распределение давления вдоль оси сопла. Круги – эксперимент адиабатическое течение, квадраты – эксперимент течение с конденсацией. Пунктирная линия – расчет адиабатического течения, сплошная линия – расчет течения с конденсацией моментным методом

На рис. 9 представлено распределение вдоль сверхзвуковой части сопла массовой доли жидкой воды α , на рис. 10 – скорость нуклеации J (20), на рис. 11 – общая концентрация кластеров (капель) воды Q_0 (16), на рис. 12 средний радиус кластера (капли) r_{Hill} (24). Из расчетов по методу моментов следует, что нуклеация (образование кластеров) протекает в узкой зоне вблизи критического сечения ($0.01\text{ м} < x < 0.018\text{ м}$) рис. 10,11. В дальнейшем, ниже по течению, происходит только рост кластеров-капель за счет конденсации рис. 9,12.

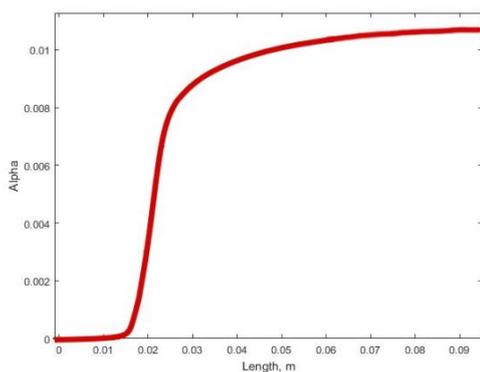


Рис. 9. Массовая доля воды вдоль

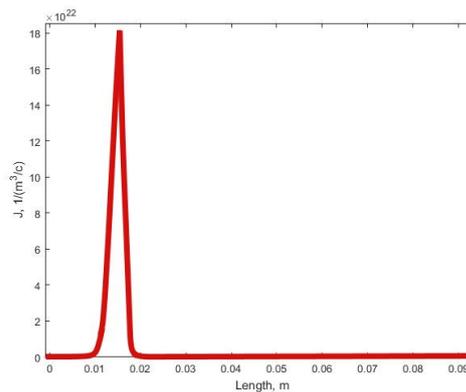


Рис. 10. Скорость нуклеации

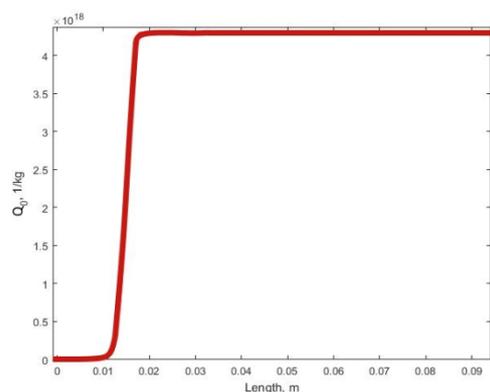


Рис. 11. Концентрация кластеров воды

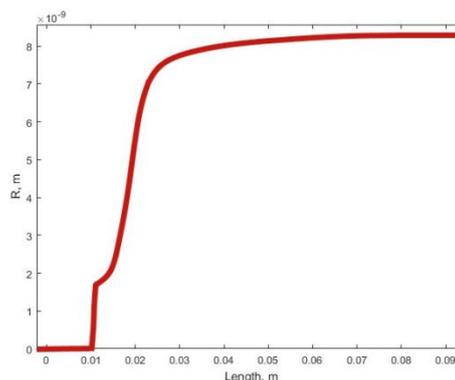


Рис. 12. Средний радиус кластера-капли

Анализ результатов расчетов показывает, что моментный метод несколько задерживает начало нуклеации по сравнению с кинетическим методом, что приводит к некоторому отличию локальных параметров, оба метода правильно учитывают интегральные характеристики процесса конденсации (массовую долю конденсированной фазы и количество тепла конденсации выделившееся в поток) что приводит к хорошему совпадению результатов расчетов и экспериментов ниже сечения $x=0.03$ м. в зоне, где процессы конденсации протекают менее интенсивно, чем в зоне $0.01\text{ м} < x < 0.03$ м.

4. Расчет конденсации в сопле гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы

Численно моделируется работа соплового блока гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН [10]. Изучались параметры установки в случае использования влажного воздуха в камере низкого давления.

Сверхзвуковая часть конического сопла установки для получения потоков с гиперзвуковой скоростью приведена на рис. 13. Радиус критического сечения $r^* = 4\text{ мм}$, радиус выходного сечения $R = 43.5\text{ мм}$, длина сверхзвуковой части $L = 168\text{ мм}$, геометрическая степень расширения $(R / r^*)^2 = 118,266$, среда – воздух. Давление на входе в сопло $P_k = 1.9$ атм, температура $T_k = 800\text{ К}$. Данным условиям соответствует течение идеального газа с числом Маха на выходе $M = 7.15$.

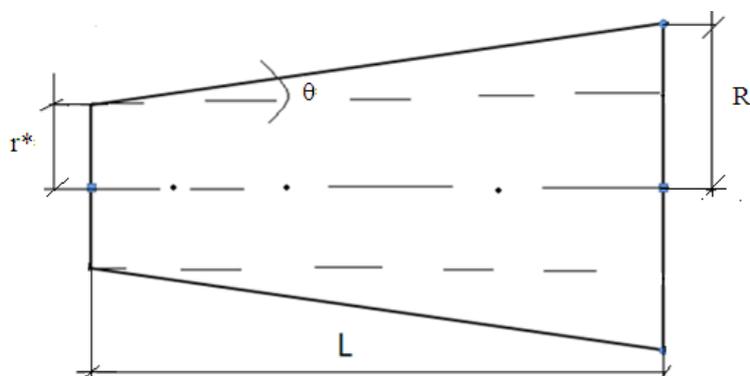


Рис. 13. Сверхзвуковая часть сопла гиперзвуковой аэродинамической трубы

Моделируется процесс конденсации паров воды в данном сопле. Массовая доля паров воды на входе принималась $\alpha = 0.011$, что соответствует влажности 0.8 в камере низкого давления ударной трубы при комнатной температуре.

Расчеты выполнялись с помощью моментного метода в квазидвумерной постановке (1),(16),(17)-(24).

Результаты расчетов адиабатического течения (синяя линия) и течения с конденсацией (красная линия) приведены на рис. 14,15.

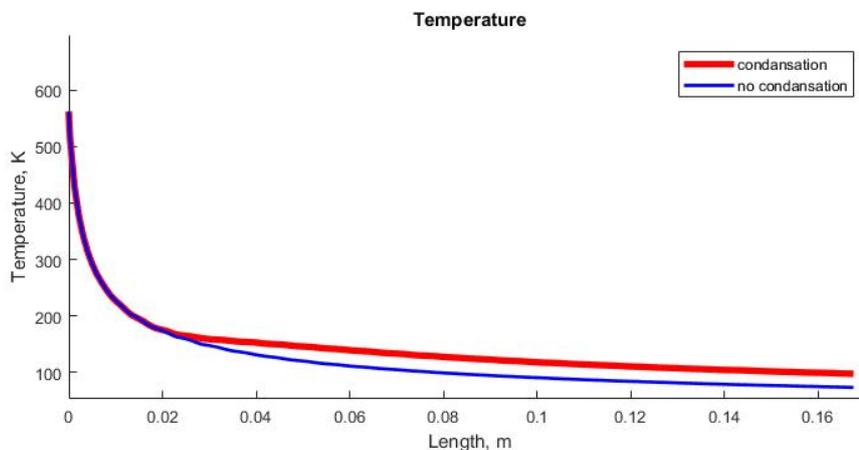


Рис. 14. Распределение температуры вдоль оси сопла

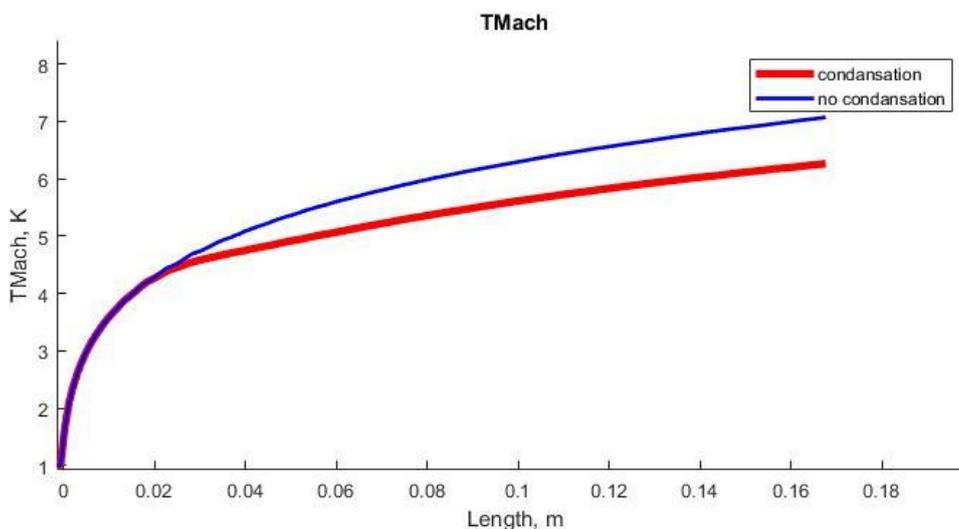


Рис. 15. Распределение числа Маха вдоль оси сопла

Из анализа результатов расчетов следует, что процесс конденсации начинается в 0.02 м ниже по течению от критического сечения. Конденсация приводит к повышению температуры (рис.14) и давления в сопле ниже по течению от сечения $x=0.02$ м по сравнению с адиабатическим течением и уменьшению числа Маха потока. Так в выходном сечении сопла число Маха уменьшилось на единицу по сравнению с адиабатическим течением за счет возрастания скорости звука из-за конденсационных процессов.

5. Заключение

Разработаны два подхода к моделированию процессов спонтанной конденсации в потоках газовых смесей. Первый - это кинетический метод в соответствии с которым полагается, что конденсирующаяся фаза состоит из смеси кластеров, включающих в себя произвольное число молекул. Каждый компонент смеси моделируется в рамках модели совершенного газа. Считается, что число мономеров существенно превосходит число кластеров больших размеров и, соответственно, весь процесс описывается цепочкой реакций

присоединения или отрыва мономера от кластера данного размера (квазихимическая модель конденсации).

Второй – это моментный метод. Система уравнений континуального типа, в этом случае, получается путем вычисления моментов от общего уравнения динамики кластерообразования, записанного относительно функция распределения кластеров по размерам.

Газовая среда описывалась системой квазидвумерных нестационарных уравнений Эйлера, записанных в цилиндрической и плоской двумерной системе координат.

С помощью моментного метода исследована конденсация в веере волн разрежения, возникающем в ударной трубе вследствие распада разрыва. Получен скачек конденсации в веере волн разрежения, изучено влияние конденсации на скорость распространения ударной волны.

С помощью двух подходов (кинетического и континуального - моментного) исследованы процессы конденсации пара воды из влажного воздуха в плоском сопле. Проведено сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными. Получено хорошее совпадение расчетных параметров между собой и с экспериментальными результатами.

Численно моделировалась работа соплового блока гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН. Изучены параметры установки в случае использования влажного воздуха в камере низкого давления. Показано, что в случае использования воздуха в камере низкого давления, содержащего пары воды с массовой долей 0.01, параметры потока в выходном сечении за счет конденсации существенно изменятся (число Маха уменьшится на 1 по сравнению с течением сухого воздуха).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ грант №16-01-00444а.

Литература

1. Hill P.G. Condensation of water vapor during supersonic expansion in nozzles. // J Fluid Mech 1966, 25, 593–620.
2. Luo X., Cao Y., Xie H., Qin F. Moment method for unsteady flows with heterogeneous condensation // Computers and Fluids, 2017, 146, 51–58.
3. Wyslouzil B.E., Heath C.H., Cheung J.L., Wilemski G. Binary condensation in a supersonic nozzle // J. Chem. Phys., 2000, 113, 17, 7317-7329.
4. Cheng W., Luo X., Yang J., Wang G. Numerical analysis of homogeneous condensation in rarefaction wave in a shock tube by the space-time CESE method. // Comput and Fluids 2010, 39, 2, 294–300.
5. Гурвич Л.В., Вейц И.В., Медведев В.А. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание: в 4-х томах, М.: Наука, 1978.
6. Горбунов В.Н., Пирумов У.Г., Рыжов Ю.А. Неравновесная конденсация в высокоскоростных потоках газа, М.:Машиностроение, 1984, 200с.
7. Гидаспов В.Ю., Пирумов У.Г., Иванов И.Э., Северина Н.С. Модели образования наночастиц в потоках газа: Учебно-методический комплекс, Калуга, Москва: Изд-во «Эйдос», 2011, 214 с.
8. Волков В.А., Муслаев А.В., Пирумов У.Г., Розовский П.В. Неравновесная конденсация паров металла в смеси с инертным газом в соплах установок для генерации кластерных пучков // Изв. РАН, МЖГ, 1995, 3, 80-91.
9. Гидаспов В.Ю., Иванов И.Э., Крюков И.А., Пирумов У.Г. Численное моделирование неравновесной конденсации в высокоскоростных потоках вязкого газа // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ 2016), 25-31 мая 2016 г., Алушта, Т. 1, Москва: Издательство МАИ, 2016, 105–107.
10. Kotov M.A., Kryukov I.A., Ruleva L.B., Solodovnikov S.I., Surzhikov S.T. Experimental Investigation Of An Aerodynamic Flow Of Geometrical Models In Hypersonic Aerodynamic Shock Tube // AIAA 2013–2931, 14 p.

11. Иванов И.Э., Крюков И.А. Квазимонотонный метод повышенного порядка точности для расчета внутренних и струйных течений невязкого газа // Математическое моделирование, том 8, №6, 1996, С.47-56.
12. Иванов И.Э., Крюков И.А., Шустов С.А. Численное исследование газодинамики сопел мало-размерных газогенераторов и вытекающих из них струй. *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*. 2014, №1(43), с. 112-122.
13. Чирихин А.В. Течение конденсирующихся и запыленных сред в соплах аэродинамических труб. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 280 с.
14. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение. 1974.
15. Д. И. Жуховицкий, Теория гомогенной нуклеации с поправкой на размер кластеров, ТВТ, 1994, том 32, выпуск 2, 261–266.
16. Ю. С. Косолапов, Е. Ю. Проценко, А. В. Чирихин, Метод расчета стационарных и нестационарных двумерных течений спонтанно конденсирующего пара в соплах, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1994, том 34, номер 4, 597–607.
17. Дейч М. Е., Филиппов Г. А Газодинамика двухфазных сред. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоиздат, 1981.
18. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Газовая динамика сопел. — М.: Наука, 1990. 368 с.
19. Салтанов Г.А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред. — М.: Наука, 1979. 286 с.
20. Вегенер П.П. Явления конденсации в соплах. В кн.: «Гетерогенное горение». — М.: Мир. 1967. С. 477–498.

Статья поступила в редакцию 29 марта 2018 г.