

# Application of Computer Vision Algorithms to Analyze Waves in a Layer of Paraffin Melt

V. A. Usanov, A. A. Loginov, N. S. Sivakov

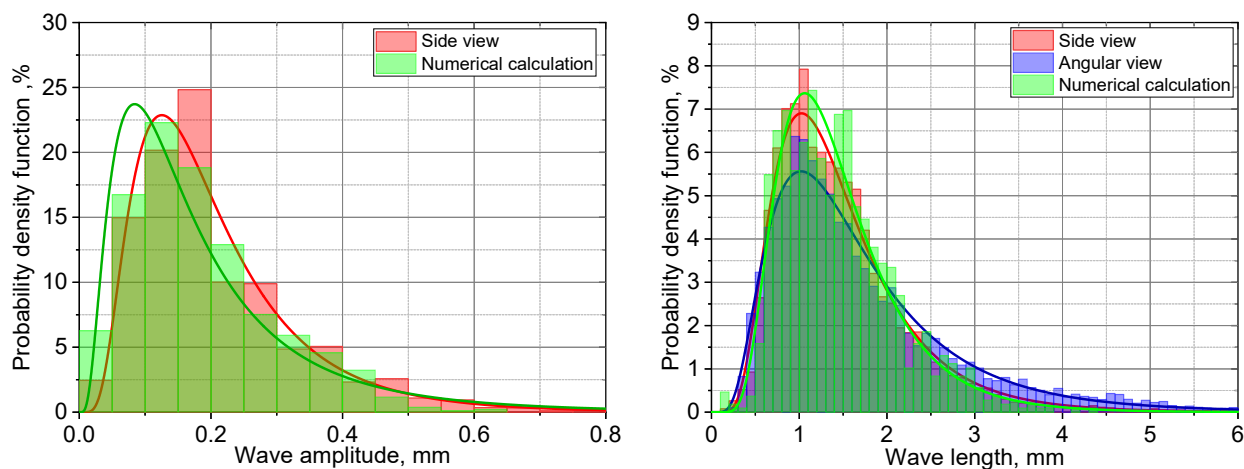
*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS,  
Moscow, 119526, Russia*

usanov@ipmnet.ru, loginov.aa@phystech.edu,  
sivakov@ipmnet.ru

## Abstract

A technique for determining the wavelength and amplitude of waves developing on the surface of paraffin melt using computer vision algorithms has been developed. The results of processing the experimental video recordings in lateral and angular projections were obtained. The results obtained by the method are compared with the results of numerical modeling. There is a good agreement of the results, which indicates the high accuracy of the developed methodology. Histograms of the distribution of wavelengths and amplitudes for the entire duration of the experiment were obtained.

Keywords: multiphase flow, melting, paraffin, melt waves.



Probability density function for two wave parameters: amplitude (left) and length (right)

Parameters of the log-normal distribution for two wave parameters

	$\mu$	$\sigma$
Side view	-1.73273	0.58572
Numerical calculation	-1.90862	0.75336

	$\mu$	$\sigma$
Side view	0.27327	0.4978
Angular view	0.36864	0.59056
Numerical calculation	0.27057	0.45907

УДК 536.421.1

# Применение алгоритмов компьютерного зрения для анализа волн на поверхности расплава парафина

**В. А. Усанов, А. А. Логинов, Н. С. Сиваков**

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,  
Россия, Москва, 119526, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1*

usanov@ipmnet.ru, loginov.aa@phystech.edu,  
sivakov@ipmnet.ru

## Аннотация

Разработана методика определения длины и амплитуды волны на поверхности расплава парафина с применением алгоритмов компьютерного зрения. Получены результаты обработки методикой видеозаписей эксперимента в боковой и угловой проекциях. Проведено сравнение результатов, полученных методикой, с результатами численного моделирования плавления образца парафина в потоке горячего воздуха. Наблюдается хорошее согласие результатов, что свидетельствует об адекватности разработанной численной методики. Получены гистограммы, характеризующие функции распределения длин и амплитуд волн за все время эксперимента.

Ключевые слова: многофазное течение, плавление, парафин, волны расплава.

## 1. Введение

Исследование поведения парафина под воздействием потоков горячего газа представляет значительный научный и прикладной интерес. Безопасность, простота использования, а также способность материала плавиться при сравнительно низкой температуре обеспечивает высокую скорость регрессии топлива на его основе, что позволяет сделать его объектом для изучения процессов теплопереноса и динамики межфазных взаимодействий.

Многочисленные исследования [1–9] посвящены изучению взаимодействия высокотемпературных газовых струй с поверхностями образцов парафина и композиций на его основе различной формы и размера. В результате такого воздействия на поверхности парафина формируется тонкий слой расплава, через который осуществляется основной массообмен с потоком. Воздействие набегающих газодинамических потоков вызывает образование поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы раздела фаз. Отдельные капли жидкого парафина отрываются от слоя расплава и увлекаются газом, дополнительно увеличивая интенсивность массообмена. Аналогичные процессы исследовались в работах [9–11], где было показано, что в качестве основной причины возникновения волн на поверхности расплава является развитие неустойчивости Кельвина – Гельмгольца.

Использование оптических методов наблюдения позволяет изучать мелкомасштабные явления, происходящие на поверхности расплава. Высокоскоростная съемка и технологии компьютерного зрения обеспечивают значительное развитие подходов к измерениям физических величин в современной науке и технике. Автоматизация выделения и анализа волновых структур на видеоряде позволяет переходить от качественного наблюдения к воспроизводимым количественным оценкам динамики фронтов, гребней и зон разрыва, что необходимо при изучении неустойчивости и эффектов диспергирования в многофазных средах. Вместе с тем, для надежного количественного описания процессов требуется методика, с высокой точностью позволяющая проводить оценку параметров волновых структур.

Цель настоящей работы заключается в представлении автоматизированной методики обработки видеосъемки, подходящей для массового анализа записей, и демонстрации полученных с ее использованием результатов. Для подтверждения надежности предложенного подхода проводится сопоставление итогов обработки с экспериментальными данными и расчетными данными, изложенными в предыдущей публикации авторов [12], где результаты были получены вручную методом визуальной идентификации особенностей волновых структур, как для экспериментов, так и для численных моделей.

## 2. Объект исследования и экспериментальная установка

В качестве объекта исследования был выбран парафин марки П2 (ГОСТ 23683-2021), с температурой плавления  $52 \div 54$  °С, из которого были сделаны опытные образцы прямоугольной формы с максимальными размерами  $185 \times 50 \times 20$  мм и со скошенной под  $30^\circ$  входной кромкой (рис. 1). Все указанные размеры могут меняться в экспериментах, но не превышать максимальных значений.



Рис. 1. Опытный образец парафина

Эксперименты проводились на установке, схема которой, а также принцип работы описаны в работах [2, 13]. Основные процессы, изучаемые в экспериментах, включают взаимодействие парафина с набегающим высокоскоростным потоком горячего газа, возникновение на его поверхности расплава и определение параметров волн, образующихся на поверхности расплава вследствие действия газового потока. Было проведено множество экспериментов с различными начальными параметрами. Возможности установки позволяли варьировать температуру набегающего потока на входе в рабочую камеру в диапазоне от 300 до 650 °С, а также массовый расход воздуха в диапазоне  $0.05 \div 0.22$  кг/с. В данной работе рассматриваются два отобранных варианта со идентичными параметрами: температура газа на входе в рабочую камеру 400 °С, массовый расход газа 0.12 кг/сек. Отличия заключаются только в том, под каким углом  $\alpha$  производится видеозапись.

Каждый эксперимент регистрировался на высокоскоростную камеру Photron FASTCAM Nova S9 с объективом высокого увеличения Infinity Model K2 DistaMax, позволяющую рассмотреть и зафиксировать волны на поверхности расплава парафина с разрешением, достаточным для определения их параметров (см. п. 3).

Численное моделирование проводилось в двумерной постановке в программном пакете OpenFOAM с использованием модулем, позволяющим моделировать многофазные течения с возможностью фазового перехода, а также метода Volume of Fluid (VOF) для отслеживания границы раздела фаз. Более подробно математическая модель описана в работе [12].

Численный расчет проводился с параметрами, идентичными эксперименту как по температуре, так и по расходу газа. В расчетах на входе в камеру задавался поток воздуха со скоростью, плотностью и другими физическими свойствами, рассчитанными через параметры эксперимента. Твердый парафин имел температуру  $T_p = 303$  К, плавление парафина начинается при  $T_m = 324$  К, основные свойства твердого и жидкого парафина принимались постоянными в соответствии с табл. 1.

Таблица 1

Физические свойства твердого и жидкого парафина

Фаза	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$C_p$ , Дж/(кг·К)	$\mu$ , мПа·с	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$\Delta h$ , кДж/кг
Твердая	900	2900	—	0.25	150
Жидкая	780	3000	15	0.15	—

### 3. Методика обработки видеоданных

Эксперименты записывались на видеокамеру с максимальным разрешением  $1024 \times 1024$  пикселей, с частотой 15000 кадров в секунду. Видеофайлы с камеры сохранялись на компьютер в формате mp4. Для обработки видеофайлов и количественного анализа волновой поверхности была реализована программа обработки видеоданных на языке Python 3.9 с применением библиотеки OpenCV 4.11.0 [14]. Независимо от проекции (боковой или угловой), обработка видеоданных выполнялась по общей схеме, представленной на рис. 2.

Общая структура обработки соответствует классическим подходам компьютерного зрения [14], обеспечивающим устойчивость к шумам и воспроизводимость результатов без использования обучаемых моделей.



Рис. 2. Алгоритм обработки отдельного кадра

#### 3.1. Обработка видео в боковой проекции

Изображение в боковой проекции условно разделено на две зоны: темная зона – боковая поверхность образца парафина, установленного в рабочей камере, светлая зона – рассеиватель контрастного света (рис. 3). Камера сфокусирована на переднем крае (темной зоне), вследствие чего волны, находящиеся на заднем фоне изображения, выглядят размытыми и имеют меньшую контрастность. Таким образом, волновая поверхность на переднем крае может быть отделена от остальной области по интенсивности пикселей.

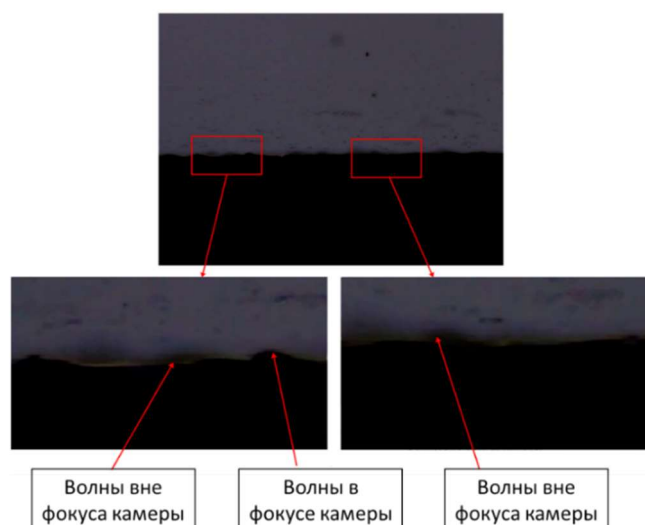


Рис. 3. Обрезанный исходный кадр в некоторый момент времени (сверху). Укрупненные участки (снизу)

### 3.1.1. Предобработка, бинаризация кадров и выделение контуров

Предобработка изображения показана на рис. 4 и включает:

1. **обрезку кадра** для исключения неинформативной части изображения;
2. **преобразование к оттенкам серого** [15] для анализа яркости вместо RGB-компонент;
3. **медианное размытие** [15], устраняющее шумы и неровности на фоне без искажения границ.

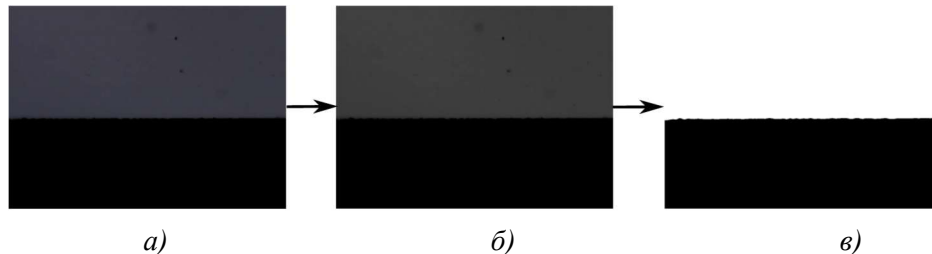


Рис. 4. Промежуточные этапы обработки кадра в момент времени  $t = 0.066$  с в боковой проекции. а) исходный кадр; б) кадр после конвертации в оттенки серого и применения размытия; в) кадр после применения операции бинаризации

После предобработки изображение бинаризуется по фиксированному порогу яркости  $T$ , выбранному эмпирически

$$B(x, y) = \begin{cases} 1, & I_{\text{med}}(x, y) \geq T, \\ 0, & I_{\text{med}}(x, y) < T \end{cases} \quad (1)$$

Бинаризация переводит изображение в черно-белую маску, где яркие области соответствуют верхней границе волны.

Для поиска контуров применяется стандартная функция `cv2.findContours`, реализующая алгоритм Suzuki–Abe [14, 17]. Из всех найденных контуров выбирается наиболее протяженный, который соответствует границе волновой поверхности. Для визуальной проверки контур накладывается на исходное видео так, как показано на рис. 5. Применение видеонаблюдения и извлечения волновых профилей описано, например, в работе [19], где применялись схожие методы фильтрации и бинаризации при обработке видеозаписей.

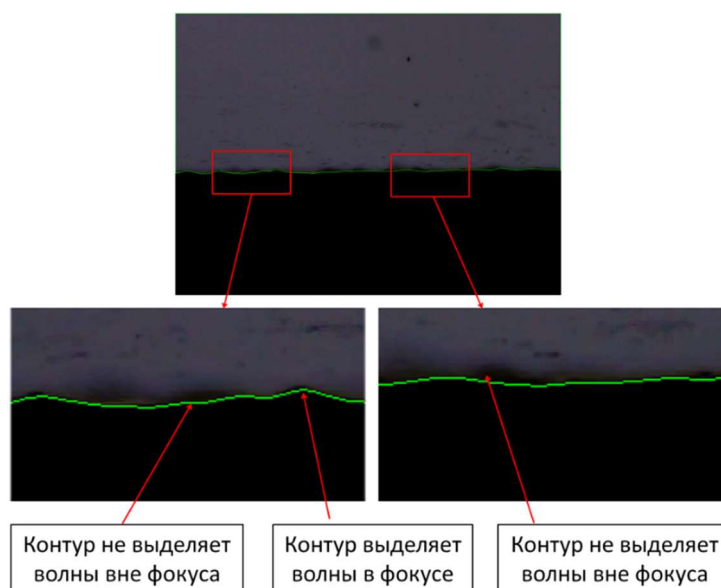


Рис. 5. Обрезанный исходный кадр с найденным контуром

### 3.1.2. Интерпретация полученного контура

Полученный контур  $\Gamma = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$  используется как одномерный сигнал  $f(x)$  для последующего анализа. На его основе вычисляются метрические параметры волн – длина волны  $\lambda$  и амплитуда  $h$ , определяемые как

$$\lambda_j = x_{j+1} - x_j, \quad h_j = |y_j - y_{base}|, \quad (2)$$

где  $(x_j, y_j)$  – координаты максимумов профиля, а  $y_{base}$  – уровень базовой линии, от которой считается отклонение максимума профиля.

### 3.2. Обработка видео в угловой проекции

Для распознавания волн и определения их параметров по всей поверхности образца парафина видео необходимо снимать под углом к этой поверхности, в связи с чем изображение содержит заметные перспективные искажения, а также легкую неравномерность освещения. Изображение в угловой проекции представляет из себя вид на конечный участок образца парафина с подсвеченной верхней гранью, с локальными темными участками, соответствующими гребням волн расплава.

Для обеспечения метрической корректности измерений характеристик волновой структуры выполнялось перспективное преобразование кадра. Для корректного нахождения гребней волн в условиях неравномерного освещения, необходимо применять более сложные процедуры относительно случая с боковой проекцией (см. разделы 3.2.2 и 3.2.3).

#### 3.2.1. Устранение перспективных искажений

Из-за съемки под углом в кадре возникают перспективные искажения: параллельные линии сходятся к точке перспективы, а расстояния и размеры на изображении перестают быть пропорциональны действительным метрическим величинам (см. рис. 6). Для корректного определения длин волн необходимо привести изображение к ортогональной проекции – процесс, называемый перспективным преобразованием [18].

Без устранения искажений расстояние между соседними гребнями волн, измеренное в пикселях, зависит от их положения в кадре, то есть объекты, расположенные ближе к камере, кажутся крупнее, а дальние – сжаты по шкале  $x'$ . Это приводит к систематической ошибке в оценке длины волны  $\lambda(x')$  вдоль пластины:

$$\lambda_{набл.}(x') = k(x') \cdot \lambda_{ист.}, \quad (3)$$

где  $k(x') < 1$  – масштабный коэффициент перспективы, зависящий от координаты. Ортогональная проекция обеспечивает постоянный масштаб  $k(x') = 1$  во всем преобразованном кадре.

При условии, что исходный кадр  $I(x, y)$  снят под углом к плоскости пластины, то связь между координатами точки на изображении  $\mathbf{x} = (x, y, 1)^T$  и ее истинным положением на плоскости  $\mathbf{x}' = (x', y', 1)^T$  задается проектной гомографией  $H$  (матрицей преобразования) [18].

Чтобы вычислить гомографию достаточно задать четыре пары соответствующих точек  $(x_i, y_i) \leftrightarrow (x'_i, y'_i)$ . В рассматриваемой задаче точки на плоскости пластины задаются вручную по первому кадру, а точки преобразованного кадра – по координатам, соответствующим реальной геометрии пластины. После получения точек гомография  $H$  находится с помощью функции `findHomography()` из библиотеки OpenCV [15].

После вычисления матрицы  $H$  кадр преобразуется функцией `warpPerspective()` библиотеки OpenCV [15], что соответствует операции следующего вида:

$$I'(x', y') = I(H^{-1}[x', y', 1]^T) \quad (4)$$

В результате каждая точка изображения переносится в новую систему координат с ортогональными осями  $x'$  и  $y'$  (рис. 6).

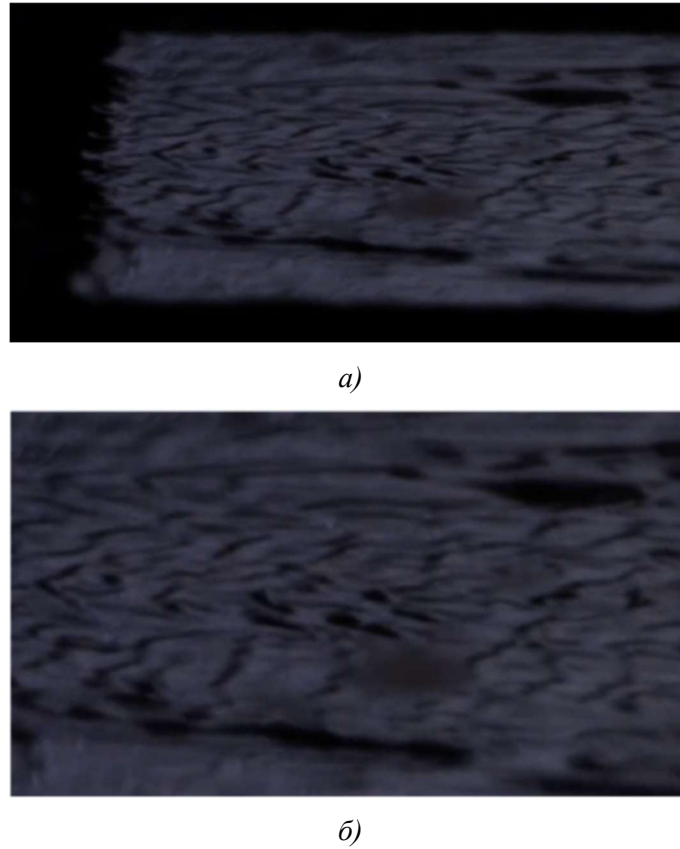


Рис. 6. Пример устранения перспективных искажений:  
а) исходный кадр; б) исправленный кадр

### 3.2.2. Предобработка и удаление фона

После устранения перспективных искажений, выполнялась предобработка изображения с целью устранения шумов, неоднородностей освещения (отражения, теней и неравномерного фокуса камеры), а также выделения высокочастотных структур – волновых фронтов.

Как и в случае с боковой проекцией (см. раздел 3.1.1), сначала к кадру последовательно применялись преобразование в оттенки серого и медианное сглаживание для устранения мелких шероховатостей на поверхности пластины. Далее, к сглаженному кадру применялась операция удаления фона.

Цель удаления фона – переход от исходного кадра  $I(x, y)$  к компоненте  $I_f(x, y)$ , описывающей только высокочастотные структуры (волны), без плавных изменений фона.

Яркость исходного кадра может быть представлена суммой низкочастотной (фоновой) и высокочастотной (волновой) компонент

$$I(x, y) = I_b(x, y) + I_f(x, y), \quad (5)$$

где  $I_b(x, y)$  – медленно изменяющаяся функция яркости, описывающая фон;  $I_f(x, y)$  – локальные колебания интенсивности, отвечающие структурам волновой поверхности.

Если не устранить фон, то методы бинаризации (см. раздел 3.2.3) могут работать некорректно, выделяя не только волны, но и тени/области с отличающейся освещенностью. Следовательно, необходимо оценить  $I_b$  и удалить его из исходного изображения

$$I_{\text{corr}}(x, y) = I(x, y) - \hat{I}_b(x, y), \quad (6)$$

где  $\hat{I}_b(x, y)$  – оценка фоновой компоненты.

В данной работе для удаления фона использовалась морфологическая операция Black-hat (Bottom-hat), выделяющая локально темные маломасштабные структуры на фоне медленно меняющейся яркости. Сама операция основана на элементарных операторах эрозии и дилатации.

Для реализации этого метода использовалась функция `morphologyEx(I, cv2.MORPH_BLACKHAT, kernel)` из библиотеки OpenCV [15]. Результатом работы Black-hat операции являются светлые области на месте черных гребней исходного изображения на однородном темном фоне. К такому кадру уже можно применять операцию бинаризации.

### 3.2.3. Бинаризация и морфологическая фильтрация

После предобработки кадра и удаления фона, как и в случае с боковой проекцией (см. раздел 3.1.2) выполняется бинаризация изображения, т.е. разделение всех пикселей изображения на два класса: фон и волны. Простая пороговая бинаризация по яркости в данном случае не подходит, т.к. требует настройки вручную и есть риск терять отдельные гребни волн. Поэтому, в данной работе применялся адаптивный метод Оцу (Otsu) [15, 16], автоматически выбирающий оптимальный порог на основе анализа распределения яркости. После бинаризации выполняются морфологические операции открытия и замыкания для удаления шумов и разрывов у найденных объектов.

После нахождения порога  $T^*$  формируется бинарное изображение (рис. 7).

$$B(x, y) = \begin{cases} 1, & I(x, y) \geq T^*, \\ 0, & I(x, y) < T^*, \end{cases} \quad (7)$$

где  $I(x, y)$  – яркость изображения.

После бинаризации часто остаются дефекты: одиночные шумовые пиксели, пустоты внутри областей, разрывы в контурах волн, «зубчатость» краев. Морфологические операции открытия и замыкания, примененные последовательно, позволяют сначала удалить шумы, а потом исправить дефекты отфильтрованных областей [15].



Рис. 7. Изображение, полученное после бинаризации

### 3.2.4. Выделение контуров и вычисление длин волн

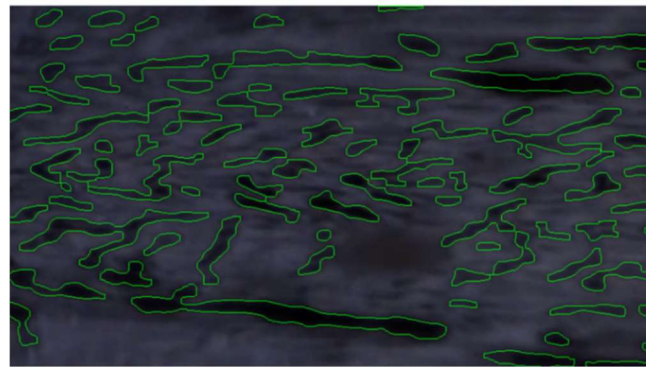
Как и в случае видео в боковой проекции, контуры ищутся с помощью алгоритма Suzuki-Abe [17] (см. раздел 3.1.2). Найденные контуры накладываются на видео с устраненными перспективными искажениями для проверки.

На каждом кадре по найденным контурам вычисляются длины волн. Для этого строится  $N = 20 \div 40$  горизонтальных линий внутри кадра проверки, как показано на рис. 8. Далее ищутся точки пересечения контуров с этими линиями, затем выбираются точки посередине краев контура. Расстояния между такими точками соответствуют локальным длинам волн в пикселях

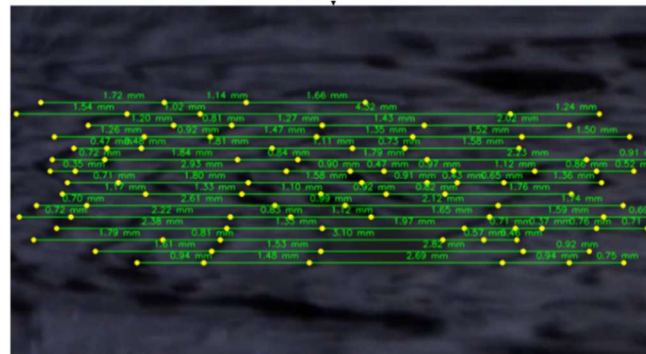
$$\lambda_i = x_{i+1} - x_i \quad (8)$$



Полученные данные сохраняются в файл с расширением .csv для дальнейшего анализа.



а)



б)

Рис. 8. Итоговое изображение после всех операций:  
а) выделение контуров; б) вычисление длин волн

#### 4. Результаты

После обработки видеофайлов экспериментов и данных численного расчета по методике, описанной выше, были проведены анализ и сравнение полученных результатов. Сравнение производится по двум ключевым характеристикам течения в слое расплава: по длине и амплитуде поверхностных волн.

При анализе видео эксперимента, обнаруживается, что формирование слоя расплава представляет из себя комплексный процесс, сопровождающийся не только течением расплава вдоль образца парафина, но и испарением парафина с поверхности, а также диспергированием слоя расплава. То есть с возникающих волн также срываются капли расплава, которые уносятся потоком и в дальнейшем испаряются. После окончания эксперимента и застывания расплавленного слоя парафина поверхность образца оставалась неровной, волновой, как показано на рис. 9.

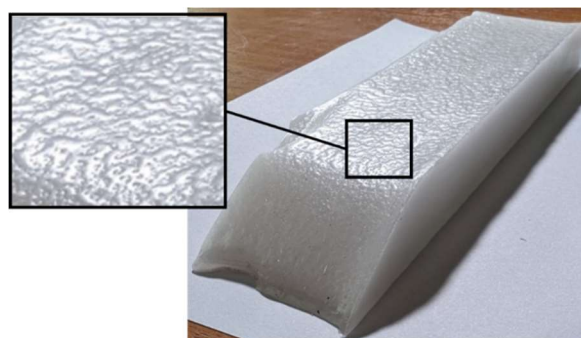


Рис. 9. Поверхность образца после эксперимента

На рис. 10 приведено полученное в численном расчете поле объемной доли расплава и твердой фазы парафина. Численный расчет качественно воспроизводит течение расплава и волны на его поверхности, наблюдаемые в эксперименте. Количественное сравнение измеренных и рассчитанных характеристик волн на поверхности приведено ниже.

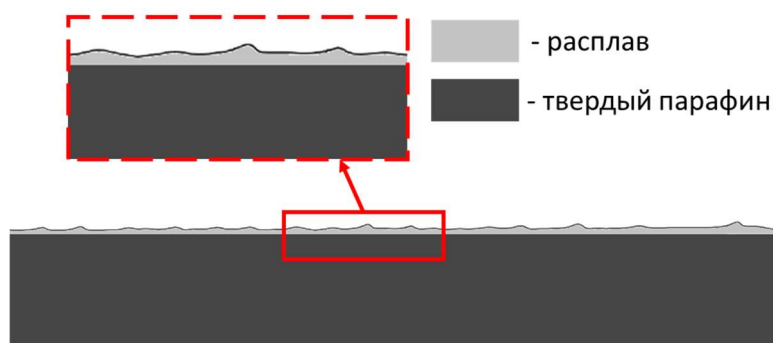


Рис. 10. Течение расплава на поверхности образца

#### 4.1. Сравнение длин волн расплава в эксперименте и численном расчете

Распределения длин волн, полученных при обработке видеок кадров эксперимента и расчетных полей при помощи методики, описанной в разделе 3, представлены совместно на гистограмме на рис. 11, а) (ширина столбца гистограммы соответствует диапазону длин волн  $\Delta\lambda = 0.1$  мм). Значительная часть функций распределения накладывается друг на друга, что говорит о совпадении результатов. При этом для результатов обработки видео с боковой проекции и численного расчета наблюдается практическое совпадение пиковых относительных частот распределения. Приведенные результаты, хорошо аппроксимируются при помощи функции логарифмически нормального распределения, соответствующие графики наложены на гистограмму, а параметры полученных функций указаны в таблице 2.

Представленная на рис. 11, б) кумулятивная функция распределения (CDF) для длин волн позволяет проанализировать интервалы распределения длин волн более подробно. В интервале длин волн от 0.6 мм до 3 мм лежит 90% всех регистрируемых волн с видео эксперимента в боковой проекции и 88 % волн, наблюдаемых в расчете. При обработке экспериментов с видео в угловой проекции данному интервалу принадлежит 80 % всех волн, а значительная часть спектра (порядка 10 %) соответствует длинам волн более 3 мм. Незначительное различие результатов обработки видео при боковой и угловой проекции (регистрации длинных волн) можно объяснить перспективными искажениями изображения или разницей в течении расплава по оси образца и около его боковой кромки.

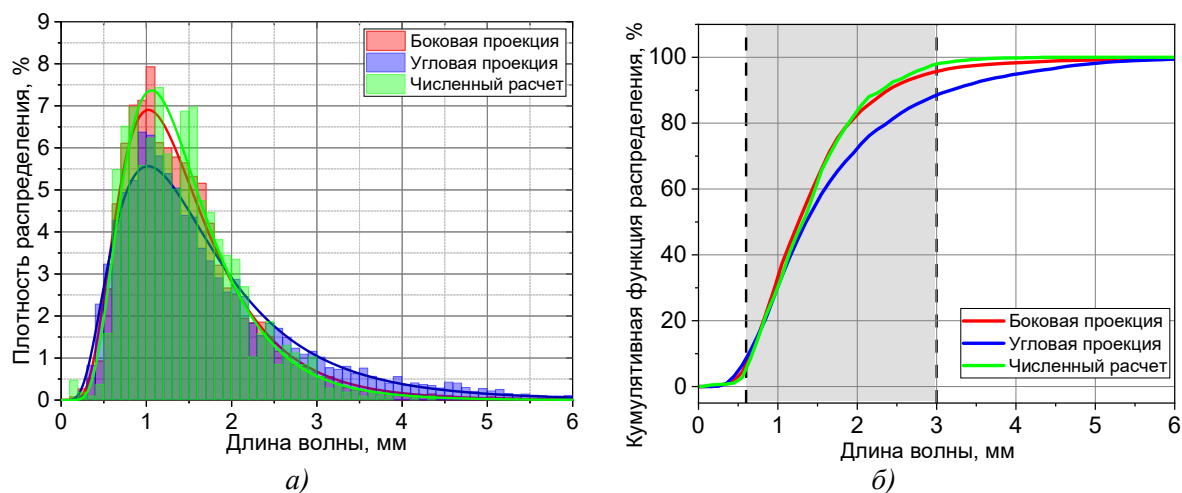


Рис. 11. Результаты сравнения длин волн: а) плотности вероятности; б) кумулятивная функция распределения

Таблица 2

## Параметры функции логарифмически нормального распределения

	Математическое ожидание логарифма амплитуды, $\mu$	Среднеквадратичное отклонение амплитуды, $\sigma$
Боковая проекция	0.27327	0.4978
Угловая проекция	0.36864	0.59056
Численный расчет	0.27057	0.45907

Аналогичным образом были обработаны данные по амплитудам волнам при съемке эксперимента в боковой проекции и численном расчете (рис. 12). Ширина столбца гистограммы соответствует диапазону амплитуд волн  $\Delta A = 0.05$  мм. Следует отметить, что для эксперимента в среднем регистрируются более высокоамплитудные волны, о чем свидетельствует наблюдаемый сдвиг кривой, соответствующей логарифмически нормальному распределению амплитуд волн для эксперимента, относительно аналогичной кривой распределения для численного расчета. Параметры функций распределения приведены в табл. 3. Несмотря на это, как видно из кумулятивных функций распределений, амплитуда волн в диапазоне от 0.05 мм до 0.5 мм регистрируется для 88 % волн в эксперименте и 85 % волн, полученных численно.

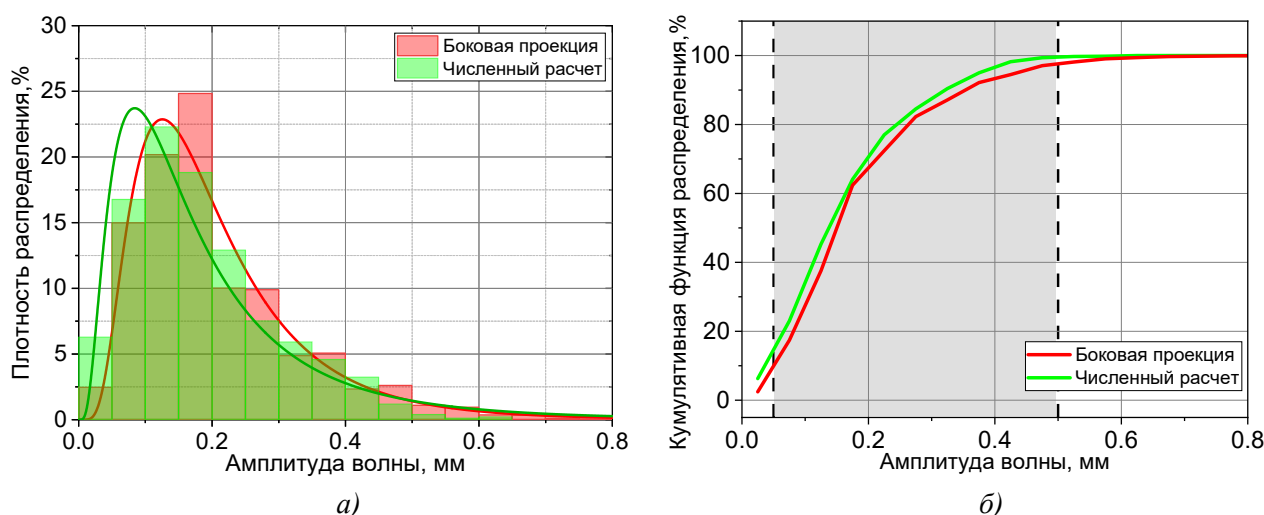


Рис. 12. Результаты сравнения амплитуд волн: а) плотности вероятности; б) кумулятивная функция распределения

Таблица 3

## Параметры функции логарифмически нормального распределения

	Математическое ожидание логарифма амплитуды, $\mu$	Среднеквадратичное отклонение амплитуды, $\sigma$
Боковая проекция	- 1.73273	0.58572
Численный расчет	- 1.90862	0.75336

Полученные в результате анализа распределения длин волн и их амплитуд данные позволяют говорить о высоком уровне соответствия результатов экспериментов и численного расчета.

## 5. Заключение

Используя современные алгоритмы компьютерного зрения и обработку изображений, разработана методика обработки видеофайлов экспериментов, позволяющая определять ключевые параметры волн, такие как длина волны и амплитуда. Методика продемонстрировала свою эффективность за счет простоты использования и получения результатов в сравнении с результатами ручной обработки кадров. Установлено, что предлагаемый подход обладает приемлемой точностью и надежностью, обеспечивая возможность получать качественные оценки волновых параметров даже в условиях съемки под углом и значительных перспективных искажений. Сравнение результатов, полученных с помощью методики, с численным расчетом показало хорошее совпадение.

Практическая значимость данной работы состоит в представлении инструмента для автоматического анализа и интерпретации экспериментов, что значительно сокращает трудоемкость обработки данных и повышает точность оценок физических величин. Полученные результаты найдут применение для дальнейших исследований в области физики горения, теплофизики и гидродинамики многофазных сред, способствуя лучшему пониманию механизмов формирования и распространения волн на границах фаз.

## Благодарности и ссылки на гранты

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 24-19-00703). Авторы выражают благодарность С. А. Рашковскому, Г. В. Гембаржевскому и С. Е. Якушу за помощь в проведении экспериментальной работы и численных расчетов.

## Литература

1. Kiskin A.B., Zarko V.E., Eremin I.V. Studying the paraffin based mixtures regression under high speed hot air blowing // *Acta Astronautica*. 2024. Vol. 216. Pp. 330–335.
2. Usanov V.A., Gembarzhetskii G.V., Rashkovskiy S.A., Yakush S.E. Melting and regression of paraffin samples in hot air flow // *Heat Transfer Research*. 2025. Vol. 56. No. 8. Pp. 27–44.
3. Mazzetti A., Merotto L., Pinarello G., Paraffin-based hybrid rocket engines applications: A review and a market perspective // *Acta Astronautica*. 2016. Vol. 126. Pp. 286–297.
4. Kobald M., Toson E., Ciezki H., Schlechtriem S., di Betta S., Coppola M., DeLuca L., Rheological, optical, and ballistic investigations of paraffin-based fuels for hybrid rocket propulsion using a two-dimensional slab-burner // *Progress in Propulsion Physics*. 2016. Vol. 8. Pp. 263–282.
5. Galfetti L., Merotto L., Boiocchi M., Maggi F., DeLuca L., Experimental investigation of paraffin-based fuels for hybrid rocket propulsion // *Progress in Propulsion Physics*. 2013. Vol. 4. Pp. 59–74.
6. Karabeyoglu A., Zilliac G., Cantwell B.J., DeZilwa S., Castellucci P. Scale-up tests of high regression rate paraffin-based hybrid rocket fuels // *J. Propul. Power*. 2004. Vol. 20. Pp. 1037–1045.
7. Paravan C., Galfetti L., Bisin R., Piscaglia F., Combustion processes in hybrid rockets. // *Int. J. Energetic Mater. Chem. Propul.* 2019. Vol.18. No. 3. Pp. 255–286.
8. Weinstein A., Gany A., Testing and modeling liquefying fuel combustion in hybrid propulsion. // *Progress in Propulsion Physics*. 2013. Vol. 4. Pp. 99–112.
9. Petrarolo A., Kobald M., Schlechtriem S. Understanding Kelvin–Helmholtz instability in paraffin-based hybrid rocket fuels // *Experiments in Fluids*. 2018. Vol. 59. No. 4.
10. Karabeyoglu M.A., Altman D., Cantwell B.J. Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 1, General theory // *J. Propul. Power*. 2002. Vol. 18. No. 3. Pp. 610–620.
11. Karabeyoglu M.A., Altman D., Cantwell B.J. Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 2, Stability of Liquid Films // *J. Propul. Power*. 2002. Vol. 18. No. 3. Pp. 620–630.

12. Сиваков Н. С., Усанов В. А. Экспериментальное и численное исследование плавления парафина под воздействием потока нагретого воздуха // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2024. Т. 25, вып. 7. <http://chemphys.edu.ru/issues/2024-25-7/articles/1137/>
13. Usanov V.A., Gembarzhevskii G.V., Rashkovskiy S.A., Yakush S.E. Critical conditions for self-ignition of a paraffin slab in high-temperature air flow // *Acta Astronautica*. 2025. (*In Print*). <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2025.10.059>
14. Bradski G. The OpenCV Library // Dr. Dobb's Journal. 2000.
15. OpenCV Documentation. Image Processing (imgproc module). OpenCV 4.11.0. 2025. URL: <https://docs.opencv.org/>.
16. Gonzalez R. C., Woods R. E. Digital Image Processing. 4th ed. Pearson, 2018. 1072 p.
17. Pratt W. K. Digital Image Processing: PIKS Inside. 4th ed. Wiley, 2007. 782 p.
18. Burger W., Burge M. J. Digital Image Processing: An Algorithmic Introduction Using Java. 2nd ed. Springer, 2016. 796 p.
19. Huang T. S., Yang G. J., Tang G. Y. A Fast Two-Dimensional Median Filtering Algorithm // *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1979. Vol. 27. No. 1. Pp. 13–18.

## References

1. Kiskin A. B., Zarko V. E., Eremin I. V., Studying the paraffin based mixtures regression under high speed hot air blowing, *Acta Astronautica*, 2024, vol. 216, pp. 330–335. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2024.01.005>
2. Usanov V. A., Gembarzhevskii G. V., Rashkovskiy S. A., Yakush S. E., Melting and regression of paraffin samples in hot air flow, *Heat Transfer Research*, 2025, vol. 56, no. 8, pp. 27–44. DOI: 10.1615/HeatTransRes.2024056249
3. Mazzetti A., Merotto L., Pinarello G., Paraffin-based hybrid rocket engines applications: A review and a market perspective, *Acta Astronautica*, 2016, vol. 126, pp. 286–297. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.04.036>
4. Kobald M., Toson E., Ciezki H., Schlechtriem S., di Betta S., Coppola M., DeLuca L., Rheological, optical, and ballistic investigations of paraffin-based fuels for hybrid rocket propulsion using a two-dimensional slab-burner, *Progress in Propulsion Physics*, 2016, vol. 8, pp. 263–282. DOI: 10.1051/eucass/201608263
5. Galfetti L., Merotto L., Boiocchi M., Maggi F., DeLuca L., Experimental investigation of paraffin-based fuels for hybrid rocket propulsion, *Progress in Propulsion Physics*, 2013, vol. 4, pp. 59–74. DOI: 10.1051/eucass/201304059
6. Karabeyoglu A., Zilliac G., Cantwell B.J., De Zilwa S., Castellucci P., Scale-up tests of high regression rate paraffin-based hybrid rocket fuels, *J. Propul. Power*, 2004, vol. 20, pp. 1037–1045. DOI: 10.2514/1.3340
7. Paravan C., Galfetti L., Bisin R., Piscaglia F., Combustion processes in hybrid rockets, *Int. J. Energetic Mater. Chem. Propul.* 2019, vol. 18, no. 3, pp. 255–286. DOI: 10.1615/IntJEnergeticMaterialsChemProp.2019027834
8. Weinstein A., Gany A., Testing and modeling liquefying fuel combustion in hybrid propulsion, *Progress in Propulsion Physics*, 2013, vol. 4, pp. 99–112. DOI: 10.1051/eucass/201304099
9. Petrarolo A., Kobald M., Schlechtriem S., Understanding Kelvin–Helmholtz instability in paraffin-based hybrid rocket fuels, *Experiments in Fluids*, 2018, vol. 59, no. 4. DOI:10.1007/s00348-018-2516-1
10. Karabeyoglu M. A., Altman D., Cantwell B. J., Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 1, General theory, *J. Propul. Power*, 2002, vol. 18, no. 3, pp. 610–620. DOI: 10.2514/2.5975
11. Karabeyoglu M. A., Altman D., Cantwell B. J., Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 2, Stability of Liquid Films, *J. Propul. Power*, 2002, vol. 18, no. 3, pp. 620–630. DOI: 10.2514/2.5975

12. Sivakov N. S., Usanov V. A., Numerical and Experimental Study of Paraffin Melting in a Heated Air Flow, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2024, vol. 25, no. 7 [in Russian]. <http://chemphys.edu.ru/issues/2024-25-7/articles/1137/>
13. Usanov V. A., Gembarzhevskii G. V., Rashkovskiy S. A., Yakush S. E., Critical conditions for self-ignition of a paraffin slab in high-temperature air flow, *Acta Astronautica*, 2025. (*In Print*). <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2025.10.059>
14. Bradski G., The OpenCV Library, *Dr. Dobb's Journal*, 2000, vol. 25, no. 11.
15. OpenCV Documentation. Image Processing (imgproc module). OpenCV 4.11.0. 2025 URL: <https://docs.opencv.org/>.
16. Gonzalez R. C., Woods R. E., *Digital Image Processing*, 4th ed., Pearson, 2018, 1072 p.
17. Pratt W. K., *Digital Image Processing: PIKS Inside*. 4th ed., Wiley, 2007, 782 p.
18. Burger W., Burge M. J., *Digital Image Processing: An Algorithmic Introduction Using Java*. 2nd ed., Springer, 2016, 796 p.
19. Huang T. S., Yang G. J., Tang G. Y., A Fast Two-Dimensional Median Filtering Algorithm, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1979, vol. 27, no. 1, pp. 13–18. DOI: 10.1109/TASSP.1979.1163188

Статья поступила в редакцию 7 декабря 2025 г.