

Numerical and Experimental Study of Paraffin Melting in a Heated Air Flow

N. S. Sivakov, V. A. Usanov

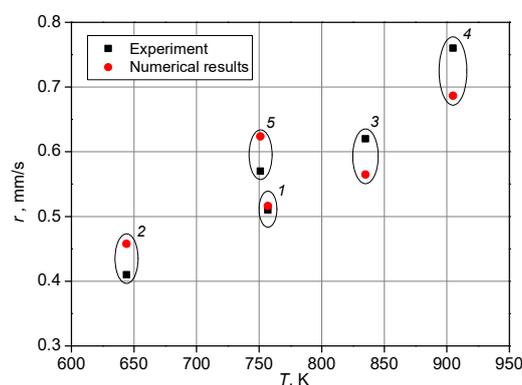
Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, 119526, Russia

sivakov@ipmnet.ru, usanov@ipmnet.ru

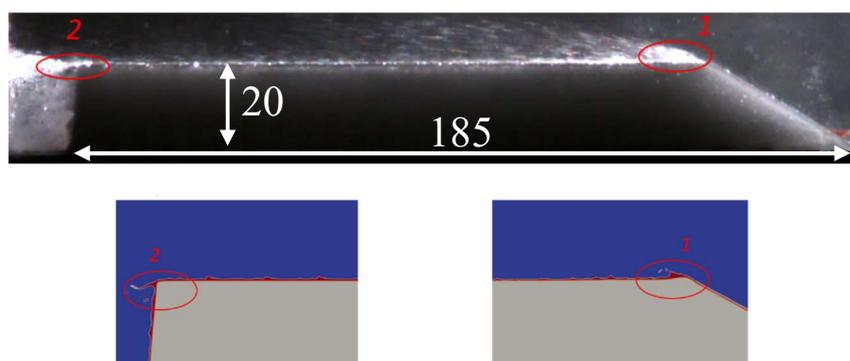
Abstract

Numerical and experimental results are presented for the problem of melting of a paraffin sample in a high-temperature gas flow. Two-dimensional numerical modeling was performed using the VOF method in the OpenFOAM software package. Agreement is observed between the sample shape obtained upon completion of the tests and numerical calculations. Acceptable agreement between the results for the sample regression rate for cases corresponding to different temperatures and air flow rates is obtained. For both research methods, the observed formation of a liquid paraffin layer and its disturbances due to the development of the Kelvin-Helmholtz instability are in qualitative agreement. Quantitative comparison of wavelengths characterizing the melt surface disturbances allows us to speak about the potential of the VOF method in problems requiring fine structure resolution.

Keywords: multiphase flow, melting, VOF, Kelvin-Helmholtz instability, fuel regression.



Regression rate of the paraffin (pairs of points 1-5 correspond to the cases in Table 1)



Features of the flow beyond the inclined inlet edge and near the trailing edge of the sample for the experiment and numerical calculation

УДК 536.421.1

Экспериментальное и численное исследование плавления парафина под воздействием потока нагретого воздуха

Н. С. Сиваков, В. А. Усанов

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
Россия, Москва, 119526, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1*

sivakov@ipmnet.ru, usanov@ipmnet.ru

Аннотация

Приведены численные и экспериментальные результаты для задачи о плавлении образца парафина при обдуве потоком высокотемпературного газа. Двумерное численное моделирование выполнялось при помощи метода VOF в программном пакете OpenFOAM. Наблюдается согласие формы образца, полученной по окончании испытаний и численного расчета. Получено приемлемое совпадение результатов по скорости регрессии образца для вариантов, соответствующих различной температуре и расходу воздуха. Для обоих методов исследования наблюдается образование жидкого слоя парафина и его возмущения вследствие развития неустойчивости Кельвина – Гельмгольца качественно согласуются. Количественное сравнение длин волн, характеризующих возмущения поверхности расплава, позволяет говорить о потенциале метода VOF в задачах с необходимостью детального разрешения структуры межфазных границ.

Ключевые слова: многофазное течение, плавление, VOF, неустойчивость Кельвина-Гельмгольца, регрессия топлива, парафин.

1. Введение

Все большее практическое применение твердого органического и полимерного топлив в промышленности и аэрокосмической отрасли обуславливается его простотой в использовании и безопасностью хранения. Недостатком полимерных твердых топлив по сравнению с легкоплавкими топливами является низкая скорость регрессии, так как главным механизмом массообмена с газовой фазой является пиролиз. В то же время легкоплавкие твердые топлива на основе парафина имеют в качестве дополнительного механизма массообмена унос капель расплавленного материала с его поверхности. Данный процесс, возникающий вследствие развития неустойчивости Кельвина – Гельмгольца, существенно интенсифицирует процесс смешения топлива с окислителем и даёт большую скорость регрессии.

В течение последних двух десятилетий проводились обширные аналитические, экспериментальные и численные исследования горения в твердотопливных гибридных двигателях [1]. Упор в некоторых экспериментальных работах делался на изучение скорости регрессии топлива [2–4]. В качестве модельного топлива в данных работах использовался парафин или смеси на основе парафина, из которого были сделаны образцы различной формы и размеров. В дальнейшем образцы подвергались воздействию потока различных окислителей, после чего определялась скорость регрессии парафина. Развитие возникающей неустойчивости Кельвина – Гельмгольца на границе раздела расплавленного топлива и окислителя изучалось как аналитически, так и экспериментально в работах [5–7], в которых получены критические значения скорости потока и длины волны формирующейся неустойчивости поверхности расплава.

В рамках данной работы были выполнены дополнительные экспериментальные исследования с использованием объектива высокого увеличения, что позволило определить параметры мелкомасштабных явлений. Кроме этого, представлены результаты скорости регрессии для некоторых экспериментов из работы [8].

Численное моделирование выполнялось также на основе серии экспериментов из работы [8]. Особенностью и отличием работы от исследований [9, 10] является детальное изучение стадии плавления парафина и трехфазное моделирование возникающего течения – учитывается наличие слоя расплавленного топлива на поверхности заряда. Конечной целью исследований является создание вычислительной модели, учитывающей процесс плавления материала при взаимодействии с турбулентным потоком горячего газа, фрагментацию возникающего расплава и его диспергирование на мелкие капли, в т.ч. с возможностью учета процесса горения, что определяет направление дальнейшей деятельности.

Сочетание экспериментальных и вычислительных методов исследования позволяет достичь более глубокого понимания процессов плавления и диспергирования парафина. Основное внимание уделяется сравнению качественных картин взаимодействия горячего потока с твердым топливом, количественной оценке скорости регрессии топлива и количественному сравнению параметров, характеризующих развитие неустойчивости Кельвина – Гельмгольца.

2. Математическая модель

Численное моделирование проводилось в программном пакете *OpenFOAM* [11] в двумерной постановке. Использовался стандартный расчетный модуль *icoReactingMultiphaseInterFoam*, он позволяет моделировать несжимаемые многофазные течения с возможностью учета фазового перехода.

Рассматривается трехфазная система, включающая в себя твердую фазу парафина, а также две несжимаемые жидкости (воздух и расплав). Для отслеживания контактной границы используется широко известный метод Volume of Fluid (VOF) [12]. Рассматривается некая эффективная жидкость, свойства которой зависят от объемных долей фаз α_i , при этом выполняется условие совместимости фаз $\alpha_a + \alpha_l + \alpha_s = 1$, здесь индекс a соответствует воздуху, l и s – жидкой и твердой фазе парафина соответственно. Свойства эффективной жидкости определяются как

$$\rho = \sum_k \alpha_k \rho_k, \quad c_p = \sum_k \alpha_k c_{p_k}, \quad \eta_{eff} = \sum_k \alpha_k \eta_{eff_k}, \quad \lambda_{eff} = \sum_k \alpha_k \lambda_{eff_k}, \quad (1)$$

здесь ρ – плотность; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; η_{eff} – эффективная динамическая вязкость (принимается $\eta_{eff_s} = 0$); λ_{eff} – эффективная теплопроводность, эффективные свойства рассчитываются как $\eta_{eff} = \eta + \eta_t$, $\lambda_{eff} = \lambda + \lambda_t$, где индекс t соответствует турбулентным свойствам.

Для учета в расчете эффектов турбулентности в работе используется модель крупных вихрей (LES), в качестве подсеточной модели выбрана модель Смагоринского [13].

Уравнение неразрывности для каждой из фаз имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho_k \alpha_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \alpha_k \mathbf{U}) = \Gamma_k \quad (2)$$

Учитывая несжимаемость и фазовый переход, получаем

$$\nabla \mathbf{U} = \Gamma \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_s} \right), \quad (3)$$

где \mathbf{U} – вектор скорости; Γ – источниковый член, ответственный за плавление твердой фазы, определяющийся как скорость плавления на единицу объема, $\Gamma = \Gamma_l = -\Gamma_s$.

Уравнения сохранения импульса и энергии принимают следующую форму:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} \right] = -\nabla P + \nabla \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_s - C_u \cdot \mathbf{U}, \quad (4)$$

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) T \right] = \nabla \cdot (\lambda_{eff} \nabla T) - \Gamma \Delta h_{melt} \quad (5)$$

Здесь P – давление; T – температура; \mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения; Δh_{melt} – удельная теплота плавления; $\boldsymbol{\tau}$ – тензор напряжений, $\boldsymbol{\tau} = \eta_{eff} (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T - (2/3) \mathbf{I} (\nabla \cdot \mathbf{U}))$; \mathbf{I} – единичный тензор.

Для моделирования эффектов поверхностного натяжения используется модель CSF (Continuous Surface Force [14, 15]). В данной постановке полная сила поверхностного натяжения равна силе поверхностного натяжения, действующей на жидкий парафин в воздухе

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{F}_{s,l} = \sigma_l \kappa_l \nabla \alpha_l, \quad (6)$$

где σ_l – коэффициент поверхностного натяжения расплава парафина; $\kappa_l = -\nabla (\nabla \alpha_l / |\nabla \alpha_l|)$ – кривизна поверхности.

Отметим, что в уравнении импульса добавлен искусственный источник $C_u = C \alpha_s^2 / (1 - \alpha_s)^3$, введенный для подавления движения твердой фазы. Данный источник введен в соответствии с законом Дарси для пористой среды, реализованным в *OpenFOAM* при помощи метода [16]. Коэффициент C представляет собой константу с высоким значением, в расчетах принимается $C = 10^{12}$. Таким образом, данный источник индуцирует высокое сопротивление в областях присутствия твердой фазы ($\alpha_s > 0$), при этом обращаясь в ноль в области жидкости.

Источниковый член, определяющий плавление парафина, задается при помощи полуэмпирической модели Lee [17]

$$\Gamma = \rho_s \alpha_s C_{sl} \frac{\max(T - T_m, 0)}{T_m} \quad (7)$$

Здесь T_m – температура плавления парафина; C_{sl} – модельный коэффициент (размерность 1/с), определяющий характерное время плавления, его значение рекомендуется подбирать исходя их экспериментальных данных, в расчетах принимается $C_{sl} = 20$.

3. Параметры эксперимента и численного моделирования

Экспериментальная часть работы выполнялась на исследовательской установке лаборатории термогазодинамики и горения ИПМех РАН [8]. Суть экспериментов состояла в обтекании потоком высокоскоростного нагретого сжатого атмосферного воздуха образца легкоплавкого твердого топлива, выполненного из парафина марки П2, выбранной за счет своей низкой температуры плавления. Из парафина были сделаны заготовки в виде прямоугольных брусков со скошенной под 30° входной кромкой размерами $185 \times 50 \times 20$ мм Д \times Ш \times В. Рабочим газом является сжатый атмосферный воздух, который, проходя через нагреватель, приобретает необходимую температуру вплоть до 600° С. Расход газа регулировался давлением в баллонах и регулировочным клапаном. Каждый запуск установки фиксировался на высокоскоростную камеру, оборудованную макрообъективами.

Расчетная область двумерной задачи представляла собой плоскость симметрии реальной экспериментальной камеры. На рис. 1 приведена расчетная область задачи, с наложенными на нее полем объемной доли твердого парафина (рис. 1, а) и сеточной моделью, соответствующей задачам, акцентированным на изучение скорости регрессии топлива (рис. 1, б).

Для таких задач моделировалось 5 секунд реального времени. Постоянная скорость потока воздуха в эксперименте достигается спустя $0.1 \div 0.2$ секунды работы установки, этим временем можно пренебречь при сравнении результатов. Расчетная область была покрыта сеткой из квадратных элементов со стороной 1 мм, в области плавления парафина ячейка была измельчена до 0.25 мм. Для изучения течения расплава и развития неустойчивости Кельвина – Гельмгольца использовалась расчетная сетка с 5 уровнями измельчения, итоговый размер ячейки в области течения расплава составлял 31.25 мкм. Поток входит в область через правую границу, на которой задается постоянное значение скорости воздуха (fixedValue), и выходит через левую (inletOutlet). На верхней и нижней стенке задано граничное условие прилипания (noSlip).

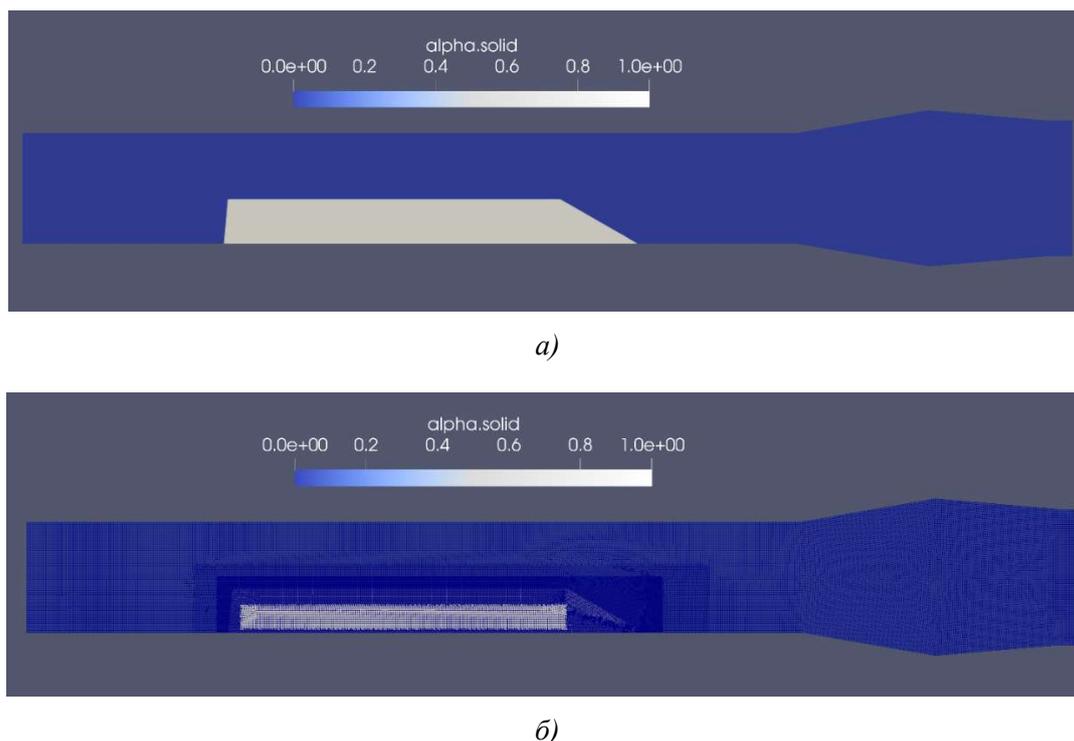


Рис. 1. Расчетная область задачи: а) поле объемной доли твердого парафина; б) сеточная модель

Численные расчеты проводились для нескольких проведенных экспериментов [8] с параметрами, приведенными в табл. 1. Данные варианты отличаются температурой и давлением на входе в камеру, а также расходом газа, что позволит исследовать влияние данных параметров на скорость регрессии топлива. В расчетах на входе в камеру задавался поток воздуха со скоростью и плотностью, рассчитанными через параметры эксперимента. Твердый парафин имел температуру $T_p = 303$ К, плавление парафина начинается при $T_m = 324$ К.

Таблица 1

Параметры экспериментов [8]

№ варианта	G , кг/сек	$T_{вх}$, К	$P_{вх}$, атм
1	0.124	757	4.58
2	0.128	644	4.23
3	0.129	835	4.88
4	0.180	905	7.47
5	0.191	751	5.65

В расчетах физические свойства воздуха менялись в зависимости от варианта, а свойства твердого и жидкого парафина принимались постоянными в соответствии с табл. 2.

Таблица 2

Физические свойства твердого и жидкого парафина

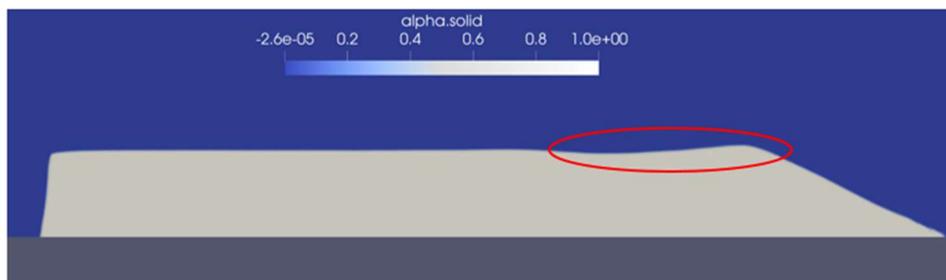
Фаза	ρ , кг/м ³	C_p , Дж/(кг·К)	μ , мПа·с	λ , Вт/(м·К)	Δh , кДж/кг
Твердая	900	2900	–	0.25	150
Жидкая	780	3000	15	0.15	–

4. Результаты

Сравнение численных и экспериментальных результатов производится на основании сопоставления ключевых аспектов, характеризующих развитие многофазного течения в данной задаче. Для этого анализировались конечные формы образцов, скорость регрессии топлива, структура течения, рассматривалось развитие неустойчивости Кельвина – Гельмгольца.

4.1. Плавление образца парафина, скорость регрессии топлива

Произведено сравнения конечных форм образца парафина, полученных после проведения эксперимента и численного расчета (рис. 2). Для возможности сравнения с двумерным расчетом экспериментальный образец разрезался в срединном сечении, таким образом можно осуществить сравнение формы бокового сечения образца и численного поля объемной доли твердой фазы парафина.



а)



б)

Рис. 2. Форма образца, полученная в результате численного моделирования (а) и экспериментально (б) для варианта, соответствующего №1 в табл. 1. Выделенные красным области соответствуют зонам отрывного течения и более интенсивного плавления

Особый интерес при таком сравнении представляет область отрывного течения, образующаяся в зоне перехода от передней (наклонной) кромки образца к верхней. Отрыв потока приводит к более интенсивному плавлению (по сравнению с остальной частью поверхности)

в близлежащей области, что хорошо заметно как в расчете, так и в эксперименте, однако размер этой зоны, полученный численно, заметно больше экспериментального. За этой областью форма образца довольно ровная, возникновение небольших возмущений, заметных на испытываемом образце, может быть связано с трехмерными эффектами.

В эксперименте скорость линейной регрессии парафина определялась путем взвешивания образца после испытания и соответствующих преобразований. Получено, что линейная скорость регрессии образца лежит в диапазоне от 0.2 мм/с для низких температур на входе в камеру и при низком расходе воздуха до 1 мм/с для высоких температур и расхода газа.

В численных расчетах масса расплавленного парафина вычислялась путем интегрирования поля Γ (скорость плавления на единицу объема) по объему и следом по времени. Полученные экспериментально и численно скорости регрессии для вариантов из табл. 1 приведены на рис. 3.

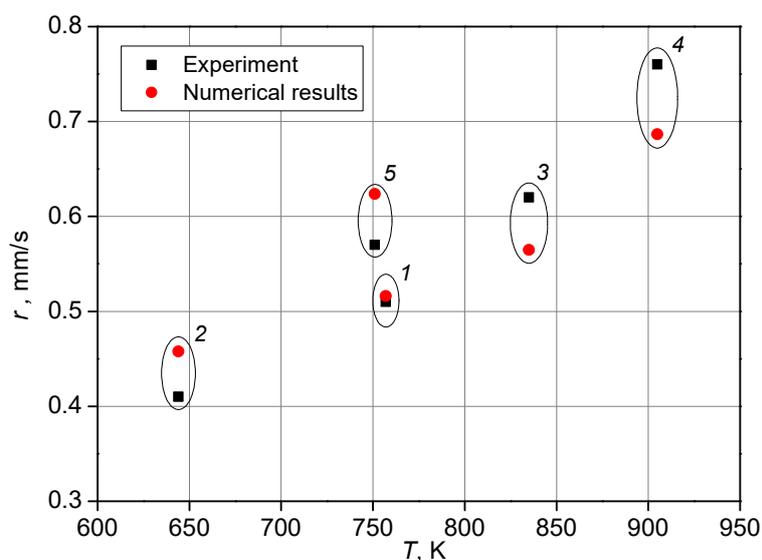


Рис. 3. Скорость регрессии топлива (пары точек 1-5 соответствуют вариантам в табл. 1)

Расходимость результатов расчета относительно экспериментальных данных не превышает $\pm 10\%$. Также воспроизводится основная наблюдаемая в эксперименте зависимость – скорость регрессии повышается при увеличении температуры воздуха (наглядно видно для пар точек 1, 2, 3, скорость газа для этих вариантов остается примерно постоянной) и его расхода (для вариантов, соответствующих парам точек 1, 5, температура газа незначительно отличается). Экспериментальные данные показывают, что с ростом температуры потока скорость регрессии образца начинает изменяться быстрее и для пар точек 3 и 4 экспериментально полученные скорости регрессии выше, чем численные. Это можно объяснить возникающим в экспериментах при данных параметрах горением в области торца образца (левая сторона образца на рис. 2), что приводит к повышению температуры и усиленному плавлению поверхности в данной зоне.

Количественные различия численных результатов с экспериментальными можно объяснить двумерностью расчета – в эксперименте вблизи стенок камеры сгорания на поверхности образца наблюдается более слабая регрессия парафина. Так же влияние на результат оказывает упрощенный характер используемой модели фазового перехода. Действительно, расчеты показали сильную зависимость скорости регрессии от коэффициента C_{sl} из уравнения (7). В то же время, недавняя работа по кристаллизации воды [18], идея которой состоит в определении коэффициента C_{sl} на основе классической теории нуклеации, показала сложную зависимость коэффициента C_{sl} от температуры. Развитие модели фазового перехода остается приоритетным направлением дальнейших исследований.

4.2. Течение расплава парафина, развитие неустойчивости Кельвина – Гельмгольца на его поверхности

Анализируя кадры эксперимента, полученные на высокоскоростную камеру, видно, что на поверхности заряда образуется слой расплава, который под действием сдвиговых напряжений со стороны газового потока течет вдоль поверхности образца. Можно также заметить, что граница раздела между жидким расплавом и газовым потоком становится непрерывно возмущенной вследствие развития неустойчивости Кельвина – Гельмгольца, происходящего в несколько этапов. В период времени от начала работы установки до момента $t = 0.4$ с (рис. 4, *а*) происходит прогрев верхнего слоя образца парафина, после чего начинает образовываться жидкая пленка. На следующем этапе образования пленки ($t = 0.4 \div 0.5$ с) толщина слоя расплава недостаточно велика, и воздействие набегающего потока окислителя не оказывает существенного влияния (рис. 4, *б*), а только приводит к движению расплава вдоль поверхности. После, за счет неустойчивости Кельвина – Гельмгольца, начинают образовываться характерные волны (рис. 4, *в*, *г*).

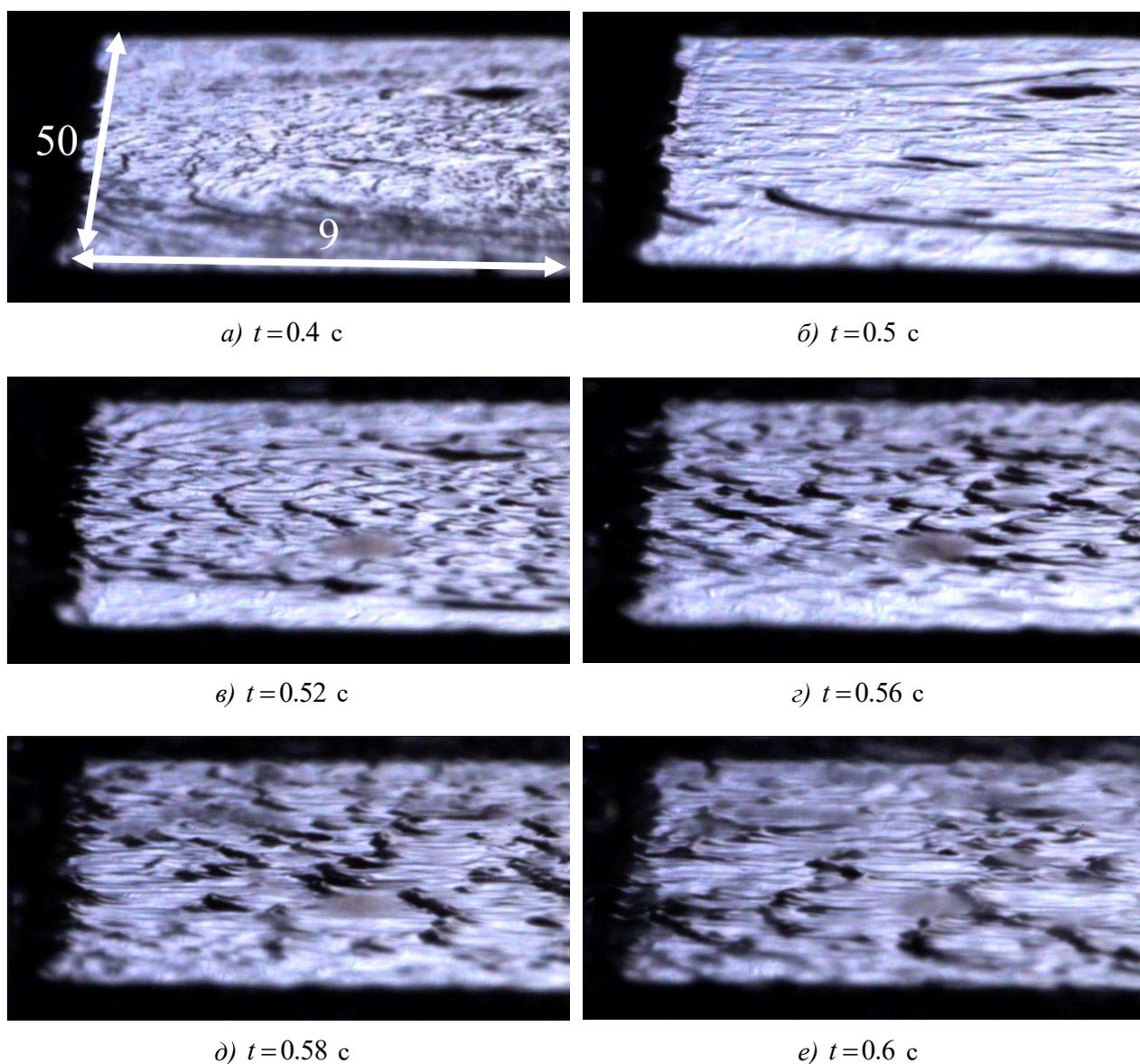


Рис. 4. Развитие жидкой пленки расплавленного парафина на поверхности образца

В начале периода формирования волн ($t = 0.5 \div 0.58$ с) амплитуды и длины волн небольшие, но по мере дальнейшего развития волн, их амплитуда и длина увеличиваются, и с гребней сбрасывается некоторое количество материала, увлекаемого потоком; этот материал (капли) способствует увеличению скорости регрессии топлива. Далее, характер формирования и течения волн на поверхности расплава существенно не меняется (рис. 4, е)

На кадрах эксперимента также можно обнаружить более крупномасштабные явления: в месте отрыва потока (перехода наклонной поверхности в горизонтальную) имеет место скапливание расплава и его диспергирование воздухом на мелкие фрагменты (зона 1, рис. 5, а). По верхней кромке наблюдается течение расплава вплоть до его срыва с задней кромки и диспергирования на отдельные капли (зона 2, рис. 5, а). Данные особенности потока просматриваются и на численных расчетах (рис. 5, б, зоны 1, 2). Видно, что для отслеживания возникающих в эксперименте мелких капелек либо недостаточно используемого пространственного разрешения, либо необходимо использование трехмерной вычислительной модели.

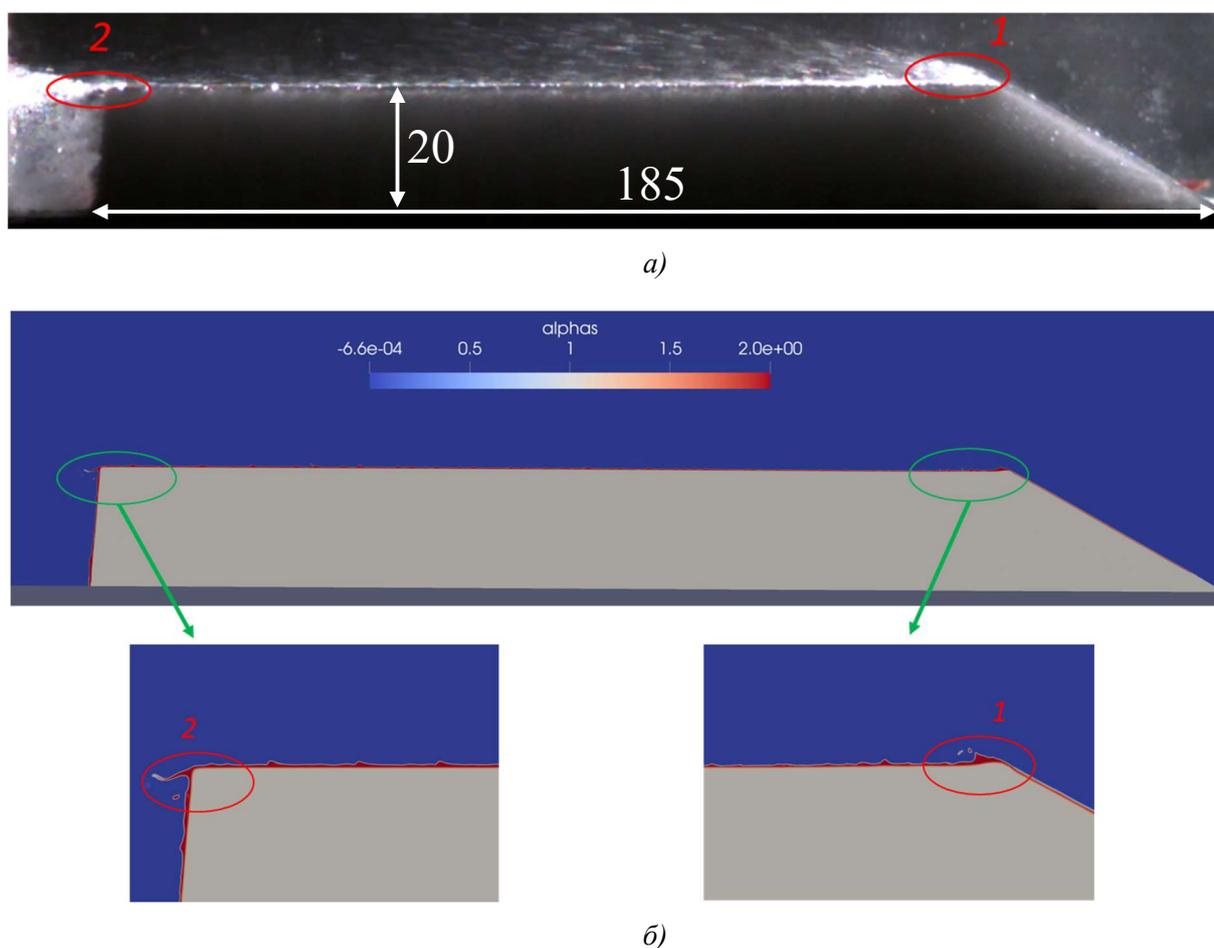


Рис. 5. Особенности течения за наклонной входной кромкой и вблизи задней кромки образца: а) эксперимент; б) численный расчет

На рис. 6, а приведено поле объемной доли жидкой и твердой фазы парафина вблизи задней кромки образца, полученное численным моделированием. Видно, что поверхность расплава возмущена волнами различной длины λ . Волны с наибольшей амплитудой имеют длину порядка 4 мм. Для согласования данных с экспериментом был проведен анализ кадров видео, полученных с помощью объектива высокого увеличения. На рис. 6, б показаны результаты определения длины волны: $\lambda_1 = 2.9$ мм, $\lambda_2 = 2.7$ мм, $\lambda_3 = 4.8$ мм, $\lambda_4 = 2.3$ мм, $\lambda_5 = 3.6$ мм, $\lambda_6 = 1.9$ мм. Средняя длина волны составила $\lambda_{cp} = 3$ мм, что хорошо согласуется с численными результатами.

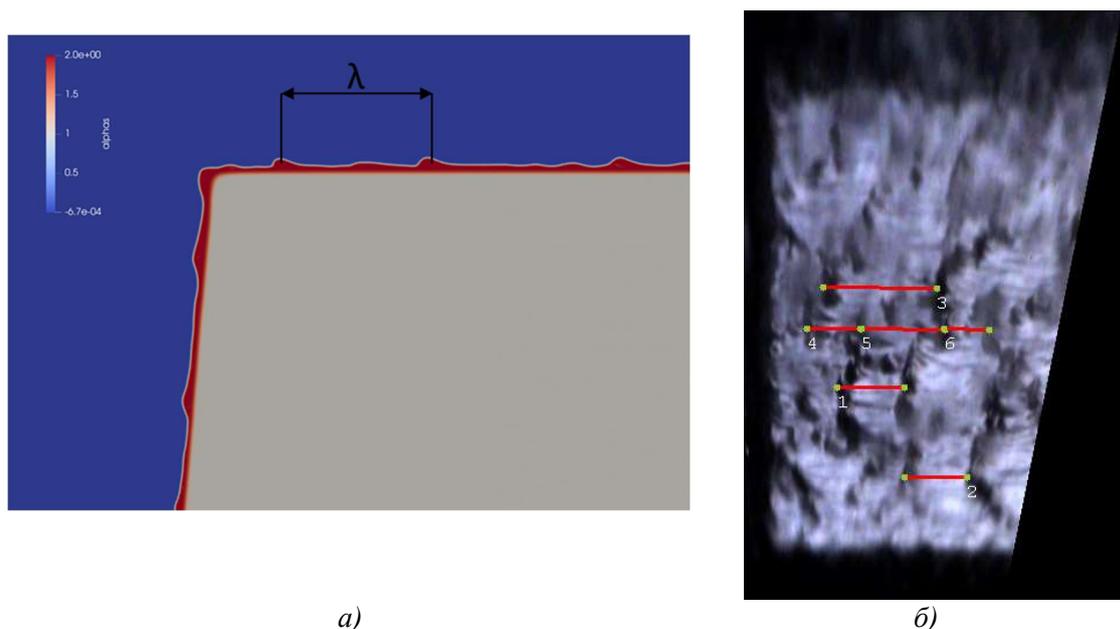


Рис. 6. Развитие неустойчивости Кельвина – Гельмгольца на поверхности расплава парафина в результате численного моделирования (а) и экспериментально (б) для варианта, соответствующего № 2 в табл. 1

5. Заключение

Представленные в данной работе результаты экспериментального и численного исследования взаимодействия образца парафина с потоком нагретого воздуха демонстрируют качественное и количественное совпадение. Наблюдается согласие формы образца, полученной по окончании испытаний и численного расчета. Получено приемлемое совпадение результатов по скорости регрессии образца для вариантов, соответствующих различной температуре и расходу воздуха. В целом, результаты численного моделирования подтвердили полученную экспериментально зависимость скорость регрессии парафина от температуры и массового расхода воздушного потока. Для обоих методов исследования наблюдаемое образование жидкого слоя парафина и его возмущения вследствие развития неустойчивости Кельвина – Гельмгольца качественно согласуются. Основное направление дальнейшей работы – совершенствование вычислительной модели: расчет фрагментации возникающего расплава и его диспергирование на мелкие капли, в т.ч. с возможностью учета процесса горения.

Благодарности и ссылки на гранты

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФ (проект № 24-19-00703).

Часть численных расчетов была выполнена с использованием вычислительных ресурсов Межведомственного суперкомпьютерного центра (МСЦ РАН) (<https://www.jscc.ru>)

Авторы выражают благодарность С. А. Рашковскому, Г. В. Гембаржевскому и С. Е. Якушу за помощь в проведении экспериментальной работы и численных расчетов.

Литература

1. Mazzetti A., Merotto L., Pinarello G. Paraffin-based hybrid rocket engines applications: A review and a market perspective // Acta Astronautica. 2016. Vol. 126. Pp. 286–297.
2. Kiskin A.B., Zarko V.E., Eremin I.V. Studying the paraffin based mixtures regression under high speed hot air blowing // Acta Astronautica. 2024. Vol. 216. Pp. 330–335.

3. Nakagawa I., Hikone S. Study on the regression rate of paraffin-based hybrid rocket fuels // *J. Propul. Power*. 2011. Vol. 27. Pp. 1276–1279.
4. Karabeyoglu A., Ziliac G., Cantwell B.J., DeZilwa S., Castellucci P. Scale-up tests of high regression rate paraffin-based hybrid rocket fuels // *J. Propul. Power*. 2004. Vol. 20. Pp. 1037–1045.
5. Karabeyoglu M.A., Altman D., Cantwell B.J. Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 1, General theory // *J. Propul. Power*. 2002. Vol. 18. No. 3. Pp. 610–620.
6. Karabeyoglu M.A., Altman D., Cantwell B.J. Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 2, Stability of Liquid Films // *J. Propul. Power*. 2002. Vol. 18. No. 3. Pp. 620–630.
7. Petrarolo A., Kobald M., Schlechtriem S. Understanding Kelvin–Helmholtz instability in paraffin-based hybrid rocket fuels // *Experiments in Fluids*. 2018. Vol. 59. No. 4.
8. Усанов В.А., Гембаржевский Г.В., Рашковский С.А., Якуш С.Е. Экспериментальное определение параметров самовоспламенения твердого легкоплавкого топлива. Тезисы XVII Всероссийского симпозиума по горению и взрыву. Изд-во: Федеральный исследовательский центр проблем химической физики и медицинской химии Российской академии 2023 г. С. 69–70.
9. Rashkovskiy S. A., Yakush S. E. Numerical simulation of low-melting temperature solid fuel regression in hybrid rocket engines // *Acta Astronautica*. 2020. Vol. 176. Pp. 710–716.
10. Adachi M., Shimada, T. Liquid films instability analysis of liquefying hybrid rocket fuels under supercritical conditions // *AIAA Journal*. 2015. Vol. 53. No. 6. Pp. 1578–1589.
11. OpenFOAM. The open source CFD toolbox. 2012. URL <https://www.openfoam.com>
12. Hirt C. W., Nichols B. D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys*. 1981. Vol. 39. Pp. 201–225.
13. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations. Part I, the basic experiment // *Monthly Weather Review*. 1963. Vol. 91. No. 3. Pp. 99–164.
14. Brackbill J. U., Kothe D. B., & Zemach C. A Continuum Method for Modeling Surface Tension // *Journal of Computational Physics*. 1992. Vol. 100. No. 2. Pp. 335–354.
15. Tryggvason G., Scardovelli R., Zaleski S., 2011. Direct numerical simulations of gas-liquid multiphase flow. Cambridge University Press. 2011. Cambridge. UK.
16. Voller V. R., Prakash C. A fixed grid numerical modeling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems // *Int. J. of Heat and Mass Transfer*. 1987. Vol. 30. No. 8. Pp. 1709–1719.
17. Lee W.H. A Pressure Iteration Scheme for Two-Phase Modeling. Los Alamos Scientific Laboratory. 1979. Los Alamos. New Mexico. Technical Report LAUR 79–975.
18. Huang. C., Wang W., Li W. A novel 2D model for freezing phase change simulation during cryogenic fracturing considering nucleation characteristics // *Applied Sciences*. 2020. Vol. 10. No. 9. P. 3308.

References

1. Mazzetti A., Merotto L., Pinarello G., Paraffin-based hybrid rocket engines applications: A review and a market perspective, *Acta Astronautica*, 2016, vol. 126, pp. 286–297. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.04.036>
2. Kiskin A. B., Zarko V. E., Eremin I. V., Studying the paraffin based mixtures regression under high speed hot air blowing, *Acta Astronautica*, 2024, vol. 216, pp. 330–335. DOI: 10.1016/j.actaastro.2024.01.005
3. Nakagawa I., Hikone S., Study on the regression rate of paraffin-based hybrid rocket fuels, *J. Propul. Power*, 2011, vol. 27, pp. 1276–1279.
4. Karabeyoglu A., Ziliac G., Cantwell B.J., DeZilwa S., Castellucci P., Scale-up tests of high regression rate paraffin-based hybrid rocket fuels, *J. Propul. Power*, 2004, vol. 20, pp. 1037–1045.
5. Karabeyoglu M. A., Altman D., Cantwell B. J., Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 1, General theory, *J. Propul. Power*, 2002, vol. 18, no. 3, pp. 610–620.

6. Karabeyoglu M. A., Altman D., Cantwell B. J., Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 2, Stability of Liquid Films, *J. Propul. Power*, 2002, vol. 18, no. 3, pp. 620–630.
7. Petrarolo A., Kobald M., Schlechtriem S., Understanding Kelvin–Helmholtz instability in paraffin-based hybrid rocket fuels, *Experiments in Fluids*, 2018, vol. 59, no. 4. DOI: 10.1007/s00348-018-2516-1
8. Usanov V. A., Gembarzhevskij G. V., Rashkovskij S. A., Yakush S. E., *Experimental determination of the parameters of self-ignition of low-melting solid fuels*. Abstracts of the XVII All-Russian Symposium on combustion and explosion, RUSSIAN ACADEMY of SCIENCES Federal Research Center of Problems of Chemical Physics and Medicinal Chemistry (FRC PCPMC RAS), 2024, pp. 69–70 [in Russian].
9. Rashkovskiy S. A., Yakush S. E., Numerical simulation of low-melting temperature solid fuel regression in hybrid rocket engines, *Acta Astronautica*, 2020, vol. 176, pp. 710–716. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.05.002>
10. Adachi M., Shimada T., Liquid films instability analysis of liquefying hybrid rocket fuels under supercritical conditions, *AIAA Journal*, 2015, vol. 53, no. 6, pp. 1578–1589. <https://doi.org/10.2514/1.J053459>
11. OpenFOAM. The open source CFD toolbox. 2012. URL <https://www.openfoam.com>.
12. Hirt C. W., Nichols B. D., Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.*, 1981, vol. 39, issue 1, pp. 201–225. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90145-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90145-5)
13. Smagorinsky J., General circulation experiments with the primitive equations. Part I, the basic experiment, *Monthly Weather Review*, 1963, vol. 91, no. 3, pp. 99–164. [http://dx.doi.org/10.1175/1520-0493\(1963\)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2](http://dx.doi.org/10.1175/1520-0493(1963)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2)
14. Brackbill J. U., Kothe D. B., & Zemach C., A Continuum Method for Modeling Surface Tension, *Journal of Computational Physics*, 1992, vol. 100, no. 2, pp. 335–354. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(92\)90240-Y](https://doi.org/10.1016/0021-9991(92)90240-Y)
15. Tryggvason G., Scardovelli R., Zaleski S., *Direct numerical simulations of gas-liquid multiphase flow*, Cambridge University Press. 2011. Cambridge. UK.
16. Voller V. R., Prakash C., A fixed grid numerical modeling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 1987, vol. 30, no. 8, pp. 1709–1719. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(87\)90317-6](https://doi.org/10.1016/0017-9310(87)90317-6)
17. Lee W. H., *A Pressure Iteration Scheme for Two-Phase Modeling*, Los Alamos Scientific Laboratory. 1979. Los Alamos. New Mexico. Technical Report LAUR 79–975.
18. Huang C., Wang W., Li W., A novel 2D model for freezing phase change simulation during cryogenic fracturing considering nucleation characteristics, *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, no. 9, p. 3308. <https://doi.org/10.3390/app10093308>

Статья поступила в редакцию 22 ноября 2024 г.