

On the Influence of Turbulence on the Coagulation of Droplets during Bulk Condensation in a Steam-Gas Flow

A. A. Sidorov, A. K. Yastrebov

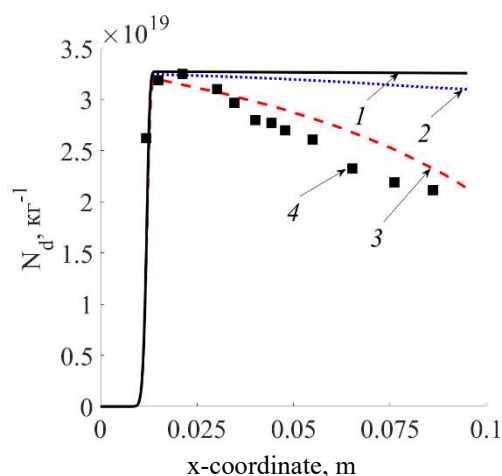
National Research University "MPEI",
Moscow, 111250, Russia

AlexSid-MPEI@yandex.ru

Abstract

Bulk condensation is one of the frequently encountered and exploited processes in gas purification technologies from impurities. The phase transition process can be conditionally divided into stages which are droplet formation and their growth due to two simultaneously acting mechanisms: ongoing vapor condensation on the surface of the formed droplets and droplet coagulation due to their collisions. Early calculational estimates of coagulation showed a good qualitative agreement, but significant quantitative difference between the calculational and experimental data. Within the framework of the present work, a hypothesis is put forward about a possible reason of these differences: in a one-dimensional statement, turbulent disturbances are not considered. The main objective is to test the hypothesis about the need to consider turbulence within the framework of the calculation model for an expanding flow in which bulk condensation occurs. The proposed modification of the method allows considering the effect of turbulent disturbances on the coagulation of condensation aerosol particles, which can be significant, for example, in vapor-liquid turboexpanders. The paper considers the bulk condensation of heavy water vapor mixed with nitrogen, acting as a non-condensable carrier gas, in the flow part of a Laval slot nozzle considering coagulation and turbulence. The hypothesis about the effect of considering turbulence in the system of gas dynamics equations on the process of droplet (particle) coagulation of a condensing impurity in the flow is confirmed. It is revealed that taking into account turbulence significantly improves the numerical convergence of calculations and experiment.

Keywords: bulk condensation, CFD, coagulation, kinetic equation.



Distribution of the numerical density of droplets (particles) along the central line of the nozzle. 1 – calculation without considering coagulation, 2 – considering coagulation, 3 – considering coagulation and turbulence, 4 – experimental data

УДК 536.75:539.2

О влиянии турбулентности на коагуляцию капель при объемной конденсации в парогазовом потоке

А. А. Сидоров, А. К. Ястребов

*Национальный исследовательский университет «МЭИ».
Россия, 111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, д.14, стр.1*

AlexSid-MPEI@yandex.ru

Аннотация

Объемная конденсация является одним из часто встречаемых и эксплуатируемых процессов в технологиях очистки газов от примесей. Процесс фазового перехода можно условно разделить на этапы образования капель и их роста за счет двух одновременно действующих механизмов: продолжающейся конденсации пара на поверхности образовавшихся капель и коагуляции капель вследствие их соударений. Ранние расчетные оценки учета коагуляции показали хорошее качественное согласование расчетных и экспериментальных данных при существенном количественном отличии. В рамках настоящей работы выдвигается гипотеза о возможной причине возникновения этих различий: в одномерной постановке не учитываются турбулентные возмущения. Основная цель – проверка гипотезы о необходимости учета турбулентности в рамках расчётной модели для расширяющегося потока, в котором происходит объемная конденсация. Предлагаемая модификация подхода позволяет учесть влияние турбулентных возмущений на коагуляцию частиц конденсационного аэрозоля, что может быть существенно, например, в парожидкостных турбодетандерах. В работе рассмотрена объемная конденсация паров тяжелой воды в смеси с азотом, выступающим в качестве неконденсирующегося газа-носителя, в проточной части щелевого сопла Лавала с учетом коагуляции и турбулентности. Получено подтверждение гипотезы о влиянии турбулентности в системе уравнений газодинамики на процесс коагуляции капель (частиц) конденсирующейся примеси в потоке. Выявлено, что учет турбулентности существенно улучшает численную сходимость расчетов и эксперимента, однако не дает точного согласования, что, в свою очередь может быть вызвано принимаемым допущением о приближении броуновской коагуляции, а также применением модели турбулентности $k-\omega$. Показано, что учет турбулентности влияет на величину ядра коагуляции, при этом максимальное отличие для расчетов с учетом и без учета турбулентности составляет около 10 %. С учетом турбулентности при коагуляции капли (частицы) вырастают до более крупных размеров, что в перспективе позволяет управлять этим процессом.

Ключевые слова: объемная конденсация, CFD, коагуляция, кинетическое уравнение.

1. Введение

Объемная конденсация является одним из часто встречаемых и эксплуатируемых процессов в технологиях очистки газов от примесей. Год от года интерес к данному процессу растет, что иллюстрируется множеством отечественных и зарубежных публикаций. Традиционным подходом к моделированию этого процесса является решение кинетического уравнения для функции распределения капель по размерам или массам. При этом, например, сформировалась отечественная школа численного моделирования, которая оперирует по меньшей мере двумя методами – прямым численным, разработанным на основе одноименного метода для решения кинетического уравнения Больцмана [1] и методом моментов [2–3].

Также известны работы, посвященные применению методов молекулярной динамики [4], лежащие несколько за рамками применения кинетического уравнения, но подробно иллюстрирующие процесс объемной конденсации на начальной стадии, что также является очень перспективным направлением. В то же время зарубежные исследователи реже прибегают к численному моделированию и в своих работах применяют классический подход, основанный на упрощенном методе моментов, ограничиваясь при этом неполной системой уравнений, учитывая лишь нулевой момент функции распределения, дающий информацию только о количестве образовавшихся капель (или частиц), зачастую не учитывая процесс их дальнейшего роста. При этом следует отметить, что вектор зарубежных исследований в большей степени ориентирован на экспериментальный подход, что также иллюстрируется серией работ [5]–[9].

Процесс объемной конденсации можно условно разделить на следующие этапы: образование капель и их рост за счет двух одновременно действующих механизмов: продолжающейся конденсации пара на поверхности образовавшихся капель и коагуляции капель вследствие их соударений.

В работе [10] рассматривался процесс объемной конденсации паров тяжелой воды из смеси с азотом в проточной части расширяющегося сопла. Авторами было показано, что учет броуновской коагуляции в случае одномерной постановки показывает качественное согласование с экспериментальными данными – в процессе коагуляции количество капель в единице массы смеси снижается за счет их объединения вследствие соударений (при сохранении массовой доли конденсирующегося компонента), что показывает физичность полученных результатов. Однако имеется существенное количественное отличие расчетных и экспериментальных данных: расчетная интенсивность коагуляции существенно ниже экспериментальной. В рамках настоящей работы выдвигается гипотеза о возможной причине возникновения этих различий: в одномерной постановке не учитываются турбулентные возмущения.

Основная цель настоящей работы – проверка гипотезы о необходимости учета турбулентности в рамках расчётной модели для расширяющегося потока, в котором происходит объемная конденсация. Предлагаемая модификация метода позволяет учесть влияние турбулентных возмущений на коагуляцию частиц конденсационного аэрозоля, что может быть существенно, например, в парожидкостных турбодетандерах.

2. Постановка задачи

В работе рассматривается течение парогазовой смеси, состоящей из неконденсирующегося газа-носителя и конденсирующегося пара, в сверхзвуковой части сопла Лавала. Для подтверждения работоспособности разработанной физической модели и ее реализации проводится верификация путем сравнения результатов расчетов с известными экспериментальными данными сторонних авторов [5]–[9]. На входе в сопло задаются параметры парогазовой смеси: полное давление, температура, соотношение компонентов смеси (рис. 1). В критическом сечении принимается, что число Маха равно 1. Распределения параметров, таких как скорость, температура, давление, массовая доля конденсата, количество капель (частиц) в единице массы и пр., получаемых в ходе решения задачи определяются вдоль центральной (осевой) линии сопла. Схема рассматриваемой задачи представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема течения парогазовой смеси в щелевом сопле Лавала

2.1. Математическое описание

Задача решается с применением методов вычислительной гидродинамики в трехмерной стационарной постановке в двух вариантах – без учета модели турбулентности и с учетом. В общем виде математическое описание термогазодинамики включает в себя систему уравнений, состоящую из уравнений Навье – Стокса для сжимаемого газа, усредненных по Рейнольдсу и Фавру [11], уравнения диффузии и уравнения состояния (для компонентов парогазовой смеси используется уравнение состояния идеального газа), а также уравнений турбулентности для замыкания системы. Ударные волны не моделируются, поэтому объемная вязкость не учитывается в уравнениях движения [12].

При получении уравнений для сжимаемого газа плотность, давление и тепловой поток осредняются по Рейнольдсу: $\rho = \bar{\rho} + \rho'$, $p = P + p'$, $q_i = \bar{q}_i + q'_i$, а скорость, энтальпия, энергия и температура – по Фавру, при этом мгновенные значения параметров представляются в виде суммы пульсационной и средней составляющей: $T = \tilde{T} + T''$, $u_i = \tilde{u}_i + u_i''$, $h = \tilde{h} + h''$, $e = \tilde{e} + e''$. Это в конечном счете дает систему уравнений для сжимаемого газа, включающую в себя уравнения неразрывности, движения, и энергии

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{\tau}_{ji} + \overline{\tau_{t,ji}}], \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{\rho} \left(\tilde{e} + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_i}{2} \right) + \bar{\rho} k \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_j \left(\tilde{h} + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_i}{2} \right) + \bar{\rho} \tilde{u}_j k \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{q}_j + \overline{q_{t,j}} + \overline{\tau_{ji} u_i''} - \frac{\overline{\rho u_j'' u_i'' u_i''}}{2} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\tilde{u}_i (\bar{\tau}_{ji} + \overline{\tau_{t,ji}}) \right], \end{cases} \quad (1)$$

где ρ – плотность; u – скорость; p – давление, τ – тензор вязких напряжений, $\overline{\tau_{t,ji}} = -\overline{\rho u_i'' u_j''}$ – тензор турбулентных напряжений; q – тепловой поток; $\overline{q_{t,j}} = -\overline{\rho u_i'' h''}$ – турбулентный тепловой поток; e – внутренняя энергия; h – энтальпия; T – температура; k – кинетическая энергия турбулентности. Слагаемое $\overline{\tau_{ji} u_i''} - \frac{\overline{\rho u_j'' u_i'' u_i''}}{2}$ в уравнении энергии учитывает молекулярный и турбулентный перенос кинетической энергии турбулентности. При записи системы уравнений (1) используется метод немого суммирования по дважды повторяющемуся индексу.

В силу того, что связь между турбулентными составляющими тензора напряжений τ_i и вектора плотности теплового потока \bar{q}_t с параметрами осредненного течения, неизвестна и должна быть определена, система (1) оказывается незамкнутой, для ее замыкания необходимо использовать одну из моделей турбулентности. В настоящей работе используется обновленная k - ω модель турбулентности, так как она показала наилучшую устойчивость для сжимаемых течений [13]. Уравнения данной модели в общем виде записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} k \tilde{u}_i) &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \omega \tilde{u}_i) &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega, \end{aligned} \quad (2)$$

где k – кинетическая энергия турбулентности; ω – скорость диссипации энергии; G_k, G_ω – члены, отвечающие за генерацию k и ω ; Γ_k, Γ_ω – коэффициенты диффузии; Y_ω, Y_k – коэффициенты затухания. В настоящей работе для простоты изложения выкладки для членов $G_k, G_\omega, \Gamma_k, \Gamma_\omega$ и Y_ω, Y_k не представляются.

Для описания процесса объемной конденсации рассматривается кинетическое уравнение с учетом коагуляции, которое представлено, например, в [14]. Для функции распределения частиц по массам, нормированной на количество частиц в единице массы смеси, данное уравнение записывается следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla f + \frac{\partial}{\partial m}(Jf) = \frac{I}{\rho} \delta(m - m_{cr}) + \frac{\rho}{2} \int_0^m \int_0^m Kf(m_1)f(m_2)\delta(m - m_1 - m_2)dm_1dm_2 - \rho f(m) \int_0^m Kf(m_1)dm_1, \quad (3)$$

где ρ – плотность смеси пара, неконденсирующегося газа и частиц конденсата, кг/м³; u – скорость потока, м/с; p – давление, Па; f – функция распределения частиц по массам, 1/кг²; m – масса частицы, кг; J – скорость роста массы частицы, кг/с; I – скорость нуклеации, 1/(м³с); δ – дельта-функция; m_{cr} – масса частицы критического радиуса, кг; K – ядро коагуляции, которое в общем случае является функцией масс сливающихся частиц, м³/с.

2.2. Метод моментов

Для решения уравнения (3) применяется метод моментов, в связи с простотой его последующей реализации совместно с CFD-пакетами. Это, в свою очередь, позволяет рассматривать задачи, например, об объемной конденсации в машинах и аппаратах криогенной техники, вне зависимости от сложности исходной геометрии. Более подробно о причинах выбора рассказано в [15].

Введем определение n -го момента функции распределения по массам L_n [14]

$$L_n = \int_0^\infty m^n f_m(m) dm \quad (4)$$

и рассмотрим полученную систему моментных уравнений, представленную в [14] без нуклеации и роста

$$\frac{\partial L_k}{\partial t} + u \frac{\partial L_k}{\partial x} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty [(m_1 + m_2)^k - m_1^k - m_2^k] K f_m(m_1) f_m(m_2) dm_1 dm_2 \quad (5)$$

Считая ядро коагуляции K не зависящим от размеров и массы капли, а также принимая во внимание, что массы капель, по которым производится интегрирование являются независимыми переменными, получим выражение для нулевого момента

$$\frac{\partial L_0}{\partial t} + u \frac{\partial L_0}{\partial x} = -\frac{1}{2} K \int_0^\infty \int_0^\infty f_m(m_1) f_m(m_2) dm_1 dm_2 = -\frac{1}{2} K \int_0^\infty f_m(m_1) dm_1 \int_0^\infty f_m(m_2) dm_2 = -\frac{1}{2} K L_0^2 \quad (6)$$

Осуществим теперь переход в уравнении (3) к функции распределения капель (частиц) по размерам, принимая во внимание, что связь функций распределения по размерам и по массам имеет вид $f_m(m) dm = f_r(r) dr$. Важно отметить, что в интервале радиусов dr столько же капель, сколько в соответствующем ему интервале масс dm . После преобразования введем понятие момента функции распределения, под которым понимается интеграл от произведения радиуса капли в степени n и функции распределения по радиусам [3]:

$$\Omega_n = \int_{r_{cr}}^{\infty} r^n f dr \quad (7)$$

Если считать, что скорость роста не зависит от радиуса капли, умножив правую и левую части основного кинетического уравнения для функции распределения капель по размерам на r^n и проинтегрировав полученное по радиусу r в пределах от r_{cr} до бесконечности, получим в общем виде систему моментных уравнений

$$\frac{\partial \Omega_n}{\partial t} = nr \Omega_{n-1} + Ir_{cr}^n - \nabla \vec{u} \Omega_n \quad (8)$$

Важно отметить, что при этом подходе фактически не используется сама функция распределения капель по размерам, однако при необходимости она может быть восстановлена. Физический смысл имеют только первые 4 момента ($n = 0 \div 3$), на основе которых можно получить основные характеристики конденсационного аэрозоля. Так, нулевому моменту соответствует количество образовавшихся капель в единице массы или объема в зависимости от нормировки функции распределения, отношение первого момента к нулевому дает средний радиус капель, второй момент характеризует общую площадь поверхности капель, а третий, соответственно, их объем.

Монодисперсные капли в общем случае характеризуются двумя параметрами, а именно количеством капель в единице объема n_d , которое численно равно нулевому моменту функции распределения Ω_0 , и размером капель r_d . При этом взаимосвязь между указанными величинами имеет вид $\Omega_n = n_d r_d^n$. Учитывая, что $f_m(m) dm = f_r(r) dr$, несложно заметить, что $L_0 = \Omega_0$. Таким образом, обобщая вышесказанное, запишем выражение для нулевого момента функции распределения

$$\frac{d\Omega_0}{dt} = -\frac{1}{2} K \Omega_0^2 \quad (9)$$

Необходимо также получить выражения для первого и второго моментов, т.к. третий момент Ω_3 меняется только из-за нуклеации и роста, а при коагуляции суммарный объем

капель $\frac{4}{3} \pi r_d^3 n_d$ сохраняется $\left(\frac{d}{dt} (n_d r_d^3) = 0 \right)$. Отсюда

$$\frac{d}{dt} (n_d r_d^3) = r_d^3 \frac{dn_d}{dt} + n_d \frac{dr_d^3}{dt} = r_d^3 \frac{dn_d}{dt} + 3n_d r_d^2 \frac{dr_d}{dt} = 0 \quad (10)$$

И, после преобразований,

$$\frac{dr_d}{dt} = -\frac{r_d}{3n_d} \frac{dn_d}{dt} = \frac{r_d}{6} K \Omega_0 \quad (11)$$

В уравнениях для первого и второго моментов эта величина добавляется к скорости роста, т.е. скорость роста будет учитывать оба механизма: рост размера капель из-за конденсации пара на их поверхности и вследствие коагуляции.

Систему моментных уравнений, записанную в монодисперсном приближении, необходимо адаптировать к интеграции в расчетный пакет, приведя каждое уравнение к виду закона сохранения, что позволит использовать пользовательские скаляры UDS (user defined scalar). С учетом вышесказанного, итоговая система выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho \Omega_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (F_i \Omega_0) = I - \frac{1}{2} K \Omega_{0V}^2, \\ \frac{\partial \rho \Omega_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (F_i \Omega_1) = I r_{cr} + \left(\dot{r} + \frac{r_d}{6} K \Omega_{0V} \right) \rho \Omega_{0V}, \\ \frac{\partial \rho \Omega_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (F_i \Omega_2) = I r_{cr}^2 + 2 \left(\dot{r} + \frac{r_d}{6} K \Omega_{0V} \right) \rho \Omega_{1V}, \\ \frac{\partial \rho \Omega_3}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (F_i \Omega_3) = I r_{cr}^3 + 3 \dot{r} \rho \Omega_{2V} \end{cases} \quad (12)$$

Под r_d понимается средний радиус образующихся и растущих частиц, который определяется как отношение первого момента к нулевому: $r_d = \Omega_1 / \Omega_0$.

Ядро коагуляции вычислялось по формуле для броуновской коагуляции в свободномолекулярном режиме [16] (k – постоянная Больцмана)

$$K(r_1, r_2) = \sqrt{\frac{6kT}{\rho_l} \left(\frac{1}{r_1^3} + \frac{1}{r_2^3} \right)} (r_1 + r_2)^2 \quad (13)$$

2.3. Программная реализация

Моделирование объемной конденсации осуществляется с применением CFD-пакета и специального расчетного модуля «Объемная конденсация», который интегрируется в пакет и обменивается с ним данными [17]. Подробное описание работы модуля можно найти в работе [15].

Решение системы уравнений (11) позволяет определить источниковые члены, посредством которых производится учет фазовых переходов в расчетном пакете. Так, определяется источник и сток массы для конденсата и пара, а также источник энергии, позволяющий учитывать тепловыделение в процессе объемной конденсации. В настоящей работе рассматривается двухтемпературная постановка, при которой температура капель и газовой фазы не равны, поэтому источниковых членов для энергии два: один для газовой фазы, второй для капель. Принимая во внимание нормирование функции распределения, введем обозначение объемного момента (на примере Ω_2)

$$\Omega_{2V} = \rho \Omega_2$$

Объемные источники массы и энергии записываются следующим образом:

$$\begin{cases} S_m^l = \frac{4}{3} \pi r_{cr}^3 \rho_l I + 4 \pi \rho_l \dot{r} \Omega_{2V}, \\ S_m^v = -S_m^l, \\ S_e^l = [L(T_d) - C_p^v (T_d - T)] S_m^l - 4 \pi \Omega_{2V} q, \\ S_e^g = 4 \pi \Omega_{2V} q \end{cases} \quad (14)$$

Одной из важнейших характеристик процесса конденсации является скорость нуклеации – величина, показывающая количество образующихся капель с радиусом, равным критическому в единице объема в единицу времени. Для определения скорости нуклеации существует несколько, исторически сложившихся подходов. В настоящей работе используется классическая теория нуклеации Френкеля – Зельдовича, основанная во многом на работах Фольмера и Вебера, а также Беккера и Дёринга [18], [19].

В рамках классической теории нуклеации, скорость зародышеобразования, или, иначе, нуклеации в общем виде определяется как

$$I = \left(\frac{1}{\rho_l} \right) \left(\frac{P_v}{RT} \right)^2 \sqrt{\frac{2\mu_v \sigma(T_d, \bar{r}_d) N_A^3}{\pi}} \exp \left[- \frac{16\pi N_A \left(\frac{\sigma(T_d, \bar{r}_d)}{R} \right)^3 \left(\frac{\mu_v}{\rho_l} \right)^2}{3T^3 (\ln s)^2} \right], \quad (15)$$

где μ_v – молярная масса пара, кг/моль; N_A – постоянная Авогадро, 1/моль; R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К).

Согласно [20], в настоящей работе, как и в [21] применяется поправка, учитывающая неизотермичность процесса нуклеации

$$I_{\text{неизотерм}} = I \left(1 + \frac{L(T_d)^2}{R_v T^2 C_{pv} \left[1 + \frac{n_g C_{pg}}{n_v C_{pv}} \sqrt{\frac{m_g}{m_v}} \right]} \right), \quad (15)$$

где $L(T_d)$ – температурная зависимость теплоты фазового перехода, кДж/кг; R_v – газовая постоянная для пара Дж/(кг·К); C_{pv}, C_{pg} – удельная теплоёмкость пара и газа соответственно, Дж/(кг·К); n_g, n_v – числовая плотность молекул газа и пара, 1/м³; m_g, m_v – масса молекул газа и пара, кг.

В уравнения для критического радиуса и скорости нуклеации входит коэффициент поверхностного натяжения σ , который, учитывая малый размер капель, должен зависеть от радиуса образующихся и растущих частиц. Применимость понятия «поверхностное натяжение» для наноразмерных капель может быть поставлено под сомнение, что является одной из широко известных проблем классической теории нуклеации, однако, благодаря хорошему согласованию экспериментальных данных с результатами, полученными не только в ходе настоящего исследования (об этом будет сказано далее), но и другими научными группами, в иной пространственной постановке и даже с применением других методов, такое допущение видится оправданным. При этом, в настоящем исследовании учитывается вклад кривизны капель в величину поверхностного натяжения. Существует несколько подходов к учету этой зависимости, однако, в настоящей работе принимается подход, описанный в работах [22]–[23]. Основное соотношение для размерной зависимости поверхностного натяжения для наноразмерных капель имеет вид

$$\sigma(T_d, \bar{r}_d) = 0.0756 \sigma(T_d) \bar{r}_d \frac{\exp[1.6439 \arctg(1.2166 \bar{r}_d / \delta + 0.8775)]}{(\bar{r}_d + 0.5575 \delta)^{0.4424} (\bar{r}_d^2 + 1.4425 \delta \bar{r}_d + 1.1958 \delta^2)^{0.2788}}, \quad (16)$$

где $\sigma(T_d)$ – температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения, Н/м; δ – параметр Толмана [24], для воды принимается равным 0.11×10^{-9} м [25].

В случае, когда размер частиц конденсата становится много больше параметра Толмана ($\bar{r}_d \gg \delta$), можно применять классическую формулу, имеющую вид

$$\sigma(T_d, \bar{r}_d) = \frac{\sigma(T_d)}{1 \pm (2\delta/\bar{r}_d)} \quad (17)$$

Также важно учитывать зависимость давления насыщения от кривизны капли, для этого применяется следующая поправка [3]

$$P_s(T, \bar{r}_d) = P_s(T) \exp \left[\frac{2\sigma(T_d, \bar{r}_d)}{\bar{r}_d \rho_{liq} R_v T} \right] \quad (18)$$

Поскольку в работе рассматривается свободномолекулярный режим, в котором размер частиц конденсата много меньше средней длины свободного пробега молекул газовой фазы, скорость роста капель (частиц) вычисляется по формуле Герца – Кнудсена

$$\dot{r} = \frac{1}{\rho_l} \left[\frac{P_v}{\sqrt{2\pi R_v T}} - \frac{P_s(T_d, \bar{r}_d)}{\sqrt{2\pi R_v T_d}} \right] \quad (19)$$

Для межфазного теплового потока использовалась следующая формула [26]

$$q = 2p_g \sqrt{\frac{R_g T}{2\pi}} \frac{T_d - T}{T} + 2p_s(T_d) \sqrt{\frac{R_v T_d}{2\pi}} - 2p_v \sqrt{\frac{R_v T}{2\pi}} - \frac{5}{4} [p_s(T_d) + p_v] \frac{J}{2\pi r^2 [p_v/R_v T + p_s(T_d)/R_v T_d]} \quad (20)$$

2.4. Свойства компонентов смеси

Ввиду того, что сравнение проводится с экспериментальными данными сторонних авторов [4]-[7], состав парогазовой смеси соответствует источникам: в качестве газа-носителя выступает азот N_2 , а конденсирующаяся примесь – пары тяжелой воды D_2O .

Одна из важнейших характеристик, требуемых для моделирования объемной конденсации – зависимость давления от температуры на линии насыщения, или, учитывая, что в настоящей работе характеристики потока определяются в области низких температур, ее заменяет кривая сублимации. Несмотря на то, что тяжелая вода хорошо изучена и активно применяется в атомной промышленности, кривые насыщения в литературе представлены скудно. В настоящей работе применяется зависимость следующего вида [27]:

$$\ln[p_s(T)] = A + BT_k^{-1} + C \ln(T_k) + DT_k, \quad (21)$$

где T_k – температура в К; $p_s(T)$ – давление на линии насыщения в Па; коэффициенты: $A=95.700020$, $B=-8439.470752$, $C=-13.486506$, $D=0.012010$.

Точность представления кривой насыщения оказывает сильное влияние на результаты расчетов, т.к. входит в определение степени пересыщения, от которой, в свою очередь, экспоненциально зависит скорость нуклеации.

2.5. Геометрическая модель

В настоящей работе рассматривается канал, представляющий собой щелевое сопло Лаваля, характеристики которого (Tanimura) соответствуют экспериментальным работам [4]-[8] и уже ранее использовались авторами при рассмотрении однотемпературной постановки аналогичной задачи [15].

2.6. Сеточная модель

Совокупность элементарных объемов или элементов, на которые разбивается геометрическая модель представляет собой расчетную сетку, в узловых точках которой решается указанная выше система уравнений. В настоящей работе проводилось разбиение геометрической модели на элементы четырехугольной формы (т.н. hexa-элементы), при этом сетка дополнительно не сгущалась в пристеночной области. Отсутствие сгущения объясняется проведенным исследованием сеточной сходимости решения, рассматривающим различные типы элементов, их величину и количество, в результате которого не было выявлено влияния пристеночного слоя на характеристики потока. При этом, важно отметить, что максимальное число Рейнольдса в расчетной области существенно меньше критического значения. Однако, важно понимать, что при изменении геометрической модели, либо существенном изменении начальных и/или граничных условий такое сгущение может стать оправданным.

2.7. Граничные и начальные условия

В качестве граничного условия на входе в расчетную область принимается pressure-inlet, для чего задается начальное полное давление смеси P_0 , температура T_0 и массовая доля пара C_{vap} , жидкость на входе отсутствует. На выходной границе задается условие pressure-outlet, истечение в вакуум. Подразумевается, что за срезом сопла имитируется вакуумная камера, что соответствует экспериментальным данным, которые были выбраны в качестве ориентира.

3. Результаты моделирования

В ходе решения получены распределения температуры капель T_d , степени пересыщения S , скорости нуклеации I и скорости роста капель (частиц) \dot{r} в продольном сечении сопла, а также распределения количества капель в единице массы, температур и величины ядра коагуляции вдоль центральной линии. При этом они как качественно, так и количественно совпадают (при рассмотрении распределений вдоль центральной линии сопла) с одномерным решением, представленным в [10].

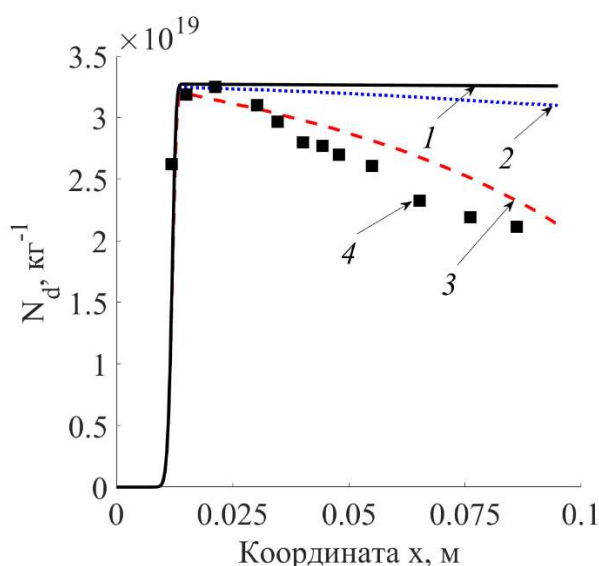


Рис. 2. Распределение количества капель (частиц) в единице массы вдоль центральной линии сопла. 1 – расчет без учета коагуляции; 2 – с учетом коагуляции; 3 – с учетом коагуляции и турбулентности; 4 – экспериментальные данные [7]

На рис. 2 показаны распределения количества капель (частиц) в единице массы вдоль центральной линии сопла для различных случаев: 1) без учета коагуляции, 2) с учетом коагуляции, 3) с учетом и коагуляции, и турбулентности. Видно, что кривые качественно согласуются с экспериментальными точками, полученными авторами работы [8]. При этом учет турбулентности существенно улучшает численную сходимость расчетов и эксперимента, однако не дает точного согласования, что, в свою очередь, может быть вызвано принимаемым допущением о приближении броуновской коагуляции, а также применением модели турбулентности $k-\omega$. В дальнейших работах будут проведены оценки влияния различных выражений для ядер коагуляции, учитывающие турбулентные пульсации в более явном виде, а также проведен расчет с различными моделями турбулентности.

Интерес также вызывает оценка влияния учета турбулентности в уравнениях газодинамики на величину ядра коагуляции, т.к. в явном виде броуновское приближение не учитывает турбулентные пульсации. Косвенно влияние турбулентности учитывается через величину температуры, однако, как показано на рис. 5, отличие между температурами незначительное.

Из рис. 3 видно, что учет турбулентности все-таки сказывается на величине ядра коагуляции, при этом максимальное отличие составляет ~ 10 %.

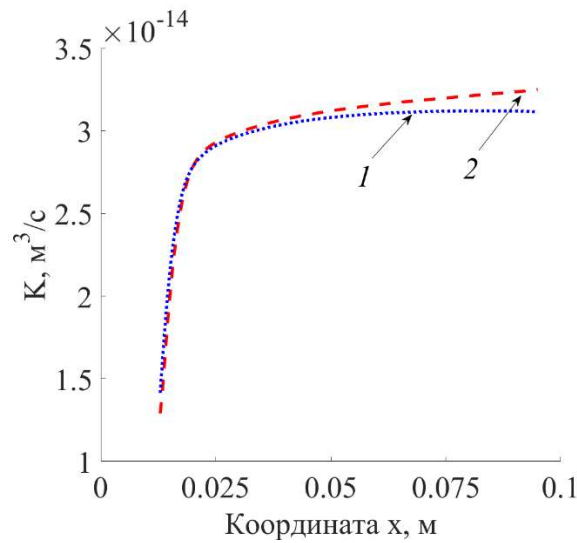


Рис. 3. Распределение величины ядра коагуляции вдоль центральной линии сопла. 1 – расчет без учета турбулентности, 2 – с учетом турбулентности

С точки зрения применения подобных расчетов для решения инженерных задач, например, с целью очистки потока за счет конденсации CO_2 из отходящих дымогарных газов, важным параметром выступает величина образовавшихся и растущих (в том числе за счет коагуляции) капель (частиц), т.к. в дальнейшем полученный газок капельный поток необходимо сепарировать. При этом, качество сепарации, например, в циклонных сепараторах сильно зависит от размера сепарируемых частиц. Также величина частиц важна при конденсации в проточных частях турбомашин, так как наличие капель или частиц при превышении некоторого безопасного порога их размера может приводить к эрозионному износу и даже разрушениям. На рис. 4 показано влияние коагуляции на средний радиус капель (частиц) – видно, что капли с учетом турбулентности вырастают до более крупных размеров, что добавляет возможности управления этим процессом.

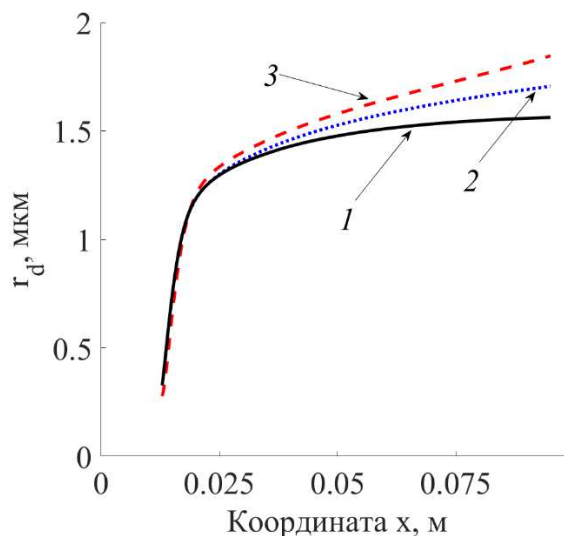


Рис. 4. Распределение величины среднего радиуса капель (частиц) вдоль центральной линии сопла. 1 – расчет без учета коагуляции, 2 – с учетом коагуляции, 3 – с учетом коагуляции и турбулентности

Вследствие коагуляции количество частиц уменьшается, размер частиц увеличивается, при этом масса сохраняется, что является известным фактом и подтверждает, что разработанная модель дает адекватные реальности результаты и может применяться для дальнейших исследований.

Как было сказано ранее, на рис. 5 представлены распределения температур газового потока и капель (частиц). Видно, что учет коагуляции не приводит к различию результатов, что дополнительно иллюстрирует адекватность расчетной модели – при коагуляции не происходит тепловыделения. При этом учет турбулентности и нагрева вследствие турбулентного трения практически не оказывает влияние на температуры, однако незначительно смещается зона активной конденсации (менее чем на 0.1 % по длине канала).

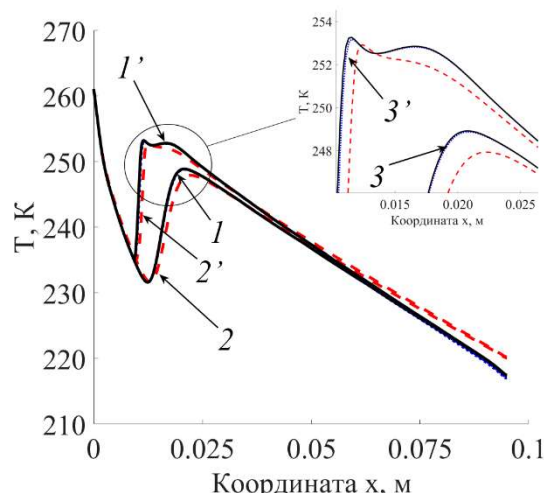


Рис. 5. Распределение температур вдоль центральной линии сопла. 1 – расчет без учета коагуляции, 2 – с учетом коагуляции, 3 – с учетом коагуляции и турбулентности. Без штриха – температура газового потока, со штрихом – капель (частиц)

На рис. 6 показаны контурные распределения температуры капель и скорости роста частиц с учетом коагуляционного члена в продольном сечении сопла. Видно, что имеется периферийная зона, расположенная вблизи стенок сопла, в которой происходит активный рост капель (частиц).

На рис. 7 показаны контурные распределения степени пересыщения и скорости нуклеации с учетом поправки на неизотермичность. Величина скорости нуклеации численно близка к экспериментальным данным [8], что оправдывает применение поправки на неизотермичность.

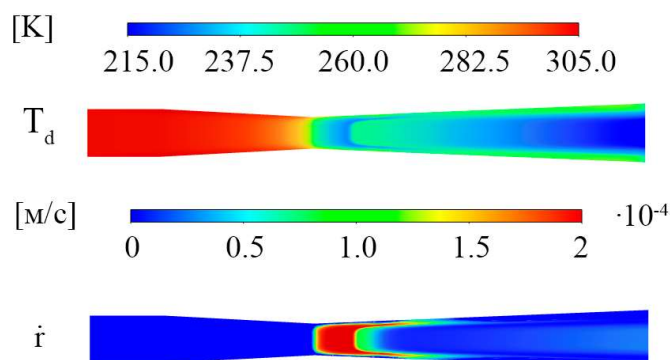


Рис. 6. Контурные распределения температуры капель в продольном сечении сопла (верх) и скорости роста частиц с учетом коагуляционного члена (низ)

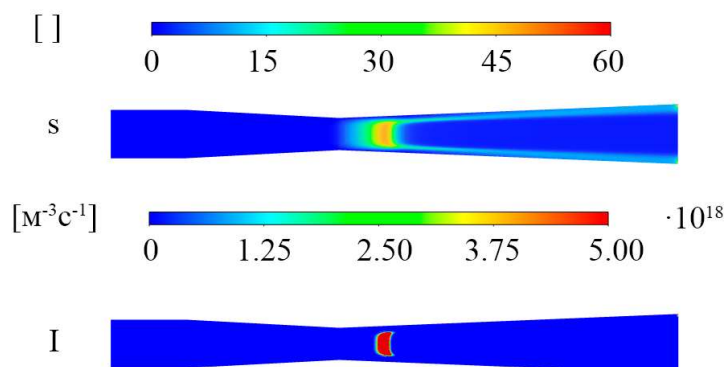


Рис. 7. Контурные распределения степени пересыщения в продольном сечении сопла (верх) и скорости нуклеации с учетом поправки на неизотермичность (низ)

4. Заключение

В работе рассмотрена объемная конденсация паров тяжелой воды в смеси с неконденсирующимся азотом, выступающим в качестве газа-носителя, в проточной части щелевого сопла Лавала с учетом коагуляции и турбулентности.

1. Получено подтверждение гипотезы о влиянии учёта турбулентности в системе уравнений газодинамики на процесс коагуляции капель (частиц) в потоке конденсирующейся примеси. Выявлено, что учет турбулентности существенно улучшает численную сходимость расчетов и эксперимента, однако не дает точного согласования, что, в свою очередь может быть вызвано принимаемым допущением о приближении броуновской коагуляции, а также применением модели турбулентности $k-\omega$. В дальнейших работах будут проведены оценки влияния различных выражений для ядер коагуляции, учитывающие турбулентные пульсации в более явном виде, а также проведен расчет с различными моделями турбулентности.
2. Вследствие коагуляции количество частиц уменьшается, размер частиц увеличивается, при этом масса сохраняется, что является известным фактом и подтверждает, что разработанная модель дает адекватные реальности результаты и может применяться для дальнейших исследований.
3. Показано, что учет турбулентности влияет на величину ядра коагуляции, при этом максимальное отличие для расчетов с учетом и без учета турбулентности составляет около 10 %.
4. С учетом турбулентности при коагуляции капли (частицы) вырастают до более крупных размеров, что в перспективе позволяет управлять этим процессом. Управление размером частиц особенно важно при сепарации потоков и минимизации влияния капельной эрозии на элементы проточной части турбомашин.
5. Учет коагуляции не приводит к различию результатов по температурам потока и капель (частиц), что дополнительно иллюстрирует адекватность расчетной модели, т.к. при коагуляции не происходит тепловыделения. При этом, учет турбулентности и нагрева вследствие турбулентного трения практически не оказывает влияние на температуры, однако, смещается зона активной конденсации (менее чем на 0.1 % по длине канала).

Благодарности и ссылки на гранты

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФ в рамках научного проекта № 23-29-00540.

Литература

1. Корценштейн Н. М., Самуйлов Е. В., Ястребов А. К. Новый метод моделирования объемной конденсации пересыщенного пара // Теплофизика Высоких Температур. 2009. Т. 47. № 1. С. 89–100.
2. Корценштейн Н. М., Петров Л. В., Рудов А. В., Ястребов А. К. Численное моделирование объемной конденсации пара вблизи межфазной поверхности при интенсивном испарении // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2023. Т.24, вып. 5. <http://chemphys.edu.ru/issues/2023-24-5/articles/1076/>
3. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974.
4. Левашов В. Ю., Жаховский В. В., Крюков А. П. Молекулярно-динамическое моделирование сверхзвуковой конденсации насыщенного пара // Материалы Восьмой Российской национальной конференции по теплообмену (Москва, 17—22 октября 2022 г.): в 2 т., Т. 1, С. 367–368.
5. Tanimura S., Zvinevich Y., Wyslouzil B. E., Zahniser M., Shorter J., Nelson D., McManus B. Temperature and gas-phase composition measurements in supersonic flows using tunable diode laser absorption spectroscopy: The effect of condensation on the boundary-layer thickness // J. Chem. Phys. 2005. Vol. 122, issue 19. P. 194304. <https://doi.org/10.1063/1.1900084>
6. Laksmono H., Tanimura S., Wyslouzil B. E. Methanol nucleation in a supersonic nozzle // J. Chem. Phys. 2011. Vol. 135, issue 7. P. 074305. <https://doi.org/10.1063/1.3624756>
7. Laksmono H., Tanimura S., Allen H. C., Wilemski G., Zahniser M. S., Shorter J. H., Nelson D. D., McManus J. B., Wyslouzil B. E. Monomer, clusters, liquid: an integrated spectroscopic study of methanol condensation // Phys. Chem. Chem. Phys. 2011. Vol. 13, issue 14. Pp. 5855–5871. <https://doi.org/10.1039/C0CP02485F>
8. Pathak H., Mullick K., Tanimura S., Wyslouzil B. E. Nonisothermal droplet growth in the free molecular regime // Aerosol Sci. Technol. 2013. Vol. 47, issue 12. Pp. 1310–1324. <https://doi.org/10.1080/02786826.2013.839980>
9. Lamanna G. On nucleation and droplet growth in condensing nozzle flows: Phd Thesis. Technische Universiteit Eindhoven, 2000. <https://doi.org/10.6100/IR539104>
10. Корценштейн Н. М., Ястребов А. К. Прямое численное решение кинетического уравнения для объемной конденсации с учетом коагуляции капель // Труды седьмой Российской национальной конференции по теплообмену: В 3х томах, Москва, 22–26 октября 2018 года. Том 2. Москва: Издательский дом МЭИ, 2018.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. (Теоретическая физика, т. VI). Издание 6-е. М.: Физматлит, 2015. 728 с.
12. ANSYS Fluent Theory Guide // ANSYS, Inc., 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317, 2013. [Электрон. ресурс.] <https://www.ansys.com/Products/Fluids/ANSYS-Fluent>
13. Wilcox D. C. Formulation of the $k-\omega$ turbulence model revisited // AIAA J. 2007. Vol. 46. No. 11. Pp. 2823–2838. <https://doi.org/10.2514/1.36541>
14. Филиппов Г. А., Аветисян А. Р. Эйлеровые методы моделирования полидисперсных турбулентных течений влажного пара в турбинных решетках и соплах Лавала с учетом нестационарных фазовых переходов // Вестн. РФФИ. 2015. № 3 (87). С. 54–61.
15. Сидоров А. А., Ястребов А. К. Моделирование процесса объемной конденсации при истечении парогазовой смеси через сопло методами CFD с применением специального расчетного модуля // Теплоэнергетика. 2023. № 4. С. 65–77. DOI: 10.56304/S0040363623040070
16. Пискунов В. Н. Теоретические модели кинетики формирования аэрозолей. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2000. 209 с.
17. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2022660181 Российская Федерация. Специальный расчетный модуль «Объемная конденсация» / заявители и правообладатели А.А. Сидоров, А.К. Ястребов. – № 2022618334; заявл. 28.04.2022; опубл. 31.05.2022 – 1 с.
18. Volmer M., and Weber A. Keimbildung in übersättigten gebilden // Z. Phys. Chem., Stoechiom. Verwandtschaftsl. 1926. Vol. 119. No. 3–4. Pp. 277–301.

19. Becker R., and Döring W. Kinetische Behandlung der Keimbildung in übersättigten Dämpfen // *Ann. Phys.* 1935. Vol. 416, issue 8. Pp. 719–752. <https://doi.org/10.1002/andp.19354160806>
20. Куни Ф. М., Щекин А. К., Копейкин К. В. Эффекты теплоты перехода в кинетике конденсации. Стационарный поток и стационарное распределение околоскритических капель // *Коллоид. журн.* 1984. Т. 46. С. 682.
21. Корценштейн Н. М., Петров Л. В. Численное моделирование объемной конденсации при истечении парогазовой смеси через сопло // *Коллоид. журн.* 2017. Том 79, № 3. С. 276–283.
22. Кузамишев А. Г., Шебзухова М. А., Бжихатлов К. Ч., Шебзухов А. А. Размерные зависимости теплофизических свойств наночастиц. Поверхностное натяжение // *Теплофизика высоких температур.* 2022. Т. 60. № 3. С. 343–349.
23. Шебзухов З. А., Шебзухова М. А., Шебзухов А. А. Межфазное натяжение на границах с положительной кривизной в однокомпонентных системах // *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования.* 2009. № 11. С. 102.
24. Tolman R. C. The Effect of Droplet Size on Surface Tension // *The Journal of Chemical Physics.* 1949. Vol. 17, issue 3. Pp. 333–337. DOI:10.1063/1.1747247
25. Шебзухов З. А. Размерная зависимость поверхностного натяжения и поверхностной энергии металлических наночастиц на границах жидкость–пар и твердое–жидкость // *Дисс. канд. физ.-мат. наук, Нальчик, 2014.*
26. Kortsenshteyn N. M., Yastrebov A. K. Interphase heat transfer during bulk condensation in the flow of vapor–gas mixture // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 2012. Vol. 55. Pp. 1133–1140.
27. Crabtree A. Thermophysical properties of saturated light and heavy water for advanced neutron source applications. Washington: Oak Ridge National Laboratory, 1993.

References

1. Kortsenshteyn N. M., Samoilov E. V., Yastrebov A. K., New method for modeling volume condensation of supersaturated steam, *High Temperature Thermal Physics*, 2009, vol. 47, no. 1, pp. 89–100.
2. Kortsenshteyn N. M., Petrov L. V., Rudov A. V., Yastrebov A. K., Numerical modeling of volumetric vapor condensation near the interphase surface during intense evaporation, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2023, vol. 24, issue 5. [in Russian]. <http://chemphys.edu.ru/issues/2023-24-5/articles/1076/>
3. Sternin L. E., *Fundamentals of gas dynamics of two-phase flows in nozzles*, M.: Mashinostroenie, 1974 [in Russian].
4. Levashov V. Yu., Zhakhovsky V. V., Kryukov A. P., Molecular dynamics modeling of supersonic condensation of saturated steam, *Proceedings of the Eighth Russian National Conference on Heat Transfer (Moscow, October 17-22, 2022)*: in 2 volumes, vol. 1, pp. 367–68 [in Russian].
5. Tanimura S., Zvinevich Y., Wyslouzil B. E., Zahniser M., Shorter J., Nelson D., McManus B., Temperature and gas-phase composition measurements in supersonic flows using tunable diode laser absorption spectroscopy: The effect of condensation on the boundary-layer thickness, *J. Chem. Phys.*, 2005, vol. 122, issue 19, p. 194304. <https://doi.org/10.1063/1.1900084>
6. Laksmono H., Tanimura S., Wyslouzil B. E. Methanol nucleation in a supersonic nozzle, *J. Chem. Phys.*, 2011, vol. 135, issue 7, p. 074305. <https://doi.org/10.1063/1.3624756>
7. Laksmono H., Tanimura S., Allen H. C., Wilemski G., Zahniser M. S., Shorter J. H., Nelson D. D., McManus J. B., Wyslouzil B. E., Monomer, clusters, liquid: an integrated spectroscopic study of methanol condensation, *Phys. Chem. Chem. Phys.*, 2011, vol. 13, issue 14, pp. 5855–5871. <https://doi.org/10.1039/C0CP02485F>
8. Pathak H., Mullick K., Tanimura S., Wyslouzil B. E., Nonisothermal droplet growth in the free molecular regime // *Aerosol Sci. Technol.* 2013. Vol. 47, issue 12. Pp. 1310–1324. <https://doi.org/10.1080/02786826.2013.839980>

9. Lamanna G., *On nucleation and droplet growth in condensing nozzle flows*: Phd Thesis. Technische Universiteit Eindhoven, 2000. <https://doi.org/10.6100/IR539104>
10. Kortsenshteyn N. M., Yastrebov A. K., Direct numerical solution of the kinetic equation for volume condensation taking into account droplet coagulation, *Proceedings of the Seventh Russian National Conference on Heat Transfer: In 3 volumes*, Moscow, October 22–26, 2018, vol. 2. M.: MPEI Publishing House, 2018.
11. Landau L. D., Lifshits E. M., *Hydrodynamics. Theoretical Physics, vol. VI. 6th edition*. Moscow: Fizmatlit, 2015. 728 p. [in Russian].
12. ANSYS Fluent Theory Guide // ANSYS, Inc., 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317, 2013. <https://www.ansys.com/Products/Fluids/ANSYS-Fluent>
13. Wilcox D. C., Formulation of the $k-\omega$ turbulence model revisited, *AIAA J.*, 2007, vol. 46, no. 11, pp. 2823–2838. <https://doi.org/10.2514/1.36541>
14. Filippov G. A., Avetisyan A. R., Euler methods for modeling polydisperse turbulent flows of wet steam in turbine cascades and Laval nozzles taking into account non-stationary phase transitions, *Vestn. RFBR*, 2015, no. 3 (87), pp. 54–61 [in Russian].
15. Sidorov A. A., Yastrebov A. K., Modeling the process of volume condensation during the outflow of a steam-gas mixture through a nozzle by CFD methods using a special calculation module, *Thermal Engineering*, 2023, no. 4, pp. 65–77. DOI: 10.56304/S0040363623040070
16. Piskunov V. N., *Theoretical models of aerosol formation kinetics*, Sarov: RFNC-VNIIEF, 2000. 209 p.
17. Certificate of state registration of computer program 2022660181 Russian Federation. Special calculation module "Volumetric condensation" / applicants and copyright holders A.A. Sidorov, A.K. Yastrebov. – No. 2022618334; declared 28.04.2022; published 31.05.2022 – 1 p.
18. Volmer M., and Weber A., Keimbildung in übersättigten gebilden, *Z. Phys. Chem.*, Stoechiom. Verwandtschaftsl, 1926, vol. 119, issue 3–4, pp. 277–301.
19. Becker R., and Döring W., Kinetische Behandlung der keimbildung in übersättigten dämpfen, *Ann. Phys.* 1935, vol. 416, issue 8, pp. 719–752. <https://doi.org/10.1002/andp.19354160806>
20. Kuni F. M., Shehekin A. K., Kopeikin K. V., Effects of heat of transition in condensation kinetics. Steady-state flow and steady-state distribution of near-critical droplets, *Colloid. J.*, 1984, vol. 46, pp. 682 [in Russian].
21. Kortsenshteyn N. M., Petrov L. V., Numerical modeling of volume condensation during the outflow of a vapor-gas mixture through a nozzle, *Colloid. J.*, 2017, vol. 79, no. 3, pp. 276–283 [in Russian].
22. Kuzamishv A. G., Shebzukhova M. A., Bzhikhatlov K. Ch., Shebzukhov A. A., Size dependences of thermophysical properties of nanoparticles. Surface tension, *High Temperature*, 2022, vol. 60, no. 3, pp. 343–349.
23. Shebzukhov Z. A., Shebzukhova M. A., Shebzukhov A. A., Interfacial tension at boundaries with positive curvature in single-component systems, *Surface. X-ray, synchrotron and neutron studies*, 2009, no. 11, p. 102 [in Russian].
24. Tolman R. C., The Effect of Droplet Size on Surface Tension, *The Journal of Chemical Physics*, 1949, vol. 17, no. 3, pp. 333–337. doi:10.1063/1.1747247
25. Shebzukhov Z. A., *Size dependence of surface tension and surface energy of metal nanoparticles at liquid-vapor and solid-liquid interfaces*, Diss. Cand. of Physical and Mathematical Sciences, Nalchik, 2014 [in Russian].
26. Kortsenshteyn N. M., Yastrebov A. K., Interphase heat transfer during bulk condensation in the flow of vapor – gas mixture, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 2012, vol. 55, pp. 1133–1140. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.09.059>
27. Crabtree A., *Thermophysical properties of saturated light and heavy water for advanced neutron source applications*, Washington: Oak Ridge National Laboratory, 1993.

Статья поступила в редакцию 15 октября 2024 г.