

# Modeling of Shocks and Vortex Zones in Supersonic Flow around Body of Revolution at High Angle of Attack

I. A. Shirokov<sup>1</sup>, T. G. Elizarova<sup>2</sup>

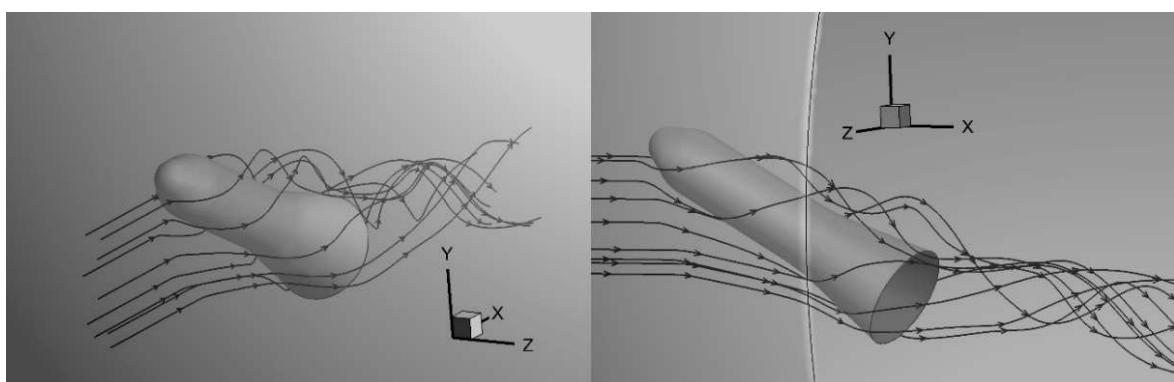
<sup>1</sup>*Moscow State University, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics,  
Moscow, 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Keldysh Institute of Applied Mathematics,  
Moscow, 125047, Russia  
ivanshirov@inbox.ru*

## Abstract

Direct numerical simulation of supersonic (Mach number is 1.5) flow around a body of revolution (standard model HB-2) with a viscous thermally conductive gas at angle of attack  $29^0$  is carried out. The calculation results resolve the general structure of shocks around the model and show a good correspondence between the values of the stagnation parameters and aerodynamic coefficients to theoretical and experimental data. The simulation was carried out on the basis of a quasi-gas dynamic (QGD) algorithm, which describes not only stationary and symmetrical, but also non-stationary and asymmetric vortex zones that occur in the flow. The additional turbulent viscosity is not used in the numerical algorithm. It is shown that reducing the coefficients of artificial dissipation in QGD algorithm increases the accuracy of the modeling, bringing the calculated values of aerodynamic coefficients closer to the experimental data.

Keywords: quasi-gas dynamic algorithm, HB-2 model, supersonic flow, tetrahedral mesh



Spatial streamlines in modeling of the supersonic flow around the HB-2 model

УДК 519.6.533.5

# Моделирование скачков уплотнения и вихревых зон при сверхзвуковом обтекании тела вращения под большим углом атаки

И. А. Широков<sup>1</sup>, Т. Г. Елизарова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ф-т ВМК,  
Россия, Москва, 119991, Ленинские горы, д. 1

<sup>2</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,  
Россия, Москва, 125047, Миусская пл. 4а

ivanshirov@inbox.ru

## Аннотация

В работе проведено прямое численное моделирование сверхзвукового (число Маха 1.5) обтекания тела вращения (стандартной модели НВ-2) вязким теплопроводным газом под углом атаки  $29^\circ$ . Результаты расчетов позволяют разрешить общую структуру скачков уплотнения вокруг тела и получить хорошее соответствие значений параметров торможения и аэродинамических коэффициентов теоретическим и экспериментальным данным. Расчеты проводились на основе квазигазодинамического (КГД) алгоритма, который описывает возникающие в течении не только стационарные и симметричные, но и нестационарные и несимметричные вихревые зоны. При этом дополнительная турбулентная вязкость в расчетах не используется. Показано, что уменьшение коэффициентов искусственной диссипации в КГД алгоритме увеличивает точность расчета, приближая вычисленные значения аэродинамических коэффициентов к экспериментальным данным.

Ключевые слова: квазигазодинамический алгоритм, модель НВ-2, сверхзвуковое обтекание, тетраэдральная сетка

## 1. Введение

Исследование газодинамического обтекания тел вращения является актуальной задачей аэродинамики, поскольку подобная форма часто применяется на практике. Задачи управления летательными аппаратами требуют изучения особенностей дозвукового и сверхзвукового обтекания таких тел в том числе при больших углах атаки. При этом конфигурация течения имеет сложный трехмерный характер, в случае сверхзвуковых потоков сопровождающийся появлением ударных волн, влияющих на расположение областей отрывных течений, на поверхностные тепловые потоки и на аэродинамические силы, действующие на тело. Подобные течения могут иметь нестационарный и несимметричный характер с появлением турбулентных зон и неустойчивых несимметричных вихрей, что может приводить к появлению поперечных сил, что требует проведения дополнительных исследований.

Основными методами изучения описанных явлений были и остаются продувки моделей в аэродинамических трубах. Также распространены теоретические исследования обтекания тел вращения на основе различных эмпирических моделей и аналогий. С развитием вычислительной техники появилась возможность проводить трехмерное моделирование обтекания тел различной формы на основе полных уравнений газодинамики, учитывающих большую часть физических закономерностей, проявляющихся в реальных течениях [1]. Однако такое моделирование в настоящее время все еще является ресурсоемкой вычислительной задачей и может требовать использования различных математических моделей, учитывающих те или

иные особенности течения. В частности, моделирование течений с турбулентными зонами может проводиться с использованием метода крупных вихрей (LES), который связан с введением соответствующих вариантов турбулентной вязкости и применением высокоточных алгоритмов для решения уравнений газовой динамики. Прямое численное моделирование (DNS) имеет более общую область применения, но весьма затратно в плане ресурсов вычислительных систем, поскольку возникает необходимость применять расчетные сетки большого размера, увеличивать машинное время счета, использовать большое число процессоров и т. д.

Одним из перспективных подходов, позволяющих проводить расчеты обтекания тел различной формы вязким теплопроводным газом с учетом основных возникающих при этом физических явлений, является квазигазодинамический (КГД) алгоритм, который аналогичен методу DNS, но основан на регуляризованных уравнениях Навье – Стокса, получивших название КГД уравнений [2–4]. Использование КГД алгоритма позволяет проводить моделирование как общих закономерностей картины обтекания, так и возможных при этом явлений нестационарности (ламинарно-турбулентный переход, вихревые зоны). Значительный опыт расчетов продемонстрировал широкие возможности КГД алгоритма при решении задач моделирования газодинамического обтекания в различных конфигурациях, в дозвуковых и сверхзвуковых вариантах, с наличием или отсутствием турбулентных зон [5–8].

В целях верификации экспериментальных и численных методов изучения обтекания осесимметричных тел в 1960 году были предложены стандартные модели НВ-1 и НВ-2 [9], имеющие типичную для практических задач форму. Опубликовано большое число данных, полученных при продувках модели НВ-2 в аэродинамических трубах [9–11] и численных расчетов ее обтекания [1, 12, 13]. В данной работе КГД алгоритм применяется к задаче моделирования сверхзвукового (число Маха  $Ma = 1.5$ ) обтекания вязким теплопроводным газом модели НВ-2 с диаметром цилиндрической части  $D = 0.1$  м с углом атаки  $AoA = 29^0$ . Проводится анализ полученной картины течения, и производится сравнение с известными из литературы данными и анализ влияния параметров искусственной вязкости на результаты расчетов.

Числовые значения, представленные в статье величин, химические элементы, размерности следует набирать прямым шрифтом, а функции и переменные – курсивом. В качестве разделителя между целой и дробной частью числа рекомендуется использовать точку. Например,  $l_1 = 2x + 1$ ;  $y = 5.036 \times 10^{-12}$ ;  $C + C \rightarrow C_2$ .

## 2. Постановка задачи

В работе [11] изложены результаты экспериментальных исследований сверхзвукового обтекания воздухом в аэродинамической трубе моделей НВ-2 при различных значениях числа Маха и различных углах атаки. В настоящей работе за основу взята постановка из [11] при минимальном из рассматриваемых в ней значении числа Маха  $Ma = 1.5$  и максимальном из рассматриваемых углов атаки  $AoA = 29^0$ , при этом число Рейнольдса  $Re_D = 2.3 \times 10^6$ . Описание стандартной модели НВ-2 приведено в [9], на рис. 1 показан ее общий вид.

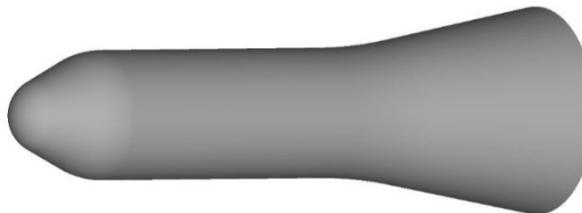


Рис. 1. Осесимметричная модель НВ-2, общий вид

В данной работе расчеты обтекания модели НВ-2 проводятся в трехмерной постановке в декартовых координатах. Используется неструктурированная тетраэдralная пространственная сетка, построенная с помощью распространяемого сеточного генератора

Gmsh [14]. Известно, что качество численного решения газодинамических задач существенно определяется качеством используемой сетки. В работе [15] проведено исследование влияния характеристик сетки на результаты моделирования сверхзвукового обтекания модели НВ-2 при нулевом угле атаки, в том числе исследовались вопросы сходимости результатов с измельчением сеток. Характеристики сетки, используемой в настоящей работе, выбраны с учетом данных, полученных в работе [15], в которой показано, что сетка с подобными параметрами является достаточно хорошей для моделирования внешнего сверхзвукового обтекания при небольшом числе Маха. Технология построения сетки в настоящей работе аналогична описанной в [15]. Параметры сетки следующие: число ячеек 8986926, характерный размер ячеек на поверхности модели 0.004 м, на внешней поверхности расчетной области 0.02 м.

На рис. 2 показаны расчетная область и сетка в сечении  $z = 0$ , указаны направление набегающего потока (ось симметрии модели и набегающий поток расположены в плоскости  $xy$ ) и входная и выходная границы.

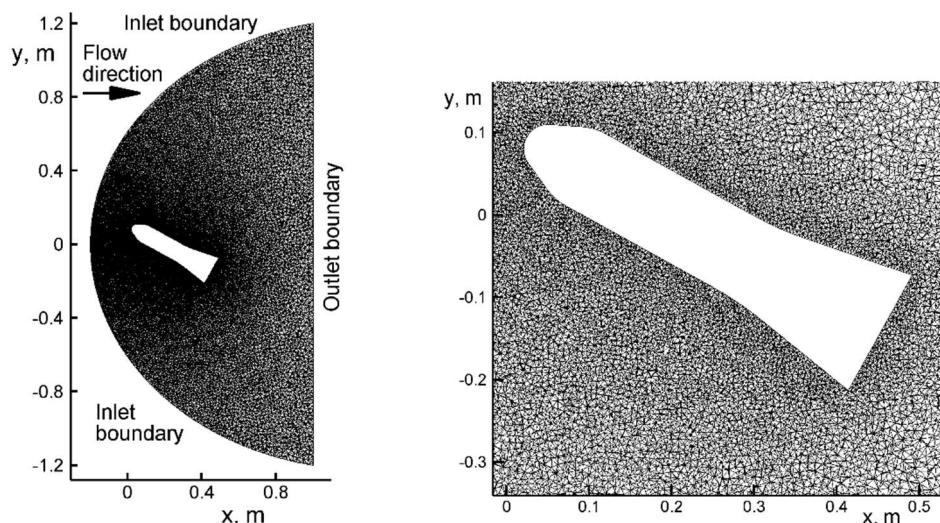


Рис. 2. Расчетная область и тетраэдральная сетка, построенная Gmsh в сечении  $z = 0$ , слева общий вид, справа фрагмент

Для оценки качества сетки, следуя [16], приведем нормализованное (площадь под кривой равна 1) распределение критерия качества ячейки  $q = 3r/R$ , где  $r$  – радиус вписанной в тетраэдр сферы,  $R$  – радиус описанной вокруг тетраэдра сферы (рис. 3).

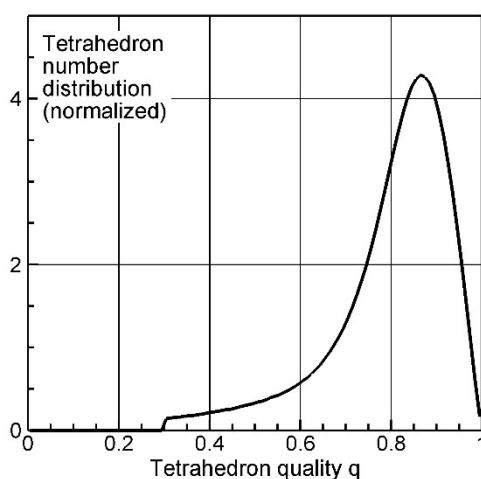


Рис. 3. Распределение критерия качества  $q$  тетраэдральных ячеек используемой сетки

В случае правильного тетраэдра  $q = 1$ , иначе  $q < 1$ . С уменьшением  $q$  тетраэдральная ячейка «ухудшается» с точки зрения точности аппроксимации макроскопических уравнений. Рис. 3 показывает достаточно хорошее в целом качество ячеек сетки: большая часть ячеек имеет  $q > 0.6$ . Детальный анализ распределения показывает, что ячеек с качеством  $q < 0.3$  очень мало (около 10), а с  $q < 0.17$  нет совсем.

### 3. Алгоритм моделирования

КГД алгоритм основан на использовании системы квазигазодинамических уравнений для идеального политропного газа [2–4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla_i j_m^i &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho u^j + \nabla_i (j_m^i u^j) + \nabla^j p &= \nabla_i \Pi^{ij}, \\ \frac{\partial}{\partial t} E + \nabla_i (j_m^i H) + \nabla_i q^i &= \nabla_i (\Pi^{ij} u_j), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность;  $u^i$  – компоненты макроскопической скорости;  $p = \rho RT$  – давление;  $T$  – температура;  $E = \rho u^2/2 + p/(\gamma - 1)$  – полная энергия единицы объема;  $H = (E + p)/\rho$  – полная удельная энталпия. Показатель адиабаты для воздуха составляет  $\gamma = 1.4$ . Выражения для вектора плотности потока массы  $j_m^i$ , тензора вязких напряжений  $\Pi^{ij}$  и теплового потока  $q^i$  записываются как

$$\begin{aligned} j_m^i &= \rho(u^i - w^i), \quad w^i = (\tau/\rho)(\nabla_j \rho u^i u^j + \nabla^i p), \\ \Pi^{ij} &= \Pi_{NS}^{ij} + \tau u^i \rho \left( u_k \nabla^k u^j + \left(\frac{1}{\rho}\right) \nabla^j p \right) + \tau \delta^{ij} (u_k \nabla^k p + \gamma p \nabla^k u_k), \\ \Pi_{NS}^{ij} &= \mu (\nabla^i u^j + \nabla^j u^i - (2/3) \nabla^k u_k) + \zeta \delta^{ij} \nabla^k u_k, \\ q^i &= q_{NS}^i - \tau u^i \rho (u_j \nabla^j \varepsilon + p u_j \nabla^j (1/\rho)), \quad q_{NS}^i = -\kappa \nabla^i T, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varepsilon = p/(\rho(\gamma - 1))$  – внутренняя энергия единицы массы газа;  $\Pi_{NS}^{ij}$  и  $q_{NS}^i$  – тензор вязких напряжений и тепловой поток в системе Навье – Стокса;  $\mu$ ,  $\zeta$  и  $\kappa$  – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости и теплопроводности соответственно.

Коэффициент сдвиговой вязкости  $\mu$  вычисляется через температурную зависимость

$$\mu = \mu_0 (T/T_0)^\omega, \quad (3)$$

где  $\mu_0$  – сдвиговая вязкость газа при температуре набегающего потока  $T_0$ ;  $\omega = 0.74$  – показатель межмолекулярного взаимодействия. Коэффициент теплопроводности вычисляется как

$$\kappa = \mu R \gamma / (\text{Pr}(\gamma - 1)), \quad (4)$$

где число Прандтля для воздуха  $\text{Pr} = 0.737$ . Коэффициент  $\tau$ , определяющий диссипацию в КГД алгоритме, определяется как

$$\tau = \mu / (p \text{Sc}) + \alpha h / c, \quad (5)$$

коэффициент второй (объемной) вязкости вычисляется по формуле

$$\zeta = \mu ((5/3) - \gamma) + \delta (h/c) p, \quad (6)$$

при этом  $h$  – характерный локальный размер пространственной ячейки,  $c$  – локальная скорость звука,  $\text{Sc} = 0.799$  – число Шмидта для воздуха.

Таким образом, в используемой математической модели имеются следующие диссипативные величины: коэффициенты сдвиговой вязкости  $\mu$  (3) и теплопроводности  $\kappa$  (4), которые вычисляются в соответствии с параметрами реального газа, а также коэффициент второй вязкости  $\varsigma$  (6) и коэффициент  $\tau$  (5). Последний регулирует величину КГД добавок в формулах (2) и состоит из двух слагаемых. Первое вычисляется по параметрам реального газа через коэффициент сдвиговой вязкости и имеет порядок характерного времени между столкновениями частиц газа, второе носит искусственный характер и может настраиваться с помощью коэффициента  $\alpha$ . В данной задаче число Рейнольдса велико, и первое слагаемое в (5) во всей расчетной области много меньше второго. Коэффициент  $\tau$  обеспечивает условную устойчивость алгоритма и сглаживает скачки и разрывы решения в соответствии с шагами пространственной сетки. Особенно это важно для стабилизации решения на фронтах ударных волн. Для повышения точности решения коэффициент  $\alpha$  следует брать по возможности небольшим. Обычно в расчетах он имеет порядок  $0.1 \div 0.5$  (в настоящей работе  $\alpha = 0.5$  и  $\alpha = 0.1$ ).

Однако в ряде задач стабилизирующей роли  $\tau$ -слагаемых для описания ударных волн оказывается недостаточно, поэтому в алгоритм вводится дополнительная настраиваемая искусственная добавка в коэффициент второй вязкости (6). Этот коэффициент также состоит из двух слагаемых: первое является аппроксимационной формулой и определяется параметрами газа, а второе – искусственное, которое настраивается с помощью численного коэффициента  $\delta$  [5]. В настоящей работе  $\delta$  принимает значения 3 и 1. Первое слагаемое в формуле (6) мало по сравнению со вторым. Заметим, что  $\tau$ -слагаемые малы в зоне больших градиентов в пограничном слое. Искусственная добавка в коэффициенте второй вязкости также исчезает в пограничном слое и тем самым искусственные добавки не искажают картину течения вблизи поверхности модели.

Методика численного моделирования такая же, как в [15]. Газодинамические параметры (плотность, скорость, давление, температура, энергия) приводятся к безразмерному виду. В качестве размерных параметров берутся характерная длина 1 м, плотность и скорость звука в набегающем потоке. Таким образом, в набегающем потоке  $\rho = 1$ ,  $p = 1/\gamma$ ,  $T = 1$ ,  $U = Ma$ . В безразмерных переменных уравнение состояния принимает вид  $p = \rho T / \gamma$ , скорость звука при этом  $c = \sqrt{T}$ , число Рейнольдса  $Re_D = MaD / \mu_0$ .

Значения газодинамических параметров определяются в узлах сетки; значения газодинамических переменных в точках расчетной области, расположенных между узлами сетки, определяются как среднее арифметическое значений в ближайших узлах. Конечно-разностная аппроксимация макроскопических КГД уравнений строится методом контрольных объемов; барицентрический контрольный объем строится вокруг каждого узла сетки. В силу неравномерности пространственной сетки алгоритм имеет первый порядок аппроксимации по пространству.

В начальный момент на входной границе (см. рис. 2) задаются параметры набегающего потока; внутри расчетной области задаются такие же параметры, кроме скорости: газ в начальный момент неподвижен. На входной границе значения набегающего потока поддерживаются постоянными. На выходной границе ставятся условия сноса, позволяющие газу свободно покидать область. На твердой границе модели ставятся условия прилипания (вектор скорости равен нулю), при этом используется дополнительное граничное условие КГД алгоритма: нормальная производная давления равна нулю. Поверхность модели полагается адиабатической.

Решение начально-краевой задачи для сеточных аналогов системы (1)–(6) находится по явной по времени конечно-разностной схеме, которая имеет первый порядок аппроксимации по времени. Шаг по времени вычисляется как  $h_t = \beta h / c$ , где  $\beta = 0.1$  – число Куранта,  $h$  и  $c$  – те же локальные параметры, что в формулах (5)–(6). Расчеты проводились на суперкомпьютере К-100, установленном в Центре коллективного пользования Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН [17]. Использовалось распараллеливание вычислений, основанное на декомпозиции расчетной области с применением стандарта передачи сообщений MPI и библиотеки METIS.

## 4. Общая картина обтекания

Моделирование проводится в трех вариантах, которые отличаются величинами искусственной вязкости (табл. 1). Влияние этих коэффициентов на результаты расчетов будет рассмотрено ниже.

Таблица 1

### Варианты моделирования

Вариант	Значение коэффициента $\alpha$ (5)	Значение коэффициента $\delta$ (6)
1	0.5	3
2	0.5	1
3	0.1	1

Используя опыт расчетов [15], было принято, что картина обтекания для каждого варианта формируется в течение безразмерного времени 10. Для оценки соответствующего размernого значения примем во внимание, что в экспериментах [11] источником потока воздуха в аэродинамической трубе является резервуар, в котором газ покоятся при температуре 290 К. Применяя изэнтропическую формулу для температуры торможения [18, с. 108], получим, что при  $Ma = 1.5$  температура в набегающем потоке  $T_0 = 200$  К. Скорость звука в набегающем потоке  $c_0 = (\gamma RT_0)^{1/2} = 283$  м/с (принимаем, что универсальная газовая постоянная  $R = 287$  Дж/(кг · К)). Поскольку параметрами обезразмеривания приняты 1 м и  $c_0$ , для значения безразмерного времени 10 размерное время составляет 0.0353 с. В течение этого времени частица газа, имеющая скорость  $c_0$ , пройдет 10 м (заметим, что длина модели составляет около 0.5 м, а длина расчетной области около 1.5 м). Число шагов разностной схемы для безразмерного времени 10 составляет порядка  $10^5$ , машинное время при использовании 128 процессорных ядер суперкомпьютера К-100 – порядка 10 часов.

На рис. 4 приведены картины обтекания: экспериментальные данные из [11] (а) и результаты моделирования в вариантах 1, 2 и 3 (б и с и д соответственно). Рис. 4, а демонстрирует полученное в эксперименте [11] шлирен-изображения картины обтекания, соответствующие градиентам плотности (фактически градиентам коэффициента отражения) в проекции на плоскость симметрии (плоскость рисунка). Положительные вдоль потока значения градиента показаны темными областями, отрицательные светлыми. Высокие значения градиентов (за донной областью модели) не разрешаются на шлирен-изображении.

Результаты расчетов (б–д) представлены в виде уровней безразмерной плотности. При сравнении экспериментальных и расчетных данных видно, что общий вид скачков уплотнения удовлетворительно разрешаются при моделировании, при этом разрешение в вариантах 2 и 3 (при меньших значениях искусственной вязкости) лучше, чем в варианте 1. С наветренной стороны модели хорошо заметны два скачка уплотнения, как и в эксперименте. С подветренной стороны при моделировании также разрешаются два скачка уплотнения, при этом в эксперименте наблюдаются четыре скачка уплотнения (один из них слабо выражен). Кроме того, в расчетах относительно хорошо разрешается скачок уплотнения, расположенный параллельно поверхности модели и расположенный над хвостовым расширением. В численном расчете расстояние от этого скачка уплотнения до поверхности несколько больше, чем в эксперименте.

Уменьшение коэффициента  $\delta$ , определяющего искусственную добавку во вторую вязкость (6), заметно улучшает разрешение скачков уплотнения, в то время как уменьшение коэффициента  $\alpha$ , который задает дополнительную диссипацию в  $\tau$ -слагаемых КГД алгоритма (5), при малом  $\delta$  почти не влияет на картину течения. При дальнейшем уменьшении коэффициентов искусственной вязкости расчет теряет устойчивость.

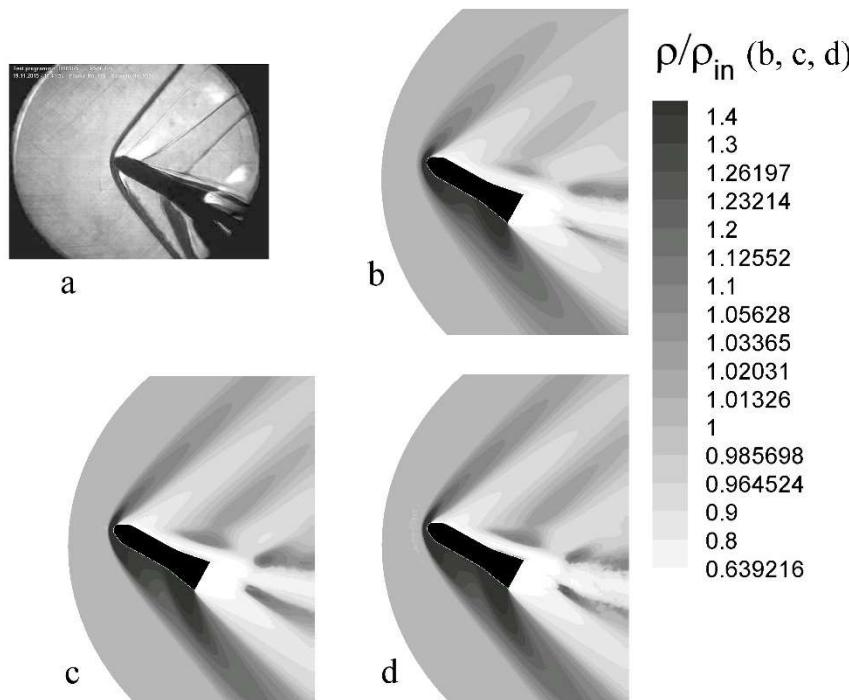


Рис. 4. Картинки обтекания в сечении  $z = 0$ : шлирен-изображение в эксперименте (а), уровни плотности при моделировании в вариантах 1–3 (б–д)

На рис. 5. показаны уровни безразмерного давления и числа Маха при моделировании в варианте 2. Наряду со скачками уплотнения, заметными на уровнях плотности (рис. 4 б–д), уровни давления дополнительно показывают слабую волну повышения давления с подветренной стороны модели ( $x = 0.2$  м,  $y = 0.5$  м), что соответствует скачку уплотнения в этой области, наблюдаемому в эксперименте (рис. 4а).

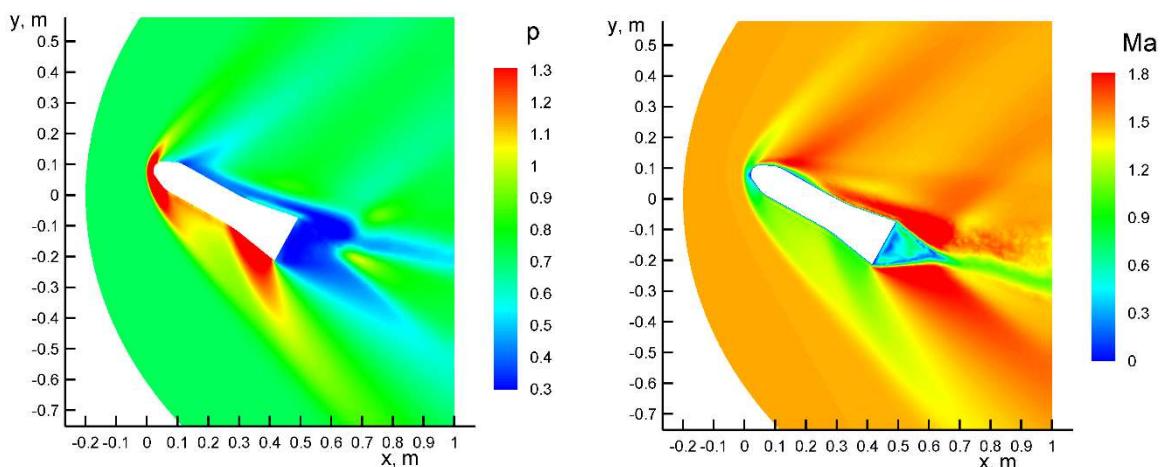


Рис. 5. Уровни давления (слева) и числа Маха (справа) в сечении  $z = 0$ , моделирование (вариант 2)

Полученную картину обтекания можно качественно сопоставить с результатами моделирования обтекания модели HB-2 при  $Ma = 3$  и  $AoA = 8^0$ , полученных в [1, с. 47–48]: наблюдаются области локального повышения числа Маха (с превышением числа Маха набегающего потока) в областях, примерно соответствующих областям падения давления с подветренной стороны модели и за донной областью. Эти области имеют сходную структуру в [1] и в настоящей работе. Картина распределения давления также качественно сходна с аналогичной картиной обтекания модели HB-2, полученной в работе [13] в расчетах при  $Ma = 3$  и  $AoA = 16^0$ .

## 5. Вихревые зоны и нестационарность течения

На рис. 6–8 показаны расчетные уровни плотности и линии тока для различных моментов времени: слева сформированная картина течения, справа счет продолжен на 3. 9 безразмерного времени (0. 014 с) в сечениях  $z = 0$  (рис. 6),  $x = 0.414228$  м (рис. 7),  $x = 0.491801$  м (рис. 8). Моделирование проводилось в варианте 2 (см. табл. 1). Последние два сечения (рис. 7 и 8) для определенности выбраны так, чтобы они касались донной границы.

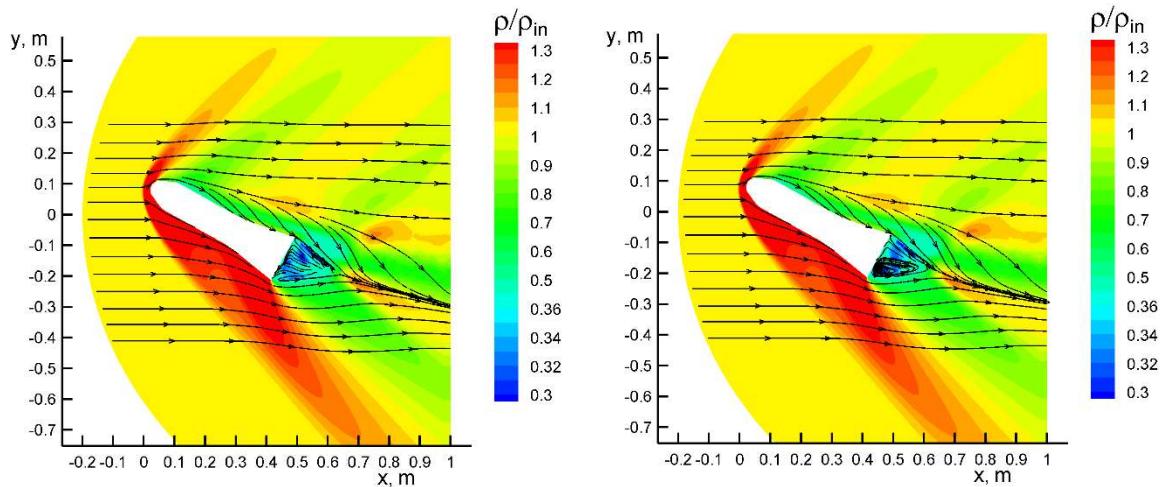


Рис. 6. Уровни плотности и линии тока для моментов времени, отличающихся на 0. 014 с в сечении  $z = 0$ , моделирование (вариант 2)

В трех сечениях, показанных на рис. 6–8, уровни плотности и линии тока стационарны везде, за исключением области за донным срезом модели, где образуется нестационарная вихревая зона, которая видна на рис. 6 и 8. На рис. 7 видны два стационарных вихря, образующихся с подветренной стороны цилиндрической части модели. Поскольку сечение, изображенное на рис. 7, не пересекает вихревую зону, уровни плотности и линии тока на этом рисунке стационарны.

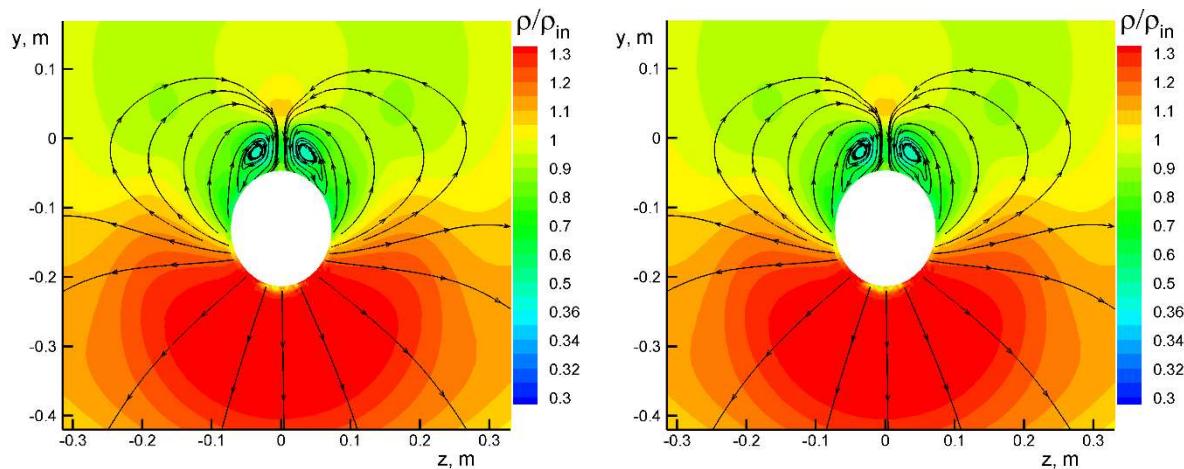


Рис. 7. Уровни плотности и линии тока для моментов времени, отличающихся на 0. 014 с в сечении  $x = 0.414228$  м, моделирование (вариант 2)

На рис. 8 показано сечение, проходящее через вихревую зону за донной областью. Хорошо видно, что для разных моментов времени картина вихрей и уровней плотностей в этой зоне существенно различна. Кроме того, видна несимметричность как вихрей, так и распределения плотности. Такая несимметричность может приводить к появлению поперечной силы, исследование которой является важной задачей аэродинамики обтекания тел вращения [19]. Расположение зон минимальной плотности приблизительно соответствует центрам вихрей.

Таким образом, моделирование обтекания показывает формирование двух стационарных вихрей с подветренной стороны и нестационарной картины вихрей за донной областью, причем картина обтекания является существенно трехмерной. Сходная структура стационарных вихрей с подветренной стороны обнаруживается в работе [13] в расчетах обтекания модели HB-2 при  $Ma = 3$  и  $AoA = 16^\circ$ .

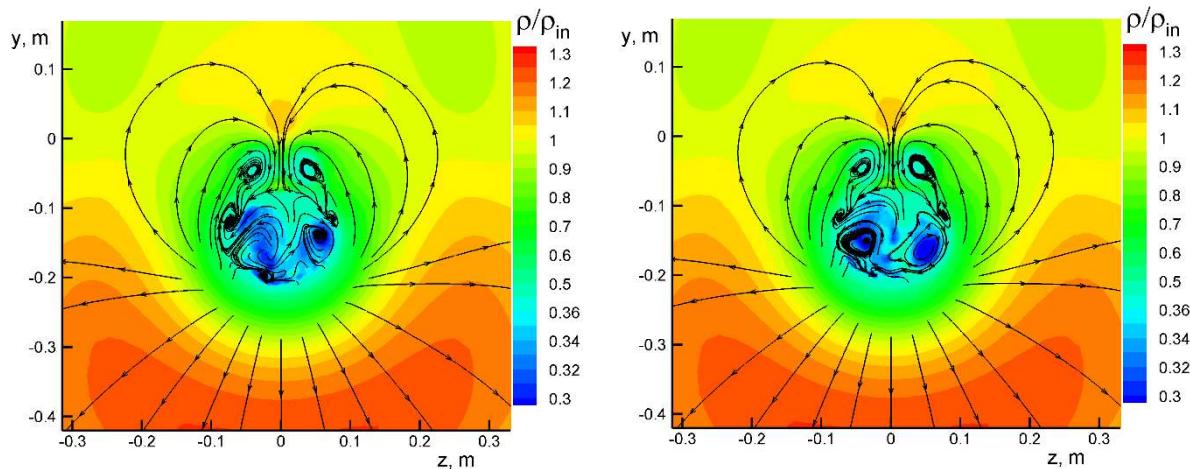


Рис. 8. Уровни плотности и линии тока для моментов времени, отличающихся на 0.014 с в сечении  $x = 0.491801$  м, моделирование (вариант 2)

Для иллюстрации пространственной структуры обтекания на рис. 9 приведены линии тока в окрестности модели в двух ракурсах. Видно, что течение в вихрях с подветренной стороны имеет спиральный характер.

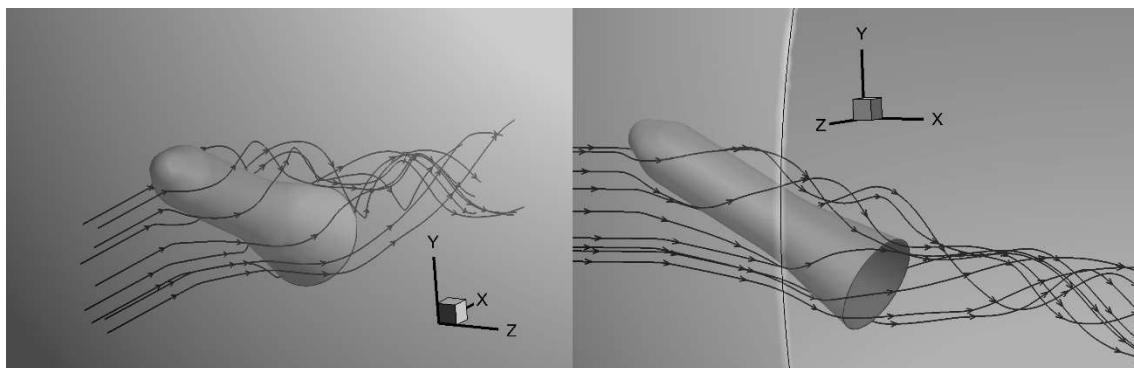


Рис. 9. Пространственные линии тока, моделирование (вариант 2)

## 6. Параметры торможения и аэродинамические коэффициенты

На рис. 10 (слева) сравниваются полученные при моделировании безразмерные значения параметров торможения (символы) с теоретическими данными (горизонтальные прямые). Значения торможения берутся на поверхности носовой части тела, в точке, где значение плотности максимально. Теоретические значения рассчитываются из условий Ренкина – Гюгонио и изэнтропических формул [18, с. 108], [3, с. 130] в предположении, что в точке максимальной плотности вблизи поверхности поток полностью тормозится. Номера вариантов по оси абсцисс соответствуют табл. 1. Видно, что результаты моделирования в вариантах 2 и 3 ближе к теоретическим, чем в варианте 1. Сравнение результатов в вариантах 2 и 3 показывает влияние уменьшения коэффициента  $\alpha$  (5). Таким образом, значения параметров торможения при моделировании с малыми значениями искусственной вязкости достаточно хорошо совпадают с их теоретическими значениями.

На рис. 10 (справа) приведено сравнение полученных при моделировании аэродинамических коэффициентов полной осевой силы  $CAt$ , носовой осевой силы  $CAF$  и нормальной силы  $CN$  с экспериментальными значениями из [11]. Результаты расчетов показаны символами, экспериментальные данные – горизонтальными прямыми. Полная осевая сила вычисляется при постобработке данных моделирования как проекция полной аэродинамической силы (интеграла давления по поверхности в предположении, что давление в каждой точке поверхности действует как сила, нормальная к поверхности) на ось симметрии модели. Аналогично, нормальная сила является проекцией полной аэродинамической силы на прямую, перпендикулярную плоскости симметрии модели и лежащую в плоскости  $xy$ .

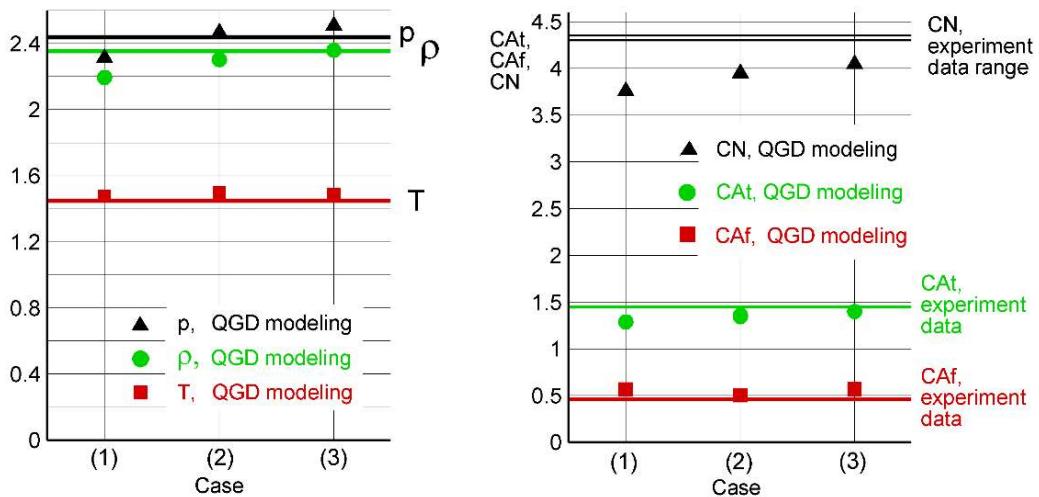


Рис. 10. Значения безразмерных параметров торможения, моделирование и теория (слева). Значения аэродинамических коэффициентов, моделирование и эксперимент (справа)

Носовая осевая сила является составляющей полной осевой силы при вычислении аэродинамического воздействия на поверхность модели без учета донной области, при этом принимается, что на донную область действует постоянное давление, равное статическому давлению в набегающем потоке. Для вычисления аэродинамических коэффициентов рассмотренные выше силы нормируются на величину скоростного напора набегающего потока  $\rho_0 u_0^2 S_0 / 2$ , где в безразмерном виде  $\rho_0 = 1$ ,  $u_0 = \text{Ma}$ . Референсная площадь  $S_0 = (\pi/4)D^2 = 0.00785 \text{ м}^2$  [9].

Видно, что с уменьшением искусственной вязкости (коэффициентов  $\alpha$  и  $\delta$ ) результаты расчетов становятся ближе к экспериментальным данным. Значения  $CAt$  и  $CAF$  в вариантах 2 и 3 хорошо соответствуют эксперименту, значение  $CN$  несколько занижено. Заметим, что в экспериментах [11] модель закреплена на державке (цилиндрическом стержне, соосном с моделью), причем диаметр державки превышает значение, рекомендованное в [9]. Увеличение диаметра державки в экспериментах потребовалось для увеличения прочности конструкции, требуемой для продувок при больших углах атаки. Можно предположить, что занижение  $CN$  при моделировании обусловлено влиянием державки большого диаметра в эксперименте с большим углом атаки (очевидно, что с увеличением угла атаки влияние державки на  $CN$  увеличивается). Отметим, что значения  $CN$ , полученные в экспериментах [11], имеют небольшой разброс, что отражено на рис. 10 справа. Нестационарность течения при моделировании, которую иллюстрируют рис. 6 и 8, приводит к тому, что аэродинамические коэффициенты меняются со временем (величина изменений порядка 1–2 %). Эти изменения не показаны на рис. 10 справа. Влияние нестационарности течения на значения параметров торможения не обнаружено.

## 5. Выводы

Численное моделирование сверхзвукового обтекания тела вращения НВ-2 под большим углом атаки на основе КГД алгоритма на тетраэдральных сетках Gmsh позволяет удовлетворительно разрешить общую структуру скачков уплотнения вокруг тела, а также получить хорошее соответствие значений параметров торможения и аэродинамических коэффициентов теоретическим и экспериментальным данным. Кроме того, моделирование показывает образование двух стационарных вихрей, образующихся с подветренной стороны цилиндрической части тела, а также зоны нестационарных вихрей за донным срезом. Уменьшение значений коэффициентов искусственной вязкости в КГД алгоритме (табл. 1) увеличивает точность моделирования.

Опыт численного моделирования показывает, что КГД алгоритм ориентирован на решение нестационарных задач и хорошо описывает возникновение нестационарных и несимметричных течений, при этом не требуется введение в математическую модель дополнительной турбулентной вязкости. Применение КГД алгоритма в представленной здесь задаче показывает, что нестационарность действительно возникает, но только в ограниченной области вблизи донной части тела, и практически не влияет на характеристики течения в остальной области. Поэтому задачи данного типа можно моделировать более простыми численными алгоритмами, ориентированными на поиск стационарных решений задачи. Последнее существенно упрощает численный расчет, но в принципе может приводить к тому, что эффекты, вызванные несимметричной картиной обтекания, не будут учтены.

В работе [6] исследовалась задача расчетов сверхзвукового обтекания под углом атаки осесимметричной модели с хвостовым расширением, сходная с задачей, рассматриваемой в данной работе. В обеих работах расчеты проводятся на основе КГД алгоритма по сходной методике. В [6] получены относительно хорошие соответствия распределения давления по поверхности и вихревой картины обтекания экспериментальным данным. Данная работа дополняет работу [6] в плане подтверждения применимости КГД алгоритма к расчетам сверхзвукового обтекания тел вращения под различными углами атаки и соответствия результатов моделирования различным экспериментальным данным.

## Литература

1. Суржиков С. Т. Численная интерпретация экспериментальных данных по аэродинамике модели НВ-2 с использованием компьютерных кодов USTFEN и PERAT-3D // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. Т. 21, вып. 1. <https://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/900/>
2. Chetverushkin B. N. Kinetic schemes and quasi-gas dynamic system of equations. Barselona: CIMNE, 2008. 298 p.
3. Elizarova T. G. Quasi-gas dynamic equations. Dordrecht: Springer, 2009. 300 p.
4. Шеретов Ю. В. Регуляризованные уравнения гидродинамики. Тверь: Тверской гос. ун-т, 2016. 222 с.
5. Елизарова Т. Г., Широков И. А. Коэффициенты искусственной диссипации в регуляризованных уравнениях сверхзвуковой аэродинамики // Докл. Акад. Наук. 2018. Т. 483, № 3. С. 260–264.
6. Широков И. А., Елизарова Т. Г. Вычислительный эксперимент в задаче сверхзвукового обтекания затупленного тела с хвостовым расширением. Математическое моделирование. 2019. Т. 31. № 10. С. 117–129.
7. Широков И. А. Численное исследование аэродинамических характеристик треугольного крыла при различных углах атаки и больших числах Маха. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. № 56. 24 с.

8. Широков И. А., Елизарова Т. Г. Моделирование нестационарного дозвукового обтекания осесимметричного тела с турбулизатором. 2022. Теплофизика и Аэромеханика. 2022. Т. 29. № 1. С. 37–44.
9. Gray J.D. Summary Report on Aerodynamic Characteristics of Standard Models HB-1 and HB-2. AEDC-TDR-64-137. 1964.
10. Ceresuela R. Maquettes étales HB-1 et HB-2. Caractéristiques aerodynamiques mesurées dans les souffleries de l’O.N.E.R.A. de Mach 2 à Mach 16.5 // Note Technique O.N.E.R.A. 1968. № 123. 24 p.
11. Vukovic Dj., Damljanovic D. HB-2 high-velocity correlation model at high angles of attack in supersonic wind tunnel tests // Chinese Journal of Aeronautics. 2019. Vol. 32(7). Pp. 1565–1576.
12. Крючкова А. С. Моделирование сверхзвукового обтекания баллистических моделей в программном коде UST3D // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2018. Т. 19, вып. 4. <https://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-4/articles/783/>
13. Четверушкин Б. Н., Борисов В. Е., Давыдов А. А., Луцкий А. Е., Ханхасаева Я. В. Моделирование тепловых потоков при обтекании баллистической модели на основе гиперболической квазигазодинамической системы. Математическое моделирование. 2021. Т. 33. № 2. С. 41–54.
14. Gmsh: three-dimensional finite element mesh generator. <https://gmsh.info>
15. Широков И. А., Елизарова Т. Г. Влияние характеристик тетраэдральных сеток на точность моделирования сверхзвукового обтекания осесимметричной модели. Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2025. Т. 26, вып. 1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2025-26-1/articles/1173/>
16. Ермаков М. К., Крючкова А. С. Генерация неструктурированных тетраэдральных сеток для обтекания летательных аппаратов на основе открытых пакетов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. Т. 21, вып. 2. <https://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-2/articles/897>
17. K-100 System, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow. <https://www.kiam.ru/MVS/resources/k100.html>
18. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
19. Гумеров А. В., Гумерова Л. В., Бальзанникова Е. М. Исследование поперечной силы при обтекании тел вращения под большими углами атаки // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2009. Т. 8, № 1. С. 14–23.

## References

1. Surzhikov S. T., Numerical interpretation of experimental data on aerodynamics of the HB-2 model using computer codes USTFEN and PERAT-3D, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2020, vol. 21, iss. 1 [in Russian]. <http://doi.org/10.33257/PhChGD.21.1.900>
2. Chetverushkin B. N., *Kinetic schemes and quasi-gas dynamic system of equations*, Barselona: CIMNE, 2008, 298 p.
3. Elizarova T. G., *Quasi-gas dynamic equations*, Dordrecht: Springer, 2009, 300 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-00292-2>
4. Sheretov Yu. V., *Regularized Hydrodynamic Equations*, Tver State University, 2016, 222 p.
5. Elizarova T. G., Shirokov I. A., Artificial dissipation coefficients in regularized equations of supersonic aerodynamics, *Doklady Mathematics*, 2018, vol. 98, no. 3, pp. 648–651. <https://doi.org/10.1134/S1064562418070141>
6. Shirokov I. A., Elizarova T. G., Computational experiment in the problem of supersonic flow around a blunt body with tail expansion, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2020, vol. 12, no. 3, pp. 433–444. <https://doi.org/10.1134/S0234087919100095>
7. Shirokov I. A., *Numerical study of the aerodynamic characteristics of a triangular wing at different angles of attack and large Mach numbers*, M.: Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Science, Preprint No. 56, 2021, 24 p. [in Russian]. Available at <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-56>

8. Shirokov I. A., Elizarova T. G., Modeling of unsteady subsonic flow around an axisymmetric body with a turbulator, *Thermophysics and Aeromechanics*, 2022, vol. 29, no. 1, pp. 35–42.  
<http://doi.org/10.1134/S0869864322010024>
9. Gray J. D., *Summary Report on Aerodynamic Characteristics of Standard Models HB-1 and HB-2*, AEDC-TDR-64-137, 1964.
10. Ceresuela R., *Maquettes étales HB-1 et HB-2. Caractéristiques aérodynamiques mesurées dans les souffleries de l'O.N.E.R.A. de Mach 2 à Mach 16.5*, Note Technique O.N.E.R.A., 1968, no. 123. 24 p.
11. Vukovic Dj., Damljanovic D., HB-2 high-velocity correlation model at high angles of attack in supersonic wind tunnel tests, *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, vol. 32(7), pp. 1565–1576.  
<https://doi.org/10.1016/J.CJA.2019.03.022>
12. Kryuchkova A. S., Numerical simulation of supersonic flows over ballistic models using UST3D programming code, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamic*, 2018, vol. 19, iss. 4 [in Russian].  
<https://doi.org/10.33257/PhChGD.19.4.783>
13. Chetverushkin B. N., Borisov V. E., Davydov A. A., Lutsky A. E., Khankhasaeva Ya. V., Numerical simulation of heat flux around a ballistic model based on the hyperbolic quasi-gasdynamic system of equations, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2021, vol. 13, no. 5, pp. 844–852.  
<https://doi.org/10.20948/mm-2021-02-03>
14. Gmsh: three-dimensional finite element mesh generator. Available at <https://gmsh.info>
15. Shirokov I. A., Elizarova T. G., Influence of tetrahedral mesh characteristics on the accuracy of supersonic flow modeling of axisymmetric model, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2025, vol. 26, iss. 1 [in Russian]. <http://doi.org/10.33257/PhChGD.26.1.1173>
16. Ermakov M. K., Kriuchkova A. S., Generation of unstructured tetrahedral meshes for flow past flight vehicles based on open packages, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamic*, 2020, vol. 21, iss. 2 [in Russian]. <https://doi.org/10.33257/PhChGD.21.2.897>
17. K-100 System, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow. Available at <https://www.kiam.ru/MVS/resources/k100.html>
18. Loitsianskii L. G., *Mechanics of Liquids and Gases*, Pergamon Press, New York, 1966.
19. Gumerov A. V., Gumerova L. V., Balzannikova Y. M., Analysis of transverse force in the case of flow about bodies of revolution at high angle of attack, *VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*, 2009, vol. 8, no. 1, pp. 14–23 [in Russian].  
[https://doi.org/10.18287/2541-7533-2009-0-1\(17\)-14-23](https://doi.org/10.18287/2541-7533-2009-0-1(17)-14-23)

Статья поступила в редакцию 10 октября 2025 г.