

# The moment method applying for modeling heterogeneous condensation and evaporation

V. S. Nazarov

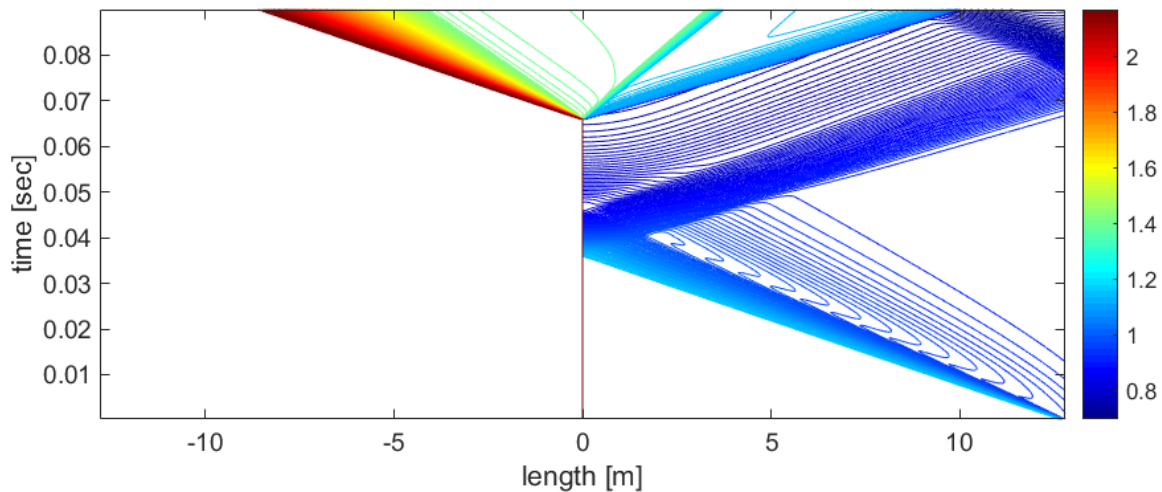
*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 121993, Russia*

[naz.vladislav@yandex.ru](mailto:naz.vladislav@yandex.ru)

## Abstract

The modeling of heterogeneous condensation using the method of moments is considered in this study. The instantaneous-wetting model is used to simulate nucleation. An approach to the approximation of the average droplet growth rate based on Gyarmaty's model is presented. An approach to calculating heterogeneous condensation based on the distribution function of foreign impurities is considered. A method for calculating evaporation in the heterogeneous case is proposed. The Euler equations are used to model the gas flow. The validation of the developed algorithms is given by comparing the calculated data with a physical experiment. A method for calculating the growth rate of the number of critical nuclei in the heterogeneous case is discussed.

Key words: heterogeneous condensation, method of moments, evaporation, nucleation, denucleation



X-t process diagram visualized with density contour lines for high pressure areas and a low pressure chamber

УДК 533.2

# Приложение моментного метода для моделирования гетерогенной конденсации и испарения

Назаров В. С.

*Московский авиационный институт,  
Россия, Москва, 125993, Волоколамское шоссе, 4*

[naz.vladislav@yandex.ru](mailto:naz.vladislav@yandex.ru)

## Аннотация

В настоящем исследовании рассматривается моделирование гетерогенной конденсации с помощью метода моментов. Для моделирования нуклеации используется модель мгновенного смачивания. Приводится описание подхода к аппроксимации средней скорости роста капли, основанный на модели Гуармати. Рассматривается подход к вычислению гетерогенной конденсации на основе функции распределения чужеродных примесей. Предлагается метод вычисления испарения в гетерогенном случае. Для моделирования газового потока используются уравнения Эйлера. Приведена валидация разработанных алгоритмов путем сравнения расчетных данных с физическим экспериментом. Освещается способ вычисления скорости роста числа критических зародышей в гетерогенном случае.

Ключевые слова: гетерогенная конденсация, метод моментов, испарение, нуклеация, денуклеация

## 1. Введение

Фазовые превращения повсеместно встречаются в природе и технике. Образование конденсата может повлиять на момент вращения паровых турбин на электростанциях. Течение гетерогенного потока оказывает существенное значение на тяговые характеристики сопел двигателей. Многие химические процессы протекают на границе раздела фаз. С помощью гетерогенной конденсации осуществляют очистку газа от субмикронных частиц.

Для моделирования конденсации удобно рассмотреть основные генерирующие уравнения (General Dynamic Equations) [1], которые задают закон развития функции распределения капель по размерам. Однако решение этих уравнений требует дополнительных вычислительных затрат на вычисление уровня прироста молекул и вероятности их прилипания. Одним из наиболее широко используемых подходов к решению генерирующих уравнений стал переход от дифференциального уравнения к системе интегродифференциальных путем вычисления моментов функции распределения. Получившаяся система уравнений требует «замыкания» и одним из первых, кто предложил подход к их решению был Хилл (Hill) [2]. Он выдвинул форму моментных уравнений применимую для любого уровня роста капель, при помощи аппроксимации средней скорости роста капли. Дальнейшее развитие моментный метод (ММ) получил в работах [3, 4].

Гетерогенная нуклеация отличается от гомогенной функцией отвечающей за скорость образования зародышей. Для конденсации энергетически более предпочтительно осаждение паров на чужеродных кластерах, чем формировать новые собственные. Флетчер (Fletcher) одним из первых предложил вид функции скорости образования зародышей, рассматривая частицы сферическими [5]. Такой подход предпочтителен для рассмотрения гетерогенного

образования кластеров на относительно крупных частицах. Альтернативным подходом является предположение, что капли смачиваются сразу целиком. Такой подход называется моделью мгновенного смачивания (instantaneous-wetting model) [6], который дает хорошие результаты для капель размера порядка десятков нанометров. Этот подход позволяет легко адаптировать ММ для моделирования конденсации протекающей по гетерогенному типу.

В настоящей работе рассматривается подход, основанный на использовании моментного метода (ММ) для моделирования гетерогенной конденсации и дополняет исследование [7] в части модели гетерогенного испарения. Делается предложение использовать первоначальную функцию распределения сухих частиц в качестве отправной точки для процесса денуклеации, вместо рассмотрения критического зародыша капли рассматриваемого в работах [8–11].

## 2. Гетерогенный подход в Методе Моментов

Система моментных уравнений основана на системе генерирующих уравнений [1], которая отражает эволюцию развития капель: нуклеацию и денуклеацию, рост и уменьшение

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_j f) + \frac{\partial}{\partial r}(rf) = \delta(r - r^*)J, \quad (1)$$

где  $f$  – функция распределения частиц по размерам;  $r^*$  – критический радиус капли;  $u_j$  – компонент скорости в направлении  $j$ ;  $J$  – скорость образования кластеров. Моментные уравнения получаются из системы генерирующих уравнений благодаря переходу от дифференциального уравнения (1) к системе интегродифференциальных уравнений, путем домножения уравнения (1) на  $r^k$  и расчета интеграла от  $r$  каждого члена уравнения для всех  $k$  [2]

$$\int_0^\infty r^k \frac{\partial f}{\partial t} dr + \frac{\partial}{\partial x_j} \int_0^\infty r^k (u_j f) dr + \int_0^\infty r^k \frac{\partial}{\partial r}(rf) dr = (r^*)^k J \quad (2)$$

Третий член уравнения может быть записан как

$$\int_0^\infty r^k \frac{\partial}{\partial r}(rf) dr = (r^k rf)|_0^\infty - k \int_0^\infty r^{k-1} rf dr \quad (3)$$

Поскольку нет радиусов капли равных бесконечности первый член в правой части уравнения (3) равен нулю. Для определения второго члена уравнения (3) Хилл (Hill) [2] предложил использовать приближенное вычисление интеграла использовав среднюю скорость роста капли

$$\int_0^\infty r^k \frac{\partial}{\partial r}(rf) dr = -k \bar{r} \int_0^\infty r^{k-1} f dr, \quad (4)$$

где  $\bar{r}$  – средняя скорость роста капли.

Для системы (2) определим  $k$ -й момент функции распределения  $f$  как

$$M_k = \int_0^\infty r^k f dr \quad (5)$$

Таким образом мы окончательно получим цепочку моментных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial t} M_k + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_j M_k) = (r^*)^k J + k M_{k-1} \bar{r}, \quad k = 1, \infty \quad (6)$$

Первые четыре момента системы (6) имеют физическую интерпретацию:  $M_0$  – это числовая плотность кластеров в единице объема;  $M_1$  – сумма радиусов всех кластеров в

единице объема;  $M_2$  – сумма квадратов радиусов всех кластеров (площадь поверхности всех кластеров),  $M_3$  – сумма кубов радиусов всех кластеров (суммарный объем всех кластеров).

Для описания гетерогенной системы уравнений необходимо переписать систему (1) в терминах гетерогенной функции распределения  $f^{he}$

$$\frac{\partial f^{he}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j f^{he}) + \frac{\partial}{\partial r} (\dot{r} f^{he}) = J^{he}, \quad (7)$$

где  $J^{he}$  это гетерогенная функция нуклеации. Система моментных уравнений для гетерогенной нуклеации может быть получена из уравнения (7) таким же образом, как и система (6)

$$\frac{\partial}{\partial t} M_k^{he} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j M_k^{he}) = \varphi_k^{he} + k M_{k-1}^{he} \dot{r}, \quad k = 1, \infty, \quad (8)$$

где  $M_k^{he}$  – это  $k$ -й момент гетерогенной функции распределения  $f_k^{he}$ . Функция скорости изменения  $k$ -го момента  $\varphi_k^{he}$  может быть получена из следующего соотношения:

$$\varphi_k^{he} = \int_0^\infty r^k J^{he} dr \quad (9)$$

Для моделирования конденсации удобно вместо третьего момента  $M_3^{he}$  рассматривать уравнение для изменения массовой доли жидкости  $\alpha$ . Для этого необходимо преобразовать уравнение для третьего момента. Учтем, что

$$\varphi_3^{he} = \frac{d}{dt} \int_0^\infty r^3 g dr = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty r^3 g dr + \frac{\partial}{\partial x_j} u_j \int_0^\infty r^3 g dr \quad (10)$$

Отсюда для третьего момента имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} M_3^{he} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j M_3^{he}) = \varphi_3^{he} + k M_2^{he} \dot{r} \quad (11)$$

Умножив уравнение (11) на  $(4/3)\pi\rho_l$  ( $\rho_l$  – плотность жидкости) и учитывая (10), получим уравнение для определения массовой доли жидкости  $\alpha$

$$\frac{\partial \rho \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \alpha}{\partial x_j} = 4\pi\rho_l \dot{r} M_2^{he} \quad (12)$$

Окончательно система уравнений для конденсирующегося газа в одномерной постановке будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + p)}{\partial x} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial (u(\rho E + p))}{\partial x} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial (M_0^{he})}{\partial t} + \frac{\partial (u M_0^{he})}{\partial x} = \varphi_0^{he}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial M_1^{he}}{\partial t} + \frac{\partial u M_1^{he}}{\partial x} = \varphi_1^{he} + \dot{r} \rho M_0^{he}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial M_2^{he}}{\partial t} + \frac{\partial u M_2^{he}}{\partial x} = \varphi_2^{he} + 2\dot{r} \rho M_1^{he}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \rho \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \alpha}{\partial x} = 4\pi \rho_1 \dot{r} M_2^{he} \quad (19)$$

Здесь  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $T$  – температура статическая;  $u$  – скорость вдоль направления  $x$ .

Чтобы описать неоднородность среды, введено уравнение распространения массовой доли конденсирующейся фазы  $\alpha_{\max}$ . Это позволяет расширить класс решаемых задач. Например, это позволяет рассмотреть задачи с неоднородным содержанием конденсирующегося вещества в разных зонах расчетной области.

$$\frac{\partial(\rho \alpha_{\max})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \alpha_{\max})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \alpha_{\max})}{\partial y} = 0, \quad (20)$$

где  $\alpha_{\max}$  – массовая доля конденсирующейся фазы.

## 2.1. Нуклеация

Гетерогенная конденсация также, как и гомогенная происходит в 2 этапа: нуклеация и рост образовавшихся капель (рис. 1). Однако для гетерогенной конденсации энергетически более предпочтительно смачивать уже существующие частицы, а не образовывать новые кластеры. Таким образом, процесс гетерогенной нуклеации сводится к смачиванию существующих кластеров. Этот процесс условимся называть активацией.

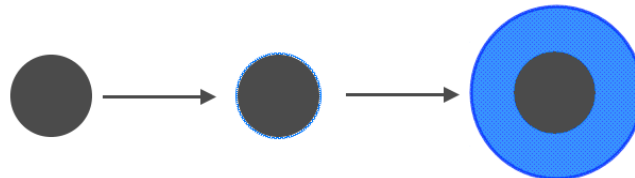


Рис. 1. Схематическое изображение процесса гетерогенной конденсации

В модели используется модель мгновенного смачивания [6]. В ней делается предположение, что твердые частицы примесей покрываются влагой сразу и полностью. Делается предположение, что активируются только те частицы, радиус которых меньше чем  $r^*$  (рис. 2).



Рис. 2. Схематическое изображение активации частиц

Критический радиус частиц условия максимума термодинамического барьера

$$r^* = \frac{2\sigma}{RT\rho_l \ln S}, \quad (21)$$

где  $\rho_l$  – плотность жидкости.

Считается, что существование капель меньшего размера энергетически невыгодно. Количество капель, которое может быть образовано пропорционально количеству частиц примесей и может быть найдена как

$$\varphi_k^{he} = \frac{d}{dt} \int_{r^*}^{\infty} r^k g dr \quad (22)$$

Для случая равномерной функции распределения, имеющей размеры капель в диапазоне от  $r_{\min}$  до  $r_{\max}$  будет иметь следующий вид:

$$\varphi_k^{he} = -\frac{g_n}{r_{\max} - r_{\min}} r_*^k \frac{dr_*}{dt}, \quad (23)$$

где  $g_n$  – размер частиц в единице массы для сухой примеси.

## 2.2. Средняя скорость роста

Рассматриваемая модель основана на модели Гуарматы (Guarmaty) [12] с дальнейшим развитием, которое предложил Смолдер (Smolder) [6].

Средняя скорость роста капли определяется тепловым потоком

$$\dot{H} = -\dot{M}L, \quad (24)$$

где  $L$  – удельная теплота парообразования, а  $\dot{M}$  – поток массы.

Поток массы и температуры могут быть описаны в общей форме текущего радиуса капли  $r$

$$\begin{cases} \dot{M} = 4\pi r^2 \text{Nu}_{\dot{M}} \frac{(p_v^{eq} - p_v)}{p} \frac{D_{\text{mod}}}{2r}, \\ \dot{H} = 4\pi r^2 (T_d - T) \frac{k_m}{2r}, \end{cases} \quad (25)$$

где  $\text{Nu}_{\dot{M}}$ ,  $\text{Nu}_{\dot{H}}$  – числа Нуссельта для потока массы и теплоты соответственно;  $D_{\text{mod}}$  – модифицированный коэффициент диффузии равный  $D_{\text{mod}} = D_m p / (R_v T_m)$ , где  $D_m = 2.54(T/295)^{2.085} / p$  для воды. Коэффициент теплопроводности  $k_m$ , коэффициент диффузии  $D_m$  определяются для средней температуры  $T_m$

$$T_m = \frac{1}{3}(2T_d + T) \quad (26)$$

Из формул (24) и (25) может быть получена неявная формула для вычисления температуры капли  $T_d$

$$\text{Nu}_{\dot{H}} k_m (T_d - T) = -\text{Nu}_{\dot{M}} L(T_d) D_m \frac{p_{v\infty} - p_v^{eq}}{p} \quad (27)$$

Тогда скорость роста капли может быть выражена из закона сохранения массы или энергии

$$\frac{dr_d^2}{dt} = \frac{\text{Nu}_{\dot{H}} \lambda}{\rho_l L} (T_d - T) = - \frac{\text{Nu}_{\dot{M}} D_{\text{mod}}}{\rho_l} \frac{p_v - p_v^{eq}}{p_a} \quad (28)$$

### 2.3 Явный метод для вычисления температуры капли

Чтобы найти температуру капли  $T_d$  необходимо воспользоваться неявными соотношениями. Неявное вычисление температуры очень затратная вычислительно процедура. Однако существует приближенная явная формула вычисления, которая имеет маленькую погрешность при небольших степенях насыщения [13]

$$\left( \frac{T_d}{T_\infty} - 1 \right) = f(S_\infty, Ke_\infty) [C_1 + C_2]^{-1} (1 - \delta_1), \quad (29)$$

где

$$Ke_\infty = \frac{2\sigma}{\rho_l R_v T_\infty r_d}, \quad (30)$$

$$\delta_1 \approx \frac{0.5C_1^2 - C_2}{(C_1 + C_2)^2} (\ln S_\infty - Ke_\infty), \quad (31)$$

$$f(S_\infty, Ke_\infty) = \ln(S_\infty) - Ke_\infty, \quad (32)$$

$$C_1 = \frac{T_\infty}{\theta_\infty S_\infty} \left( \frac{p_\infty}{p_{s_\infty}} - S_\infty \right), \quad (33)$$

$$C_2 = \frac{L_\infty}{R_v T_\infty}, \quad (34)$$

где коэффициент  $\theta$  вычисляется из следующего соотношения:

$$\theta = \frac{D_{\text{mod}} L \text{Nu}_{\dot{M}}}{k_m \text{Nu}_{\dot{E}}}, \quad (35)$$

Для чисел Нуссельта справедливы следующие соотношения:

$$\text{Nu}_{\dot{E}} = \text{Nu}_{\dot{H}} = \frac{\text{Nu}_{\dot{H}}^{ct}}{1 + (\text{Nu}_{\dot{H}}^{ct} / B_{\dot{H}}) \text{Kn}}, \quad (36)$$

$$\text{Nu}_{\dot{M}} = \frac{\text{Nu}_{\dot{M}}^{ct}}{1 + (\text{Nu}_{\dot{M}}^{ct} / B_{\dot{M}}) \text{Kn}} \quad (37)$$

Смолдер (Smolder) предложил приближенное вычисление для формул (36), (37) и предложил использовать следующие значения для континуальных числа Нуссельта  $\text{Nu}_{\dot{M}}^{ct} = \text{Nu}_{\dot{H}}^{ct} = 2$ , и положил значения  $B_{\dot{H}} = 0.49$  и  $B_{\dot{M}} = 0.62$  [6].

### 2.4 Моделирование испарения и денуклеации

Для моделирования испарения делается предположение, что деактивация частиц происходит по тому же пути, что и активация: для капель необходимо достигнуть первоначальных значений размеров кластеров твердых частиц (рис. 3).

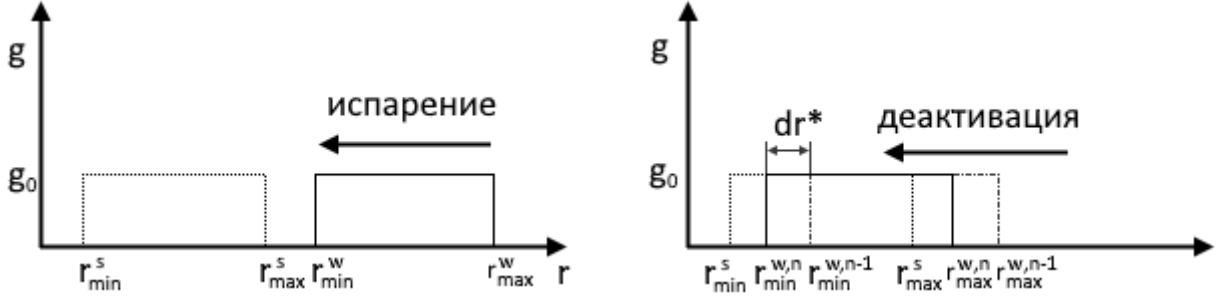


Рис. 3. Сравнение процессов испарение и деактивации

При этом деактивация начинается, если минимальный радиус частиц покрытых водяной пленкой  $r_{\min}^w$  достигает максимального радиуса первоначальных частиц  $r_{\max}^s$ . Скорость деактивации частиц будет определяться из соотношения

$$J_{\text{deactiv}} = \frac{g_0}{r_{\max}^w - r_{\min}^w} \frac{dr_{\text{da}}^*}{dt} \quad (38)$$

Окончательно форма моментных уравнений для деактивации будет иметь вид

$$\frac{\partial(M_0^{he})}{\partial t} + \frac{\partial(uM_0^{he})}{\partial x} = J_{\text{deactiv}}, \quad (39)$$

$$\frac{\partial M_1^{he}}{\partial t} + \frac{\partial uM_1^{he}}{\partial x} = \dot{r} \rho M_0^{he}, \quad (40)$$

$$\frac{\partial M_2^{he}}{\partial t} + \frac{\partial uM_2^{he}}{\partial x} = 2\dot{r} \rho M_1^{he}, \quad (41)$$

$$\frac{\partial \rho \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \alpha}{\partial x} = 4\pi \rho_l \dot{r} M_2^{he} \quad (42)$$

Основное отличие модели денуклеации от модели предложенной Луо (Luo) [8] заключается в вычислении производной изменения скорости роста капли  $dr_{\text{da}}^*/dt$ . Для ее вычисления используются значения минимальных радиусов частиц на  $n$ -м и на слое  $n-1$

$$\frac{dr_{\text{da}}^*}{dt} = \frac{r_{\min}^n - r_{\min}^{n-1}}{dt} \quad (43)$$

## 2.5. Замыкающие соотношения

Предполагается, что параметры смеси находятся в термодинамическом и калорическом равновесии. Тогда теплофизические свойства смеси и уравнения состояния для смеси (калорическое и термическое) записываются следующим образом:

$$C_{V\text{mixt}} = (1 - \alpha_{\max}) C_{Va} + \alpha_{\max} C_{Vv} + \alpha (C_l - C_{Vv}), \quad (44)$$

$$C_{P\text{mixt}} = (1 - \alpha_{\max}) C_{Pa} + \alpha_{\max} C_{Pv} + \alpha (C_l - C_{Pv}), \quad (45)$$

$$R_{\text{mixt}} = (1 - \alpha_{\max}) R_a + \alpha_{\max} R_v - \alpha R_v, \quad (46)$$

$$\gamma_f = \frac{C_{P\text{mixt}}}{C_{V\text{mixt}}}, \quad (47)$$



где  $C_{Va}, C_{Pa}$  – удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении для несущего газа;  $C_{VV}, C_{PV}$  – то же для паров конденсирующего вещества;  $C_{Vmixt}, C_{Pmixt}$  – то же для двухфазной смеси;  $C_l$  – удельная теплоемкость жидкости;  $R_a, R_V, R_{mixt}$  – газовые постоянные несущего газа, паров конденсирующегося вещества и двухфазной смеси;  $\gamma_f$  – показатель адиабаты смеси.

Калорическое и термическое уравнения состояния имеют следующий вид:

$$T = \frac{(E - u^2/2) + \alpha L_0}{(1 - \alpha_{\max}) C_{Va} + \alpha_{\max} C_{VV} + \alpha (C_l - C_{VV})}, \quad (48)$$

$$p = \rho T R_{mixt}, \quad (49)$$

$$L = L_1 T + L_0, \quad L_1 = C_{PV} - C_l, \quad (50)$$

где  $T$  – температура смеси;  $L$  – удельная теплота парообразования.

В нашем приближении мы считаем, что вязкость ламинарная и вычисляется при помощи соотношения Сазерленда

$$\mu_l = \mu_0 \left( \frac{T}{273} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{273 + C}{T + C}, \quad (51)$$

где  $\mu_0 = 1.75 \times 10^{-5}$  – динамическая вязкость для  $T = 273$  К,  $C = 122$  К.

### 3. Валидация модели и алгоритма

Математическая модель и вычислительный алгоритм проверялись путем сравнения вычислительных результатов с данными эксперимента, проведенного группой ученых во главе со Смолдерсом (Smolders) [6]. В физическом эксперименте, проведенном в двухдиафрагменной ударной трубе рассматривается как гетерогенная конденсация, так и испарение паров воды на нанометровых частицах. В эксперименте проводились измерения давления, температуры, уровня перенасыщения и среднего радиуса капель в контрольной точке на разных временных слоях.

#### 3.1 Эксперимент Смолдерса

В экспериментальную установку (рис. 4) входят камера высокого давления (КВД), труба низкого давления (ТВД) длиной 12.8 м, вакуумная камера (ТВД), и экспериментальная точка (ЭТ). Рассматривается поведение газочапельной смеси с твердыми примесями в трубе низкого давления (ТНД).

КВД заполнено чистым азотом с давлением 1.9 бар. ТВД заполнена смесью азота, водяных паров и примесью твердых частиц. Давление азота  $p = 0.997$ , давлением паров воды  $p_v = 2090$  Па, радиус частиц  $r_n = 15$  нм, а их концентрация  $n_n = 2 \times 10^{12} \text{ м}^{-3}$ . Температура во всех частях эксперимента сначала равна 294.3 К.

В начале эксперимента открывается ВК и специальными насосами поддерживается необходимое давление, чтобы поток имел число Маха равное 0.212. После этого на 66 мкс открывается КВД, что порождает распространение ударной волны вдоль ТВД, приводящей к полному испарению капель воды.

В качестве расчетной области рассматривается длинная труба, имеющая три области по 12.8 м, которые играют роль КВД, ТНД и ВК (рис. 5). ЭТ располагается на расстоянии 6.17 м от линии раздела КВД и ТНД. Взаимодействие между КВД и ТНД начинается согласно эксперименту на 66 мкс.

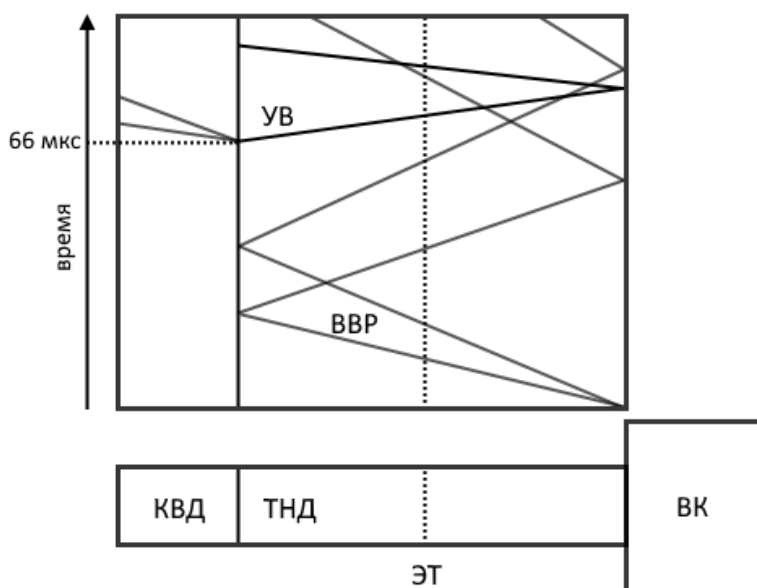


Рис. 4. Схематическое изображение процедуры проведения эксперимента. ВВР – веер волн разрежения, УВ – ударная волна

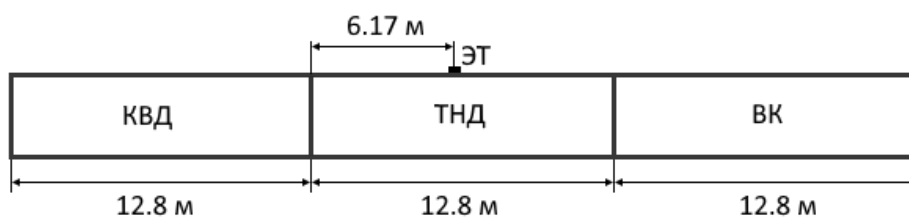


Рис. 5. Схематическое изображение расчетной области

Считается, что на левой границе находится твердая стенка. На правой границе ВК используются свободные граничные условия. Начальные параметры в каждой области согласно эксперименту, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Начальные значения численного эксперимента

Физический параметр	КВД	ТНД	ВК	Единицы измерения
Давление	1.9	0.99909	0.565.	бар
Температура	293.4	293.4	293.4	К
$\alpha_{\max}$	1e-7	0.013297	0.013297	–

Для обеспечения числа Маха 0.212 на границе ТНД и ВК в ВК задается давление равное 0.565 бар [7]. Для предотвращения распада схемы из-за численных погрешностей считается, что в камере высокого давления присутствуют пары воды, но в очень низкой концентрации. Дополнительно считается, что размер радиусов примесей твердых частиц варьируется от  $r_{\min}^s = 10^{-8}$  м до  $r_{\max}^s = 2 \times 10^{-8}$  м.

### 3.2 Результаты моделирования

Расчеты проводились до 90 мкс (рис. 6, 7). Для давления (рис. 6, а) видно хорошее совпадения с результатами эксперимента. Однако на рис. 6, з видно, что для газа насыщение с

20 мкс по 40 мкс имеет гораздо большие значения, чем те, которые получены в эксперименте. Размер получаемых частиц также отличается, начиная с 40 мкс (рис. 6, в). Скачок давления полученный от ударной волны вызвал резкое повышение давления, и температуры на 80 мкс. На рис. 6, б видно, что рост температуры оказался меньше экспериментального.

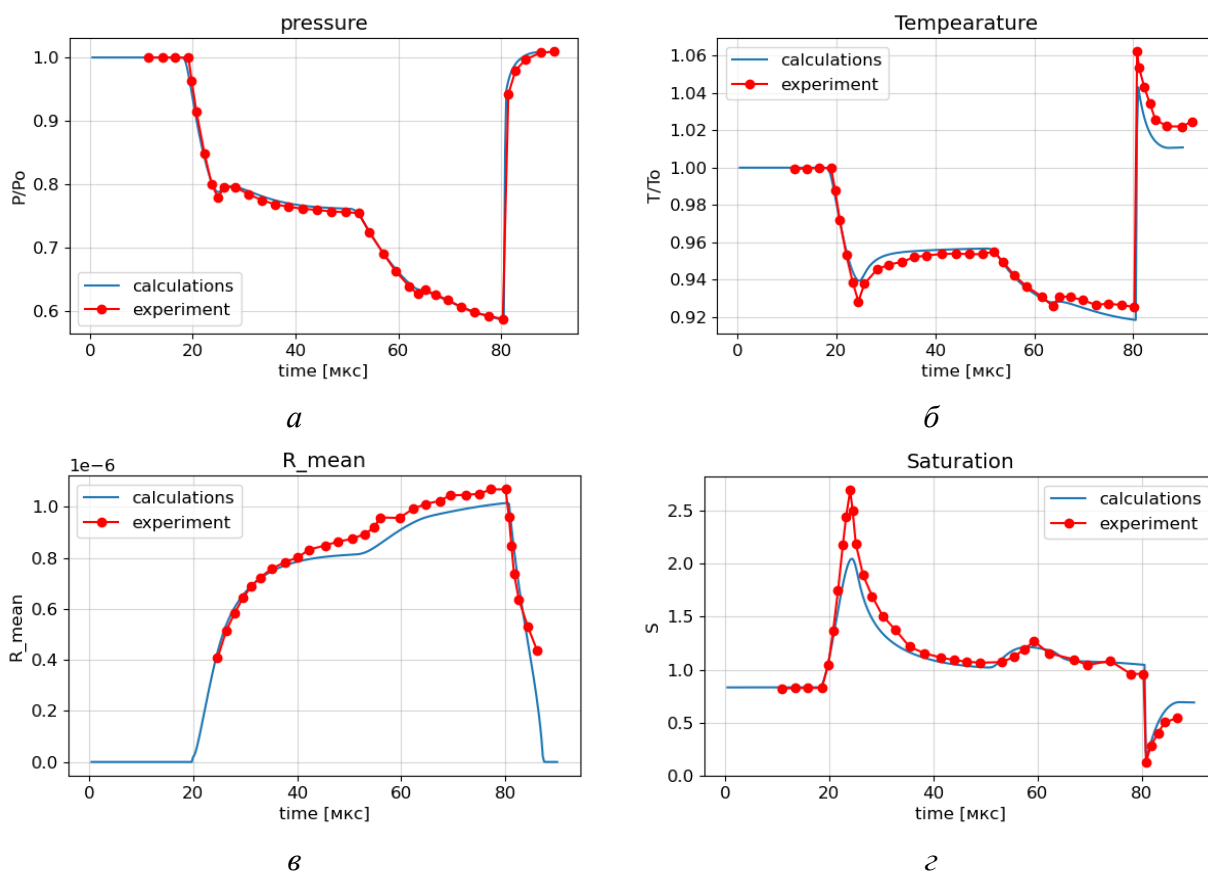


Рис. 6. Сравнение результатов эксперимента [6] и вычислений: а) давление; б) температура; в) средний радиус частиц [м]; г) насыщение

На графике изолиний (рис. 7) видно, что конденсация создает дополнительный скачок плотности в области ТНД.

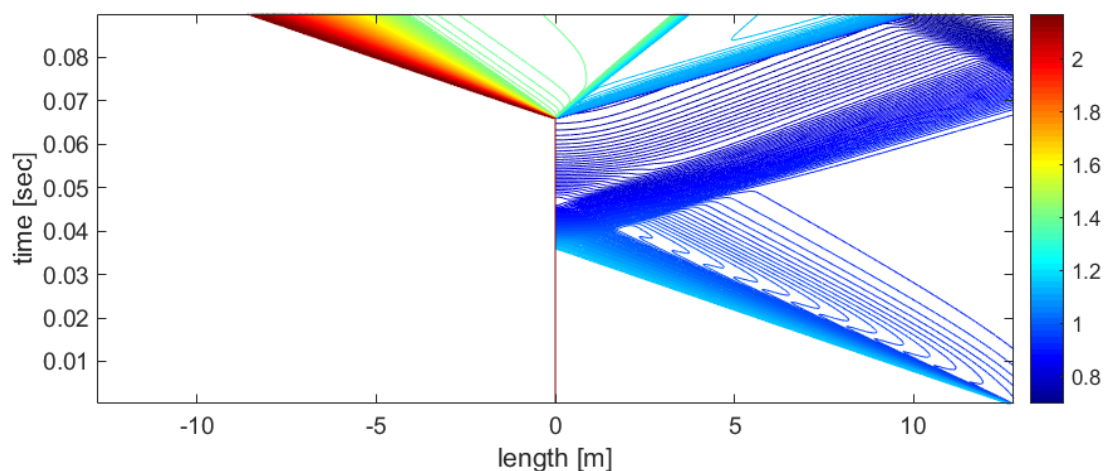


Рис. 7. X-t диаграмма процесса, визуализированная с помощью изолиний плотности для областей КВД и ТНД

## 4. Заключение

Модель мгновенного смачивания дала достоверные результаты для метода ММ при моделировании гетерогенной конденсации. Представлена функция скорости образования зародышей для случая равномерной функции распределения. Дополнение ММ в части функции деактивации частиц дает более естественный подход для моделирования деактивации в отличие от подхода основанном на критическом зародыше капли. Приведенное сравнение с экспериментом по конденсации в аэродинамической трубе подтверждает возможность использования ММ для моделирования гетерогенной конденсации.

Гетерогенная конденсация может сильно сказываться на параметрах потока, быть причиной скачков уплотнения и сильно зависит от функции распределения частиц по размеру. Малое количество примесей в эксперименте привело более чем 50-ти кратному увеличению первоначальных капель в размере, что могло бы способствовать очистке газа от примесей [14].

## Благодарности и ссылка на гранты

Работа выполнена по Государственному заданию № FSFF-2020-0013.

## Литература

1. [https://www.researchgate.net/publication/228629588\\_Solution\\_of\\_the\\_general\\_dynamic\\_equation\\_along\\_approximate\\_fluid\\_trajectories\\_generated\\_by\\_the\\_method\\_of\\_moments](https://www.researchgate.net/publication/228629588_Solution_of_the_general_dynamic_equation_along_approximate_fluid_trajectories_generated_by_the_method_of_moments), DOI:10.1063/1.1921147
2. Hill, Philip G., "Condensation of water vapour during supersonic expansion in nozzles," *J. Fluid Mech.*, 1966, pp. 593–620.
3. McGraw, R., "Description of aerosol dynamics by the quadrature method of moments," *Aerosol Sci. Technol.*, Vol. 27, 1997, pp. 255–265.
4. Marchisio, D. L., Fox, R. O., "Solution of population balance equations using the direct quadrature method of moments," *Aerosol Science*, Vol. 36, 2005, pp. 43–73.
5. Fletcher, N. H., "Size effect in heterogeneous nucleation," *J. Chem. Phys.*, Vol. 29, 1958, pp.572–576.
6. Smolders, H. J., Nissen, E. M. J., van Dongen, M. E. H., "The random choice method applied to non-linear wave propagation in gas-vapour-droplets mixtures," *Comput Fluids*, Vol. 21(1), 1992, pp. 63–75.
7. Xisheng, Luo, Yun, Cao, Huyue, Xie, Fenghua, Qin, "Moment method for unsteady flows with heterogeneous condensation," *Computers and Fluids*, Vol. 146, 2017, pp. 51–58.
8. Luo, X., "Unsteady flows with phase transition Eindhoven," *Technische Universiteit Eindhoven*, 2004. DOI:10.6100/IR576382
9. Gidaspov, V., Ivanov, I., Nazarov, V., Malashin, F., Kryukov, I., "Study of the condensation process in nozzles with a large degree of expansion," *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol.19, No. 2, 2018. <http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-2/articles/737/>
10. Nazarov, V. S., Ivanov, I. E., Kryukov, I. A., "The Investigation of the Evolution of Cluster Beam Development in the Nozzle-Skimmer System," *Smart Innovation, Systems and Technologies*, Vol. 217, 2020, pp. 69–85.
11. Xisheng, Luo, Prast, Bart, van Dongen, M. E. H., Hoeijmakers, H. W. M., and Jiming, Yang, "On phase transition in compressible flows: modelling and validation," *J. Fluid Mech.*, Vol. 548, 2006, pp. 403–430.
12. Gyarmathy, G., "The spherical droplet in gaseous carrier streams: review and synthesis," In *Multiphase Science and Technology*, Springer, Vol. 1, 1982.

13. Gyarmathy, G., "Zur Wachstumsgeschwindigkeit kleiner Flüssigkeitstropfen in einer übersättigten Atmosphäre," *Z. Angew. Math. Phys.*, Vol. 14, 1963, pp. 280–293.
14. Nazarov, V. S., Ivanov, I. E., Kryukov, I. A., "Numerical study of gas-dynamic and condensation processes in an ejector device which used for cleaning gas-air emissions," *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020.

Статья поступила в редакцию 21 июля 2021 г.