

Trajectories of Cosmic Bodies Depending on their Configuration and Angles of Entry into the Earth's Atmosphere

F. A. Maksimov^{1,2}, N. G. Syzranova¹, V. A. Andrushchenko¹

¹ Institute of Computer Aided Design, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

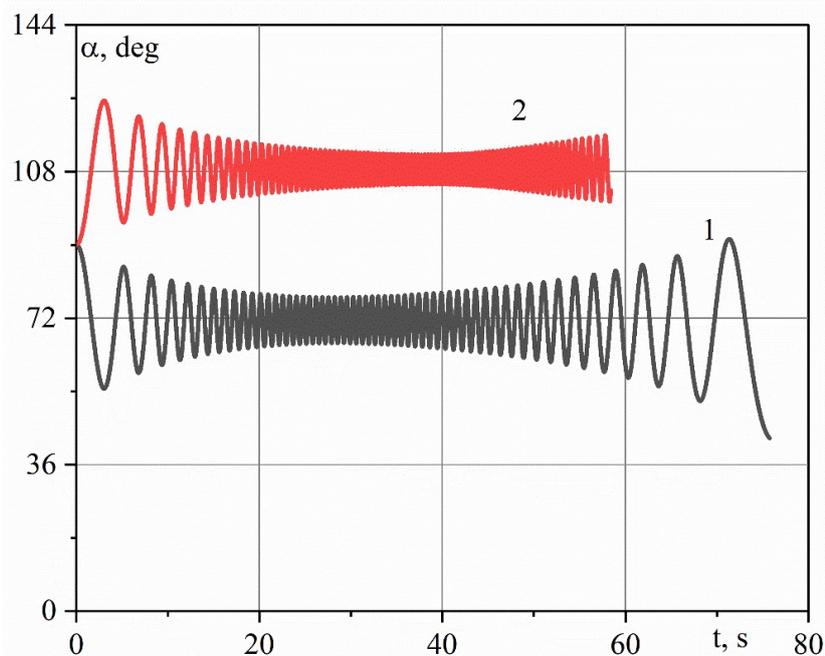
² Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

nina-syzranova@ya.ru

Abstract

Using mathematical modeling and numerical calculations, the features of the flight of celestial bodies in the Earth's atmosphere are studied, taking into account their motion around the center of mass. The ballistic parameters of solid spherical and elliptical bodies are compared with varying parameters of their entry into the Earth's atmosphere. It has been established that when flying in the atmosphere of bodies whose configuration is close to the shape of an elongated ellipsoid, they tend to occupy a position at a certain angle to the flow, which affects their aerodynamic properties. It has been revealed that at small angles of entry of celestial bodies into the atmospheric sphere, very different flight modes are possible, when their configurations differ from the "correct" (spherical) and the positions of the center of mass do not coincide with the center of their shape.

Keywords: meteoroid, flight paths, oscillatory motion, aerodynamic characteristics.



Dependence of the angle of attack of the ellipsoid on time at atmospheric entry parameters: 20 km/s, body weight ~ 150 t, entrance angle 6° , angle of attack 90° . The center of mass is shifted from the geometric center forward (curve 1) and backward (curve 2) along its larger axis by a distance equal to 3 % of the body length

УДК 533.6+531

Траектории космических тел в зависимости от их конфигурации и углов входа в атмосферу Земли

Ф. А. Максимов^{1,2}, Н. Г. Сызранова¹, В. А. Андрущенко¹

¹ *Институт автоматизации проектирования РАН,
Россия, Москва, 123056, ул. 2-ая Брестская, д.19/18*

² *НИИ Механики МГУ им. М.В. Ломоносова,
Россия, Москва, 119192, Мичуринский проспект, д.1
nina-syzranova@ya.ru*

Аннотация

С помощью методов математического моделирования и численных расчетов исследуются особенности полета небесных тел в атмосфере Земли при учете их движения вокруг центра масс. Проводится сравнение баллистических параметров прочных тел сферической и эллиптической формы при варьировании параметров их входа в атмосферу Земли. Установлено, что при полете в атмосфере тел, которые по конфигурации близки к форме удлиненного эллипсоида, они стремятся занять положение под определенным углом к потоку, что влияет на их аэродинамические свойства. Выявлено, что при малых углах входа небесных тел в атмосферу возможны сильно различающиеся режимы их полета, когда их конфигурации отличаются от «правильной» (сферической) и положения центра масс не совпадают с центром их формы.

Ключевые слова: метеороид, траектории полета, колебательное движение, аэродинамические характеристики

1. Введение

При исследовании полета метеороидов в атмосфере планеты, как правило, используются уравнения движения центров масс таких тел: изменение скорости под действием аэродинамических сил, а также углов наклона векторов их скорости к горизонту – уравнения физики метеоров [1–3], поскольку обычно предполагается, что тела имеют формы, близкие к сферической, и это предположение позволяет рассматривать только их поступательное движение. В реальности формы метеороидов отличаются от подобной конфигурации и их обтекание при падении в атмосфере происходит асимметрично с колебательным движением около их центра масс [4–6]. При этом особенности аэродинамического воздействия на них часто приводят к гораздо большему искривлению траектории, чем силы гравитации [7, 8].

Основные трудности, возникающие при исследовании полета таких тел, связаны именно с изучением их движения относительно центра масс, которое описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, зависящими в том числе и от аэродинамических характеристик тел: коэффициентов аэродинамического сопротивления C_X , подъемной силы C_Y , момента тангажа m_z , а также демпфирующего момента тангажа m_z^ω в широком диапазоне изменения угла атаки ($0 \div 180^\circ$). Коэффициенты C_X , C_Y и m_z обычно определяются с помощью численных методов решения задачи обтекания тел при его фиксированном положении в потоке. Эти коэффициенты при гиперзвуковом обтекании являются стационарными характеристиками и считаются зависящими только от угла

атаки тел. В работах [9, 10] для модели разрушения метеороидов в атмосфере получены решения уравнений физической теории метеоров с меняющимися вдоль траектории коэффициентами сопротивления и теплопередачи, при этом рассматривались эллипсоидные формы облака фрагментов с увеличивающимся радиусом миделева сечения.

В некоторых работах, например [4, 5], применяют приближенные решения уравнений колебательного движения тел с использованием тех или иных упрощающих допущений, например, при предположениях о малости углов атаки, о высокой частоте колебаний центра масс при малом изменении параметров движения центра масс и др. Возможны, например, приближенные решения посредством асимптотических методов, когда характерное время движения тел вокруг центра масс много меньше характерного времени движения самого их центра.

При движении в космическом пространстве до входа в атмосферу метеороиды могут вращаться произвольным образом [11], поэтому при подходе к атмосфере Земли величины углов атаки тел, формы которых отличаются от сферы, могут иметь какое угодно значение. Таким образом, полное решение задачи о движении тел «неправильной» формы в атмосфере возможно получить лишь при обязательном условии отсутствия ограничений на величины углов атаки. То есть, наличие больших углов атаки при входе тел в атмосферу является важной особенностью при постановке такой задачи.

В настоящей работе проводится численное моделирование полетов тел, как сферической формы, так и эллипсоидов вращения, вторгающихся в атмосферу Земли при различных параметрах входа в нее. Изучаются особенности движения эллипсоидов вращения для случаев несовпадения их геометрических центров с центрами масс с учетом колебательного движения тела и особенностей аэродинамического воздействия. Ранее аналогичные исследования по асимметричному обтеканию проводились для спускаемых космических аппаратов (посадочных модулей), но для небесных тел, значительно более крупных объектов неправильной формы, не велись, некоторые расчеты по этому направлению исследований были представлены в предыдущей работе авторов [6].

Основная цель данной работы выяснить меру влияния отклонения формы тел от «правильной» (сферической) на их баллистику для различных значений параметров входа тел в атмосферу пока без учета процессов их фрагментации и абляции.

2. Постановка задачи. Основные уравнения движения

Рассматривается математическая модель, для имитации процесса падения тела, имеющего форму удлиненного эллипсоида вращения (пара меньших полуосей имеет одинаковую длину) и входящего в атмосферу Земли под некоторым углом атаки. Предполагается, что в случае нулевого угла атаки большая полуось эллипсоида совпадает с направлением вектора скорости его центра масс. Важными аспектами для этой модели являются как нахождение закона движения центра массы тела, так и исследование его движения вокруг его центра масс.

На рис. 1 представлены две системы координат, одна из которых связана с геометрическими осями эллипсоида, другая (скоростная) связана с направлением вектора скорости центра массы тела (точка O). То есть, ось OX совпадает по направлению с вектором скорости V , ось OX_0 направлена вдоль оси симметрии (большой полуоси) эллипсоида; ось OY_0 располагается перпендикулярно к оси OX_0 в плоскости, проходящей через оси OX_0 и OX , а ось OZ_0 – перпендикулярно к осям OX_0 и OY_0 . Угол α между осями OX_0 и OX является углом атаки для рассматриваемого тела. Движение оси метеороида в плоскости угла атаки характеризуется угловой скоростью $d\alpha/dt$, относительно оси OZ_0 .

Изменения скорости центра массы метеороида V , и угла наклона вектора скорости к земной поверхности θ описываются уравнениями [1]

$$M \frac{dV}{dt} = Mg \sin \theta - C_x S \frac{\rho V^2}{2}, \quad (1)$$

$$MV \frac{d\theta}{dt} = Mg \cos \theta - \frac{MV^2 \cos \theta}{R_E + z} - C_Y S \frac{\rho V^2}{2}, \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \sin \theta, \quad (3)$$

$$\frac{dL}{dt} = V \cos \theta \quad (4)$$

Здесь C_X, C_Y – коэффициенты аэродинамического сопротивления и подъемной силы соответственно; M – масса метеороида; S – площадь поперечного сечения тела; R_E – радиус Земли; z – высота положения метеороидного тела над ее поверхностью; L – дальность полета.

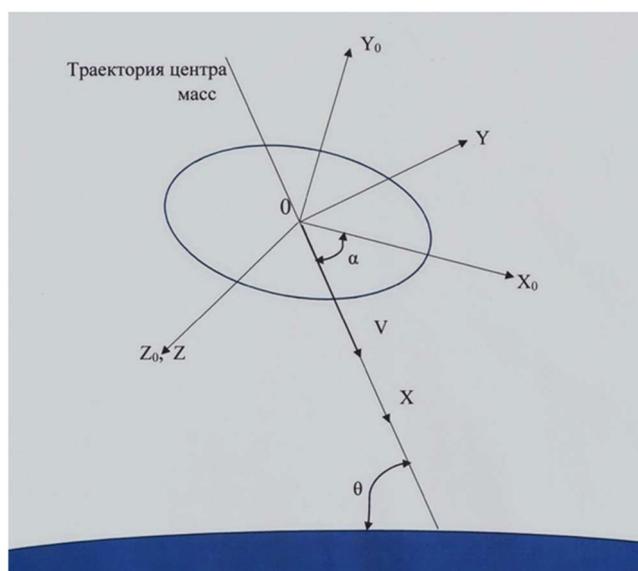


Рис. 1. Системы координат при полете метеороида

Изменение плотности воздуха ρ с высотой z задается формулой

$$\rho = \rho_0 \exp(-z/h), \quad (5)$$

где ρ_0 – плотность атмосферы при $z = 0$; h – характерная шкала высоты.

В настоящей модели не учитывается изменение массы метеороида M в результате действия различных факторов, поскольку основная цель данной работы оценить пока только влияние отклонения формы метеороидного тела от «правильной» на его баллистические параметры.

Уравнение, представляющее колебание угла атаки метеороида при входе в атмосферу, таково [4]

$$I_z \frac{d^2 \alpha}{dt^2} - m_z^{\omega}(\alpha) \frac{qSl^2}{V} \frac{d\alpha}{dt} - m_z(\alpha)qSl = 0 \quad (6)$$

Здесь I_z – момент инерции тела относительно оси Z ; $q = \rho V^2 / 2$ – скоростной напор; l – характерный размер тела (например, большая полуось); $m_z(\alpha) = M_z / qSl$ – аэродинамический коэффициент момента тангажа, где M_z – момент тангажа; $m_z^{\omega}(\alpha)$ – коэффициент демпфирующего момента, возникающий при колебаниях метеороида вокруг своего центра масс [4].

Для решения системы (1)–(6) задаются начальные условия при $t = 0$ (индекс «e» соответствует параметрам входа метеороида в атмосферу)

$$V = V_e; \theta = \theta_e; L = 0; z = z_e; \alpha = \alpha_e, (d\alpha/dt)_e = 0$$

Система уравнений (1)–(6) существенно нелинейна, для ее решения необходимо знание аэродинамических характеристик этого тела в зависимости от величины угла атаки α .

3. Аэродинамические характеристики космического тела

Аэродинамические характеристики рассматриваемого объекта при его сверхзвуковом обтекании определяются с помощью модифицированного метода, предложенного в работах [12–14]. При этом совместно используются уравнения Эйлера и Навье – Стокса в приближении тонкого слоя. Для расчета течения используется система вычислительных сеток – для внешнего невязкого поля течения, она равномерная по пространству с прямоугольными ячейками, на нее накладывается набор сеток, для расчета течения около поверхности обтекаемого тела.

Алгоритм решения нестационарной задачи с учетом колебательного движения тела в воздушной среде приведен в работе [6].

Аэродинамические характеристики эллипсоида с соотношением полуосей 1.0 : 1.5 в зависимости от угла атаки представлены на рис. 2. Кривыми с маркерами приведены результаты расчета коэффициентов аэродинамического сопротивления C_X , подъемной силы C_Y и момента тангажа m_z .

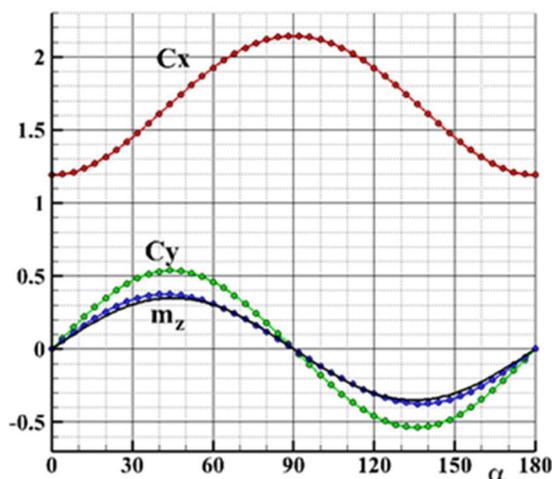


Рис. 2. Аэродинамические характеристики эллипсоида в зависимости от угла атаки α

На рис. 2 кривая без маркеров – аналитическая аппроксимация коэффициента момента тангажа в зависимости от угла атаки: $m_z(\alpha) = 0.35 \sin(2\alpha)$. В качестве характерной площади используется площадь миделя при $\alpha = 0^\circ$. Расчеты проводятся при углах атаки от 0 до 90° . Изменение коэффициента C_X зависит от изменения фактической площади миделя при повороте тела. Из закономерностей изменения коэффициента m_z можно сделать вывод об устойчивых точках равновесия объекта. Когда центр масс тела совпадает с его геометрическим центром, имеют место два положения, при которых действующий момент аэродинамических сил равен 0, это происходит, когда направление обтекающего потока совпадает с тем или другим направлением полуосей. Однако, когда поток направлен вдоль большой полуоси, положение равновесия неустойчиво, так как увеличение угла атаки приводит к росту опрокидывающего момента тангажа. Второе же направление, когда поток направлен вдоль малой полуоси, является устойчивым [15]. Это означает, что в сверхзвуковом потоке тело, которое в виде удлиненного эллипсоида с центром масс, расположенным в точке пересечения полуосей, стремится занять положение поперек потока, когда малая полуось направлена вдоль вектора скорости (или положение под углом атаки 90° в принятой здесь системе координат).

В случае, если тело неоднородно, что характерно для метеороидов, то центр масс тела может не совпадать с его геометрическим центром. Допустим, что центр масс тела смещен вперед по его большей оси на расстояние, равное 3 % от длины тела. В этом случае, как показывают расчеты, балансировочный угол атаки равен уже не 90° , а 72° , т.е. при таком угле атаки тело будет устойчиво в аэродинамическом потоке. Если же центр масс смещен назад вдоль большей оси от геометрического центра на то же расстояние, то величина балансировочного угла составит 108° . То есть, в случаях смещения центра масс эллипсоид балансирует таким образом, что появляется подъемная сила (см. коэффициент C_Y на рис. 2), способствующая дополнительному искривлению траектории его полета.

В случае смещенного таким образом центра масс аэродинамические коэффициенты C_X и C_Y в зависимости от угла атаки не изменятся, т.е. имеют вид такой же как на рис.2, а рассчитанный коэффициент момента m_z в зависимости от α определяется более сложной зависимостью, представленной на рис. 3, а, б.

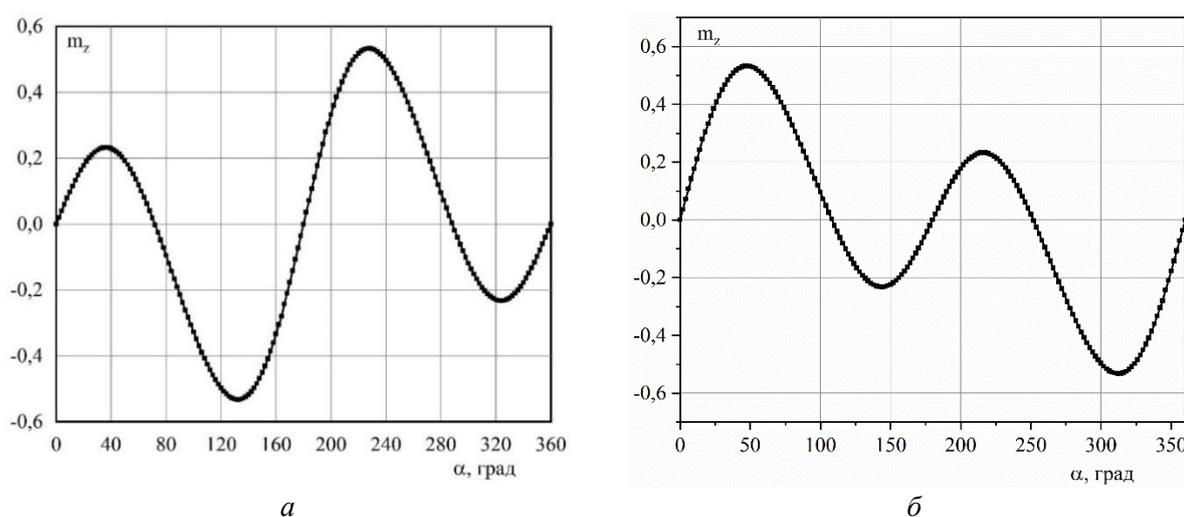


Рис. 3. Зависимость момента тангажа m_z от угла атаки α в случае смещения центра масс от геометрического центра тела: а – при смещении вперед, б – при смещении назад на расстояние, равное 3 % от длины эллипсоида

Методика определения коэффициента демпфирующего момента тангажа m_z^ω представлена в работе [6].

4. Результаты расчетов параметров движения космического тела

Решение системы уравнений движения объекта с учетом рассчитанных аэродинамических характеристик проводится с помощью модифицированного метода Эйлера [16]. Важным моментом при решении уравнений для эллипсоидных тел с учетом их колебательного движения вокруг центра масс является выбор шага по времени в связи с возникающими высокочастотными колебаниями угла атаки таких тел.

Изучается движение тела плотностью $\rho_b = 3 \times 10^3$ кг/м³ (хондриты), имеющего сферическую форму или форму эллипсоида вращения с соотношением полуосей $a : b = 1 : 1.5$. Если вектор скорости направлен вдоль большой полуоси, то в этом случае угол атаки тела равен 0° .

Пусть малая полуось эллипсоида равна $a = 5$ м, тогда $b = 7.5$ м, а при его объеме $(4/3)\pi a^2 b$, масса тела составляет ~ 2300 т. При такой же массе радиус сферического тела составит 5.72 м. Исследуются траектории полета этих тел с различными углами наклона вектора скорости входа в атмосферу относительно горизонта – θ_e .

На рис. 4 представлены параметры скорости V и скоростного напора $q = \rho V^2 / 2$ в зависимости от времени полета t рассматриваемых тел для скорости входа $V_e = 30$ км/с и угле входа (на высоте 70 км) $\theta_e = 15^\circ$.

Из графиков рис. 4, *а* и *б* видно, что эллипсоидное тело по сравнению со сферическим тормозится сильнее, значение величины скоростного напора для эллипсоида может быть примерно в полтора-два раза меньше, чем для сферы. Это объясняется тем, что при полете эллипсоидного тела, оно разворачивается поперек потока и наблюдаются его колебания около балансирующего угла атаки 90° . При таком угле атаки существенно увеличивается коэффициент аэродинамического сопротивления C_x тела (см. рис. 2), что сказывается на его скоростных параметрах и на величине времени полета.

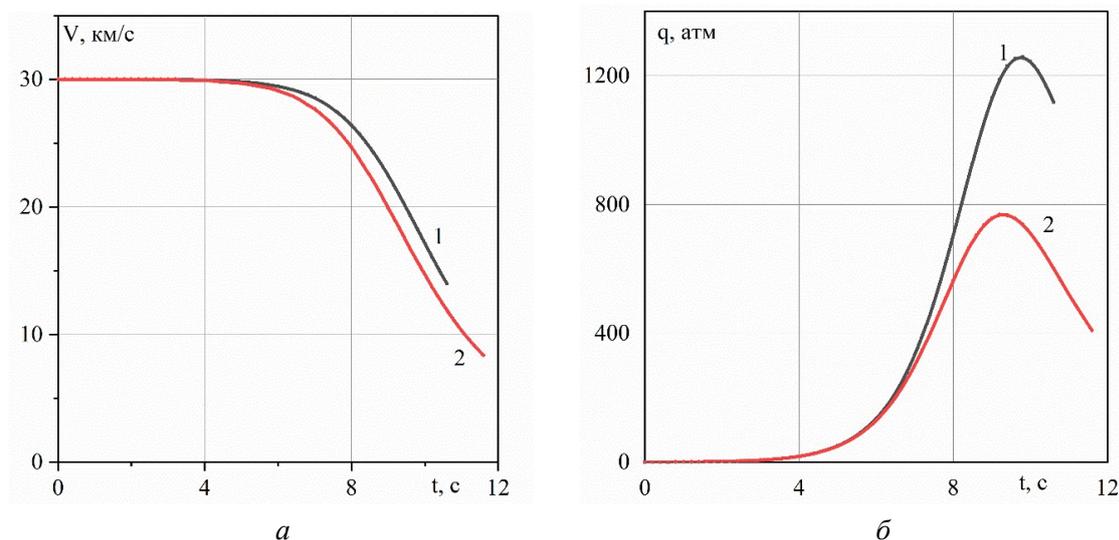


Рис. 4. Изменение скорости (*а*) и скоростного напора $q = \rho V^2 / 2$ (*б*) в зависимости от времени полета тела массой ~ 2300 т в атмосфере при скорости входа в нее $V_e = 30$ км/с и угле $\theta_e = 15^\circ$; 1 – сферическое тело, 2 – эллипсоидное тело

Проводятся также расчеты траекторий для тела меньшей массы с размерами полуосей эллипсоида $a = 2$ м, $b = 3$ м, тогда соответствующий размер радиуса сферы при равенстве масс (~ 150 т) составляет ~ 2.29 м.

На рис. 5 представлены скорость V и скоростной напор $q = \rho V^2 / 2$ в зависимости от времени полета t для таких тел при скорости их входа в атмосферу $V_e = 20$ км/с, которые при тех же пропорциях, имеют существенно меньшую массу ~ 150 т.

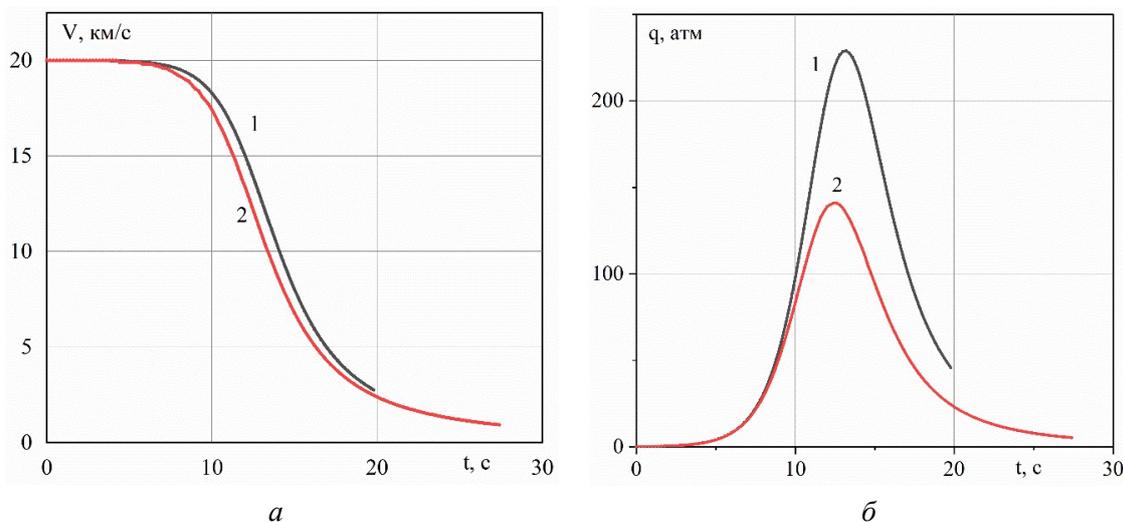


Рис. 5. Изменение скорости (*а*) и скоростного напора $q = \rho V^2 / 2$ (*б*) в зависимости от времени полета тела массой ~ 150 т в атмосфере при скорости $V_e = 20$ км/с и угле входа $\theta_e = 15^\circ$; 1 – сферическое тело, 2 – эллипсоидное тело

Если сравнивать соответствующие параметры на рис. 4 и рис. 5, то можно заметить, что тела меньшего размера (массы) тормозятся в атмосфере сильнее, что сказывается на величинах скорости их полета и скоростного напора, а также на изменении самой траектории и времени полета в плотных слоях атмосферы.

На рис. 6 приводятся траектории полета сферы и эллипсоида при $V_e = 20$ км/с.

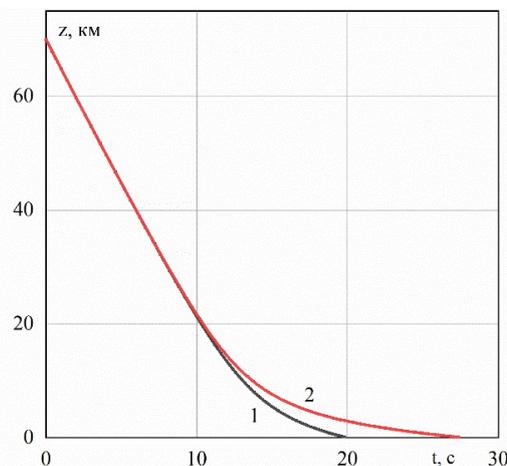


Рис. 6. Зависимость высоты полета z от времени t тела массой 150 т в атмосфере при скорости входа $V_e = 20$ км/с и угле $\theta_e = 15^\circ$; 1 – сферическое тело, 2 – эллипсоидное тело

Из данных на рис. 5, а и рис. 6 видно, что в плотных слоях атмосферы на завершающем участке полета эллипсоид как бы планирует с небольшой скоростью, тем самым существенно увеличивая время своего полета по сравнению с сферическим телом. На рис. 7 показано, как меняется амплитуда колебания такого эллипсоида в зависимости от времени его полета.

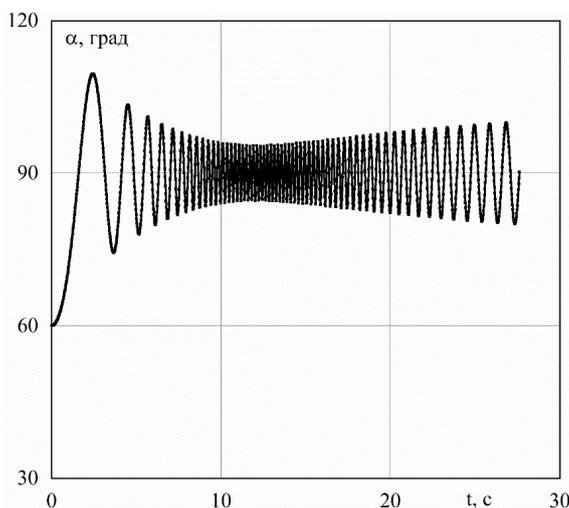


Рис. 7. Зависимость угла атаки эллипсоида от времени при параметрах входа в атмосферу: $V_e = 20$ км/с, $\theta_e = 15^\circ$, $\alpha_e = 60^\circ$, масса тела ~ 150 т

На амплитуду и частоту колебаний угла атаки тела вдоль траектории полета, оказывает влияние характер изменения скоростного напора вдоль траектории. На заключительном этапе полета скоростной напор уменьшается из-за торможения тела, в результате чего его динамическая устойчивость снижается и происходит некоторое увеличение амплитуды колебаний (рис. 7).

Оценивается также, как влияет на амплитуду колебаний эллипсоида величина угла атаки, с которой он входит в атмосферу. Результаты для углов входа $\alpha_e = 5^\circ$ и 85° представлены на рис. 8.

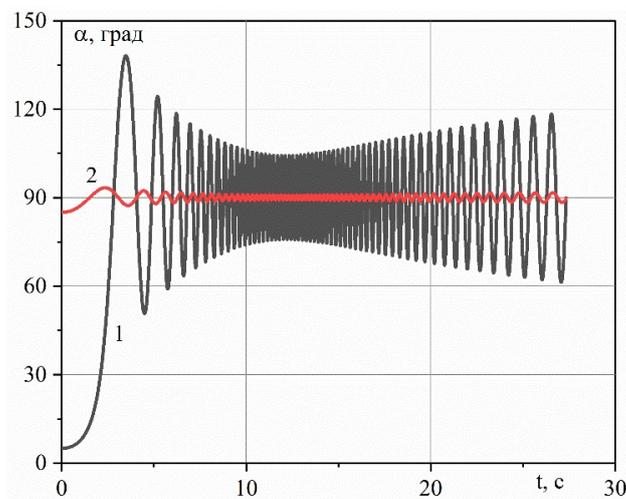


Рис. 8. Зависимость угла атаки эллипсоида от времени при параметрах входа в атмосферу: $V_e = 20$ км/с, $\theta_e = 15^\circ$, масса тела ~ 150 т; 1 – $\alpha_e = 5^\circ$, 2 – $\alpha_e = 85^\circ$

Из данных на рис. 8 видно, что если тело входит в атмосферу под углом атаки $\alpha_e = 85^\circ$, близким к углу 90° , при котором наблюдается устойчивое равновесие, то амплитуда колебаний около балансирующего угла будет совсем небольшой (кривая 2), при угле же атаки $\alpha_e = 5^\circ$ амплитуда колебаний существенно возрастает (кривая 1). Заметим, что на рис. 7 угол атаки при входе в атмосферу полагается равным $\alpha_e = 60^\circ$. То есть, установлено, что величина угла атаки эллипсоида при входе в атмосферу не влияет на поворот тела на балансирующий угол атаки 90° , а также совсем незначительно изменяет поступательные параметры движения его центра масс. Основное влияние на траекторию тела оказывает его аэродинамика.

Представляет интерес анализ траекторий при небольших углах входа тел в атмосферу $\theta_e \leq 15^\circ$. Как показывают расчеты [17–19], при определенных условиях вход небесных тел в атмосферу необязательно завершается их падением на поверхность или разрушением над ней – они могут пролететь несколько тысяч километров сквозь нее и снова уйти в космическое пространство, чему способствует кривизна земной поверхности. Трудность обнаружения астрономами таких сквозных (пролетных) траекторий объясняется краткостью времени свечения этих болидов и соответственно возможностью их обнаружения в верхних слоях атмосферы. Примером такой аномальной траектории, наблюдаемой большим числом очевидцев в северных штатах США и штате Альберта (Канада), является траектория яркого дневного болида 10 августа 1972г. [20]. Он был также зафиксирован спутниковыми инфракрасными радиометрами ВВС США. По оценкам специалистов, судя по видимой яркости метеора, пролетевшего всего на высоте 58 км над земной поверхностью, он мог достигать 12 м в поперечнике и весить ~ 4000 т. Если бы такой объект, приближавшийся к Земле со скоростью почти 16 км/с, прошел на меньшей высоте он бы нанес баллистическими ударными волнами очень значительный ущерб, а если бы он упал на земную поверхность, то выделилась бы энергия, в 4 раза превышавшая взрывную силу бомбы, сброшенной на Хиросиму. Но, к счастью, болид, после рикошета от плотных слоев атмосферы на высоте 58 км, унесся обратно в космос.

Как показывают данные математического моделирования [17] полета метеороидов сферической формы (с учетом абляции и фрагментации), случаи пролетных сквозных траекторий осуществляются ими при вторжении в атмосферу под острыми углами, как правило, при

$\theta_e \leq 9^\circ$, а стандартные траектории с образованием кратера реализуются при входе в атмосферу с углами $\theta_e \geq 10^\circ$. Критическое значение угла входа для модели единого тела, при котором траектории становятся пролетными, зависит от размера и формы, а также скорости полета тела. Неправильная геометрическая форма может оказывать значительное влияние на траекторию движения метеороида, при этом его траектория может искривляться вверх или вниз в зависимости от знака коэффициента аэродинамического качества.

Возможны ситуации, когда метеороиды совершают или пологое падение с относительно слабым повреждением поверхности планеты, или даже «мягкую» посадку. Такая ситуация происходит, когда, с одной стороны небесное тело при длительном движении в плотных слоях атмосферы сильно затормаживается, а, с другой стороны, конечный участок его траектории почти параллелен земной поверхности. Такое падение приводит к двум возможным вариантам. В случае, если тело не успевает сильно затормозиться, то при малом угле к поверхности на ней образуется протяженная воронка типа борозды по направлению падения, но мелкая по глубине. Примером такого падения фрагмента метеороида может служить самый длинный из кратеров в Аргентине Rio Cuarto, протянувшийся на 4.5 км в длину, имеющий ширину 1.1 км, но глубиной всего 7 ÷ 8 м [21]. В случаях же если уплотненная масса газа под метеороидом достаточно велика, то скорость его движения может значительно уменьшиться и тогда скорость соударения будет близка к нулю, и такое тело приземлится как бы на воздушной подушке, не образовав ни то, что кратера, но даже лунки. Примером такого приземления может служить знаменитый, самый большой из металлических метеорит Гоба (60 т) в Южной Африке, не оставивший при своем падении никаких заметных следов на земной поверхности, то есть совершивший, несмотря на свою громадную массу, абсолютно мягкое приземление [22].

На рис. 9, *a* и *б* представлены графики изменения высоты полета z для сферы и эллипсоида массами 150 т в зависимости от времени t при небольших ($\theta_e = 5^\circ \div 10^\circ$) углах их входа в атмосферу. В этих вариантах предполагается, что центры масс совпадают с их геометрическими центрами.

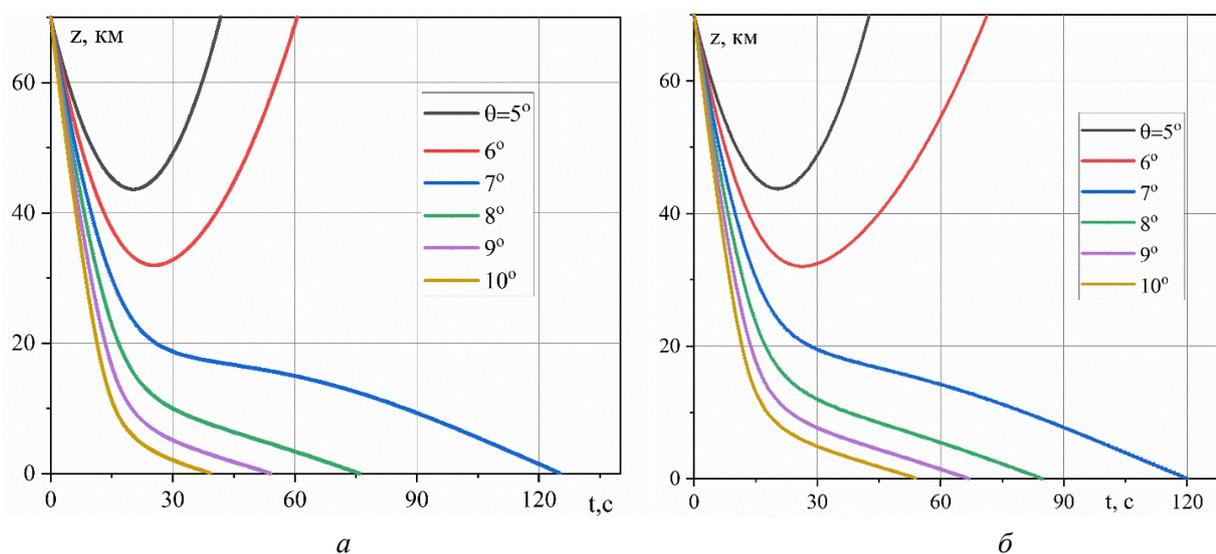


Рис. 9. Зависимость высоты полета z от времени t для разных углов входа метеороида θ_e в атмосферу; $V_e = 30$ км/с, масса тела ~ 150 т; *a* – сфера, *б* – эллипсоид

Из графиков на рис. 9 видно, что значение критического угла входа θ_e тела в атмосферу, при котором могут возникнуть пролетные траектории (т.е. тело не падает на Землю, а улетает обратно в космическое пространство) для сферы и эллипсоида, находится в диапазоне $6^\circ \div 7^\circ$.

На рис. 10 в качестве примера представлены траектории полета для этих тел при $\theta_e = 6.5^\circ$. При этом угле входа для сферы реализуется пролетная траектория, то есть тело

улетает обратно в космическое пространство, а для эллипсоида же нисходящий режим движения ненадолго сменяется на восходящий, а потом тело затормаживается и в итоге все-таки падает на земную поверхность.

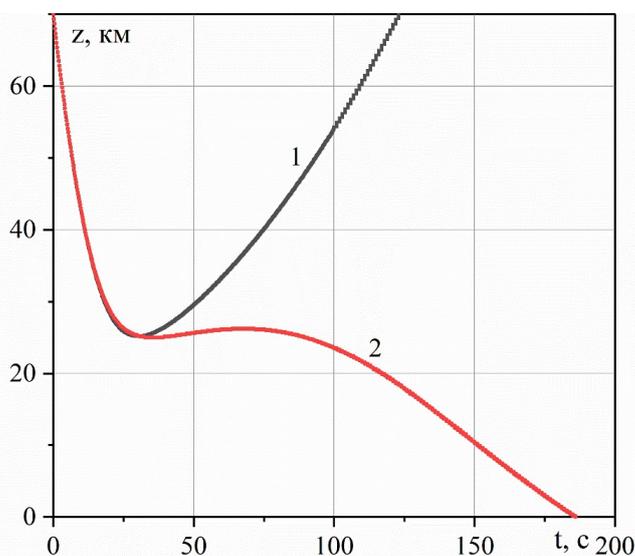


Рис. 10. Зависимость высоты полета z от времени t для $\theta_e = 6.5^\circ$, параметры входа тел в атмосферу: $V_e = 30$ км/с, масса тела ~ 150 т; 1 – сфера, 2 – эллипсоид

Проводятся расчеты также для эллипсоида в случаях несовпадения его центра масс тел с геометрическим центром. Рассматриваются варианты, когда центр масс смещен от геометрического центра вперед по его большей оси на расстояние, равное 3% от длины тела и когда он смещен на то же расстояние от геометрического центра назад, для различных углов входа тел в атмосферу. При смещении центра масс вперед от геометрического центра колебания тела происходят около балансировочного угла атаки, равного уже не 90° , как в случае совпадения двух центров, а 72° , т.е. при угле атаки 72° тело устойчиво в аэродинамическом потоке. Эта величина балансировочного угла существенно сказывается на траекторных параметрах, то есть при этом угле коэффициент подъемной C_Y силы будет положителен (см. рис. 2) и в результате возникает подъемная сила, которая особенно проявляется при малых углах входа θ_e тела в атмосферу.

Если центр массы тела смещен назад на упомянутое расстояние от геометрического центра масс, то величина балансировочного угла атаки равна 108° и в этом случае коэффициент C_Y будет отрицательным (см. рис. 2).

Как показывают расчеты, при небольших углах входа в атмосферу $\theta_e \leq 15^\circ$ возможны сильно различающиеся траектории полета эллипсоидных тел в случаях несовпадения центра масс тел с их геометрическим центром. На рис. 11 представлены траектории полета таких тел, в случаях, когда центр масс смещен от геометрического центра вперед по его большей оси на расстояние, равное 3 % от длины тела для скоростей входа 30 и 20 км/с для углов входа тел в атмосферу $5 \div 15^\circ$.

Из графиков рис. 11 видно, что снижение скорости входа с 30 до 20 км/с уменьшает величину критического угла входа, ниже которой реализуются пролетные траектории с 10° (рис. 11, а) до 8° (рис. 11, б), а если значение угла входа выше критического, то реализуются довольно протяженные траектории с чередованием восходяще-нисходящем режима полета.

На рис. 12, а, б приведены аналогичные данные в случае смещения центра масс геометрического центра назад по его большей оси на расстояние, равное 3 % от длины тела. В этом

случае величина балансирующего угла атаки равна 108° и тогда появляется сила, противодействующая подъему, под действием которой траектории становятся более крутыми, при этом пролетные траектории наблюдаются при угле входа тела в атмосферу, равном только 5° .

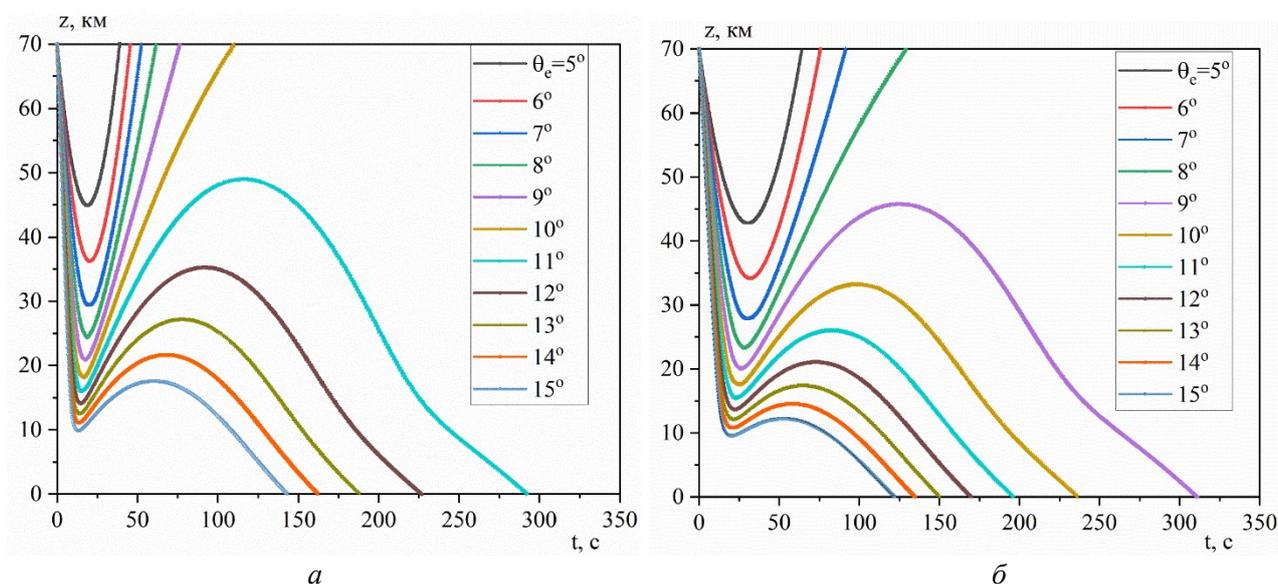


Рис. 11. Зависимость высоты полета z от времени t для различных углов входа эллипсоидного тела в атмосферу; центр масс смещен от геометрического центра вперед по его большей оси на расстояние, равное 3% от длины тела для скоростей входа 30 км/с (а) и 20 км/с (б). Масса тела ~ 150 т

Из графиков рис. 12 видно, что при угле входа тела, большем 5° реализуются обычные траектории «звездапада», а уменьшение скорости входа (с 30 км/с до 20 км/с) увеличивает продолжительность полета тела.

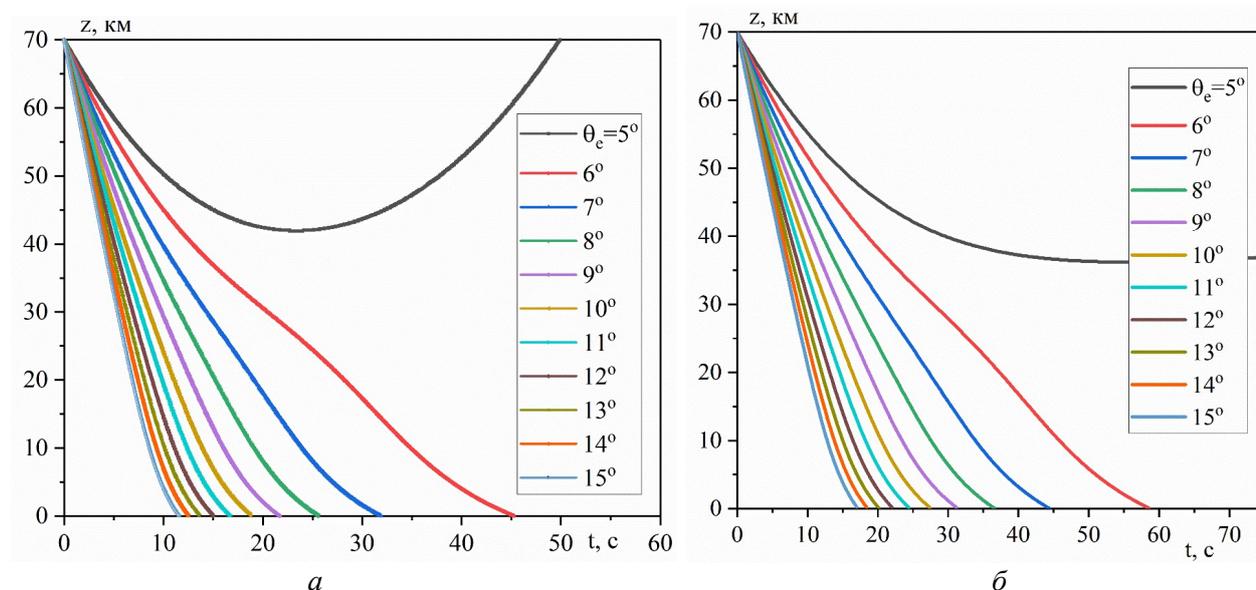


Рис. 12. Зависимость высоты полета z от времени t для различных углов входа эллипсоидного тела в атмосферу; центр масс смещен от геометрического центра назад по его большей оси на расстояние, равное 3% от длины тела для скоростей входа 30 км/с (а) и 20 км/с (б). Масса тела ~ 150 т

На рис. 13 представлены параметры колебательного движения эллипсоидного тела в случае смещения центра массы тела вперед (кривая 1) и назад (кривая 2) от геометрического центра масс.

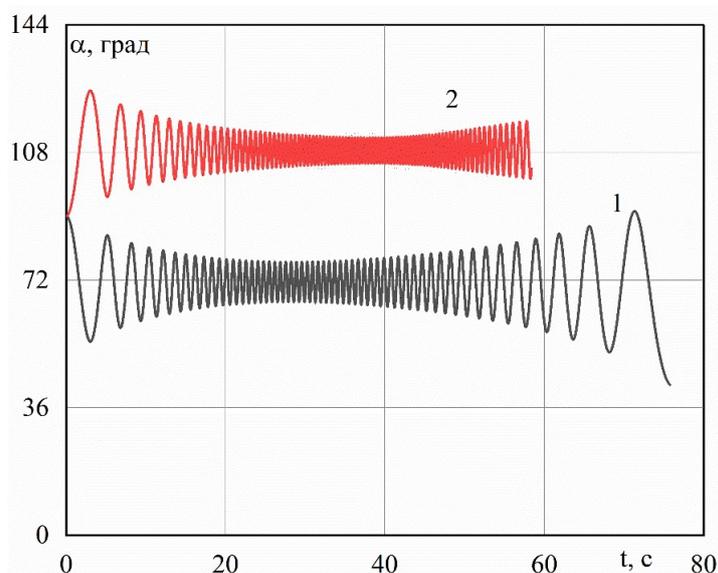


Рис. 13. Зависимость угла атаки эллипсоида от времени при параметрах входа в атмосферу: $V_e = 20$ км/с, масса тела ~ 150 т, $\theta_e = 6^\circ$, $\alpha_e = 90^\circ$. Центр масс смещен от геометрического центра вперед (кривая 1) и назад (кривая 2) по его большей оси на расстояние, равное 3% от длины тела

На рис. 14 представлены траектории эллипсоида, в случаях совпадения и несовпадения центра масс с его геометрическим центром для углов входа 8° (а), 11° (б) и 15° (в).

Таким образом, смещение центра масс от геометрического центра оказывает значительное влияние на траекторию движения тела, то есть траектории могут искривляться вверх или вниз в зависимости от знака коэффициента подъемной силы.

Рассчитывается также дальность полета L тел рассмотренной конфигурации для различных углов входа их в атмосферу. Величина L считается вдоль поверхности планеты от проекции на нее точки входа тела в атмосферу до точки падения тела.

Максимальный разлет ΔL , так называемое рассеяние упавших тел, для эллипсоидов массы 150 т наблюдается между телами со сдвинутыми вперед и назад вдоль большой оси центрами масс и составляет ~ 1000 км при угле входа в атмосферу 9° и скорости входа 20 км/с.

Полученные результаты показывают многообразие конфигураций траекторий в атмосфере Земли для тел одинаковой массы, но различной формы (сферической и эллипсоидной) со смещенным центром масс и могут быть в дальнейшем применены к исследованию движения и разрушения метеорных тел при условии учета процессов абляции и фрагментации.

5. Заключение

Рассмотрены особенности движения тел, имеющих сферическую и эллипсоидную формы при полете в атмосфере Земли, при котором последние совершают колебательные движения вокруг их центра масс. С помощью вычислительных методов определяются аэродинамические характеристики тел в зависимости от величины угла атаки и рассчитываются параметры их движения при различных условиях входа в атмосферу. Установлено, что при полете эллипсоидного тела, оно поворачивается поперек потока и происходят его колебания около некоторого балансировочного угла атаки. Обтекание тела под углом атаки оказывает влияние на его аэродинамику и, следовательно, на параметры движения.

По сравнению со сферическим телом такой же массы при одинаковых условиях входа в атмосферу, скорость полета эллипсоида вдоль траектории убывает быстрее, а значение величины скоростного напора для эллипсоида в плотных слоях атмосферы примерно в полтора-два раза меньше, чем соответствующая величина для сферы. При этом время их полета также существенно увеличивается по сравнению с телом сферической формы.

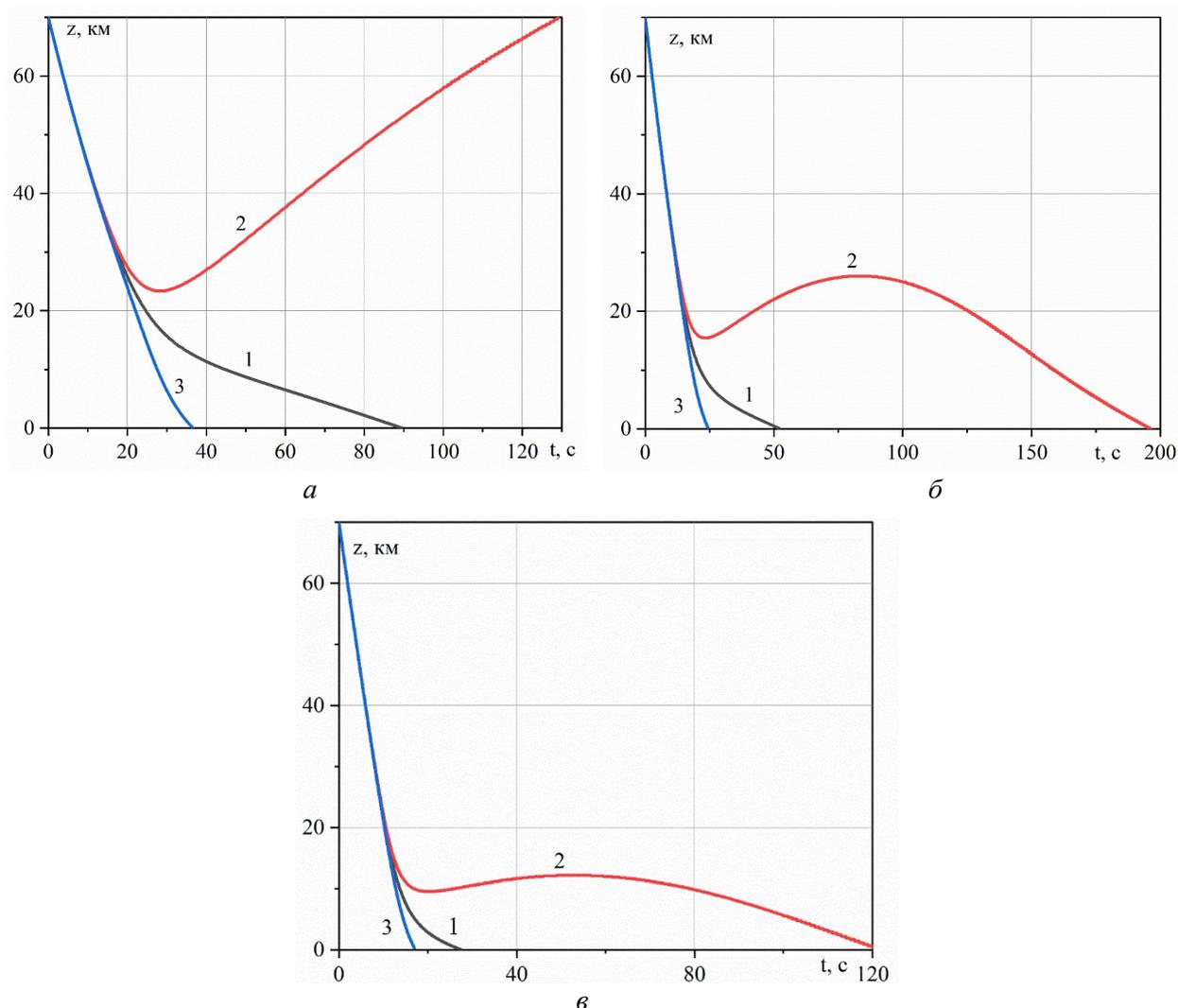


Рис. 14. Траектории полета эллипсоидного тела массой ~ 150 т при параметрах входа: $V_e = 20$ км/с и углах входа $\theta_e = 8^\circ$ (а), 11° (б), 15° (в); 1 – центр масс тела совпадает с его геометрическим центром, 2 – центр масс смещен вперед от геометрического центра, 3 – смещен назад по его большей оси на расстояние, равное 3 % от длины тела

Получено, что, если центр масс эллипсоида совпадает с его геометрическим центром, то под действием аэродинамических сил и моментов он совершает колебания вокруг своего центра масс при балансировочном угле атаки 90° . В случае же, когда центр масс смещен от геометрического центра вперед по направлению его большей оси на расстояние, равное 3 % от длины тела, величина балансировочного угла атаки составляет 72° , а когда он смещен на то же расстояние от геометрического центра по направлению назад, величина этого угла составляет 108° . При этом возникает подъемная сила, приводящая к искривлению траекторий вверх или вниз в зависимости от значений балансировочного угла атаки.

Для двух значений скоростей входа тел в атмосферу (30 и 20 км/с) получены результаты траекторных параметров таких тел при небольших углах их входа в нее ($\theta_e < 15^\circ$). В этих случаях возможны пролетные (сквозные) траектории, когда режим нисходящего движения

тел меняется на восходящий с возможным возвращением их обратно в космическое пространство. Установлено, что в результате разного смещения центра масс от геометрического центра для малых углов входа эллипсоида в атмосферу из-за возникавшей подъемной силы существенно (на порядок) меняются время полета, а также конфигурация траектории тела, которая может искривляться вверх или вниз. Дальность полета эллипсоидов с разным смещением центра масс от геометрического центра существенно отличается, например, при угле $\theta_e = 9^\circ$ более, чем на 1000 км.

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о том, что для корректного исследования параметров траектории тел формы, отличной от сферической, следует учитывать особенности движения их вокруг центра масс. В результате тело для своего устойчивого движения в атмосфере поворачивается к набегающему потоку на некоторый балансировочный угол атаки, что существенно меняет его аэродинамические характеристики тела, и, следовательно, траекторию полета.

Полученные результаты могут быть применены к исследованию траекторий движения метеорных тел в атмосфере планет при подключении к рассмотренным уравнениям движения моделей абляции и фрагментации, что будет являться предметом дальнейших исследований авторов.

Литература

1. Левин Б. Ю. Физическая теория метеоров и метеорное вещество в солнечной системе. М.: Изд-во АН СССР, 1956. 293с.
2. Сызранова Н. Г., Андрущенко В. А. Моделирование движения и разрушения болидов в атмосфере Земли // ТВТ. 2016. Т. 54. № 3. С. 328–335. DOI: 10.7868/S0040364416030212
3. Андрущенко В. А., Максимов Ф. А., Сызранова Н. Г. Моделирование полета и разрушения болида Бенешов // Компьютерные исследования и моделирование. 2018. Т.10. № 5. С. 605–618. DOI:10.20537/2076-7633-2018-10-5-605-618
4. Липницкий Ю. М., Красильников А. В., Покровский А. Н., Шманенков В. Н. Нестационарная газовая динамика. М.: Физматлит, 2003. 176 с.
5. Ярошевский В. А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978. 168 с.
6. Максимов Ф. А., Сызранова Н. Г., Андрущенко В. А. Моделирование полета метеороидов в атмосфере Земли, сопровождаемого их колебательным движением // Математическое моделирование и численные методы. 2024. № 4. С. 93–110. DOI: 10.18698/2309-3684-2024-4-93110
7. Локшин Б. Я., Окунев Ю. М., Самсонов В. А. О некоторых свойствах торможения неоднородного шара в воздушной среде // ПММ. 2014. Т. 78, вып. 1. С. 60–72.
8. Локшин Б. Я., Окунев Ю. М., Садовничий В. А., Самсонов В. А. К вопросу о моделировании полёта болидов // Фундаментальная и прикладная математика. 2005. Т. 11. № 7. С. 63–71.
9. Брыкина И. Г., Брагин М. Д. Об ограничении бокового расширения облака фрагментов разрушенного метеороида // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. Т. 21, вып.1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/894/>
10. Брыкина И. Г. О модели фрагментации крупного метеороида: моделирование взаимодействия Челябинского метеороида с атмосферой // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 5. С. 437–446. DOI: 10.1134/S0320930X1805002X
11. Астапович И. С. Метеорные явления в атмосфере Земли. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. 634 с.
12. Максимов Ф. А. Сверхзвуковое обтекание системы тел // Компьютерные исследования и моделирование. 2013. Т. 5. № 6. С. 969–980. DOI: 10.20537/2076-7633-2013-5-6-969-980
13. Гувернюк С. В., Максимов Ф. А. Сверхзвуковое обтекание плоской решетки цилиндрических стержней // ЖВММФ. 2016. Т. 56. № 6. С. 106–114. DOI: 10.7868/S0044466916060156

14. Максимов Ф. А. Численное моделирование гистерезиса при обтекании плоского сопла. Математическое моделирование и численные методы // 2023. № 4. С. 27–46. DOI: 10.18698/2309-3684-2023-4-2746
15. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1973. 616 с.
16. Эйлер Л. Интегральное исчисление. Том 1. М.: ГИТТЛ, 1956.
17. Сызранова Н. Г., Андрущенко В. А. Численное исследование нестандартных траекторий космических тел, вторгнувшихся в атмосферу Земли // ТВТ. 2023. Т. 61. № 2. С. 279–284. DOI: 10.31857/S0040364423020175
18. Мурзинов И. В. Проблема века: куда улетел Тунгусский метеорит // Космонавтика и ракетостроение. 2015. № 4(83). С. 65.
19. Khrennikov D. E, Titov A. K, Ershov A. E., et al. On the possibility of through passage of asteroid bodies across the Earth's atmosphere // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2020. Vol. 493, iss. 1. Pp. 1344–1351. DOI:10.1093/mnras/staa329
20. Cepelcha Z. Earth-grazing daylight fireball of August 10, 1972 // Astron. Astrophys. 1994. Vol. 283. Pp. 287–288.
21. Schulz P. H., Zarate M., Hames W., et al. A 3.3 – Ma impact in Argentina and possible consequences // Science. 1998. Vol. 282. No. 5396. Pp. 2061–2063. DOI: 10.1126/science.282.5396.2061
22. Spargo P. E. The history of the Hoba meteorite. Part III. Known and loves by all... // Monthly Notes of the Astronomical Society of South Africa, 2008. Vol.67. No.11 and 12.

References

1. Levin B. Y., *The physical theory of meteors and meteoric matter in the solar system*, Moscow: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1956, 293 p. [in Russian].
2. Syzranova N. G. and Andrushchenko V. A., Simulation of the Motion and Destruction of Bolides in the Earth's Atmosphere, *High Temperature*, 2016, vol. 54, no. 3, pp. 308–315. DOI: 10.7868/S0040364416030212
3. Andruschenko V. A., Maksimov F. A., Syzranova N. G., Simulation of flight and destruction of the Benešov bolid, *Computer Research and Modeling*, 2018, vol. 10, no. 5, pp. 605–618. DOI:10.20537/2076-7633-2018-10-5-605-618
4. Lipnitskiy Yu. M., Krasilnikov A. V., Pokrovsky A. N., Shmanenkov V. N., *Unsteady gas dynamics*, Moscow: Fizmatlit, 2003, 176 p. [in Russian].
5. Yaroshevsky V. A., *Motion of an uncontrolled body in the atmosphere*, Moscow: Mashinostroenie, 1978, 168 p. [in Russian].
6. Maksimov F. A., Syzranova N. G., Andrushchenko V. A., Modeling the flight of meteoroids in the Earth's atmosphere accompanied by their oscillatory motion, *Mathematical modeling and numerical methods*, 2024, no. 4, pp. 93–110. [in Russian]. DOI: 10.18698/2309-3684-2024-4-93110
7. Lokshin B. Y., Okunev Y. M., Samsonov V. A., Some features of the deceleration of an inhomogeneous ball in the air, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, vol. 78, no. 1, pp. 39–47. DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2014.05.005
8. Lokshin B. Y., Okunev Y. M., Sadovnichy V. A., Samsonov V. A., On bolide flight modelling, *Fundamental and applied mathematics*, 2005, vol. 11, no. 7, pp. 63–71 [in Russian].
9. Brykina I. G., Bragin M. D., On limiting the lateral expansion of the cloud of fragments of a destructed meteoroid, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2020, vol. 21, iss. 1 [in Russian]. <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/894>
10. Brykina I. G., Large meteoroid fragmentation: modeling the interaction of the Chelyabinsk meteoroid with the atmosphere, *Solar System Research*, 2018, vol. 52, no. 5, pp. 426–434. DOI: 10.1134/S0038094618050027

11. Astapovich I. S., *Meteoric phenomena in the Earth's atmosphere*, Moscow: State Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 1958, 634 p. [in Russian].
12. Maksimov F. A., Supersonic flow of system of bodies, *Computer Research and Modeling*, 2013, vol. 5, no. 6, pp. 969–980 [in Russian]. DOI: 10.20537/2076-7633-2013-5-6-969-980
13. Guvernuyuk S. V., Maksimov F. A., Supersonic flow around a flat lattice of cylindrical rods, *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2016, vol. 56, issue 6, pp. 1012–1019. DOI:10.1134/S0965542516060154
14. Maksimov F. A., Numerical modeling of hysteresis during flow around a flat nozzle, *Mathematical modeling and numerical methods*, 2023, no. 4, pp. 27–46 [in Russian]. DOI:10.18698/2309-3684-2023-4-2746
15. Lebedev A. A., Chernobrovkin L. S., *Flight dynamics of unmanned aerial vehicles*, Moscow: Mashinostroenie Publ., 1973. 616 p. [in Russian].
16. Euler L., *Integral calculus. Volume I*, Moscow: GITTL, 1956 [in Russian].
17. Syzranova N. G., Andrushchenko V. A., Numerical Study of Nonstandard Trajectories of Celestial Bodies Invading Earth's Atmosphere, *High Temperature*, 2023, vol. 61, no. 2, pp. 256–261. DOI:10.1134/S0018151X23020177
18. Murzinov I. V., The problem of the century: where did the Tunguska meteorite fly away, *Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2015, no. 4(83), p. 65 [in Russian].
19. Khrennikov D. E., Titov A. K., Ershov A. E., et al., On the possibility of through passage of asteroid bodies across the Earth's atmosphere, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2020, vol. 493, iss. 1, pp. 1344–1351. DOI:10.1093/mnras/staa329
20. Ceplecha Z., Earth-grazing daylight fireball of August 10, 1972, *Astron. Astrophys.*, 1994, vol. 283, pp. 287–288.
21. Schulz P. H., Zarate M., Hames W., et al., A 3.3 – Ma impact in Argentina and possible consequences, *Science*, 1998, vol. 282, no. 5396, pp. 2061–2063. DOI: 10.1126/science.282.5396.2061
22. Spargo P. E., The history of the Hoba meteorite. Part III. Known and loves by all..., *Monthly notes of the astronomical society of Southern Africa*, 2008, vol. 67, no. 11–12, pp. 202–211.

Статья поступила в редакцию 16 июня 2025 г.