

Numerical Simulation of Aerodynamics of Simple Geometries Using Approximate Calculation of Flow through the Facet of the Computational Cell Using the AUSM \pm up2 Method

I. A. Koryukov and P. V. Silvestrov

JSC "Tactical Missile Corporation", Korolev, Moscow region, 141080, Russian.

iakoryukov@mail.ru

Abstract

A three-dimensional distribution of a high-velocity gas flow around simple geometric models on an unstructured grid was calculated. The obtained results were verified.

It was realized by using HySol computer code and UST3D family of computer codes, which implement the donor cell method and schemes of the AUSM family of algorithms for calculating flows through the facet of the computational cell. These codes were developed in IPMech RAS. They are based on the model of a viscous compressible heat-conducting gas, which is described by a spatial non-stationary system of Navier – Stokes equations, solved on three-dimensional unstructured tetrahedral meshes.

Keywords: AUSM \pm up2 scheme, Navier – Stokes equations, perfect gas, unstructured mesh, cross-verification.

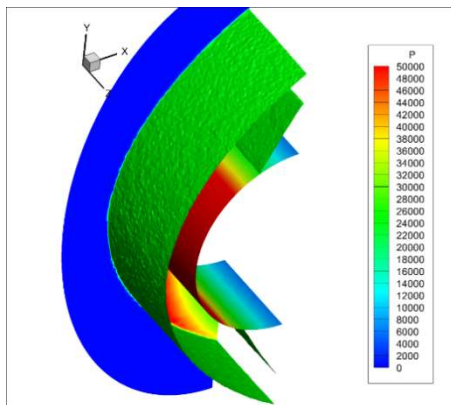


Fig. 1. The results of numerical simulation of the pressure distribution using HySol computer code for endless cylinder

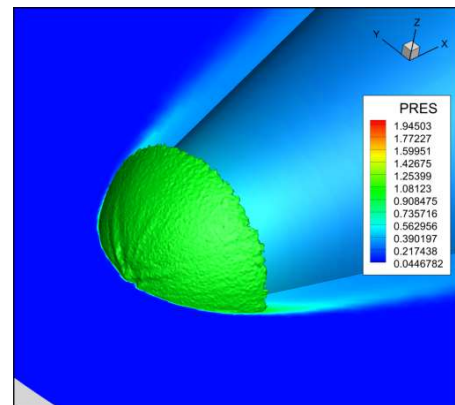


Fig. 2. The results of numerical simulation of the pressure distribution using UST3D-AUSMUP2 computer code for blunted cone

УДК 533.6.011.55

Численное моделирование аэродинамики простых геометрий с использованием приближенного вычисления потоков через грань расчетной ячейки методом AUSM \pm up2

Корюков И. А., Сильвестров П. В.

*АО «Корпорация «Тактического ракетное вооружение»,
Россия, г. Королёв, Московская область, 141080, ул. Ильича, 7
iakoryukov@mail.ru*

Аннотация

Проведено трехмерное численное моделирование обтекания высокоскоростным потоком газа простых геометрических моделей на неструктурированной сетке. Была произведена верификация полученных результатов.

Для численного моделирования использовались компьютерный код HySol и семейство компьютерных кодов UST3D, реализующих метод донорных ячеек и схемы семейства AUSM алгоритмов для вычисления потоков через грань расчетной ячейки. Данные коды были разработаны в ИПМех РАН. В основе кодов лежит модель вязкого сжимаемого теплопроводного газа, которая описывается пространственной нестационарной системой уравнений Навье – Стокса, решаемой на трехмерных неструктурированных тетраэдральных сетках.

Ключевые слова: схема AUSM \pm up2, уравнения Навье – Стокса, совершенный газ, неструктурированная сетка, перекрестная верификация.

1. Введение

Во всем мире все более широкое распространение получает использование численного моделирования для расчета аэродинамики различных летательных аппаратов (ЛА). Численное моделирование позволяет существенно снизить стоимость проектирования ЛА, так как снижается количество проводимых экспериментов. Также применение численного моделирования позволяет получить все параметры течения [1, 2]. В тоже время нельзя отрицать того факта, что проводимые эксперименты несут огромную пользу при проектировании ЛА.

Теоретическим вопросам исследования гиперзвуковой аэродинамики посвящено большое количество работ, например [3, 4]. Расчетно-теоретическое исследование аэротермодинамики летательных аппаратов сложной формы рассмотрено в таких работах, как [5–8] при использовании неструктурированных сеток и [9] – структурированных сеток. Аэродинамика тел с упрощенной геометрией на гиперзвуковых скоростях исследуется в работах [10–12].

Для численного моделирования аэродинамики ЛА используют различные расчетные программные пакеты, например, ANSYSFluent. Также в научной среде разрабатываются собственные авторские компьютерные коды для моделирования аэродинамики ЛА. Указанные выше расчетные программы для численного моделирования потока через грани ячеек сетки расчетной области реализуют широко известные вычислительные методы.

В данной работе рассматривается использование метода AUSM \pm up2 для приближенного вычисления потоков через грань расчетной ячейки.

2. Вычислительная модель течения

Наши компьютерные коды UST3D [7] и HySol [13, 14] предназначены для численного исследования трехмерной системы уравнений Навье – Стокса. Трехмерная система уравнений Навье – Стокса записывается в векторном виде (2.1) [15]

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial F^x(w)}{\partial x} + \frac{\partial F^y(w)}{\partial y} + \frac{\partial F^z(w)}{\partial z} = \frac{\partial G^x(w)}{\partial x} + \frac{\partial G^y(w)}{\partial y} + \frac{\partial G^z(w)}{\partial z} \quad (2.1)$$

Все указанные функции можно расписать в виде столбцов консервативных переменных:

$$w = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \omega \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad F^x = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho u \omega \\ \rho u E + p u \end{pmatrix}, \quad F^y = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ \rho v^2 + p \\ \rho v \omega \\ \rho v E + p v \end{pmatrix}, \quad F^z = \begin{pmatrix} \rho \omega \\ \rho \omega u \\ \rho \omega v \\ \rho \omega^2 + p \\ \rho \omega E + p \omega \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$G^x = \begin{pmatrix} \tau \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{yx} + \omega\tau_{zx} - q_x \end{pmatrix}, \quad G^y = \begin{pmatrix} \tau \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{zy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + \omega\tau_{zy} - q_y \end{pmatrix}, \quad G^z = \begin{pmatrix} \tau \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + \omega\tau_{zz} - q_z \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

где F^x, F^y, F^z – проекции вектора конвективного потока; G^x, G^y, G^z – проекции вектора вязкого потока; ρ – плотность; p – давление; u, v, ω – компоненты вектора скорости; E – удельная полная энергия газа; $\tau_{\alpha\beta}$ – компоненты тензора вязких напряжений ($\alpha = x, y, z$; $\beta = x, y, z$); q_x, q_y, q_z – компоненты вектора теплового потока.

Полная система уравнений Навье – Стокса используется совместно с уравнением состояния совершенного газа

$$p = (\gamma - 1)\rho U = (\gamma - 1)\rho \left[E - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + \omega^2) \right], \quad (2.4)$$

где $\gamma = c_p/c_v$; c_p, c_v – удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме соответственно; $U = c_v T$ – удельные внутренняя и полная энергии газа; T – температура.

При моделировании вязких течений в модели используются четыре типа граничных условий:

- на входной границе расчетной области G_{in} используются условия в набегающем потоке газа;
- на выходной границе расчетной области G_{out} используются условия открытой границы;
- на стенке ЛА G_{wall} применяются условие прилипания для скорости, а также условия адиабатичности и изотермичности;
- в плоскости симметрии G_{symm} применяется условие симметрии потока.

Для решения задачи пространственного гиперзвукового обтекания тела произвольной формы авторские компьютерные коды UST3D [7] и HySol [13] используют явные методы конечного объема на неструктурированных сетках.

Для расчета потока через грани ячеек сетки расчетной области использовались следующие методы:

- авторский компьютерный код HySol реализует «классический» метод точного решения задачи Римана [16] и AUSM \pm up[17];
 - авторский компьютерный код UST3D реализует метод донорных ячеек [6, 18];
 - авторский компьютерный код UST3D-AUSMPW реализует метод AUSMPW [19–22];
 - авторский компьютерный код UST3D-AUSMUP2 реализует метод AUSM \pm up2 [23].
- Гиперзвуковое течение газа полагается ламинарным, процессы, связанные с химическими превращениями газа не рассматривались.

3. Приближенное вычисление потоков через грань расчетной ячейки методом AUSM \pm up2

В данном разделе описан алгоритм построения схемы AUSM (Advection Upstream Splitting Method), основанный на идее вычисления потоков через грани расчетных ячеек С.К. Годунова. В данной работе потоки через грани расчетных ячеек вычисляются из решения задачи распада произвольного разрыва по схеме AUSM \pm up2.

Основная идея подхода AUSM \pm up2 заключается в том, что все расщепления потоков производится за счет числа $M_{1/2}$, в то время как «пассивные» величины переносятся из той ячейки, откуда направлен поток

$$\dot{m} = M_{1/2} c_{1/2} \begin{cases} \rho_L, & \text{если } M_{1/2} > 0; \\ \rho_R, & \text{если } M_{1/2} \leq 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Теперь вся задача состоит в том, чтобы правильно представить число Маха $M_{1/2}$. Эта проблема является определяющей для развития всего семейства AUSM.

Число $M_{1/2}$ будем расщеплять на вклад «слева» f_M^+ и «справа» f_M^- .

$$M_{1/2} = f_M^+ + f_M^- + M_p \quad (3.2)$$

Будет использоваться аппроксимация четвертого порядка точности, которая удовлетворяет указанным критериям [24]

$$f_M^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|), & \text{если } |M| \geq 1; \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2 \pm \frac{1}{8}(M^2 - 1)^2, & \text{если } |M| < 1 \end{cases} \quad (3.3)$$

Параметр M_p из (3.4) будет искаться следующим образом:

$$M_p = -\frac{K_p}{f_a} \max(1 - \sigma \bar{M}^2, 0) \frac{p_R - p_L}{\bar{\rho} c_{1/2}^2}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho_L + \rho_R}{2}, \quad (3.4)$$

где

$$f_a(M_0) = M_0(2 - M_0), \quad (3.5)$$

$$M_0^2 = \min(1, \max(\bar{M}^2, M_\infty^2)), \quad (3.6)$$

$$\bar{M}^2 = \frac{V_n^{+2} + V_n^{-2}}{2c_{1/2}^2}, \quad (3.7)$$

$$c_{1/2} = \min(\tilde{c}_L, \tilde{c}_R), \quad \tilde{c}_L = c^*/\max(c^*, V_n^+), \quad \tilde{c}_R = c^*/\max(c^*, -V_n^-), \quad (3.8)$$

$$c^{*2} = \frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)} H, \quad K_p = 0.25, \quad \sigma = 1.0 \quad (3.9)$$

Перейдем к расщеплению давления. Общий вид уравнения для вычисления давления выглядит следующим образом:

$$\tilde{p} = \frac{p_L + p_R}{2} + \frac{f_p^+ - f_p^-}{2} (p_L - p_R) + \sqrt{\frac{u_L^2 + u_R^2 + w_L^2 + w_R^2 + u_R^2 + u_L^2 + w_R^2}{2}} (f_p^+ + f_p^- - 1) \bar{\rho} c_{1/2} \quad (3.10)$$

По аналогии с числом Маха, число $p_{1/2}$ будем расщеплять на вклад «слева» φ_L^+ (M) и «справа» φ_R^- (M)

$$p_{1/2} = \varphi_L^+ + \varphi_R^- \quad (3.11)$$

Смысл критериев для расщепления давления аналогичен смыслу критериев для числа Маха. Отличие состоит в физическом ограничении на давление, которое должно быть неотрицательной величиной.

Будет использоваться аппроксимация третьего порядка точности, которая удовлетворяет указанным критериям [25]

$$\varphi^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign}|M|), & \text{если } |M| \geq 1; \\ \frac{1}{4}(M \pm 1)^2 (2 \mp M), & \text{если } |M| < 1 \end{cases} \quad (3.12)$$

4. Постановка задачи обтекания модели высокоскоростным потоком газа

С использованием САПР SolidWorks [26] были построены компьютерные геометрии моделей бесконечного цилиндра и острого конуса, затупленного по сфере, в формате *.iges (рис. 1, а, б) на основе данных из открытых источников [23, 27].

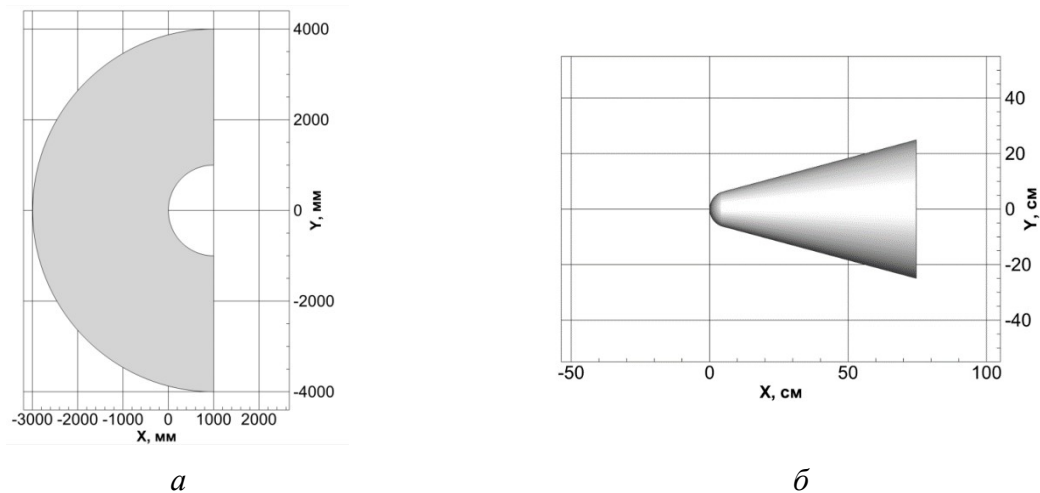


Рис. 1. Виртуальные геометрические модели. а – модель бесконечного цилиндра; б – модель острого конуса, затупленного по сфере

Параметры набегающего потока газа для расчета аэродинамики модели бесконечного цилиндра были получены из [23], а для модели острого конуса – из «ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная» на высоте 20 км [28] (таблица 1). Здесь и далее параметры с индексом “∞” относятся к набегающему потоку.

Таблица 1

Исходные параметры, используемые при расчете компьютерными кодами

Модель	$P_\infty * 10^5$, эрг/см ³	$\rho_\infty * 10^{-4}$, г/см ³	T_∞ , К	T_w , К	M_∞	Газ	γ
Цилиндр	0.547	0.889	216.65	300.0	17	N ₂ (Азот)	1.4
Конус	0.547	0.889	216.65	300.0	10	N ₂ (Азот)	1.4
	0.547	0.889	216.65	300.0	13	N ₂ (Азот)	1.4

5. Сеточные модели

На основе компьютерных геометрий с использованием программного комплекса GMSH[29] были построены пространственные неструктурированные тетраэдральные расчетные сетки для бесконечного цилиндра (рис. 2) и острого конуса, затупленного по сфере (рис. 3).

Для модели бесконечного цилиндра была построена равномерная сетка размером 1 905 274 ячеек. Минимальный размер ячейки составил 0.5 мм.

Для модели острого конуса, затупленного по сфере, была построена неравномерная расчетная сетка со сгущением в носовой части и вдоль конусообразной части размером 3 081 553 ячеек. Минимальный размер ячейки составил 3 мм.

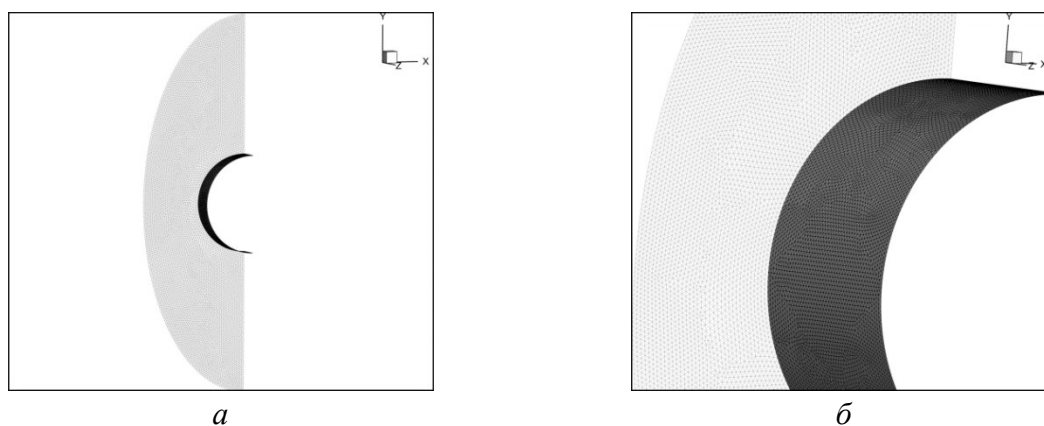


Рис. 2. Расчетная неструктурированная тетраэдральная объемная сетка для бесконечного цилиндра, размером $N=1.9$ млн. ячеек: *a* – вид в проекции $Z=0$; *б* – приближение в окрестности модели

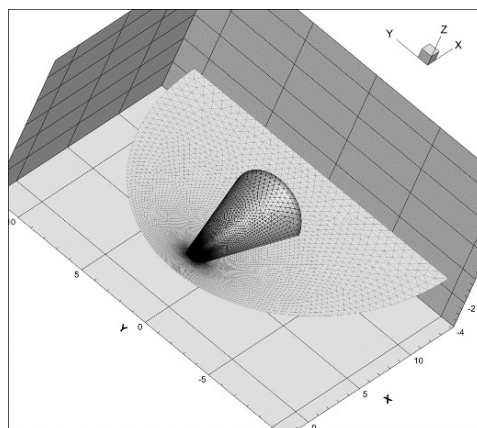


Рис. 3. Расчетная сетка для острого конуса, затупленного по сфере, размером $N=3.1$ млн. ячеек

Качество созданных сеточных пространств оценивалось по ряду общепринятых критериев. Коэффициент формы (аспектное соотношение, англ. aspectratio) для любой треугольной ячейки поверхностной сетки и тетраэдрального элемента объемной сетки не превышает 4 и 6 соответственно. Коэффициент асимметрии (англ. equiangleskew), характеризующий угловую скошенность, для треугольных элементов меньше 0.65, для тетраэдральных – меньше 0.7. Построенные расчетные сетки полностью удовлетворяют требованиям, необходимым для эффективной работы рассматриваемых авторских компьютерных кодов.

Численная модель сеточного пространства создавалась в формате *.NEU.В расчетах с использованием авторских компьютерных кодов семейства UST3D проводилась обработка файла сетки препроцессором для получения параметров, необходимых для применения явных методов конечного объема, таких, как площади граней и объем каждой ячейки. Расчет с использованием авторского компьютерного кода HySol не требовал предварительной обработки сетки, так как соответствующий функционал встроен в данный код.

6. Результаты численного моделирования

В качестве результатов расчетов приводятся картины распределения ударной волны, полученные при заданных начальных условиях (рис. 4–9). Проводится сравнение полученных решений по проявлению численных ошибок, связанных с качеством расчетных сеток.

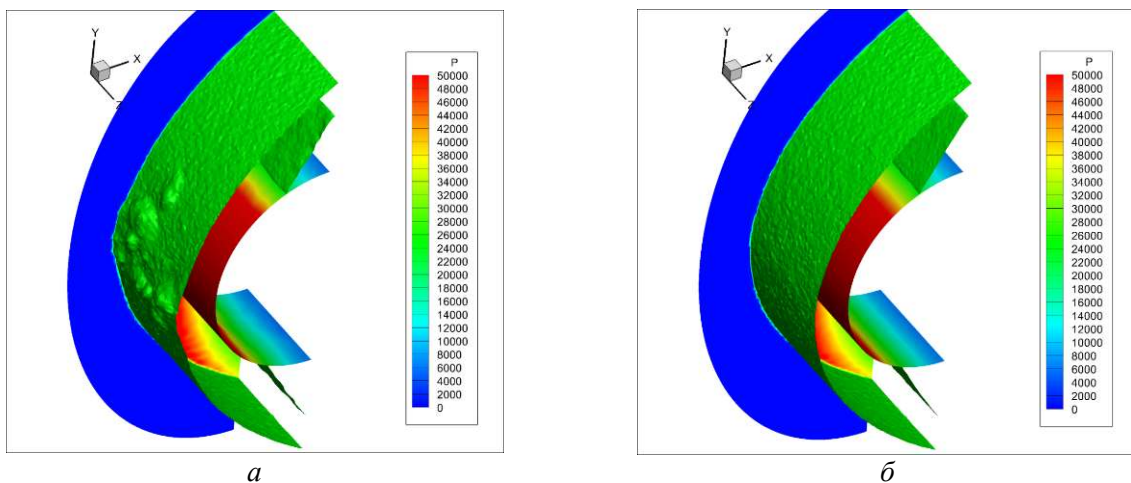


Рис. 4. Результаты численного моделирования распределения ударной волны для бесконечного цилиндра с использованием расчетного кода: *a* – hySol точным методом; *б* – hySol методом AUSM±up

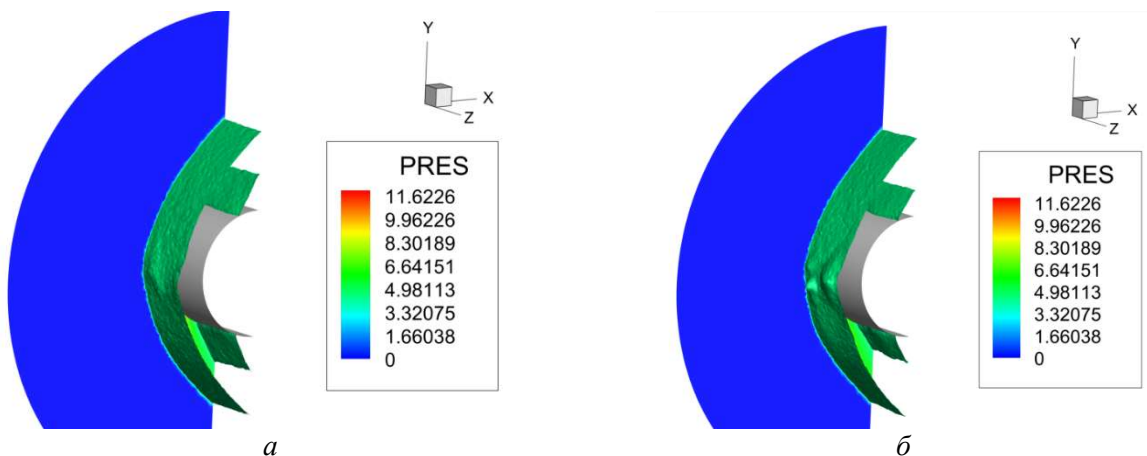


Рис. 5. Результаты численного моделирования распределения ударной волны для бесконечного цилиндра с использованием расчетного кода: *a* – UST3D-AUSMPW; *б* – UST3D-AUSMUP2

Как видно из представленных результатов, картина ударной волны для бесконечного цилиндра получается наиболее гладкой с использованием расчетного кода *hySol* методом *AUSM \pm up* (рис. 4, б). Следует отметить, что картина ударной волны, полученная с использованием компьютерного кода *UST3D-AUSMPW* (рис. 5, а) получается более гладкой, чем с использованием компьютерного кода *UST3D-AUSMUP2* (рис. 5, б).

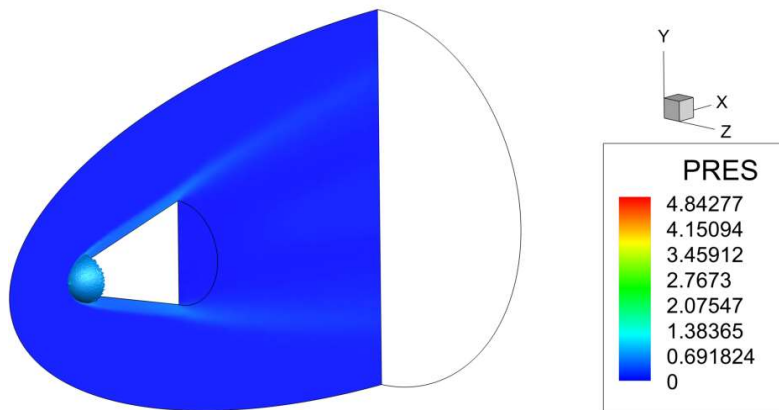


Рис. 6. Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M=10$ с использованием расчетного кода *UST3D-AUSMPW*

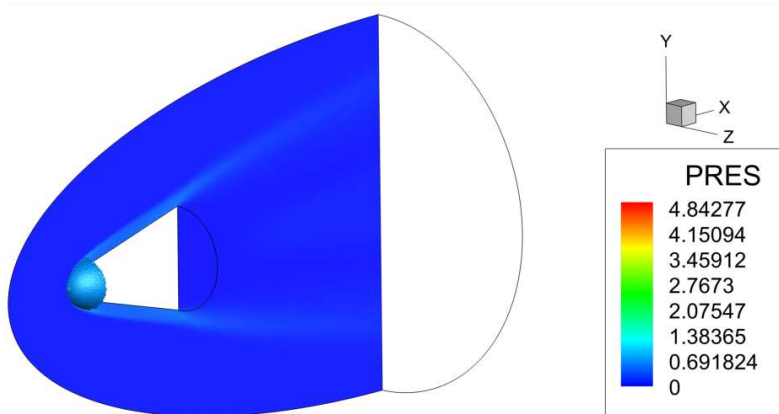


Рис. 7. Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M=10$ с использованием расчетного кода *UST3D-AUSMUP2*

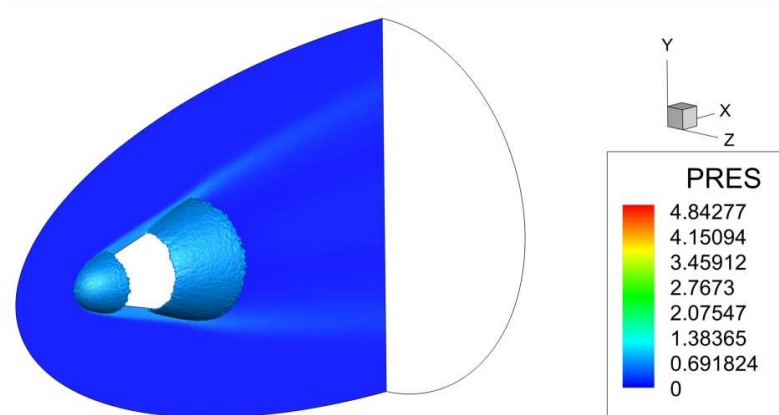


Рис. 8. Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M=13$ с использованием расчетного кода *UST3D-AUSMPW*

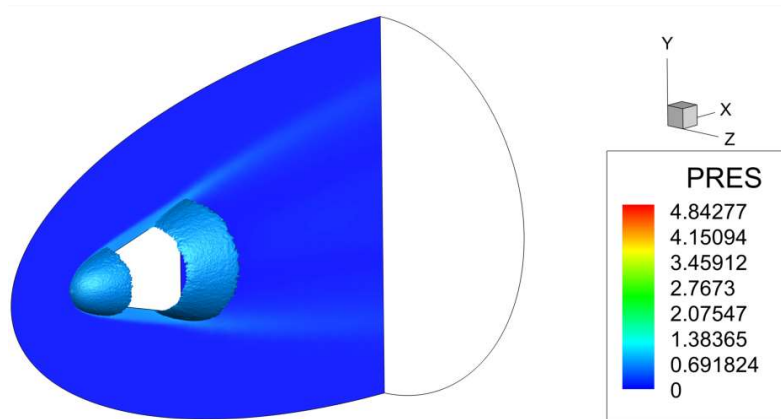


Рис. 9. Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M=13$ с использованием расчетного кода UST3D-AUSMUP2

Однако, говорить о предпочтительности использования компьютерного кода UST3D-AUSMUP2 в части моделирования ударно-волнового взаимодействия затруднительно, так как в случае численного моделирования обтекания затупленного конуса распределение ударной волны получается схожим. Таким образом, требуются дополнительные исследования.

7. Заключение

Проведено трехмерное численное моделирование обтекания высокоскоростным потоком газа геометрических моделей бесконечного цилиндра и острого конуса, затупленного по сфере, на неструктурированных тетраэдральных сетках. Для численного моделирования использовался компьютерный код NuSol, разработанный в ИПМех РАН Крюковым И.А., UST3D, разработанный в ИПМех РАН Суржиковым С.Т., UST3D-AUSMUP2, разработанный в ИПМех РАН Сильвестровым П.В. и UST3D-AUSMUP2, разработанный в ИПМех РАН Корюковым И.А. В основе этих компьютерных кодов лежит модель вязкого сжимаемого теплопроводного газа, которая описывается пространственной нестационарной системой уравнений Навье – Стокса, решаемой на трехмерных неструктурированных тетраэдральных сетках.

Была проведена перекрестная верификация полученных результатов. Для численного моделирования гиперзвукового обтекания моделей острого конуса, затупленного по сфере, и бесконечного цилиндра были построены компьютерные геометрии и расчетные сетки для указанных объектов.

Полученные результаты дают общее представление о структуре ударной волны в носовой части моделей, но не позволяет выбрать оптимальный метод для исследования ударно-волновых взаимодействий.

Литература

1. Schmisser J.D. A Hypersonics Into the 21st Century: A Perspective on AFOSR-Sponsored Research in Aerothermodynamics // 43rd AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA Paper 2013-2606, June 2013. <https://doi.org/10.2514/6.2013-2606>
2. Bertin J. Hypersonic Aerothermodynamics // AIAA Education Series, 1994, P. 627.
3. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975, 328 с.
4. Anderson J. Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics Second Edition // AIAA Education Series, 2006.
5. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Применение метода расщепления по физическим процессам для расчета гиперзвукового обтекания пространственной модели летательного аппарата сложной формы // ТВТ, Т. 51, № 6, 2013. С. 897–911.

6. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Расчет гиперзвукового обтекания тел сложной формы на неструктурированных тетраэдральных сетках с использованием схемы AUSM // ТВТ, Т. 52, № 2, 2014. С. 283–293.
7. Surzhikov S.T. Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 815 012023.
8. Яцухно Д.С., Суржиков С.Т. Метод расщепления по физическим процессам в задаче моделирования обтекания перспективного высокоскоростного летательного аппарата // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение, № 1, 2018. С. 20–33.
9. Суржиков С.Т. Компьютерная аэрофизика спускаемых космических аппаратов. Двухмерные модели. М.: Физматлит, 2018. 544 с.
10. Суржиков С.Т. Аэрофизика гиперзвукового потока у поверхности спускаемого космического аппарата на высотах менее 60 км // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия Естественные науки, № 5 (68), 2016. С. 33–45.
11. Забарко Д.А., Котенев В.П. Численное исследование ламинарных течений вязкого химически реагирующего газа около затупленных тел // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия Естественные науки, № 1 (20), 2006. С. 77–95.
12. Суржиков С.Т. Численная интерпретация экспериментальных данных по аэродинамике модели НВ-2 с использованием компьютерных кодов USTFEN и PERAT-3D // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Т. 21, вып. 1, 2020. <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/900/>
13. Крюков И.А., Иванов И.Э., Ларина Е.В. Программный комплекс расчета высокоскоростных течений huSol // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2021. Т. 22, вып. 1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/902/>
14. Ермаков М.К., Крюков И.А. Верификация и валидация аэродинамических расчетных комплексов на примере задачи обтекания острых и затупленных конусов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Т. 22, вып. 4, 2021. <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-4/articles/944/>
15. Калугин В.Т., редактор. Аэродинамика. 2-е изд. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2017. 607 с.
16. Марчук Г.И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988. 263 с.
17. Liou M.S., Steffen Jr. C.J. A new flux splitting scheme // J. Comp. Phys., 1993, Vol. 107, No. 1, Pp. 23–39.
18. Roache P.J. Computational Fluid Dynamics. Hermosa Publishers, 1972. P. 434.
19. Kim K.H., Kim C., and Rho O.H. Methods for the Accurate Computations of Hypersonic Flows I. AUSMPW+ Scheme // Journal of Computational Physics, Vol. 174, No. 1, November 2001, pp. 38–80.
20. Liou M.S. A Sequel to AUSM, Part II: AUSM \pm up // J. Comput. Phys, Vol. 214, 2006, pp. 137–170.
21. Chang C.H., Liou M.S. A New approach to the simulation of compressible multifluid flows with AUSM+ scheme // 16th AIAA CFD Conference, AIAA Paper 2003-4107, Orlando, FL., June 2003.
22. Сильвестров П.В., Суржиков С.Т. Расчет аэротермодинамики высокоскоростного летательного аппарата X-43 с использованием компьютерных кодов UST3D и UST3D-AUSMPW // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т.20, вып. 4. <http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-4/articles/865/>
23. Kitamura K., Liou M.-S., and Chang C.-H. Extension and Comparative Study of AUSM-Family Schemes for Compressible Multiphase Flow. Commun. Comput. Phys., Vol. 16, No. 3, September 2014, pp. 632–674.
24. Liou M.S. A Sequel to AUSM: AUSM $^+$ // J. Comput. Phys, Vol. 129, No. 2, 1996, pp. 364–382.
25. Van Leer B. Flux-vector splitting for the Euler equations // 8th Int. Conf. on Num. Meth. in Fluid Dyn. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer. 1982, pp. 507-512.
26. SolidWorks. Практическое руководство. М.: Бином, 2004.
27. Красильщиков А.П., Гурьяшкин Л.П. Экспериментальные исследования тел вращения в гиперзвуковых потоках. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 208 с.

28. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная.
29. Geuzaine C., Remacle J.F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities//International Journal of Numerical Methods in Engineering, No. 79 (11), 2009, pp. 1309–1331.

References

1. Schmisser, J. D., “A Hypersonics Into the 21st Century: A Perspective on AFOSR-Sponsored Research in Aerothermodynamics,” *43rd AIAA Fluid Dynamics Conference*, AIAA Paper 2013-2606, June 2013. <https://doi.org/10.2514/6.2013-2606>
2. Bertin, J., “Hypersonic Aerothermodynamics,” *AIAA Education Series*, 1994, p. 627.
3. Lunev, V. V., *Giperzvukovaja ajerodinamika* (Hypersonic aerodynamics), M.: Mashinostroenie, 1975, 328 p.
4. Anderson, J., “Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics Second Edition,” *AIAA Education Series*, 2006.
5. Zheleznyakova, A. L., Surzhikov, S. T., “Application of the method of splitting by physical processes for the computation of a hypersonic flow over an aircraft model of complex configuration,” *High Temperature*, Vol. 51, No. 6, 2013, pp.816–829.
6. Zheleznyakova, A. L., Surzhikov, S. T., “Calculation of a hypersonic flow over bodies of complex configuration on unstructured tetrahedral meshes using the AUSM scheme,” *High Temperature*, Vol. 52, No. 2, 2014, pp. 271–281.
7. Surzhikov, S. T., “Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data,” *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 815 012023, 2017.
8. Yatsukhno, D. S., Surzhikov, S. T., “Method for Splitting into Physical Processes in Task of the Flow Over a Perspective High-Speed Vehicle Modelling,” *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinostr.* [*Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.*], No. 1, 2018, pp.20–33.
9. Surzhikov, S. T., *Komp'yuternaja ajerofizika spuskaemyh kosmicheskikh apparatov. Dvuhmernye modeli* (Computer aerophysics of descent spacecraft. Two-dimensional models), M.: Fizmatlit, 2018, 544 p.
10. Surzhikov, S. T., “Aerophysics of the hypersonic air flow above surface of space vehicle at altitudes of less than 60 km,” *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki.* [*Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Natural Sciences. Eng.*], No. 5 (68), 2016, pp.33–45.
11. Zabarko, D. A., Kotenev, V. P., “Numerical study of laminar flows of a viscous chemically reacting gas near blunt bodies,” *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki.* [*Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Natural Sciences. Eng.*], No. 1 (20), 2006, pp.77–95.
12. Surzhikov, S. T., “Numerical interpretation of experimental data on aerodynamics of the HB-2 model using computer codes USTFEN and PERAT-3D,” *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 21, No. 1, 2020. <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/900/>
13. Kryukov, I. A., Ivanov, I. E., Larina, E. V., “Software package hySol for the numerical simulation of high-speed flows,” *Physical and chemical kinetics in gas dynamics*, Vol.22, No.1, 2021. <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/902/>
14. Ermakov, M. K., Kryukov, I. A., “Verification and validation of aerodynamic codes using the example of the flow around sharp and blunt cones,” *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 22, No. 4, 2021. <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-4/articles/944/>
15. Kalugin, V. T., *Aerodynamics*, 2nd ed., M.: Publishing house of Bauman University, 2017, 607 p.
16. Marchuk, G. I., *Metody rasshheplenija* (Splitting methods), M.: Nauka, 1988, 263 p.
17. Liou, M. S., Steffen, Jr. C. J., “A new flux splitting scheme,” *J. Comp. Phys.*, Vol. 107, No. 1, 1993, pp. 23–39.
18. Roache, P. J., *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publishers, 1972, 434 p.

19. Kim, K. H., Kim, C., and Rho, O. H., “Methods for the Accurate Computations of Hypersonic Flows I. AUSMPW+ Scheme,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 174, No. 1, 2001, pp. 38–80.
20. Liou, M. S., “A Sequel to AUSM, Part II: AUSM \pm up,” *J. Comput. Phys.*, Vol. 214, 2006, pp. 137–170.
21. Chang, C. H., Liou, M. S., “A New approach to the simulation of compressible multifluid flows with AUSM+ scheme,” *16th AIAA CFD Conference*, AIAA Paper 2003-4107, June 2003.
22. Silvestrov, P. V., Surzhikov, S. T., “Calculation of aerothermodynamics for high-speed X-43 using computer code UST3D and UST3D-AUSMPW,” *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 20, No. 4, 2019. <http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-4/articles/865/>
23. Kitamura, K., Liou, M.-S., and Chang, C.-H., “Extension and Comparative Study of AUSM-Family Schemes for Compressible Multiphase Flow,” *Commun. Comput. Phys.*, Vol. 16. No. 3, September 2014, pp. 632–674.
24. Liou, M. S., “A Sequel to AUSM: AUSM+,” *J. Comput. Phys.*, Vol. 129, No. 2, 1996, pp. 364–382.
25. Van Leer, B., “Flux-vector splitting for the Euler equations,” *8th Int. Conf. on Num. Meth. in Fluid Dyn. Lecture Notes in Physics*, Berlin: Springer, 1982, pp. 507–512.
26. *SolidWorks. Practical guide*, M.: Binom, 2004.
27. Krasilshchikov, A. P., Guriyashkin, L. P., *Jeksperimental'nye issledovaniya tel vrashheniya v giperzvukovyh potokah* (Experimental studies of bodies of revolution in hypersonic flows), M.: FIZMATLIT, 2007, 208 p.
28. GOST 4401-81. The standard atmosphere.
29. Geuzaine, C., Remacle, J. F., “Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities,” *Int. Journal of Numerical Methods in Engineering*, No. 79 (11), 2009, pp. 1309–1331.

Статья поступила в редакцию 22 марта 2022 г.