

# Numerical Simulation of Vapor Bulk Condensation near the Interphase Surface under Intensive Evaporation Conditions

N. M. Kortsenstein<sup>1,2</sup>, L. V. Petrov<sup>2,3</sup>, A.V. Rudov<sup>4</sup>, A. K. Yastrebov<sup>2,4</sup>

<sup>1</sup> Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 125412, Russia

<sup>2</sup> Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russia

<sup>3</sup> National Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow, 123098, Russia

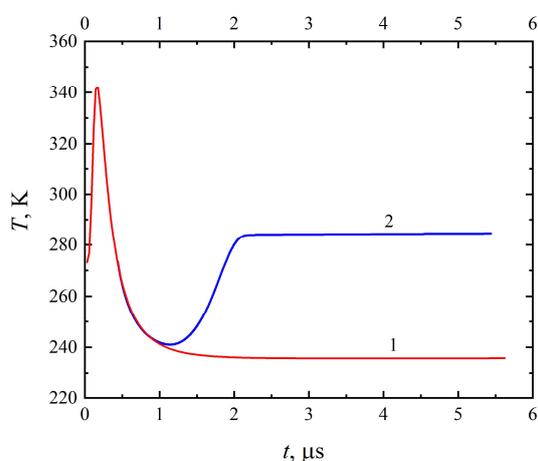
<sup>4</sup> National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, 111250, Russia  
[naumkor@yandex.ru](mailto:naumkor@yandex.ru)

## Abstract

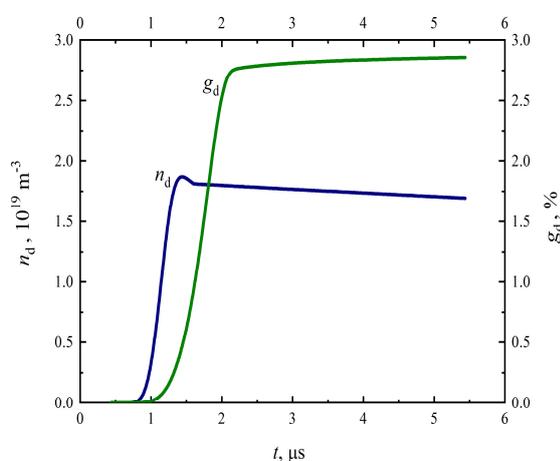
The results of the numerical solution of the Boltzmann kinetic equation for intensive evaporation from the interfacial surface were used to calculate the kinetics of the bulk condensation process near the evaporation surface. It was shown that during the period of existence of the supersaturated state, which was predicted on the basis of the solution without considering condensation, the condensation aerosol has time to form. When analyzing evaporation from the interfacial surface, it is necessary to take into account the presence of formed droplets in the vapor phase and the thermal effect of condensation on vapor parameters.

Keywords: intense evaporation, Boltzmann kinetic equation, bulk condensation, condensation aerosol.

Classical nucleation theory was used to obtain the results. Estimates according to the chosen model showed that considering of non-isothermal nucleation leads to a decrease in the nucleation rate, which increases the time of condensation aerosol formation by about two times and decreases the concentration of formed droplets by 6.3 times (from  $0.17 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$  to  $0.27 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ). At the same time, the mass fraction of formed droplets and the associated heat release do not change much.



Time dependences temperature at  $x^*=5$  without (1) and with (2) considering of the bulk condensation process



Parameters of the formed condensation aerosol (concentration and mass fraction) as a function of time

УДК 621.396.6.019:536.5.001.24

# Численное моделирование объемной конденсации пара вблизи межфазной поверхности при интенсивном испарении

Н. М. Корценштейн<sup>1,2</sup>, Л. В. Петров<sup>2,3</sup>, А. В. Рудов<sup>4</sup>, А. К. Ястребов<sup>2,4</sup>

<sup>1</sup>Объединенный институт высоких температур Российской академии наук,  
Россия, Москва, 125412, ул. Ижорская, д.13

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт механики  
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова,  
Россия, Москва, 119192, Мичуринский проспект, 1

<sup>3</sup>Национальный исследовательский центр Курчатовский институт,  
Россия, Москва, 123098, пл. Академика Курчатова, 1

<sup>4</sup>Национальный исследовательский университет «МЭИ»,  
Россия, Москва, 111250, Красноказарменная улица, 1

[naumkor@yandex.ru](mailto:naumkor@yandex.ru)

## Аннотация

Результаты численного решения кинетического уравнения Больцмана для интенсивного испарения с межфазной поверхности были использованы для расчета кинетики процесса объемной конденсации вблизи поверхности испарения. Показано, что за время существования пересыщенного состояния, предсказываемого на основе решения без учета конденсации, конденсационный аэрозоль успевает сформироваться. При анализе испарения с межфазной поверхности необходимо учитывать наличие образовавшихся капель в паровой фазе и тепловое воздействие конденсации на параметры пара.

Ключевые слова: интенсивное испарение, кинетическое уравнение Больцмана, объемная конденсация, конденсационный аэрозоль

## 1. Введение

Адекватное описание высокоинтенсивных процессов теплопереноса в двухфазных системах является важным в связи с развитием современных технологий. При численном анализе интенсивного испарения с поверхности конденсированной фазы было показано [1], что пар, движущийся от межфазной границы, является пересыщенным. При этом степень пересыщения (отношение давления пара к давлению насыщения при его температуре) растет с увеличением потока массы и при определенной интенсивности процесса может достигать таких значений, при которых становится возможной объемная конденсация в паре. В монографии [2] говорится об экспериментальном наблюдении пересыщения пара, образовавшегося в результате испарения металлической капли под воздействием лазерного излучения. Следовательно, актуальной задачей является исследование взаимодействия процессов интенсивного испарения и объемной конденсации пара вблизи межфазной поверхности. При численном исследовании учет влияния объемной конденсации на испарение может быть произведен, в частности, двумя путями: 1) включением процесса объемной конденсации в схему решения кинетического уравнения Больцмана (КУБ) методом расщепления по физическим процессам [3]; 2) итерационным путем, когда первой итерацией является расчет ис-

парения без учета конденсации, а второй итерацией является расчет испарения пара, в котором присутствуют субмикронные капли конденсационного аэрозоля, параметры которых определяются расчетом объемной конденсации на первой итерации. В данной работе представлены результаты реализации второго направления, в частности, его первой итерации. Стационарная задача испарения со сферической поверхности в вакуум рассмотрена в работе [4]. Для решения использован метод прямого статистического моделирования [5]. В отличие от [4], в данной работе рассматривалась нестационарная задача испарения с плоской поверхности в пар с заданным давлением. Анализ интенсивного испарения водяного пара на межфазной поверхности в существенно неравновесных условиях выполнен путем численного решения КУБ для задачи о перекоонденсации. В этом случае считается, что область, занятая паром, ограничена двумя межфазными поверхностями – «горячей» и «холодной», на одной из которых происходит испарение конденсированной фазы, а на другой – конденсация пара. КУБ решалось в одномерной нестационарной постановке. Результаты решения задачи перекоонденсации на основе КУБ были использованы для расчета кинетики объемной конденсации вблизи поверхности испарения (на расстоянии 5 длин свободного пробега молекул пара). Была применена процедура решения кинетического уравнения объемной конденсации моментным методом с помощью программы CONDKINET-1 [6] и полученных из решения КУБ зависимостей давления и температуры от времени, аппроксимированных полиномами.

## 2. Математическая модель

### 2.1. Задача перекоонденсации

Анализ интенсивного испарения на межфазной поверхности в существенно неравновесных условиях выполнен путем численного решения кинетического уравнения Больцмана (КУБ). Так как при численном решении задачи расчетная область должна быть ограниченной, фактически решалась задача о перекоонденсации, в которой область, занятая паром, ограничена двумя межфазными поверхностями («горячей» и «холодной»), на одной из которых происходит испарение конденсированной фазы, а на другой – конденсация пара. В связи со сложностью решения уравнения Больцмана рассматривалась одномерная задача, а движение межфазных поверхностей и возможные отклонения их формы от плоскости не учитывались. КУБ решалось в одномерной нестационарной постановке [7]

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial F}{\partial x} = J(F) \quad (1)$$

Здесь  $F$  – функция распределения молекул пара по скоростям;  $t$  – время;  $x$  – координата;  $\xi_x$  – проекция скорости молекулы на ось  $x$ ;  $J$  – интеграл столкновений.

Рассматривалась следующая постановка задачи. Область, занятая паром, ограничена двумя бесконечными плоскими поверхностями («горячей» и «холодной»), на которых возможны процессы испарения и конденсации. До начала рассматриваемого процесса температуры поверхностей одинаковы и равны заданной величине  $T_x$ , пар находится в состоянии насыщения при этой температуре. В начальный момент времени температура «горячей» поверхности мгновенно увеличивается до заданного значения  $T_2$ , и на этой поверхности начинается испарение. Схема задачи показана на рис. 1.

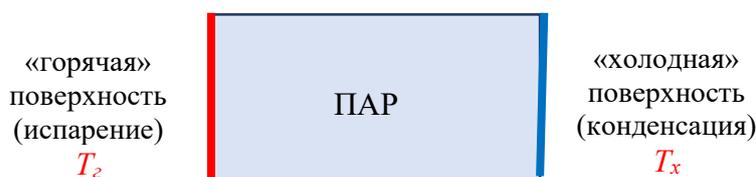


Рис. 1. Схема задачи о перекоонденсации

Граничными условиями для КУБ (1) являются функции распределения для молекул, движущихся от поверхностей раздела фаз. Считается, что эти молекулы имеют распределение Максвелла

$$\begin{aligned} x=0, \quad \xi_x > 0: \quad F &= \frac{n_s(T_2)}{(2\pi RT_2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}{2RT_2}\right), \\ x=l, \quad \xi_x < 0: \quad F &= \frac{n_s(T_x)}{(2\pi RT_x)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}{2RT_x}\right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $n$  – числовая плотность молекул (число частиц в единице объема), движущихся от поверхности;  $T$  – температура этих молекул;  $R$  – индивидуальная газовая постоянная;  $\xi_x, \xi_y, \xi_z$  – проекции скорости молекулы на оси координат;  $l$  – расстояние между поверхностями;  $x=0$  соответствует «горячей» поверхности. Коэффициенты конденсации и энергетической аккомодации на обеих поверхностях принимались равными единице, вследствие этого температура в (2) равна температуре поверхности, а числовая плотность – числовой плотности насыщенного пара при этой температуре  $n_s(T)$ . В начальный момент времени для всей области, занятой паром (кроме  $x=0$ ), задавалась функция распределения Максвелла с параметрами «холодной» поверхности.

Расчет прекращался после того, как вызванное испарением возмущение в паре доходит до «холодной» межфазной поверхности. Использование такого подхода позволило провести расчеты для большего количества вариантов исходных данных, так как численное решение уравнения Больцмана требует достаточно больших затрат времени даже при использовании современной вычислительной техники, при этом основные затраты времени связаны с расчетом интеграла столкновений. При численном решении КУБ использовалась схема расщепления по физическим процессам [3], для расчета интеграла столкновений использовался консервативный метод [8].

## 2.2. Объемная конденсация пересыщенного пара

Для вычисления концентрации и распределении по размерам образующихся микрокапель будет использовано кинетическое уравнение для функции распределения капель по размерам. В случае гомогенной конденсации в одномерном стационарном потоке без учета коагуляции это уравнение имеет следующий вид [9, 10]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial(\dot{r}f)}{\partial r} = \frac{I}{\rho_\Sigma} \delta(r - r_{cr}), \quad (3)$$

где  $f$  – функция распределения микрокапель по размерам, нормированная на число капель в единице массы парогазовой смеси;  $u$  – скорость потока;  $r$  – радиус капли;  $\dot{r}$  – скорость роста капель;  $I$  – скорость нуклеации;  $\rho_\Sigma$  – плотность смеси пара, газа и капель,  $\delta$  – дельта-функция,  $r_{cr}$  – критический радиус.

При больших числах Кнудсена растущих капель, когда радиус капель много меньше средней длины свободного пробега молекул пара, скорость роста капель не зависит от их радиуса. В этом случае для решения уравнения (3) успешно применяется моментный метод [10, 11], который позволяет получить эквивалентную (3) систему уравнений для моментов функции распределения  $\Omega_n$

$$\frac{d\Omega_n}{dt} = n\dot{r}\Omega_{n-1} + \frac{I}{\rho_\Sigma} r_{cr}^n, \quad (4)$$

где

$$\Omega_n = \int_{r_{cr}}^{\infty} r^n f dr \quad (5)$$

Решение системы уравнений (4) при  $n = 0 - 3$  позволяет определить искомые параметры конденсационного аэрозоля, в том числе:

– число капель в единице объема

$$n_d = \rho_\Sigma \Omega_0 ; \quad (6)$$

– средний размер (радиус) капель

$$r_d = \Omega_1 / \Omega_0 ; \quad (7)$$

– массовую долю капель

$$g_d = 4\pi\rho_l\Omega_3/3, \quad (8)$$

где  $\rho_l$  – плотность конденсата.

Отметим, что система моментных уравнений (4) аналогична «цепочке Хилла» [12], полученной из интегрального соотношения для изменения массовой доли конденсата вдоль оси сопла в процессе объемной конденсации. Однако подход, основанный на кинетическом уравнении (3), представляется более плодотворным, поскольку, в отличие от [12], позволяет восстановить функцию распределения по результатам решения системы уравнений (4).

При малых и умеренных числах Кнудсена растущих капель переход от уравнения (3) к системе уравнений (4) не может быть выполнен вследствие зависимости скорости роста капель от их размеров. В этом случае предложены модификации метода моментов (см., например, [13]) либо может быть использован метод прямого численного решения уравнения кинетики конденсации (3) [14]. Моменты функции распределения, определяющие параметры конденсационного аэрозоля, вычисляются по функции распределения, найденной в результате решения уравнения (3).

В итоге система уравнений, использованная для описания гомогенно-гетерогенной конденсации, имеет следующий вид

$$\frac{d\Omega_0}{dt} = \frac{I}{\rho_\Sigma}, \quad (9)$$

$$\frac{d\Omega_1}{dt} = \dot{r}\Omega_0 + r_{cr} \frac{d\Omega_0}{dt}, \quad (10)$$

$$\frac{d\Omega_2}{dt} = 2\dot{r}\Omega_1 + r_{cr}^2 \frac{d\Omega_0}{dt}, \quad (11)$$

$$\frac{dg_d}{dt} = \frac{4\pi\rho_l}{3} \left( 3\dot{r}\Omega_2 + r_{cr}^3 \frac{d\Omega_0}{dt} \right) \quad (12)$$

### 2.3. Замыкающие соотношения

Система моментных уравнений (9)–(12) была использована, в частности, в работе [15], для описания объемной конденсации паров тяжелой воды в сверхзвуковом потоке парогазовой смеси D<sub>2</sub>O-N<sub>2</sub>. Использовались два выражения для скорости нуклеации: 1) классической теории нуклеации (CNT) [16], 2) SCCNT – т.н. самосогласованная модификация CNT [17]. В результате имело место хорошее совпадение результатов моделирования и экспериментальных данных [18] по распределению статического давления и температуры, а также концентрации пара и массовой доли капель в зоне объемной конденсации при использовании CNT. Использование выражения SCCNT приводило к рассогласованию с экспериментальными данными по положению зоны конденсации. В связи с этим в данной работе скорость нуклеации вычислялась согласно CNT

$$I_{CNT} = \left( \frac{\alpha}{\rho_l} \right) \left( \frac{p_v}{RT} \right)^2 \sqrt{\frac{2\mu_v \sigma N_A^3}{\pi}} \exp \left[ - \frac{16\pi N_A \left( \frac{\sigma}{R} \right)^3 \left( \frac{\mu_v}{\rho_l} \right)^2}{3T^3 (\ln s)^2} \right] \quad (13)$$

В то же время с учетом отсутствия разбавления пара несущим газом была предусмотрена оценка вклада неизотермичности нуклеации. Следуя подходу работы [19], была выбрана поправка в виде

$$I = I_{CNT} (1 + \zeta)^{-1} \quad (14)$$

Здесь согласно [20]

$$\zeta = 2 \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{L}{R_v T} \left( \frac{L}{R_v T} - \frac{1}{2} \right), \quad (15)$$

где  $L$  – теплота испарения (Дж/кг);  $R_v$  – индивидуальная газовая постоянная для пара.

Предполагался свободномолекулярный режим взаимодействия капель с газовой фазой. Скорость роста капель определялась в соответствии с формулой Герца – Кнудсена [21]

$$\dot{r} = \frac{1}{\rho_l} \left( \frac{p_v}{\sqrt{2\pi R_v T}} - \frac{p_s(T_d)}{\sqrt{2\pi R_v T_d}} \right) \quad (16)$$

Здесь  $T_d$  – температура капель. В общем случае моделирование процесса объемной конденсации должно включать и рассмотрение теплообмена образующихся капель с паром для определения их температуры. В данной работе представлены результаты с использованием однотемпературного приближения, предполагающего равенство температуры капель и пара,  $T_d = T$ . В этом случае, как показывает опыт расчетов [15], массовая доля образующихся капель максимальна по сравнению со случаем учета перегрева капель относительно пара. Однотемпературное приближение, таким образом, дает оценку сверху по тепловому эффекту процесса конденсации.

### 3. Результаты расчетов

Расчеты проводились для водяного пара при различных значениях температуры «холодной» поверхности в диапазоне от 223.15 К до 373.15 К и различных соотношениях температур «горячей» и «холодной» поверхностей ( $TG = T_c/T_x$ ) в диапазоне от 1.05 до 1.5. Для вычисления давления насыщения при заданной температуре использовались формулы, предложенные в [22]. Примеры результатов для  $T_x = 373.1$  К без учета объемной конденсации представлены на рис. 2. Результаты представлены в безразмерном виде, здесь и далее безразмерные параметры определяются следующим образом:

$$T^* = \frac{T}{T_x}, \quad p^* = \frac{p}{p_s(T_x)}, \quad x^* = \frac{x}{\langle l_x \rangle}, \quad t^* = \frac{t\sqrt{RT_x}}{\langle l_x \rangle} \quad (17)$$

Здесь  $\langle l_x \rangle$  – длина свободного пробега молекул пара в состоянии насыщения при температуре «холодной» поверхности;  $p_s(T_x)$  – давление насыщенного пара при температуре «холодной» поверхности. Видно, что состояние пересыщения пара достигается в тылу теплового импульса, распространяющегося от поверхности испарения. Увеличение амплитуды импульса (величины  $TG$ ) при неизменном значении  $T_x$  приводит к количественным изменениям (возрастанию степени пересыщения и скорости распространения импульса) при сохранении качественной картины. В то же время уменьшение величины  $T_x$  при неизменном значении  $TG$  также ведет к возрастанию неравновесности процесса испарения. В частности, при

$T_x = 373.15$  К и  $TG = 1.1$  максимальная степень пересыщения, предсказываемая решением КУБ, составляет 4.03, а при  $T_x = 273.15$  К и  $TG = 1.1$  предсказываемая максимальная степень пересыщения возрастает до 57.75. Следует также отметить, что понижение  $T_x$  и соответствующего ей давления насыщения увеличиваются пространственный и временной масштабы обезразмеривания. Так, при  $T_x = 373.15$  К это величины порядка  $10^{-8}$  м и  $10^{-10}$  с соответственно, а при  $T_x = 273.15$  К масштабы обезразмеривания составляют  $1.6 \times 10^{-5}$  м и  $4.3 \times 10^{-5}$  с соответственно. В итоге, решение КУБ для задачи перекоонденсации предсказывает, что при понижении  $T_x$  увеличивается пересыщения пара, а также время существования пересыщенного состояния.

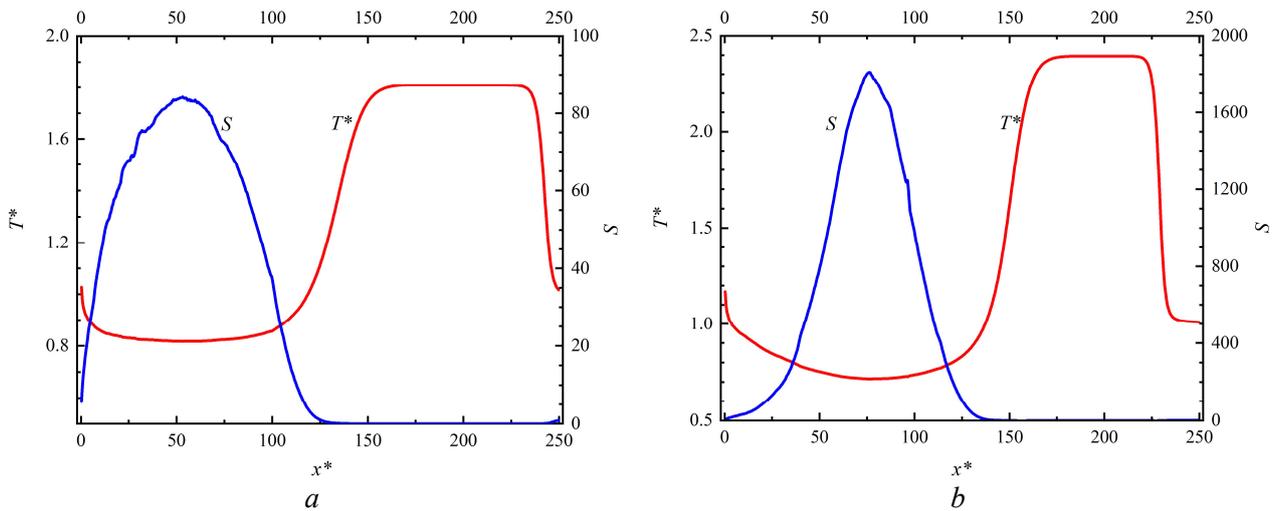


Рис. 2. Изменение параметров пара в пространстве по нормали от поверхности испарения без учета объемной конденсации: а)  $TG = 1.3$ ,  $t^* = 104.7$ ; б)  $TG = 1.5$ ,  $t^* = 78.3$

Ниже представлены результаты расчета объемной конденсации для условий  $T_x = 273.15$  К,  $TG = 1.1$ . Для этого случая изменение давления, температуры и степени пересыщения в пространстве для различных моментов времени без учета объемной конденсации представлены на рис. 3. Видно, что давление пара в области между «горячей» межфазной поверхностью и фронтом возмущения почти постоянно, за исключением слоя Кнудсена вблизи межфазной поверхности, безразмерная толщина которого близка к 10. Вблизи горячей поверхности температура понижается, что создает условия для пересыщения пара и его объемной конденсации.

Результаты решения задачи перекоонденсации на основе КУБ были использованы для расчета кинетики объемной конденсации вблизи поверхности испарения ( $x^* = 5$ , т.е. 80 мкм при  $T_x = 273.15$  К). С этой целью временные зависимости давления и температуры были аппроксимированы полиномами и в таком виде использованы в программе CONDKINET-1 [6] для численного решения системы моментных уравнений кинетики объемной конденсации (9)–(12). Полученные результаты представлены на рис. 4–5. Видно, что за время существования пересыщенного состояния, предсказываемого на основе решения КУБ без учета конденсации, конденсационный аэрозоль успевает сформироваться. В конденсат переходит почти 3% пересыщенного пара. Тепловыделение при конденсации приводит к резкому уменьшению степени пересыщения с прекращением нуклеации и замедлением скорости роста образовавшихся капель.

Представленные на рис. 4–5 результаты получены с использованием классической теории нуклеации. Оценки согласно (14), (15) показали, что учет неизотермичности нуклеации по выбранной модели приводит к снижению скорости нуклеации примерно на 2 порядка, что увеличивает время формирования конденсационного аэрозоля примерно вдвое, а концентрацию образующихся капель в 6.3 раза (от  $0.17 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$  до  $0.27 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ ). В то же время массовая доля образующихся капель и связанное с этим тепловыделение мало отличаются.

Следует отметить сходство процесса объемной конденсации вблизи поверхности испарения, рассмотренного в данной работе, и аналогичного процесса в веере волн разрежения, рассмотренного в работе [23].

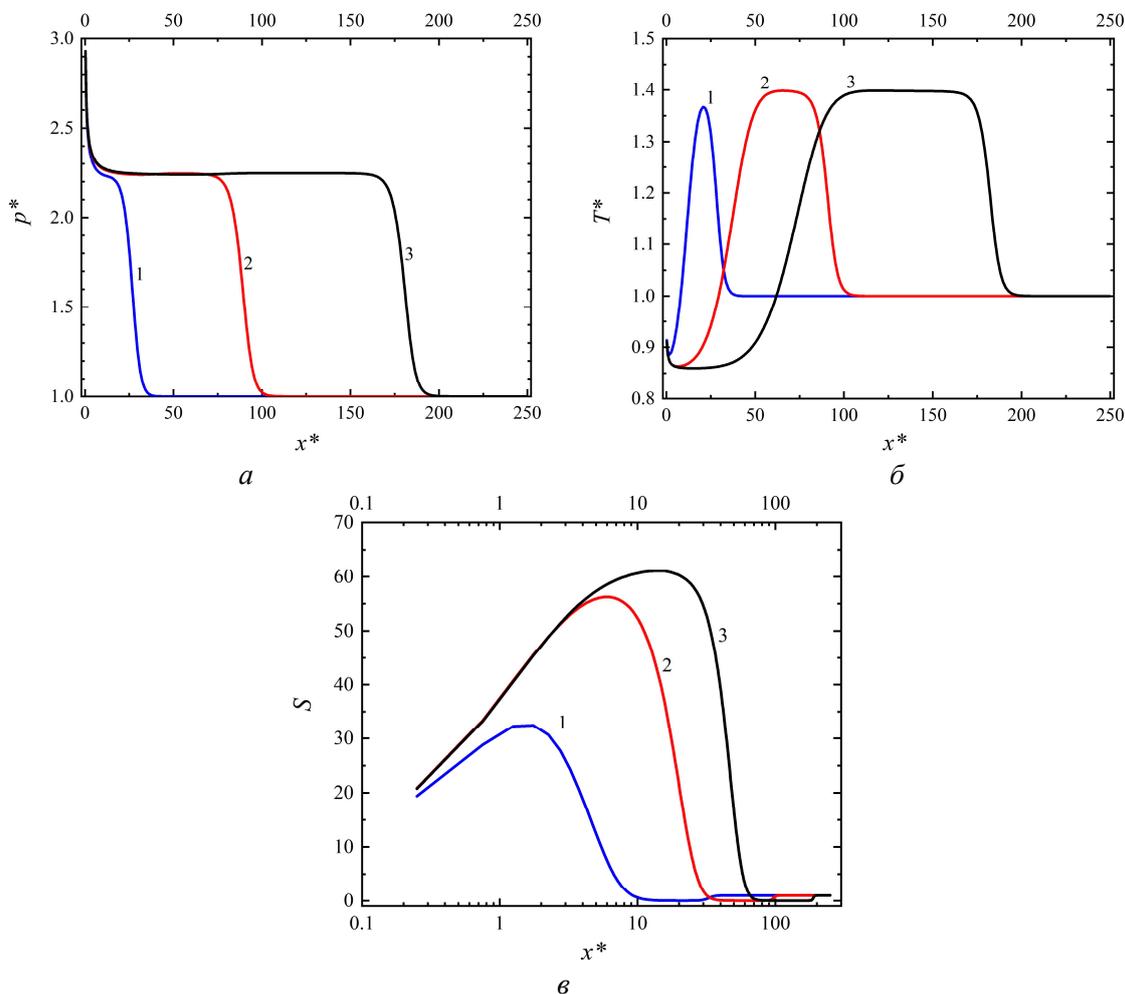


Рис. 3. Зависимости а) давления, б) температуры и в) степени пересыщения от координаты в различные моменты времени  $t^*$  без учета объемной конденсации: 1 – 15; 2 – 50; 3 – 100.  $TG = 1.1$

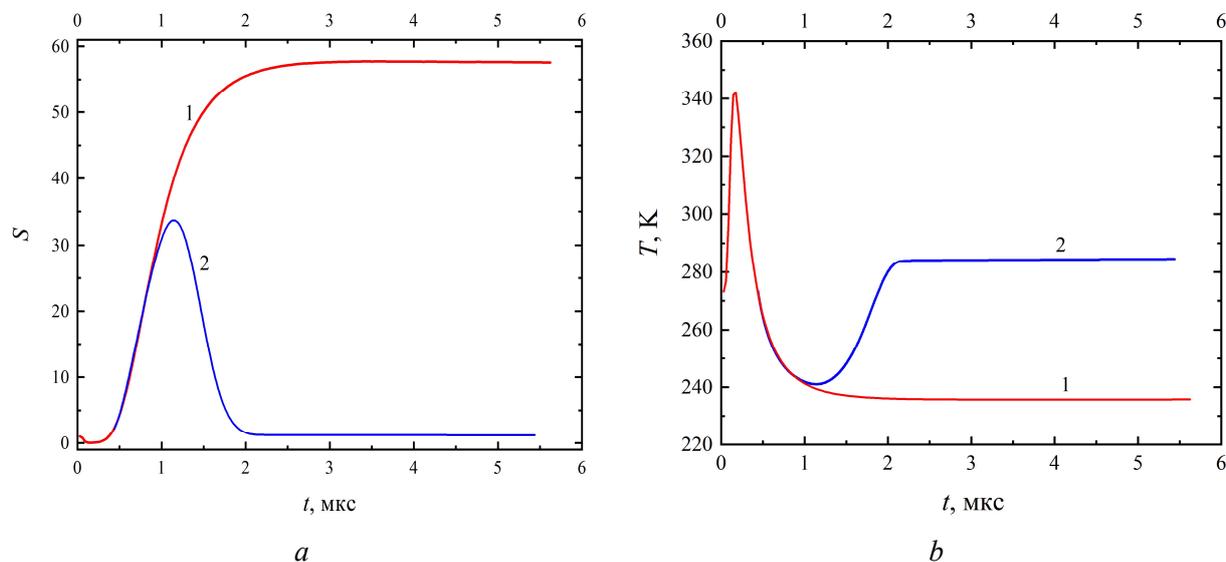


Рис. 4. Зависимости степени пересыщения (а) и температуры (б) от времени при  $x^* = 5$  без учета (1) и с учетом (2) процесса объемной конденсации

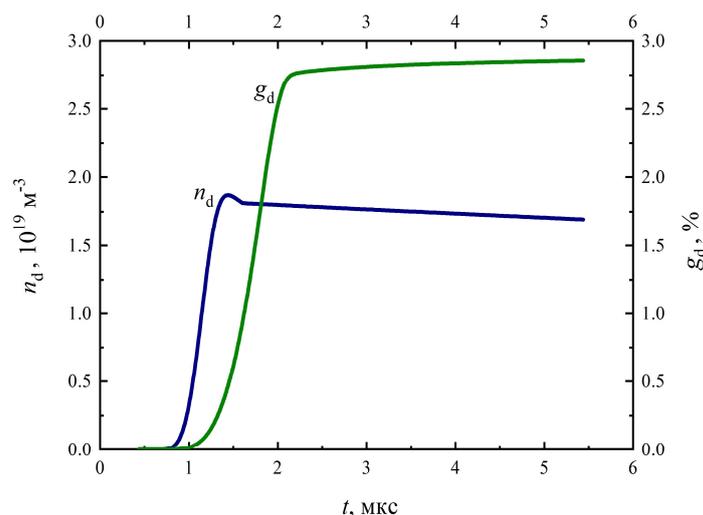


Рис. 5. Параметры конденсационного аэрозоля (концентрация и массовая доля) в зависимости от времени

#### 4. Заключение

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Неравновесность процесса испарения в задаче переконденсации возрастает как при увеличении отношения температур горячей и холодной поверхностей, так и при снижении температуры холодной поверхности. Решение КУБ для задачи переконденсации предсказывает, что при понижении  $T_x$  увеличивается пересыщения пара, а также время существования пересыщенного состояния.

2. За время существования пересыщенного состояния, предсказываемого на основе решения КУБ без учета конденсации, конденсационный аэрозоль успевает сформироваться.

3. Несмотря на то, что массовая доля образующихся капель не слишком велика, возмущение параметров пара вблизи поверхности весьма существенно. Также достаточно велика концентрация образующихся капель. На второй итерации решения КУБ с учетом процесса объемной конденсации должны быть приняты во внимание как наличие в паре образовавшихся капель, так и тепловое воздействие конденсации на параметры пара.

#### Благодарности и ссылки на гранты

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект 22-19-00044.

#### Обозначения

$g_d$  – массовая доля капель, %;  $n_d$  – количество капель в единице объема,  $\text{м}^{-3}$ ;  $p$  – давление, Па;  $S$  – степень пересыщения;  $t$  – время, с;  $T$  – температура, К;  $x$  – координата, м; \* – безразмерные параметры.

#### Литература

1. Labuntsov D.A., Kryukov A.P. Analysis of intensive evaporation and condensation// Int. J. Heat Mass Transfer 22 (1979) 989–1002.
2. Анисимов С.И., Имас Я.А., Романов Г.С., Ходыко Ю.В. Действие излучения большой мощности на металлы. М.: «Наука», 1970.
3. Аристов В.В., Черемисин Ф.Г. Прямое численное решение кинетического уравнения Больцмана. М.: Вычислительный центр РАН, 1992.

4. Быков Н.Ю. О моделирование процесса образования кластеров при сферическом расширении водяного пара в вакуум // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 1. С. 86–101. DOI: 10.18721/JPM.11109
5. Bird G.A. *Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows*. Oxford: Clarenton Press, 1994. 458 p.
6. Kortsenshteyn N. M., Gerasimov G. Ya., Petrov L. V., and Shmel'kov Yu. B. A Software Package for Simulating Physicochemical Processes and Properties of Working Fluids // *Thermal Engineering*, 2020. Vol. 67, pp. 591–603. <https://doi.org/10.1134/S0040601520090049>
7. Коган М.Н. *Динамика разреженного газа*. М.: Наука, 1967.
8. Черемисин Ф.Г. Консервативный метод вычисления интеграла столкновений Больцмана // Доклады Академии наук. 1997. Т. 357. № 1. С. 53–56.
9. Hulburt H.M., Katz S.M. Some problems in particle technology: a statistical mechanical formulation // *Chemical Engineering Science*, 1964, vol. 19, no. 8, pp. 555–574. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(64\)85047-8](https://doi.org/10.1016/0009-2509(64)85047-8)
10. Стернин Л.Е. *Основы газодинамики двухфазных течений в соплах*. М.: Машиностроение. 1974.
11. Frenchach M., Harris S.J. Aerosol dynamics modeling using the method of moments // *Journal of Colloid and Interface Science* 118 (1) (1987) 252–261. [https://doi.org/10.1016/0021-9797\(87\)90454-1](https://doi.org/10.1016/0021-9797(87)90454-1)
12. Hill P.G. Condensation of water vapour during supersonic expansion in nozzles // *Journal of Fluid Mechanics* 25 (3) 593-620. <https://doi.org/10.1017/S0022112066000284>
13. Yuan C., Fox R.O. Conditional quadrature method of moments for kinetic equations, *Journal of Computational Physics* 230 (22) (2011) 8216–8246. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2011.07.020>
14. Kortsenshteyn N.M., Samuilov E.V., Yastrebov A.K. About use of a method of direct numerical solution for simulation of bulk condensation of supersaturated vapour // *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (3–4) (2009) 548-556. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.06.033>
15. Kortsenshteyn N. M., Petrov L. V. Numerical Simulation of Bulk Condensation in Gas-Vapour Mixtures Flowing through a Nozzle // *Colloid Journal*, 2017, vol. 79, pp. 333–340. <https://doi.org/10.1134/S1061933X17030061>
16. Kashchiev D. *Nucleation. Basic Theory with Applications*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000, 529 p.
17. Girshick S.L., Chiu C. Kinetic nucleation theory: A new expression for the rate of homogeneous nucleation from an ideal supersaturated vapour // *The Journal of Chemical Physics* 93 (1990) 1273-1277. <https://doi.org/10.1063/1.459191>
18. Pathak H., Wölk J., Strey R., Wyslouzil B. Co-condensation of nonane and D2O in a supersonic nozzle // *The Journal of Chemical Physics* 140 (3) (2014) 034304. <https://doi.org/10.1063/1.4861052>
19. Edathol J., Brezgin D., Aronson K., Heuy Dong Kim. Prediction of non-equilibrium homogeneous condensation in supersonic nozzle flows using Eulerian-Eulerian models // *International Journal of Heat and Mass Transfer* 152 (2020) 119451. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119451>
20. Kantrowitz A. Nucleation in very rapid vapor expansions // *The Journal of Chemical Physics* 19 (9) (1951) 1097–1100. <https://doi.org/10.1063/1.1748482>
21. Fuchs N.A. *Evaporation and Droplet Growth in Gaseous Media*. Pergamon Press, New York, 1959, 72 p.
22. Huang J. A Simple Accurate Formula for Calculating Saturation Vapor Pressure of Water and Ice // *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 2018. Pp. 1265–1272. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:125166235>
23. Гидаспов В. Ю., Иванов И. Э., Назаров В. С., Малашин Ф. А., Крюков И. А. Исследование процесса конденсации в соплах с большой степенью расширения // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2018. Т.19, вып. 2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-2/articles/737/>

## References

1. Labuntsov D. A., Kryukov A. P., Analysis of intensive evaporation and condensation, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 22, no. 7, pp. 989–1002. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(79\)90172-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(79)90172-8)
2. Anisimov S.I., Imas Ya.A., Romanov G.S., Khodyko Yu.V., *Effect of high power radiation on metals*, M.: Nauka, 1970. [in Russian]
3. Aristov V.V., Cheremisin F.G., *Direct numerical solution of the Boltzmann kinetic equation*, M.: Computing Center RAS, 1992. [in Russian].
4. Bykov N. Yu., On simulation of cluster formation process under water vapor spherical expansion into vacuum, *St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics*, 2018, vol. 11, no. 1, pp. 86–101. DOI: 10.18721/JPM.11109 [in Russian].
5. Bird G.A., *Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows*, Oxford: Clarenton Press, 1994.
6. Kortsenshteyn N. M., Gerasimov G. Ya., Petrov L. V., and Shmel'kov Yu. B., A Software Package for Simulating Physicochemical Processes and Properties of Working Fluids, *Thermal Engineering*, 2020, vol. 67, pp. 591–603. <https://doi.org/10.1134/S0040601520090049>
7. Kogan M. N., *Dynamics of rarefied gas*, M.: Nauka, 1967. [in Russian].
8. Cheremisin F. G., Conservative method for calculating the Boltzmann collision integral, *Reports of the Academy of Sciences*, 1997, vol. 357, no. 1, pp. 53–56.
9. Hulburt H. M., Katz S. M., Some problems in particle technology: a statistical mechanical formulation, *Chemical Engineering Science*, 1964, vol. 19, no. 8, pp. 555–574. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(64\)85047-8](https://doi.org/10.1016/0009-2509(64)85047-8)
10. Sternin L. E., *Fundamentals of gas dynamics of two-phase flows in nozzles*, M.: Mashinostroyeniye, 1974. [in Russian].
11. Frenclach M., Harris S.J., Aerosol dynamics modeling using the method of moments, *Journal of Colloid and Interface Science*, 1987, vol. 118, no. 1, pp. 252–261. [https://doi.org/10.1016/0021-9797\(87\)90454-1](https://doi.org/10.1016/0021-9797(87)90454-1)
12. Hill P. G., Condensation of water vapour during supersonic expansion in nozzles, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 25, no. 3, pp. 593–620. <https://doi.org/10.1017/S0022112066000284>
13. Yuan C., Fox R. O., Conditional quadrature method of moments for kinetic equations, *Journal of Computational Physics*, 2011, vol. 230, no 22, pp. 8216–8246. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2011.07.020>
14. Kortsenshteyn N. M., Samuilov E. V., Yastrebov A. K., About use of a method of direct numerical solution for simulation of bulk condensation of supersaturated vapour, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2009, vol. 52, no. 3–4, pp. 548–556. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.06.033>
15. Kortsenshteyn N. M., Petrov L. V., Numerical Simulation of Bulk Condensation in Gas-Vapour Mixtures Flowing through a Nozzle, *Colloid Journal*, 2017, vol. 79, pp. 333–340. <https://doi.org/10.1134/S1061933X17030061>
16. Kashchiev D., *Nucleation. Basic Theory with Applications*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000.
17. Girshick S.L., Chiu C. Kinetic nucleation theory: A new expression for the rate of homogeneous nucleation from an ideal supersaturated vapour, *The Journal of Chemical Physics*, 1990, vol. 93, pp. 1273–1277. <https://doi.org/10.1063/1.459191>
18. Pathak H., Wölk J., Strey R., Wyslouzil B., Co-condensation of nonane and D2O in a supersonic nozzle, *The Journal of Chemical Physics*, 2014, vol. 140, no. 3, p. 034304. <https://doi.org/10.1063/1.4861052>
19. Edathol J., Brezgin D., Aronson K., Heuy Dong Kim., Prediction of non-equilibrium homogeneous condensation in supersonic nozzle flows using Eulerian-Eulerian models, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2020, vol. 152, 119451. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119451>

20. Kantrowitz A., Nucleation in very rapid vapor expansions, *The Journal of Chemical Physics*, 1951, vol. 19, no. 9, pp. 1097–1100. <https://doi.org/10.1063/1.1748482>
21. Fuchs N.A., *Evaporation and Droplet Growth in Gaseous Media*, Pergamon Press, New York, 1959.
22. Huang J. A Simple Accurate Formula for Calculating Saturation Vapor Pressure of Water and Ice, *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 2018, pp. 1265–1272. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:125166235>
23. Gidasпов V. U., Ivanov I. E., Kryukov I. A., Nazarov V. S., Malashin F. A., Study of the condensation process in nozzles with a large degree of expansion, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2018, vol. 19, no. 2. [in Russian]. <http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-2/articles/737/>.  
<http://doi.org/10.33257/PhChGD.19.2.737>

Статья поступила в редакцию 15 ноября 2023 г.