

Reynolds Analogy in the Boundary Layer with External Impact

N. A. Kiselev, N. S. Malastovsky, A. G. Zditovets, Yu. A. Vinogradov

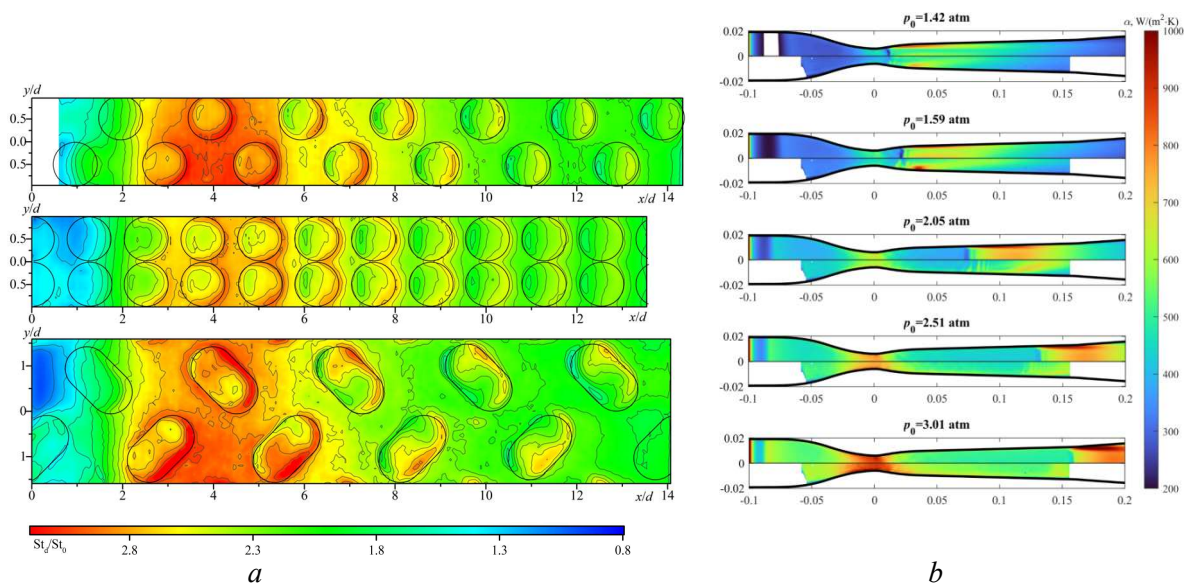
*Research Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University (MGU),
Moscow, 119192, Russia*

kiselev.nick.a@yandex.ru

Abstract

The paper considers various methods of impacts on the boundary layers that allow controlling the Reynolds analogy factor. The results of studying the effect of heat transfer enhancement, imposition of large-scale vortex structures, and longitudinal pressure gradient are described. Dimples of various shapes and arrays are considered as heat transfer enhancement. Imposition of vortex structures is studied on the wall in the cylinder wake. An adverse pressure gradient is studied in compressible and incompressible nonequilibrium boundary layers, while a favorable pressure gradient is studied in a supersonic nozzle. The results show that in the flows considered, the Reynolds analogy factor can exceed the values for a zero-pressure gradient boundary layer.

Keywords: heat transfer, boundary layer, Reynolds analogy.



Fields of heat transfer coefficients St_d/St_0 on the dimples in the wake of the cylinder (a) and fields of heat transfer coefficients α , W/m^2K in a supersonic nozzle (b)

УДК 536.24

Аналогия Рейнольдса в пограничном слое с внешними воздействиями

Н. А. Киселёв, Н. С. Маластовский, А. Г. Здитовец, Ю. А. Виноградов

*Научно-исследовательский институт механики
Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова,
Россия, Москва, 119192, Мичуринский проспект, 1
kiselev.nick.a@yandex.ru*

Аннотация

В работе рассмотрены различные способы воздействия на пограничные слои, позволяющие управлять фактором аналогии Рейнольдса. Описаны результаты исследования влияния интенсификаторов теплообмена, наложения крупномасштабных вихревых структур, а также продольного градиента давления. В качестве интенсификаторов теплообмена рассмотрены лунки различной формы и компоновки. Наложение вихревых структур исследовано на стенке в следе цилиндра. Неблагоприятный градиент давления исследован в сжимаемом и несжимаемом неравновесном пограничном слое, в то время как благоприятный градиент давления - в сверхзвуковом сопле. Полученные результаты показывают, что в рассмотренных течениях фактор аналогии Рейнольдса может превышать значения для безградиентного пограничного слоя.

Ключевые слова: теплообмен, пограничный слой, аналогия Рейнольдса.

1. Введение

На протяжении столетия вопросы увеличения количества теплоты, отводимой с единицы площади поверхности и описания закономерностей теплообмена и трения остаются актуальными [1]. Потребность в управлении пограничными слоями (например, подавление турбулентности для снижения трения при профилировании крыльев и фюзеляжей самолетов или интенсификация теплообмена за счет микронеровностей), а также оценке коэффициентов трения и теплоотдачи при различных внешних воздействиях до сих пор поддерживает интерес к подобным исследованиям. Более того, соотношения основных параметров современного энергетического оборудования – эффективности, надежности, стоимости – зачастую определяются интенсивностью процессов теплообмена и трения в каналах и трактах элементов установок. В этой связи, повышение эффективности таких систем за счет интенсификации процессов теплообмена при сохранении уровня потерь давления или затрачиваемой на прокачку мощности является актуальной задачей.

Однако передаваемый тепловой поток и затрачиваемая на это мощность связаны между собой. При формировании динамических и тепловых турбулентных пограничных слоев в самых простых условиях (безградиентное несжимаемое течение) наблюдается их подобие. «Степень подобия» обычно выражается в величине фактора аналогии Рейнольдса: $s = 2 \cdot St / c_f$. В безградиентных (zero-pressure-gradient, ZPG) турбулентных пограничных слоях (turbulent boundary layer, TBL) эта величина близка к единице и определяется, в основном, физическими свойствами газа: $s \approx Pr^{-2/3}$ [2] и для воздуха составляет $s \approx 1.16 \div 1.18$ [3]. Помимо этого, для оценки теплогидравлической эффективности зачастую коэффициенты трения и теплоотдачи относят к соответствующим значениям для ZPG TBL, т.е. используется выражение

$$\text{RAF} = \frac{\text{St}/\text{St}_0}{c_f/c_{f0}}$$

Связывая потери давления из-за трения и передаваемый при этом тепловой поток, s или RAF позволяют оценивать эффективность теплообменников и габариты поверхностей теплообмена. Наличие каких-либо внешних воздействий, например, градиента давления, изменение рельефа поверхности или наложенных извне вихревых структур, может привести к нарушению аналогии Рейнольдса как в сторону интенсификации теплообмена, так и в сторону увеличения трения. Нарушение аналогии Рейнольдса в сторону теплообмена актуально применительно к теплообменному оборудованию и позволяет уменьшить размеры теплообменных поверхностей. Снижение тепловых потоков в большей степени, чем снижение трения актуально для многих теплонапряженных технических объектов, таких как лопатки газовых турбин и сопла ракетных двигателей.

Очевидно, что поиск и совершенствование методов, позволяющих управлять фактором аналогии Рейнольдса (в том числе вызывающие опережающий рост теплообмена), представляет существенный интерес как с практической, так и с научной точек зрения. Среди наиболее известных можно выделить следующие:

- нанесение на поверхность интенсификаторов теплообмена. Известно, что использование наиболее популярных интенсификаторов теплообмена (ребра, штырьки, турбулизаторы и др.) сопровождается значительным увеличением потерь давления. На фоне большинства известных интенсификаторов особенно выделяются лунки - углубления различных форм, обеспечивающие интенсификацию теплообмена при незначительном увеличении сопротивления;
- наложение крупномасштабных вихревых структур, сопровождающееся интенсификацией теплообмена и снижением трения. Однако стоит помнить, что прирост полного сопротивления – в данном случае, представляющем собой сумму сопротивления трения на стенке и сопротивления формы цилиндра – в большинстве случаев существенно превосходит прирост параметров теплообмена;
- наложение продольного градиента давления, нарушающее подобие между тепловым и динамическим пограничным слоем. Развитие теплового пограничного слоя в течениях с градиентом давления существенно отличается как от развития динамического пограничного слоя, так и от ZPG течения.

Рассмотрим подробнее влияние на фактор аналогии Рейнольдса отмеченных способов воздействия на пограничные слои.

2. Интенсификаторы теплообмена

В качестве интенсификаторов теплообмена в последние десятилетия рассматриваются ребра, штырьки, лунки или их комбинации [4–6]. Для большинства из указанных поверхностей, выступающих в поток, интенсификация теплообмена (в $2 \div 5$ раза) сопровождается значительным ростом потерь давления (до 80 раз). Однако при рассмотрении облуненных поверхностей наблюдается прирост теплообмена (в $1.3 \div 3$ раза) при незначительном увеличении сопротивления (в $1 \div 5$ раз), то есть интенсификация теплообмена зачастую опережает увеличение сопротивления.

Однако при этом результаты опубликованных исследований (рис. 1) [4–6] весьма противоречивы, а теплогидравлические характеристики облуненных поверхностей зависят от различных факторов: формы лунок, плотности их расположения на поверхности (в том числе продольного и поперечного шагов лунок), их относительной глубины, и пр.

Анализ работ показывает, что не всегда обычная сферическая лунка обладает наибольшей теплогидравлической эффективностью. Согласно численным расчетам, при той же глубине, овальная, каплеобразная лунка, или лунка более сложной конфигурации обес-

печивает большую интенсификацию теплообмена при сравнимом приросте сопротивления. Следовательно, необходимость проведения экспериментов, в которых рассматриваются теплогидравлические характеристики поверхностей как с обычными сферическими лунками в различных компоновках, так и с лунками различных форм не вызывает сомнений.

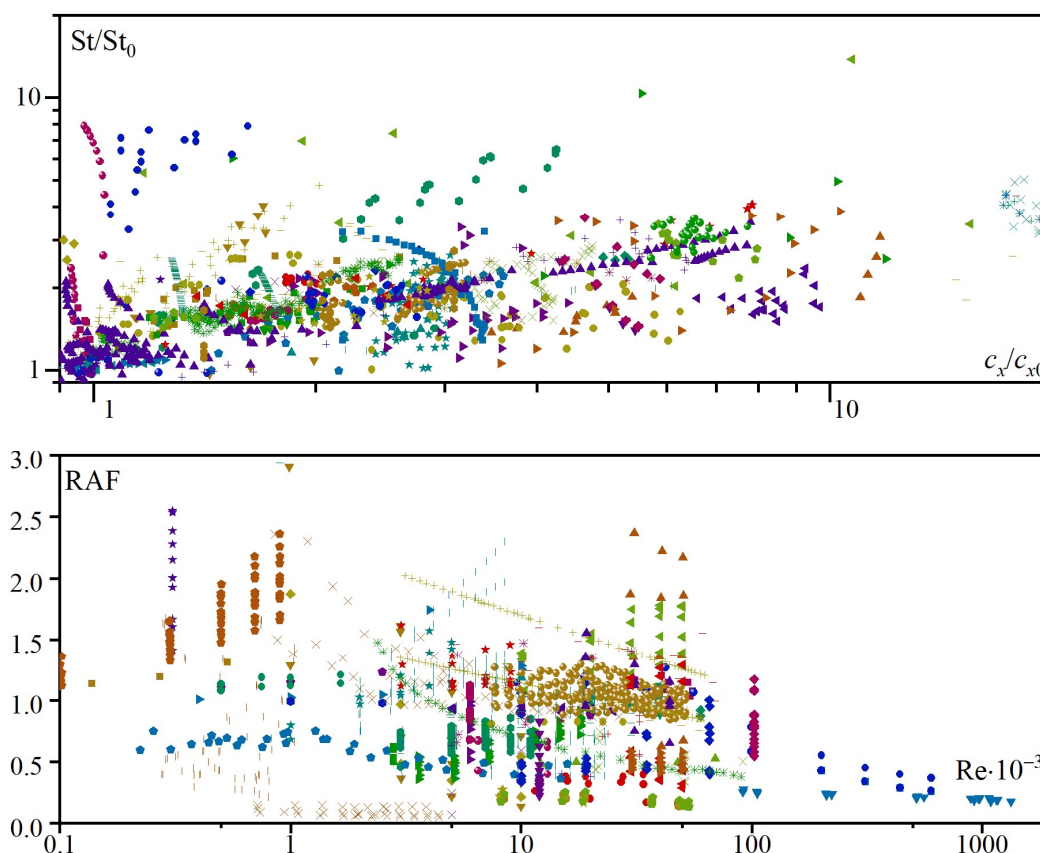


Рис. 1. Теплогидравлические характеристики облуненных поверхностей. Данные работы [6]

В работах [6–9] рассмотрены результаты экспериментальных исследований процессов теплообмена и сопротивления при обтекании воздухом различных компоновок и форм вихреобразующих рельефов на плоской поверхности (табл. 1).

Таблица 1

Характеристики рассматриваемых моделей

Коридорная компоновка						Шахматная компоновка					
№ п/п	t_x , мм	t_y , мм	№ п/п	t_x , мм	t_y , мм	№ п/п	t_x , мм	t_y , мм	№ п/п	t_x , мм	t_y , мм
1	10	12	7	22	12	1	20	12	6	20	24
2	12	12	8	10	8	2	20	14	7	16	18
3	14	12	9	10	16	3	20	16	8	18	18
4	16	12	10	16	8	4	20	18	9	22	18
5	18	12	11	16	10	5	20	20	10	24	18
6	20	12	12	16	16						

На первом этапе экспериментов [9] рассматривалась коридорная компоновка лунок (рис. 2, а). Исследовалось влияние продольного t_x и поперечного t_y шага. Глубина всех лунок также оставалась постоянной и равной $h = 1$ мм, диаметр сферы для моделей 1, 3–12

оставался неизменным и равным 15.6 мм, а диаметр пятна лунки $D_p = 7.65$ мм (безразмерная глубина лунки $h/D_p = 0.13$), диаметр сферы для модели № 2 равен 12 мм. Продольный шаг в работе варьировался от 10 мм до 22 мм, поперечный – от 8 мм до 16 мм.

На втором этапе рассматривалась шахматная компоновка лунок, геометрия лунки сохранялась. На рис. 2, б показана геометрия рассматриваемых моделей. В моделях 1–6 варьировался поперечный шаг лунок t_y от 12 до 24 мм при продольном шаге $t_x = 20$ мм, в моделях 7–10 варьировался продольный шаг массива лунок t_x от 16 до 24 мм при поперечном шаге $t_y = 18$ мм.

На третьем этапе рассмотрены 6 поверхностей с лунками сложной формы: обычная сферическая лунка (№ 1); лунка, полученная протяжкой сферической лунки по дуге окружности (№ 2); овальная лунка (№ 3); каплеобразная лунка, установленная под углом 45° к направлению потока (№ 4); сферическая лунка со скруглением кромки (№ 5); а также прямая каплеобразная лунка (№ 6). На рис. 2, в–з представлены эскизы рассматриваемых поверхностей с основными геометрическими размерами. Диаметр сферы инструмента и глубина оставался неизменным для всех моделей (16 мм и 1 мм).

Для повышения надежности и снижения неопределенностей результатов, эксперименты проводились на двух моделях (длиной 125 мм и шириной 100 мм), расположенных рядом в потоке, одна из моделей оставалась гладкой (эталонной), а на другую наносился исследуемый рельеф. Проводилась одновременная регистрация как тепловых, так и гидравлических характеристик обеих поверхностей. Коэффициент сопротивления определялся путем прямого взвешивания исследуемых моделей в виде плавающих элементов с помощью однокомпонентных тензовесов [7, 10]. Коэффициент теплоотдачи определялся путем регистрации процесса нестационарного теплообмена и решения трехмерного уравнения нестационарной теплопроводности с использованием полученных в эксперименте полей температур на исследуемых поверхностях [7, 9–12].

Определённые значения коэффициентов сопротивления, теплоотдачи (рис. 3) и теплогидравлической эффективности позволили установить зависимость указанных величин от плотности расположения лунок, а также от их формы.

Зависимости теплогидравлической эффективности от числа Рейнольдса Re_x и шагов коридорной компоновки представлены на рис. 4, а, б. Для всех моделей эта величина лежит в диапазоне $0.5 < (St/St_0)/(c_x/c_{x0}) < 0.95$, т.е. на таких поверхностях наблюдается нарушение аналогии Рейнольдса в сторону увеличения трения. Для моделей 1–7 RAF остается приблизительно постоянным во всем диапазоне чисел Рейнольдса, для модели 9 – увеличивается с увеличением Re_x , для остальных моделей – монотонно уменьшается с увеличением Re_x . С увеличением плотности нанесения лунок теплогидравлическая эффективность падает.

Зависимости RAF от числа Рейнольдса Re_x и шагов шахматной компоновки представлены на рис. 4, в, г. Для моделей № 1, 2, 4, 7–10 эта зависимость носит немонотонный характер, достигая своего максимума при $Re_x = 0.8 \times 10^6 \div 2.0 \times 10^6$, для остальных моделей RAF монотонно снижается с увеличением числа Рейнольдса. При этом для моделей 3, 6–8, 10 наблюдается нарушение аналогии Рейнольдса в сторону теплообмена.

Зависимости RAF от числа Рейнольдса Re_x для лунок сложной формы представлены на рис. 4, д. Теплогидравлическая эффективность уменьшается с увеличением числа Рейнольдса Re_x для всех рассматриваемых моделей. Для всех моделей величина St/St_0 превышает c_x/c_{x0} при малых числах Рейнольдса. С ростом числа Рейнольдса RAF для моделей № 3, № 4 и № 6 существенно уменьшается (0.76, 0.68 и 0.76 при $Re_x = 7 \times 10^6$ соответственно). Для модели № 2 RAF падает до 0.9 при $Re_x = 7 \times 10^6$. В связи с незначительным увеличением сопротивления для поверхностей со сферическими лунками, $RAF > 1$ во всем диапазоне чисел Рейнольдса. Значения RAF для поверхности со сферической лункой со скругленной кромкой превышают соответствующие значения для поверхности со сферической лункой с острой.

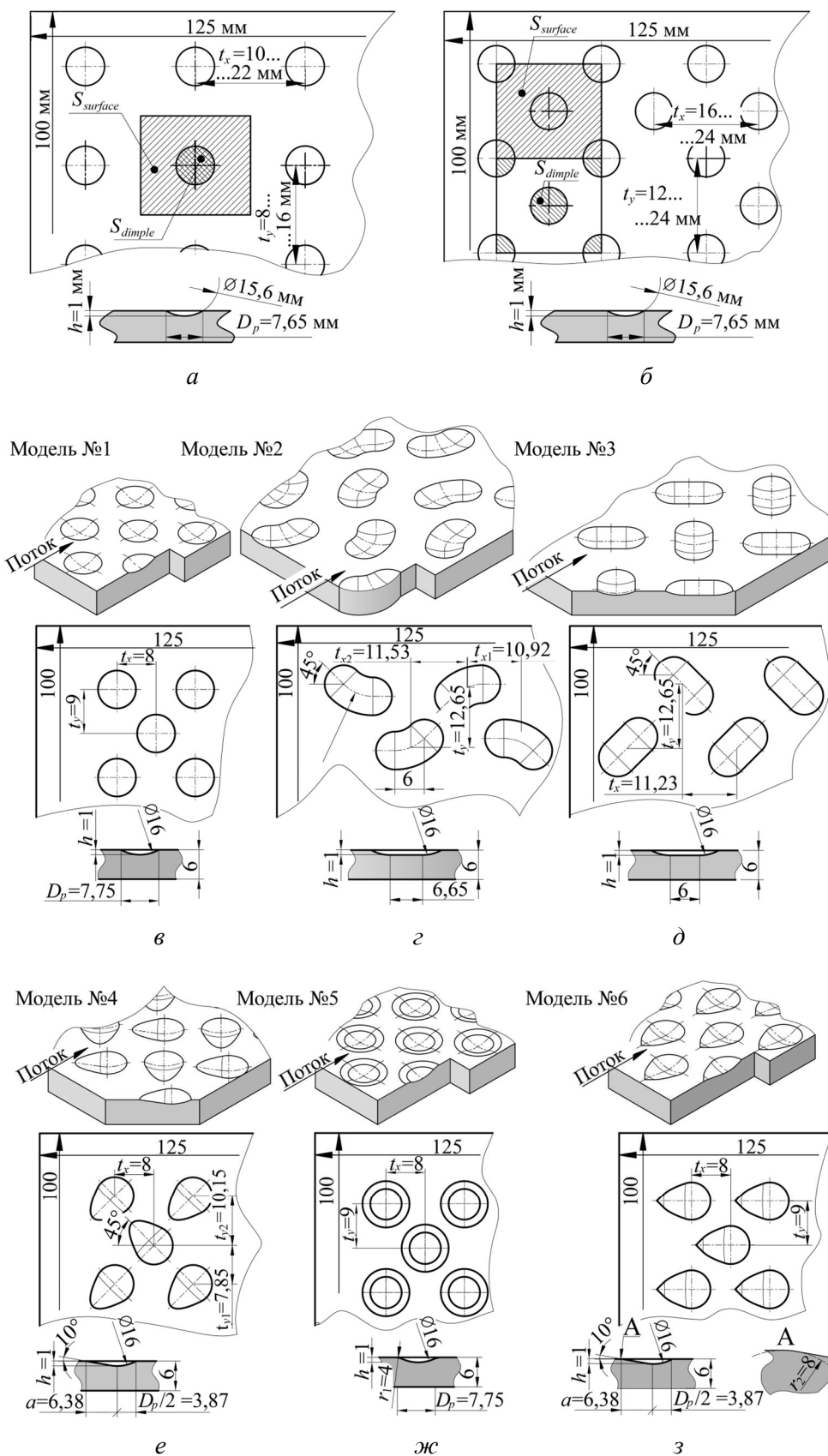


Рис. 2. Коридорная (а) и шахматная (б) компоновки сферических лунок и лунки сложной формы: сферическая (в); полученная протяжкой сферы по дуге окружности (з); овальная (д); каплеобразная, установленная под углом 45° к направлению потока (е); сферическая со скруглением кромки (ж); прямая каплеобразная (з)

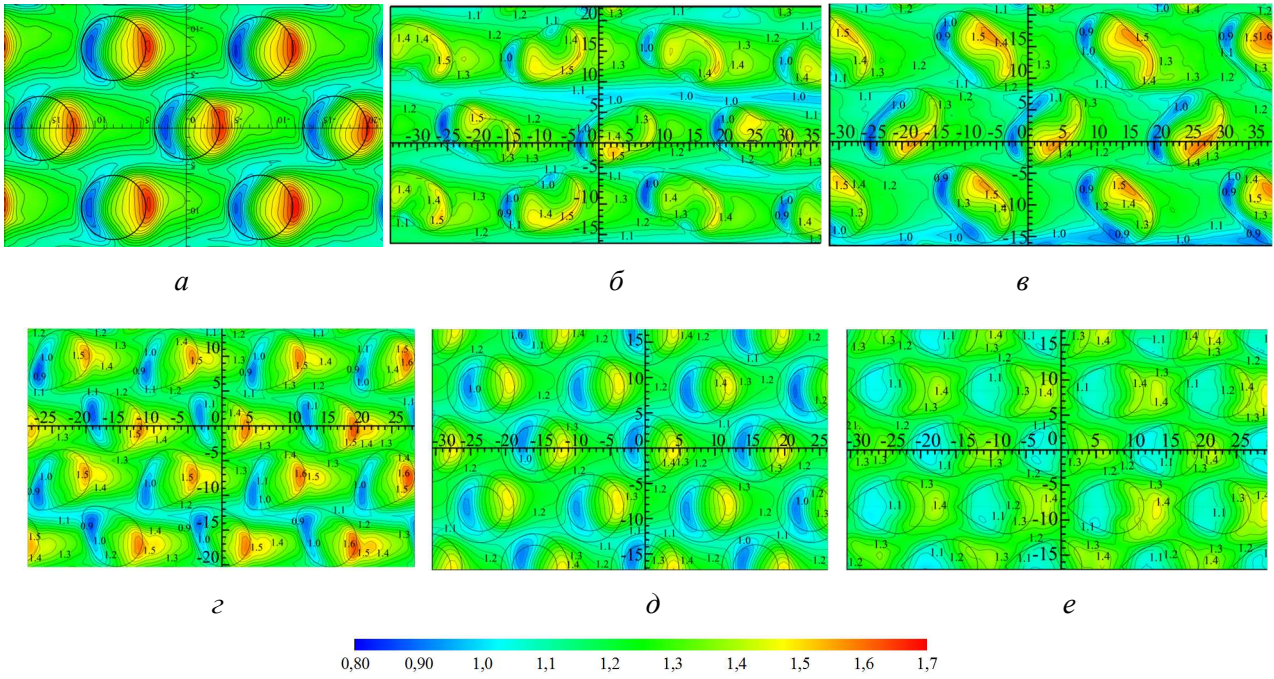
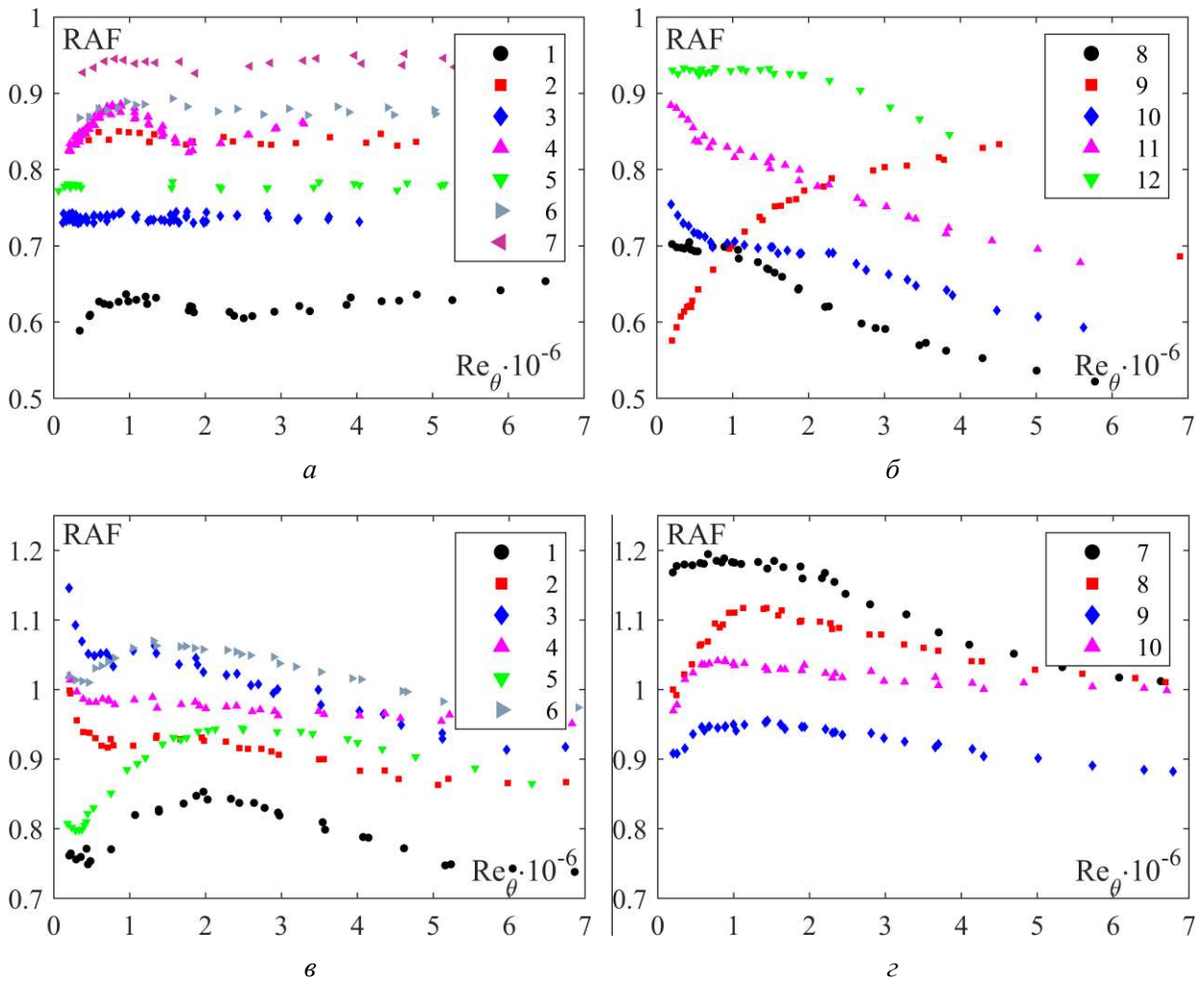


Рис. 3. Распределение относительных коэффициентов теплоотдачи St/St_0 при $Re_x = 2 \times 10^6$. Направление потока – слева направо. Данные работы [8]



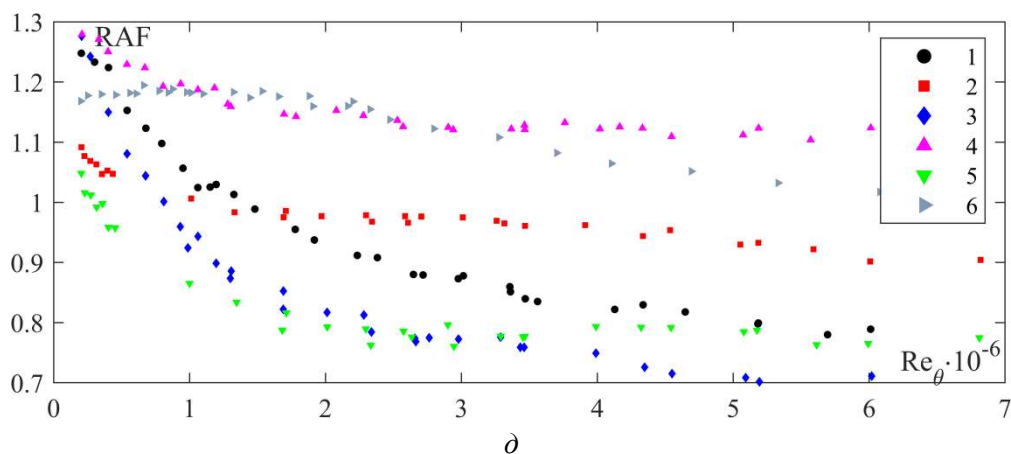


Рис. 4. Зависимость RAF от числа Рейнольдса и продольного (a , b) и поперечного (c , d) шагов коридорной (a , b) и шахматной (c , d) компоновки лунок, а также для лунок сложной формы (d). Данные работ [6–9]

В качестве важных результатов экспериментальных исследований теплогидравлической эффективности облуненных поверхностей могут быть отмечены следующие:

- осредненные величины теплогидравлической эффективности меньше представленных величин в опубликованных работах. Несмотря на наличие локальных областей, для которых интенсификация теплообмена превышает $St/St_0 > 1.6$, осредненные значения интенсификации теплообмена даже при малых числах Re_x незначительно превышает величину $St/St_0 = 1.3$ из-за наличия застойных зон с малыми значениями $St/St_0 = 0.62$;
- происходит нарушение аналогии Рейнольдса в сторону теплообмена при использовании шахматной компоновки сферических лунок, в то время как для коридорной компоновки лунок аналогии Рейнольдса нарушается уже в сторону увеличения сопротивления, что свидетельствует об их малой теплогидравлической эффективности;
- скругление кромок сферической лунки приводит к существенному снижению коэффициента сопротивления, при этом коэффициент теплоотдачи меняется незначительно. Это положительно сказывается на теплогидравлической эффективности поверхностей и приводит к дальнейшему нарушению аналогии Рейнольдса.

3. Крупномасштабные вихревые структуры

Разрушение пограничных слоев с помощью вихревых структур, наиболее часто исследуется в следе за цилиндром, установленным у плоской пластин [13–17]. В таких исследованиях наблюдалось снижение трения (осредненные значения коэффициента трения на гладкой стенке за цилиндром, отнесенные к коэффициенту сопротивления трения в невозмущенном потоке падали до $(c_{xsm}/c_{x0})_{mid} = 0.28$ [13]) и существенная интенсификация теплообмена (значения коэффициента теплоотдачи на гладкой стенке, отнесенные к коэффициенту теплоотдачи в невозмущенном потоке достигали $St_{sm}/St_0 = 1.9$, рис. 5). Разнонаправленное влияние на теплообмен и трение в англоязычных источниках обозначается термином *dissimilarity of heat and momentum transfer* [15, 16, 18].

Основной причиной нарушения подобия теплового и динамического пограничных слоев является наличие поперечных крупномасштабных вихрей, сходящих с верхней части цилиндра и вращающихся по часовой стрелке (пограничный слой на стенке находится снизу цилиндра). Такие вихри, достигая стенки, интенсифицируют теплообмен за счет разрушения пограничного слоя и переноса жидкости из ядра потока, а также снижают трения за счет уменьшения продольной составляющей скорости у стенки.

Дополнительное нанесение вихреобразующего рельефа (лунок) на поверхность, расположенную в следе за поперечно обтекаемым отсоединенным цилиндром может повысить

ее теплогидравлическую эффективность за счет взаимодействия крупномасштабных вихревых структур, сходящий с цилиндра с выходящими из лунок вихревыми структурами. Такая постановка задачи не встречалась авторам в опубликованной литературе.

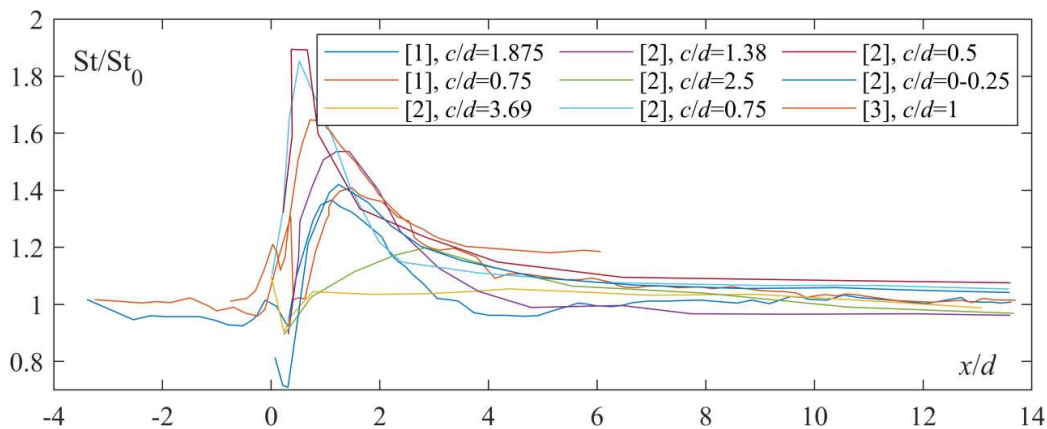


Рис. 5. Интенсификация теплообмена за цилиндром на плоской стенке, 1 – данные [19], 2 – [13], 3 – [16]

В работе [20] рассматривалось взаимодействие двух типов интенсификаторов – цилиндра, помещенного в щелевой канал (положение цилиндра по высоте канала варьировалось) и лунок, установленных в следе за цилиндром (рассматривались 3 различных конфигурации облуненных поверхностей).

Экспериментальные исследования проводились в неразвитом течении в канале высотой 30 мм. На расстоянии 696 мм от начала канала поперек потока (параллельно нижней стенке) устанавливался цилиндр диаметром $d = 8$ мм (задняя кромка цилиндра располагалась на расстоянии 700 мм). Зазор между нижней стенкой канала и цилиндром в экспериментах менялся в диапазоне $c = 0 \div 21$ мм (цилиндр устанавливался в положения с зазором в $0 \div 11$ мм с шагом 1 мм и в положение с зазором 21 мм). Цилиндр был выполнен ненагреваемым.

Рабочий участок позволял устанавливать модели (длиной 125 и шириной 100 мм) на определенном расстоянии от цилиндра. При исследовании коэффициентов теплоотдачи передние кромки моделей устанавливались на расстояниях 0 мм ($x/d = 0$) и 40 мм ($x/d = 5$) от задней кромки цилиндра. Таким образом, локальные значения коэффициентов теплоотдачи на гладкой и облуненной поверхностях определялись на расстоянии $x=0-165$ мм от задней кромки цилиндра ($x/d = 0 \div 20.625$) при двух положения модели. Осредненные (по площади плавающего элемента) значения коэффициентов сопротивления определялись на участке $x = 40 \div 165$ мм ($x/d = 5 \div 20.625$). Измерения сопротивления при меньших расстояниях от цилиндра не проводились в связи со значительным градиентом давления [13] на данном участке, наличие которого существенно снижает точность измерения сопротивления взвешиванием.

В экспериментах исследовались гладкая поверхность, а также 3 модели с лунками:

- шахматная компоновка сферических лунок с $t_x = 8$ и $t_y = 9$ мм;
- коридорная компоновка сферических лунок с $t_x = 10$ и $t_y = 8$ мм;
- шахматная компоновка овальных лунок с $t_x = 11.23$ и $t_y = 12.65$ мм. Протяженность лунок вдоль направления потока – 6 мм, ось лунок расположена под углом 45 градусов к направлению потока.

Коэффициент сопротивления. На рис. 6, а представлены значения c_{xsm}/c_{x0} (осредненные коэффициенты сопротивления гладкой модели в следе за цилиндром отнесенные к значениям гладкой модели в невозмущенном потоке) в зависимости от величины зазора c между стенкой и цилиндром. Отрицательные значения c_{xsm}/c_{x0} (аналогично работе [13])

связаны с наличием значительных областей возвратного течения за цилиндром. При удалении цилиндра

от стенки (при увеличении c) поток начинает протекать под цилиндром, возвратное течение становится менее интенсивным и значения c_{xsm}/c_{x0} увеличиваются. Минимальные значения $c_{xsm}/c_{x0} = -1.65 \pm 0.07$ соответствуют $c/d=0$ (цилиндр расположен на стенке), максимальные значения $c_{xsm}/c_{x0} = 1.96 \pm 0.06$ соответствуют $c/d=1.325$ (цилиндр расположен на оси канала).

Величины c_{xd}/c_{xsm} (изменение сопротивления облученной пластины относительно параллельно стоящей гладкой в следе за цилиндром) для всех облученных поверхностей незначительно превышают соответствующие значения в невозмущенном потоке. Данное поведение облученных поверхностей дает основания утверждать, что структура течения около лунки не зависит от наличия крупномасштабных рециркуляционных зон.

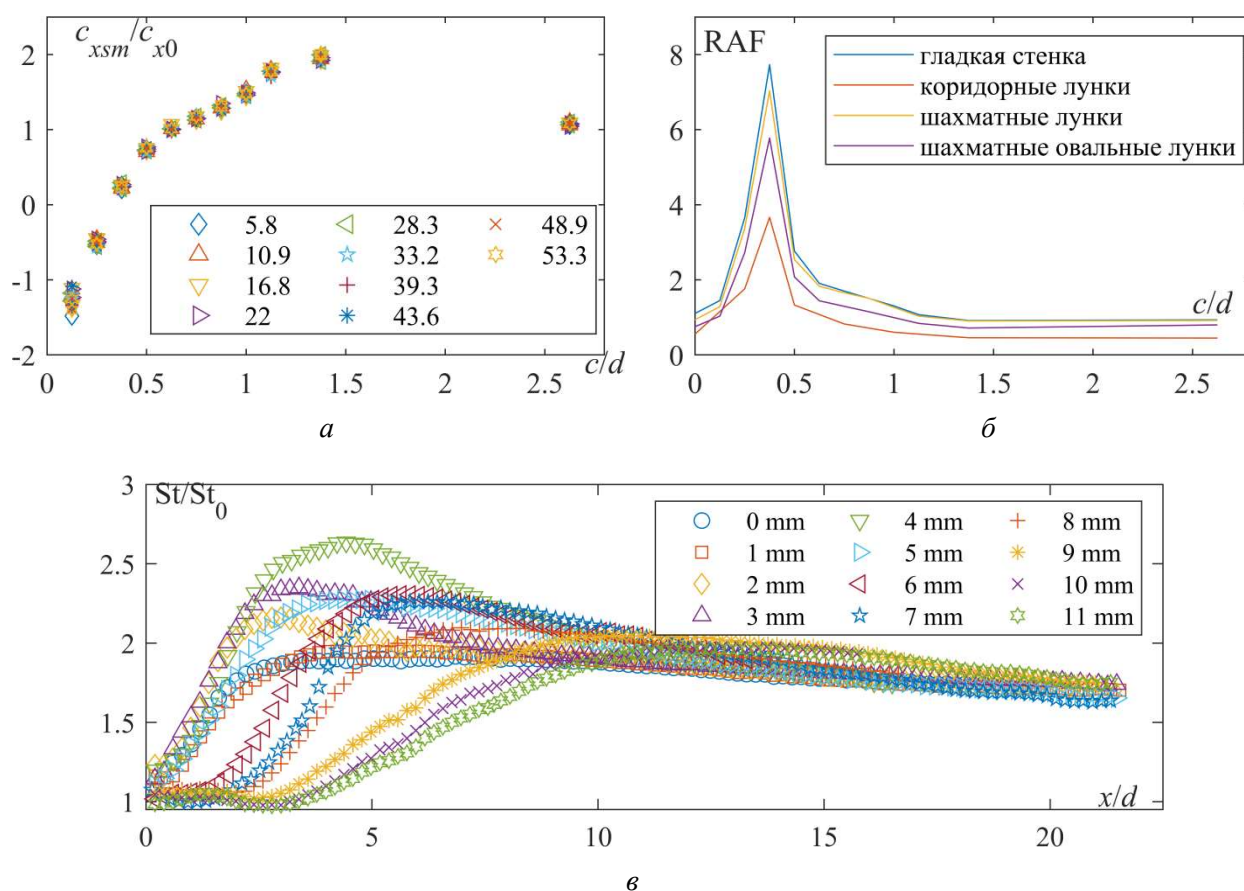


Рис. 6. Изменение коэффициента сопротивления c_{xsm}/c_{x0} при различных числах Рейнольдса (а) и зависимость фактора аналогии Рейнольдса для гладкой и облученных поверхностей от зазора между цилиндром и стенкой c/d , а также интенсификация теплообмена за цилиндром при различных положения цилиндра (в). Данные работы [20]

Коэффициент теплоотдачи. На рис. 6, в представлены распределения значений St_{sm}/St_0 (интенсификация теплообмена относительно невозмущенного потока) за цилиндром на участке $x/d = 0 \div 20.625$ для $c/d = 0 \div 1.325$ при числе Рейнольдса $Re_d = 54 \times 10^3$.

Стоит отметить существенную неоднородность коэффициента теплоотдачи для всех положений цилиндра: сначала St_{sm}/St_0 увеличивается от минимальных значений $St_{sm}/St_0 = 0.97 \div 1.24$ (наблюдаемых непосредственно у задней кромки цилиндра) до максимальных значений $St_{sm}/St_0 = 1.91 \div 2.64$ в зависимости от положения цилиндра. Положение максимума St_{sm}/St_0 соответствует точке присоединения потока и, в диапазоне $c/d = 0.25 \div 1$, может быть описана зависимостью, предложенной в работе [21].

На рис. 7 приведены поля St_d/St_0 на поверхностях рассматриваемых облуненных моделей для $c/d = 0.125$ на длине $x/d = 0 \div 20.625$. Установка лунок приводит к увеличению неоднородности полей коэффициентов теплоотдачи в следе за цилиндром в сравнении с гладкой стенкой. Можно отметить, что распределения коэффициентов теплоотдачи по поверхностям моделей носят сходный характер для всех рассмотренных моделей. Для режима с $c/d = 0.125$, при котором наблюдались возвратные течения, происходила инверсия положений максимумов и минимумов теплоотдачи в первых рядах лунок для всех моделей в связи с изменением направления течения основного потока. При дальнейшем увеличении зазора (начиная с $c/d = 0.375$) этого явления не наблюдалось.

Зависимость RAF от положения цилиндра для всех рассматриваемых поверхностей представлена на рис. 6, б. Максимальные значения $RAF = 3.6 \div 7.75$ (в зависимости от поверхности) соответствуют $c/d = 0.375$ и минимальным величинам коэффициента сопротивления. Полученные данные несколько ниже представленных в работах [15, 18]. Вероятно, это связано с большим коэффициентом сопротивления трения на гладкой и облуненных поверхностях.

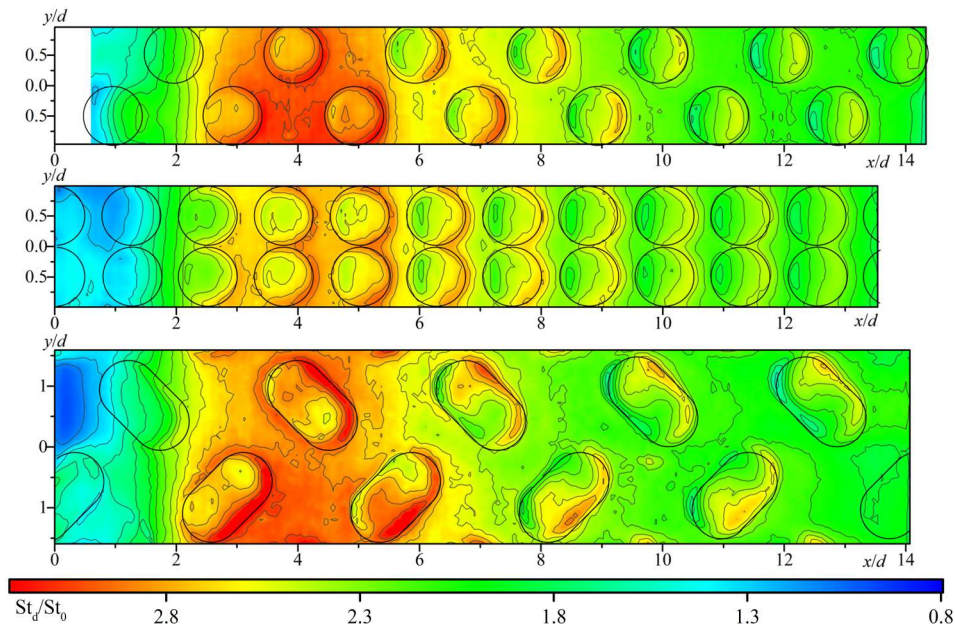


Рис. 7. Поля коэффициентов теплоотдачи St_d/St_0 для шахматных (сферических и овальных) и коридорной компоновок лунок при $c = 4$ mm. Данные работы [20]

На основании экспериментальных исследований можно сделать следующие выводы о влиянии крупномасштабных возмущений, вносимых в поток поперечно обтекаемым круглым цилиндром на теплогидравлические характеристики гладкой и облуненных поверхностей, расположенных в его следе:

- коэффициенты трения и теплоотдачи существенным образом зависят от величины зазора между исследуемой поверхностью и цилиндром. Существуют определенные значения зазоров между цилиндром и стенкой (не равные друг другу), при которых коэффициенты сопротивления трения (осредненные по площади исследуемой поверхности) и теплоотдачи (как локальные, так и осредненные) проходят через максимумы;
- осредненные значения коэффициентов теплоотдачи в следе за цилиндром выше значений, определенных на той же поверхности для случая отсутствия цилиндра. Осредненные значения коэффициентов трения могут быть как меньше (вплоть до отрицательных значений), так и больше значений на гладкой поверхности при отсутствии цилиндра;

- для всех положений цилиндра значения относительных коэффициентов сопротивления c_{xd}/c_{xsm} облученных поверхностей в следе за цилиндром превышают соответствующие значения в невозмущенном потоке;
- теплогидравлическая эффективность гладкой $(St_{sm}/St_0)/(c_{xsm}/c_{x0})$ и облученных $(St_d/St_0)/(c_{xd}/c_{x0})$ поверхностей в следе за цилиндром выше значений для случая отсутствия цилиндра и при определенных значениях зазора имеет ярко выраженный максимум;
- теплогидравлическая эффективность всех типов облученных поверхностей в следе за цилиндром оказывается ниже значений на гладкой поверхности для всех положений цилиндра.

Значения $(St_d/St_{sm})/(c_{xd}/c_{xsm})$ для всех типов облученных поверхностей в следе за цилиндром оказались ниже соответствующих значений в невозмущенном потоке. Однако для корректного сравнения теплогидравлической эффективности канала с цилиндром и без него необходимо учитывать сопротивление формы цилиндра, которое существенно выше сопротивления трения за цилиндром.

4. Продольный градиент давления

В зависимости от знака градиента давления (последствий его наложения) принято различать течения с неблагоприятным (положительным) градиентом давления (adverse pressure gradient, APG) и благоприятным (отрицательным) градиентом давления (favorable pressure gradient, FPG). Турбулентные пограничные слои с градиентом давления можно встретить достаточно часто как во внутренних, так и во внешних течениях. Течения с APG представляют интерес, так как, продольный градиент давления приводит к снижению коэффициента трения, однако способствует отрыву пограничного слоя. В свою очередь, в течениях с FPG наблюдается процесс ламинаризации, то есть с обратный переход от турбулентного режима к ламинарному.

В течениях с градиентом давления появляется дополнительный (помимо касательного напряжения на стенке) параметр, управляющий процессом развития пограничного слоя. [22], который входит в интегральное соотношение импульсов в следующем виде [23]:

$$\frac{d}{dx}(\rho_e U_e^2 \theta) = \underbrace{\tau_w}_{\text{касательное напряжение на стенке}} + \underbrace{\delta^* \frac{dp}{dx}}_{\text{сила, вызванная градиентом давления}} \quad (1)$$

Одним из первых нормировать второе слагаемое в правой части уравнения при течениях с APG предложил Клаузер, введя параметр градиента давления $\beta = (\delta^*/\tau_w) \cdot (dp/dx)$ [22, 24]. Величина β определяется как отношение двух сил, действующих на элемент жидкости в пограничном слое: силы, вызванной продольным градиентом давления ($\delta \cdot dp$) и силы, вызванной касательным напряжением на стенке ($\tau_w \cdot dx$). В дальнейшем использование параметра β стало общепризнанной практикой при исследовании течений с APG.

Кроме того, Клаузер ввел условие равновесности пограничного слоя с продольным градиентом давления: течение будет равновесным, если параметр β поддерживается постоянным. Под равновесным ТВЛ подразумевается течение, все свойства которого достигают самоподобия и не являются функцией продольной координаты. Очевидно, что описывающие такое течение уравнения наиболее просты для анализа.

Однако для турбулентного пограничного слоя за некоторыми предельными исключениями (например, случай $Re \rightarrow \infty$), полное сходство при развитии турбулентных пограничных слоев невозможно из-за независимости внутреннего и внешнего масштабов пограничного слоя [23]. Однако, как отмечает Клаузер [22], можно достичь «квазиравновесного»

состояния, распространяющегося на внешнюю область пограничного слоя, которая для высоких чисел Рейнольдса занимает подавляющую часть потока.

С точки зрения реальных течений, равновесные пограничные слои могут рассматриваться как предельные случаи, к которым будут стремиться в своем развитии пограничные слои при заданных β и Re^* . Экспериментальные и численные исследования показывают, что, при достаточно продолжительном воздействии градиента давления на пограничный слой, он перейдет в свое равновесное состояние [22, 23]. Однако до тех пор, пока он не достигнет равновесия, в своей структуре он будет сохранять особенности, связанные с предысторией потока. В этом смысле удобно рассматривать условие равновесности турбулентного пограничного слоя для получения автомодельных профилей скорости, пренебрегая предысторией потока, и далее обобщить результаты для широкого класса задач. При этом единственной переменной (помимо характерного числа Рейнольдса) является значение параметра градиента давления β [25, 26].

Важной с точки зрения развития представлений о процессах, происходящих в равновесных турбулентных пограничных слоях является работа Меллора и Гибсона [25]. Авторы рассмотрели пограничный слой с APG, состоящий только из внешней области. Профили скорости и коэффициенты трения получены во всем диапазоне параметра градиента давления β , для которого могут быть реализованы равновесные пограничные слои для автомодельного несжимаемого динамического пограничного слоя, $\beta = -0.5 \dots \infty$. Исследование [25] получило продолжение в работе [26], в которой совместно с уравнением движения решалось уравнение энергии и было рассмотрено влияние градиента давления на турбулентный несжимаемый равновесный тепловой пограничный слой.

Таким образом, решение для равновесного турбулентного слоя, инвариантного к условиям его формирования, позволяет проследить влияние APG и FPG на коэффициенты трения и теплоотдачи в зависимости от β и Re^* (рис. 8). Анализируя полученные в [25, 26] результаты, следует отметить, что для заданного числа Re^* в равновесном пограничном слое будет наблюдаться увеличение числа Стантона St и снижение коэффициента трения c_f в течениях с APG и обратное в условиях FPG в сравнении с ZPG. Это приводит к росту фактора аналогии Рейнольдса при наложении APG вплоть до $s \rightarrow +\infty$ при приближении к отрыву (величина c_f стремится к нулю, а коэффициент теплоотдачи St остается конечным, так как в данном случае интенсивность теплообмена будет определяться теплопроводностью и уже не зависит от градиента давления). В свою очередь, наложение FPG приводит к росту коэффициента трения и снижению коэффициента теплоотдачи, что приводит к снижению s в течениях с ускорением.

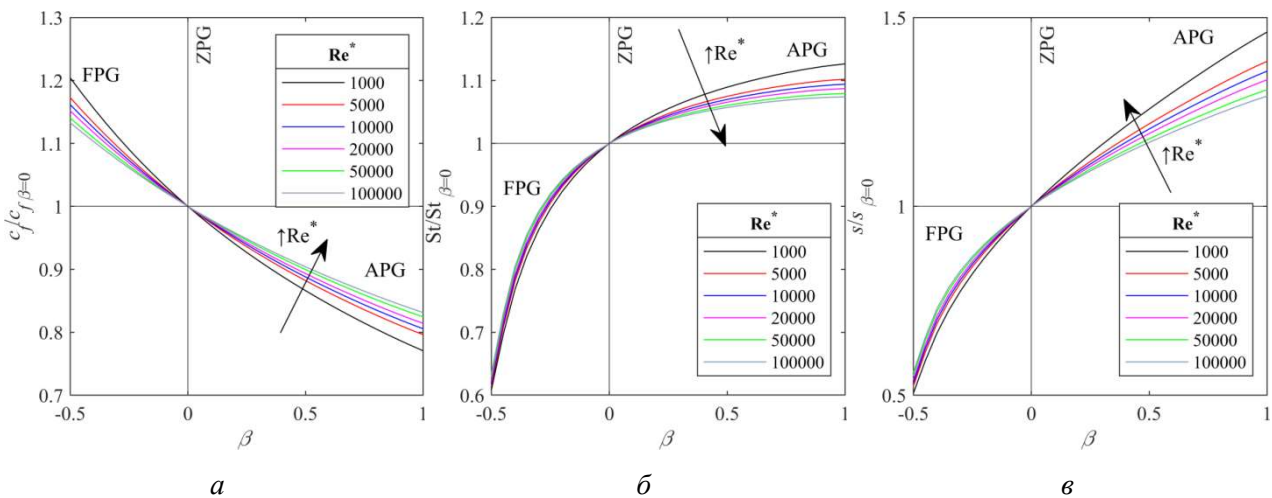


Рис. 8. Влияние параметра градиента давления β на трение (а), теплообмен (б) и фактор аналогии Рейнольдса (в) при различных числах Рейнольдса Re^* . Расчет по [26]

Гипотеза о равновесности пограничного слоя, связанная с постоянством величины β на практике приводит к значительным трудностям экспериментальной реализации соответствующих режимов течения, требующих согласования внутренних характеристик пограничного слоя (δ^*/τ_w) с наложенным градиентом давления dp/dx . Кроме того, такие течения чувствительны к начальным условиям и к тому, как накладывается градиент давления. Необходимость подбора величины градиента давления в каждом сечении сводится к довольно своеобразному итерационному процессу, так как толщина вытеснения и касательное напряжение на стенке заранее неизвестны [22, 27].

В то же время, условия реальных течений, имеющих место, например, в теплообменном или энергетическом оборудовании, очевидно, никогда не будут соответствовать равновесным, то есть в них присутствует влияние предыстории потока и локальной неравновесности, связанной с нарушением условия $\beta = \text{const}$ [28]. В связи с этим актуальность приобретают работы, в которых рассматриваются неравновесные пограничные слои с изменяющимся по длине параметром градиента давления. Трудность таких исследований заключается в широком диапазоне параметров, которые необходимо учитывать, таких как предыстория потока, локальный градиент давления, а также вопрос о локальном равновесии пограничного слоя.

Отметим, что исследования фактора аналогии Рейнольдса s в сжимаемых течениях с градиентом давления также (если не больше) актуальны, как и аналогичные исследования в несжимаемых течениях. При рассмотрении таких течений в качестве параметра градиента давления выступает уже величина β_K , в которой толщина вытеснения заменена на кинематическую толщину вытеснения, определяемую без учета изменения плотности по высоте пограничного слоя. Она соответствует β для несжимаемого пограничного слоя [29]. Это вызвано тем, что использование толщины вытеснения приводит к увеличению в несколько раз β относительно β_K в сжимаемых течениях. При этом β_K позволяет использовать зависимости для несжимаемых течений для всего диапазона экспериментальных результатов. Однако к настоящему моменту экспериментальные исследования сжимаемых течений с APG малочисленны.

Рассмотрим подробнее некоторые аспекты описания неблагоприятного и благоприятного градиента давления в неравновесных пограничных слоях.

Неблагоприятный градиент давления. Многие авторы отмечают разную чувствительность к градиенту давления динамического и теплового TBL и сходятся во мнении, что наложение градиента давления приводит к отклонению значения фактора аналогии Рейнольдса от безградиентных значений. В работе [30] отмечается слабое влияние APG на механизм теплообмена, таким образом подчеркивая, что основной эффект градиента давления оказывает на значение коэффициента трения. Более радикальный вывод сделан в [2] – отмечается, что коэффициент теплоотдачи не зависит от продольного градиента давления вплоть до точки отрыва пограничного слоя.

В большинстве своем опубликованные работы по APG TBL посвящены исследованию структуры динамического пограничного слоя, в то время как влиянию APG на интегральные характеристики (коэффициенты трения и, тем более коэффициенты теплоотдачи) уделено существенно меньшее внимание. Отметим, что наименьшие значения c_f/c_{f0} при той же величине β достигаются в равновесном пограничном слое. При нарушении условий равновесности и автомодельности профилей скорости наблюдается увеличение c_f/c_{f0} в сравнении с равновесными. Можно ожидать, что в течениях с существенно неоднородным градиентом давления величина c_f/c_{f0} хоть и будет снижаться относительно ZPG, однако окажется существенно выше значений равновесного TBL.

Работы по исследованию теплового пограничного слоя единичны, однако они свидетельствуют либо о неизменности коэффициента теплоотдачи, либо о его увеличении в области APG. Тем не менее, эти два процесса (снижение коэффициента трения и увеличение

коэффициента теплоотдачи) приводят к тому, что в APG TBL происходит рост фактора аналогии Рейнольдса s .

Благоприятный градиент давления. В связи с тем, что пограничный слой с параметром градиента давления $\beta < -0.5$ не может быть реализован, для течений с FPG предлагаются различные параметры, характеризующие как градиент давления, так и явление ламинаризации пограничного слоя. Лаундер [31], а также Моретти и Кейс [32] для оценки ламинаризации предложили использовать достаточно простой и удобный в инженерном приложении параметр ускорения потока $K = \nu/U^2 \cdot (\partial U/\partial x)$, определяемый по внешним (относительно пограничного слоя) величинам, характеризующим режим течения в канале. Параметр градиента давления Клаузера β и параметр ускорения K связаны соотношением $\beta = K \cdot Re_\theta \cdot H / (c_f/2)$. Принципиальное отличие параметра β от K заключается в возможности сформулировать требования к «равновесному» состоянию, которые не могут быть достигнуты при значительном уровне накладываемого отрицательного градиента давления.

Для течений между двумя плоскими стенками можно достичь состояния, характеризующегося постоянным числом $Re_\theta = \text{const}$ по длине канала. Для того, чтобы число Рейнольдса Re_θ в таком канале соответствовало ламинарно-турбулентному переходу $Re_\theta \approx 300$ [33], необходимо обеспечить значение K порядка 3.5×10^{-6} . Комбинация величин Re_θ и K устанавливает связь между внутренними и внешними характеристиками пограничного слоя, что предопределило стремление ученых описывать исследуемые ими режимы в координатах $Re_\theta - K$ (рис. 9).

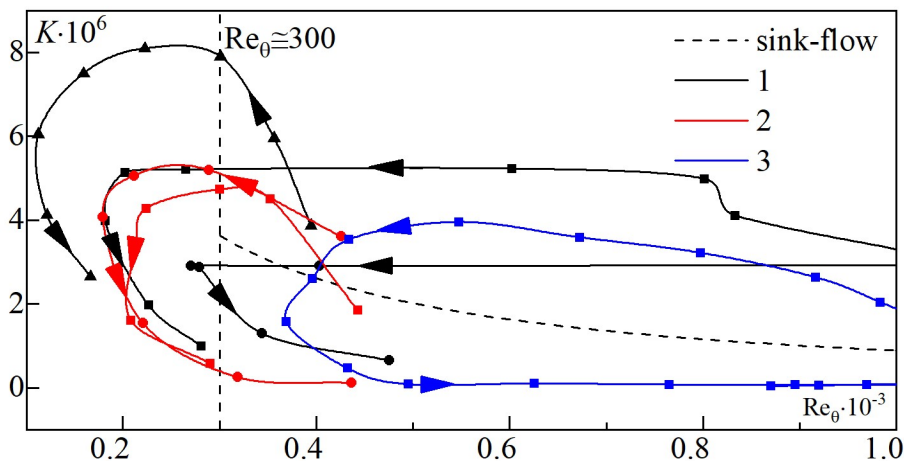


Рис. 9. Изменение параметра ускорения K и числа Рейнольдса Re_θ в течениях с ускорением: 1 – данные [34], 2 – [35], 3 – [36]. Стрелки указывают направление потока

Таким образом, параметр K , является самым простым и поэтому популярным параметром при описании течений с FPG с возможной ламинаризацией [37–40], однако далеко не единственным (табл. 2).

Кроме того, если для величины числа Рейнольдса, соответствующей началу ламинаризации $Re_\theta \approx 300$, мнения ученых сходятся, то относительно влияния величины K на пограничный слой имеются довольно противоречивые данные. Например, в работе [41] подавлению турбулентных всплесков соответствует значение $K = 3.5 \times 10^{-6}$, Лаундер [42] оценивает критическое значение K как равное 2×10^{-6} , а в работе [43] отмечается, что уже начиная со значений $K = 7.5 \times 10^{-7}$, наблюдается деформация профиля скорости в пограничном слое, характерная для процесса ламинаризации. Более того, в работе [44] отмечается снижение коэффициента теплоотдачи практически в два раза уже при $K = 4.5 \times 10^{-7}$.

В связи с указанными замечаниями, стоит отметить несколько наиболее актуальных направления исследований, касающихся неравновесных пограничных слоев с градиентом давления:

- экспериментальные исследования теплообмена. Исследования динамических пограничных слоев преобладают над исследованиями тепловых пограничных слоев. Опубликованных к настоящему моменту экспериментальных данных по влиянию продольного градиента давления на коэффициенты теплоотдачи и восстановления температуры явно недостаточно;
- экспериментальные исследования коэффициентов трения. Основные закономерности влияния градиента давления на структуры пограничного слоя достаточно хорошо описаны. Однако данные о параметрах непосредственно на стенке ограничены ввиду сложности их измерения;
- особенности развития сжимаемых пограничных слоев. Это связано с тем, что в таких потоках изменения температуры и плотности поперек пограничного слоя приводит к более сложному физическому поведению;
- анализ чувствительности течений с АРГ к предыстории, связанной с наложением значительных FPG.
- верификации существующих численных алгоритмов расчетов течений с неравновесными градиентами давления. В настоящее время над экспериментальными исследованиями в значительной степени преобладают математические методы получения данных.

Таблица 2

Некоторые параметры ускорения и критерии ламинаризации

Работа	Течение	Метод определения ламинаризации	Критерий начала ламинаризации
[32, 42]	течение в сопле		$K \gtrsim 2 \times 10^{-6}$
[41]	течение в канале	Снижение числа Стантона	$K \gtrsim 3.5 \times 10^{-6}$
[45]	течение в сопле	Нарушение закона стенки	$\Delta_p = -K/c_f^{3/2} \gtrsim -0.025$
[46]	ускоряющееся течение в трубе	Нарушение модифицированного закона стенки	$\Delta_\tau = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{d\tau}{dx} \gtrsim -0.009$
[47]	ускоряющееся течение в трубе	Снижение коэффициента трения	$K > 1.2 \times 10^{-6} + 1.1 \times 10^{-6} Re_\theta + 10^{-13} Re_\theta^2$
[48]	течение в сопле	Снижение коэффициента теплоотдачи	Анализ распределения $\partial p / \partial x$
[34]	течение в осесимметричном сопле	Прекращение "выбросов" у стенки Нарушение закона стенки Снижение интенсивности турбулентности	$K \gtrsim 3.0 \times 10^{-6}$ $\Delta_p \gtrsim -0.02$ $Re_\theta \approx 300$
[49]	течение в осесимметричном сопле	Отсутствие каскада турбулентных вихрей	$\left[(\tau/\rho)^{1/2} \cdot (y/\nu) \right]_{\max} > 30$
[50–52]	течение в осесимметричном сопле	Снижение числа Стантона	$K \gtrsim 3.0 \times 10^{-6}$

В работе [53] представлены результаты экспериментального исследования коэффициентов теплоотдачи и трения в несжимаемом пограничном слое при наличии слабого и умеренного неблагоприятного неравновесного продольного градиента давления. Экспериментальные исследования проводились на дозвуковой аэродинамической трубе [7, 10, 11, 20] в щелевом канале длиной $L = 1190$ мм, высотой $H = 50$ мм и шириной $B = 300$ мм. Скорость потока на входе в канал составляла $U_0 = 50$ м/с. Нижняя стенка канала была выполнена

нагреваемой. Рабочий канал состоял из 2-х секций. Первая секция длиной 920 мм и постоянного поперечного сечения служила для развития турбулентного динамического и теплового пограничных слоев на нижней стенке. Вторая секция длиной 270 мм служила для создания APG. В этой секции на нижней стенке располагалась модель на плавающем элементе. Верхняя стенка была прямолинейной и подвижной – в ходе экспериментов угол раскрытия изменялся в диапазоне $0 \div 14^\circ$ с шагом в 1° . При увеличении угла раскрытия с 0 до 9° отмечалось снижение полного давления, необходимого для поддержания заданной скорости на входе в канал. При дальнейшем увеличении угла раскрытия суммарные потери давления в канале несколько увеличивались, однако, даже при максимальном угле раскрытия, оставались ниже, чем в случае безградиентного течения.

Коэффициенты трения и теплоотдачи определялись аналогично работам [6–9, 20], помимо этого выполнены измерения профилей средней и пульсационной составляющей скорости с помощью термоанемометра.

Согласно полученным результатам, значения St/St_0 всегда оказываются выше значений c_f/c_{f0} (рис. 10, а). Из сравнения величин St/St_0 и c_f/c_{f0} , можно сделать вывод, что тепловой пограничный слой менее подвержен влиянию APG, однако выражения $St/St_0 = \text{const}$ или $St/St_0 > 1.0$ в данном случае неприменимы. Тем не менее, полученные данные позволяют утверждать, что при течениях с APG фактор аналогии Рейнольдса s превышает значения для безградиентного потока (рис. 10, б). При малых величинах β (до 1) теплогидравлическая эффективность остается практически неизменной, однако далее начинает монотонно увеличиваться и достигает своего максимального значения $RAF = 1.16$ при максимальном рассмотренном значении $\beta = 2.9$. Также на рисунок нанесены расчетные зависимости, полученные в работе [26] для числа Рейнольдса $Re_\theta = 5000$ и турбулентного числа Прандтля $Pr_t = 1.0$.

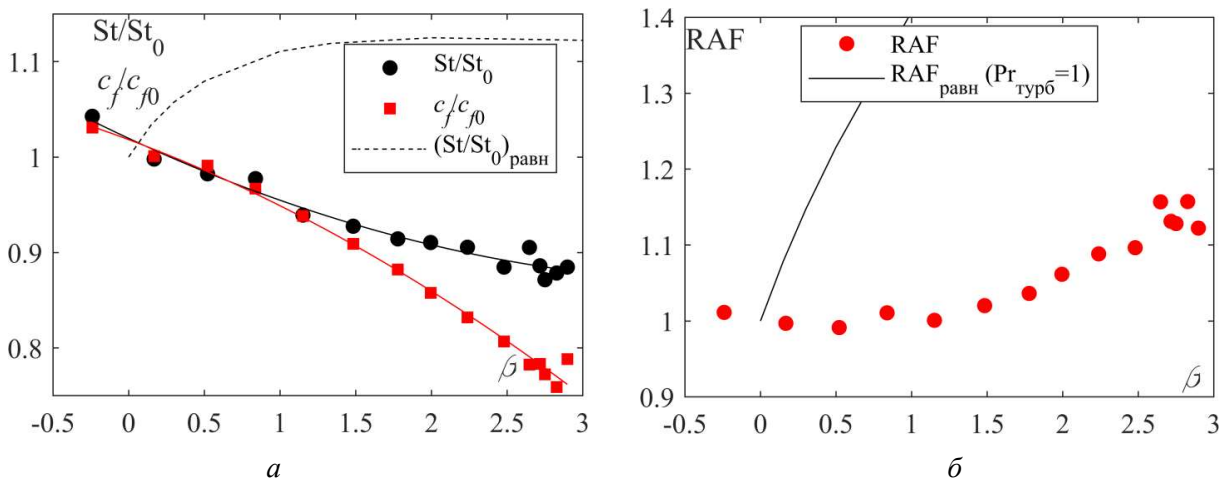


Рис. 10. Зависимость относительных коэффициентов теплоотдачи и трения (а) и RAF (б) от параметра градиента давления β . Данные работы [20]

Так же, как и при экспериментальных исследованиях теплогидравлической эффективности облуненных поверхностей, полученные здесь значения коэффициента теплоотдачи и фактора аналогии Рейнольдса оказались существенно ниже ранее опубликованных зависимостей. Например, согласно данным работы [26], при числе $Re_\theta = 5000$, величина St/St_0 растет до значения $St/St_0 = 1.125$ при $\beta = 2$ и далее снижается до $St/St_0 \approx 1$ вблизи отрыва ($\beta = \infty$). Расхождение результатов вызвано существенной неравновесностью пограничного слоя, что в данной работе приводило к увеличению коэффициента трения при том же параметре градиента давления β в сравнении с равновесным течением.

На основании проведенных экспериментальных исследований были сделаны следующие выводы о влиянии продольного APG на коэффициенты трения, теплоотдачи и фактора Рейнольдса на гладкой поверхности:

- как локальный, так и осредненный относительный коэффициенты трения c_f/c_{f0} существенным образом зависят от безразмерного параметра градиента давления – снижаются с ростом β во всем диапазоне охватываемых в эксперименте параметров;
- безразмерный относительный коэффициент теплоотдачи St/St_0 на гладкой поверхности снижается при наличии APG, однако это снижение не такое существенное, как c_f/c_{f0} .

Таким образом, фактор аналогии Рейнольдса в течениях с APG растет с увеличением β . Максимальное значение $RAF = 1.16$ достигалось при максимальном значении параметра градиента давления $\beta = 2.9$.

В работе [54] рассмотрена задача течения газа в щелевом сверхзвуковом канале, где положительный градиент давления реализован без скачков уплотнения или кривизны поверхности. Такая постановка требовала наличия сверхзвукового сопла, установленного до исследуемого участка. Это приводило к тому, что уже на входе в исследуемый участок с градиентом давления необходимо учитывать влияние предыстории потока на пограничные слои и фактор аналогии Рейнольдса. Экспериментальные значения коэффициента трения были получены методом Шапиро – Хоторна. Коэффициенты теплоотдачи определялись на основании температурных полей, регистрируемых ИК камерой. Экспериментальные данные сопоставлены с численными значениями, определенными путем решения системы уравнений стационарного двухмерного пограничного слоя вплоть до скачка уплотнения. Обобщение результатов основывалось на сравнении со значениями коэффициентов трения и теплоотдачи равновесных пограничных слоев, полученных из решения Меллора и Гибсона [25] для динамического пограничного слоя и Со [26] для теплового.

Исследуемая геометрия сверхзвукового щелевого канала с входным сечением $38.6 \times 3.8 \text{ мм}^2$, критическим сечением $12 \times 3.8 \text{ мм}^2$ и протяженностью 0.3 м состоит из сверхзвукового сопла, исследуемой сверхзвуковой области с APG и выходного диффузора. Боковые – узкие – стенки канала профилированы, протяженность дозвуковой части – 0.1 м, сверхзвуковой части – 0.16 м. Сверхзвуковой диффузор с углом раскрытия 8 градусов располагался на расстоянии $0.26 \div 0.3$ м от входа.

Профиль сопла был взят из атласа плоских сопел [55] с расчетным изоэнтропическим числом Маха на выходе $M = 2.0$. Полученные в данном сопле величины β_K до двух раз превосходят минимальные равновесные значения. На выходе из сопловой части канала располагалась исследуемая область течения с продольным градиентом давления. Изменение величины градиента давления достигалось за счет изменения угла раскрытия сверхзвуковой части в диапазоне $0 \div 4^\circ$ и осуществлялось за счет смены всего канала. Геометрия сверхзвукового сопла (и, соответственно, параметры потока до начала участка с градиентом давления) при этом сохранялась.

Развитие пограничных слоев в исследуемых каналах можно проиллюстрировать зависимостью фактора аналогии Рейнольдса от параметра градиента давления β_K (рис. 11) для исследуемых и равновесных течений. Показаны значения, полученные для всех геометрий и режимов течения до сечения скачка уплотнения. Как было отмечено выше, пограничный слой далек от равновесного состояния. По мере развития пограничного слоя величина $s(\beta_K)$ растет. В области умеренного градиента давления величина s практически повторяет равновесную тенденцию на увеличение с ростом β_K , однако на это накладывается нарушение аналогии Рейнольдса в сторону трения, вызванное предысторией и разгоном потока при неравновесном FPG. Несмотря на то, что наибольшие значения величины s достигаются в канале с наибольшим градиентом давления, режимы течения в этом канале наиболее далеки от равновесных, а с ростом продольной координаты их отклонение от равновесных лишь увеличивается.

Для канала с максимальным торможением, соответствующим углу раскрытия 0° , значение приведенного фактора аналогии Рейнольдса начинает снижаться (продолжая расти в абсолютном значении), что свидетельствует о том, что поток не успевает реагировать на наложенный градиент давления. Это видно на графике зависимости s/s_{eq} (рис. 11, б). Величина s растет, однако начинает отставать от соответствующего равновесного значения по мере роста величины APG и протяженности его наложения. Значение единичного числа Рейнольдса (давления в форкамере) практически не влияет на развитие пограничных слоев.

Интересно отметить, что для больших углов раскрытия относительный максимум s/s_{eq} достигается при более низких значениях параметра градиента давления, что, скорее всего, характеризует влияние скорости его нарастания (рис. 11, б). Можно заключить, что для канала без угла раскрытия (характеризующегося максимальным торможением потока), рост s в абсолютных значениях происходит быстрее, но за счет инерции пограничного слоя – наблюдается все большее отставание от соответствующих равновесных значений, связанное с темпом роста наложенного градиента давления.

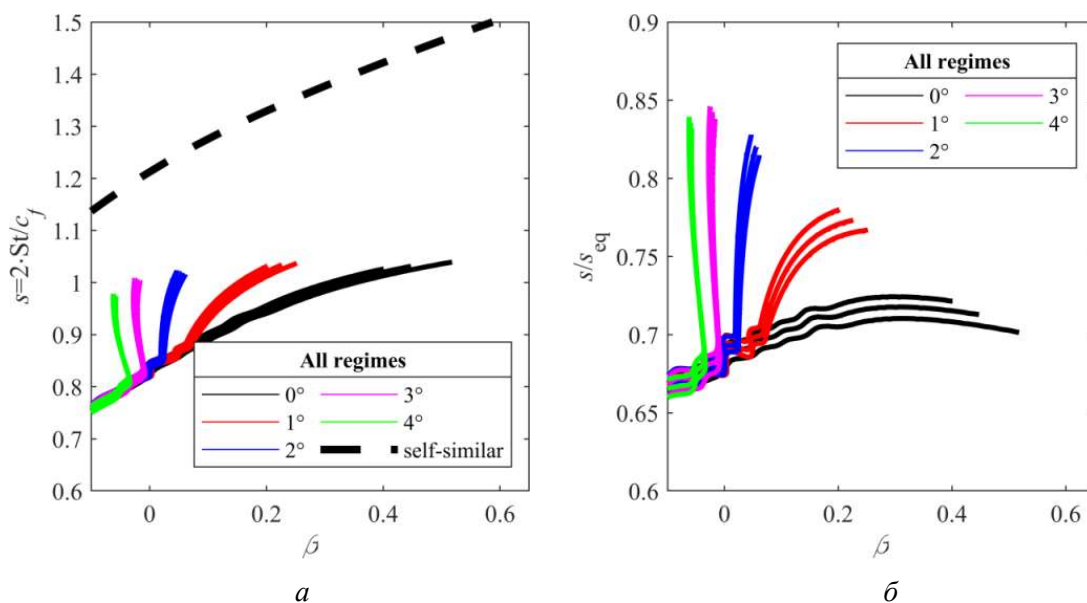


Рис. 11. Фактор аналогии Рейнольдса в исследуемых каналах в зависимости от параметра градиента давления: а) абсолютная величина, б) приведенная к соответствующему равновесному значению. Сплошные линии – данные работы [54], пунктирная – решение [26]

Суммируя вышесказанное, можно заключить, что в рассматриваемой постановке для пограничного слоя в щелевом сверхзвуковом канале наложение APG после области с FPG в сравнении с безградиентным течением сопровождается:

- увеличением характерного числа Рейнольдса Re^* , снижением числа M и плотности тока $\rho_e \cdot U_e$. Это, в свою очередь, оказывает влияние на c_f и St . Происходит снижение коэффициента трения c_f и незначительное снижение коэффициента теплоотдачи St . Изменение St и c_f приводит к росту фактора аналогии Рейнольдса $s = 2 \cdot St / c_f$. При этом определение параметров таких пограничных слоев на основе решений для равновесных пограничных слоев [25, 26] невозможно. Параметр градиента давления β_K не позволяет однозначно определить свойства пограничных слоев вследствие его непостоянства и наличия предыстории потока, связанной с FPG.
- ростом величины фактора аналогии Рейнольдса s по мере нарастания пограничного слоя. Однако s в рассмотренных течениях существенно ниже равновесных значений и по мере развития пограничного слоя восстанавливается значений, соответствующих

ZPG. Предельная достигнутая величина фактора аналогии Рейнольдса практически не зависела от β_K и в реализованном в эксперименте диапазоне β_K составила $s \approx 1.0$.

В работе [56] выполнено экспериментальное и численное исследование тепловых сжимаемого пограничных слоев в области умеренных значений параметра K . Геометрия сопла аналогична [54]. Исследовались режимы, на которых максимальные величины параметра ускорения потока K_{\max} достигали $1.3 \times 10^{-7} \div 2.75 \times 10^{-6}$, что по опубликованным данным соответствует условиям, при которых могут наблюдаться эффекты, вызванные наличием благоприятного градиента давления. Изменение K_{\max} достигается за счет варьирования полного давления в форкамере p_0 при неизменном противодавлении на выходе из канала. Рассмотрены режимы течения с величиной полного давления в диапазоне $p_0 = 1.42 \div 3.01$ атм. Во всех экспериментах перепад давлений был достаточен для запираания сопла и, следовательно, локальные значения величины K до области скачка уплотнения определялись геометрией канала и свойствами воздуха.

Методика экспериментальной части работы повторяла [54], численные исследования были выполнены с использованием ПК FLUENT 21.2.0 с использованием трех моделей турбулентности, включая описывающие ламинарно-турбулентный переход: $sst, k-\omega-\gamma$ и $\gamma-Re_\theta-sst$. Для сравнения по всем экспериментальными режимам выбрана $k-\omega-\gamma$ -модель, как показавшая наиболее близкие к экспериментам результаты.

На рис. 12 и 13 представлено сравнение экспериментальных и расчетных значений коэффициента теплоотдачи для различных величин полного давления в форкамере. Коэффициенты теплоотдачи растут с увеличением полного давления в форкамере, причем по мере приближения к критическому сечению - это увеличение наиболее существенное из-за снижения K_{\max} и ускорения потока с ростом p_0 и Re_1 .

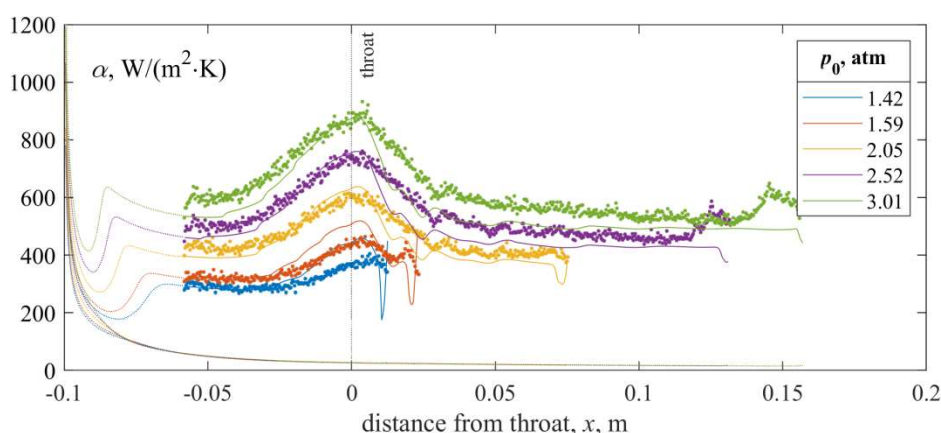


Рис. 12. Распределение коэффициентов теплоотдачи. Данные работы [56]

Выполненное исследование позволили сформулировать следующие выводы:

- даже при наименьших параметрах ускорения потока, реализованных в эксперименте, наблюдается влияние продольного градиента давления на величину коэффициента теплоотдачи. Снижение коэффициента теплоотдачи St ниже турбулентных значений наблюдалось даже при режиме, соответствующем максимальной величине параметра ускорения потока $K_{\max} = 1.3 \times 10^{-6}$;
- в условиях благоприятного градиента давления наблюдается снижение величины коэффициент теплоотдачи St в сравнении с коэффициентом теплоотдачи St_{Rex} , соответствующим безградиентному турбулентному пограничному слою — величина относительного коэффициента теплоотдачи снижалась до $St/St_0 = 0.50$ для течения, соответствующего максимальным значениям параметра ускорения потока и минимальным единичным числам Рейнольдса;

- модель турбулентности $k-\omega-\gamma$ консервативно подходит к оценке параметров теплообмена, при этом γ -Re-sst значительно интенсифицирует процессы перехода, стремясь полностью ламинаризировать поток, чего не наблюдается в эксперименте. Ниже по потоку γ -Re-sst модель турбулентности переоценивает влияние благоприятного градиента давления на тепловой пограничный слой, в то время как $k-\omega-\gamma$ – недооценивает: полученные значения в окрестности критического сечения оказались ниже и, соответственно, выше экспериментальных. С уменьшением величины параметра ускорения потока это различие уменьшается;
- тепловой пограничный слой реагирует на наложенный продольный градиент давления с «запаздыванием» – снижение относительного коэффициента теплоотдачи происходило на всем протяжении ускорения потока и положение минимальной величины St/St_0 не совпадало с положением максимума K_{\max} . Максимальное снижение коэффициента теплоотдачи наблюдалось ниже по потоку относительно максимума величины K_{\max} .

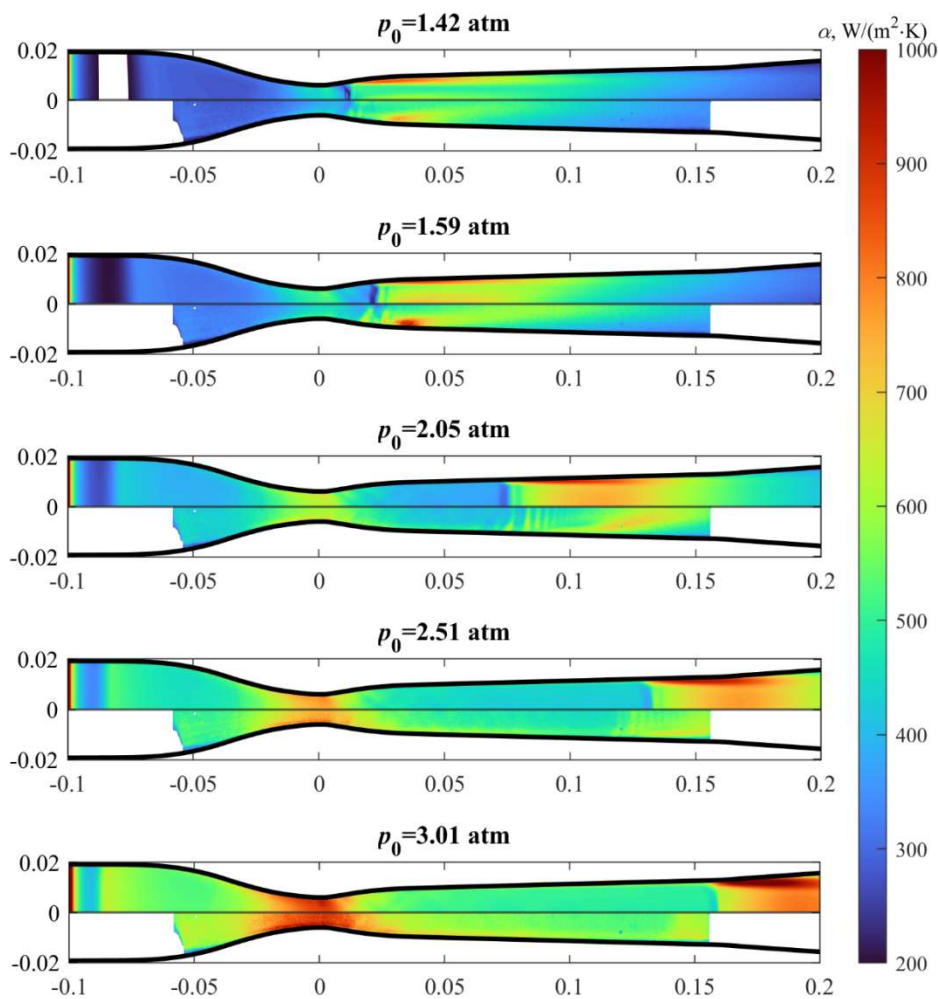


Рис. 13. Поля коэффициентов теплоотдачи. Расчетные значения – на верхней половине, экспериментальные – на нижней. Данные работы [56]

5. Выводы

В выполненных работах [6–9, 20, 53, 54, 56] рассмотрены методы, позволяющие управлять параметрами как сжимаемых, так и несжимаемых пограничных слоев: за счет нанесения на поверхность интенсификаторов теплообмена, наложения крупномасштабных вихревых структур, а также наложения продольного градиента давления. В отличие от безградиентного течения, для которого, в большинстве случаев, справедливо подобие теплового и динамического пограничного слоя, в рассмотренных течениях наблюдалось нарушение

аналогии Рейнольдса как в сторону теплообмена, так и в сторону трения. Рассмотрены различные компоновки (шахматные и коридорные компоновки с различными продольными и поперечными шагами), а также формы вихреобразующих рельефов; влияние следа цилиндра; неблагоприятный градиент давления в сжимаемом и несжимаемом неравновесных пограничных слоях; благоприятный градиент давления в сверхзвуковом сопле.

1. Полученные данные свидетельствуют о малой теплогидравлической эффективности коридорной компоновки лунок и нарушении аналогии Рейнольдса в сторону увеличения сопротивления на таких поверхностях. В тоже время найдены параметры шахматной компоновки сферических лунок, для которых наблюдается нарушение аналогии Рейнольдса в сторону теплообмена. Скругление кромок лунки приводит к существенному снижению коэффициента сопротивления, при этом коэффициент теплоотдачи меняется незначительно. Это положительно сказывается на теплогидравлической эффективности поверхностей и приводит к дальнейшему нарушению аналогии Рейнольдса;

2. Теплогидравлическая эффективность гладкой и облуненных поверхностей в следе за цилиндром выше значений в невозмущенном потоке и при определенных значениях зазора имеет ярко выраженный максимум. Теплогидравлическая эффективность всех типов облуненных поверхностей в следе за цилиндром оказалась ниже значений гладкой поверхности для всех положений цилиндра;

3. Наложение неблагоприятного градиента давления в несжимаемом пограничном слое приводит к снижению относительного коэффициента трения c_f/c_{f0} . Безразмерный относительный коэффициент теплоотдачи St/St_0 на гладкой поверхности снижается при наличии APG однако это снижение на такое существенное, как у c_f/c_{f0} . Фактор аналогии Рейнольдса в течениях с APG растет с увеличением β ;

4. Наложение неблагоприятного градиента давления в несжимаемом пограничном слое приводит к росту фактора аналогии Рейнольдса s по мере нарастания пограничного слоя. Однако s в рассмотренных течениях существенно ниже равновесных значений и по мере развития пограничного слоя восстанавливается до значений, соответствующих безградиентному пограничному слою. При этом параметр градиента давления β_K не позволяет однозначно определения свойств пограничных слоев вследствие его непостоянства и наличия предыстории потока, связанной с FPG.

5. В условиях благоприятного градиента давления наблюдается снижение величины коэффициента теплоотдачи в сравнении с коэффициентом теплоотдачи, соответствующим безградиентному турбулентному пограничному слою.

Полученные данные позволяют утверждать, что задача управления пограничным слоем с точки зрения интенсификации теплообмена или снижения гидродинамических потерь может быть решена одним из рассмотренных методов или их комбинацией.

6. Благодарности и ссылки на гранты

Исследование выполнено по государственному заданию МГУ № гос. рег.: АААА-А19-119012990115-5.

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
2. Кутателадзе С.С., Лентьев А.И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972. 344 с.
3. Rubesin M.W. A modified Reynolds analogy for the compressible turbulent boundary layer on a flat plate // NASA TN 2917.
4. Ligrani P. Heat Transfer Augmentation Technologies for Internal Cooling // Int. J. Rotating Mach. 2013. Vol. 2013, № 2013.

5. Ligrani P.M., Oliveira M.M., Blaskovich T. Comparison of Heat Transfer Augmentation Techniques // AIAA J. 2003. Vol. 41, № 3. P. 337–362.
6. Киселёв Н.А. Разработка методов повышения теплогидравлических характеристик поверхностей с регулярным рельефом: дисс. ...канд. техн. наук. Москва. 2017 128 с.
7. Leontiev A.I., Kiselev N.A., Burtsev S.A., Strongin M.M., Vinogradov Y.A. Experimental investigation of heat transfer and drag on surfaces with spherical dimples // Exp. Therm. Fluid Sci. 2016. Vol. 79. P. 74–84.
8. Leontiev A.I., Kiselev N.A., Vinogradov Y.A., Strongin M.M., Zditovets A.G., Burtsev S.A. Experimental investigation of heat transfer and drag on surfaces coated with dimples of different shape // Int. J. Therm. Sci. 2017. Vol. 118. Pp. 152–167.
9. Бурцев С.А., Виноградов Ю.А., Киселёв Н.А., Стронгин М.М. Экспериментальное исследование теплогидравлических характеристик поверхностей с коридорным расположением лунок // Наука и образование (МГТУ им. Н.Э. Баумана) (электронный журнал). 2015. Т. 15, № 05.
10. Киселёв Н.А., Бурцев С.А., Стронгин М.М. Методика определения коэффициентов теплоотдачи поверхностей с регулярным рельефом // Метрология. 2015. № 3. С. 34–45.
11. Бурцев С.А., Киселёв Н.А., Леонтьев А.И. Особенности исследования теплогидравлических характеристик рельефных поверхностей // Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52, № 6. С. 895–898.
12. Киселёв Н.А. Отработка методики определения коэффициентов теплоотдачи и восстановления температуры на основе тепловой картины на поверхности пластин, обтекаемых потоком сжимаемого газа // Тепловые процессы в технике. 2013. № 7. С. 303–312.
13. Marumo E., Suzuki K., Sato T. Turbulent heat transfer in a flat plate boundary layer disturbed by a cylinder // Int. J. Heat Fluid Flow. 1985. Vol. 6, № 4. Pp. 241–248.
14. Kawaguchi Y., Suzuki K., Sato T. Heat transfer promotion with a cylinder array located near the wall // Int. J. Heat Fluid Flow. 1985. Vol. 6, № 4. Pp. 249–255.
15. Suzuki H., Suzuki K., Sato T. Dissimilarity between heat and momentum transfer in a turbulent boundary layer disturbed by a cylinder // Int. J. Heat Mass Transf. 1988. Vol. 31, № 2. Pp. 259–265.
16. Inaoka K., Yamamoto J., Suzuki K. Dissimilarity between heat transfer and momentum transfer in a disturbed turbulent boundary layer with insertion of a rod – modeling and numerical simulation // Int. J. Heat Fluid Flow. 1999. Vol. 20, № 3. Pp. 290–301.
17. de Souza F., Delville J., Lewalle J., Bonnet J.P. Large scale coherent structures in a turbulent boundary layer interacting with a cylinder wake // Exp. Therm. Fluid Sci. 1999. Vol. 19, № 4. Pp. 204–213.
18. Matsubara K., Miura T., Ohta H. Transport dissimilarity in turbulent channel flow disturbed by rib protrusion with aspect ratio up to 64 // Int. J. Heat Mass Transf. Elsevier Ltd, 2015. Vol. 86. Pp. 113–123.
19. Suzuki H., Suzuki K., Sato T. Dissimilarity between heat and momentum transfer in a turbulent boundary layer disturbed by a cylinder // Int. J. Heat Mass Transf. 1988. Vol. 31, № 2. Pp. 259–265.
20. Kiselev N.A., Leontiev A.I., Vinogradov Y.A., Zditovets A.G., Strongin M.M. Effect of large-scale vortex induced by a cylinder on the drag and heat transfer coefficients of smooth and dimpled surfaces // Int. J. Therm. Sci. Elsevier, 2019. Vol. 136, № November 2018. Pp. 396–409.
21. Suzuki K., Suzuki H., Kikkawa Y., Kawaguchi Y. Study on a Turbulent boundary Layer Disturbed by a Cylinder-Effect of Cylinder Size and Position // Turbul. Shear Flows / ed. Durst F., Friedrich R., Launder B.E., Schmidt F.W., Schumann U., Whitelaw J.H. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1991. Vol. 7. Pp. 119–135.
22. Clauser F.H. Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients // J. Aeronaut. Sci. 1954. Vol. 21, № 2. Pp. 91–108.
23. Devenport W.J., Lowe K.T. Equilibrium and non-equilibrium turbulent boundary layers // Prog. Aerosp. Sci. Elsevier Ltd, 2022. Vol. 131, № March. P. 100807.
24. Clauser F.H. The Turbulent Boundary Layer // Adv. Appl. Mech. 1956. Vol. 4, № C. Pp. 1–51.

25. Mellor G.L., Gibson D.M. Equilibrium turbulent boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1966. Vol. 24, № 2. Pp. 225–253.
26. So R.M.C. Pressure gradient effects on Reynolds analogy for constant property equilibrium turbulent boundary layers // *Int. J. Heat Mass Transf.* 1994. Vol. 37, № 1. Pp. 27–41.
27. Skåre P.E., Krogstad P.Å. A Turbulent Equilibrium Boundary Layer Near Separation // *J. Fluid Mech.* 1994. Vol. 272. Pp. 319–348.
28. Лапин М.Х., Стрелец Ю.В. Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989. 368 с.
29. Lewis J.E., Gran R.L., Kubota T. An experiment on the adiabatic compressible turbulent boundary layer in adverse and favourable pressure gradients // *J. Fluid Mech.* 1972. Vol. 51, № 4. Pp. 657–672.
30. Houra T., Nagano Y. Effects of adverse pressure gradient on heat transfer mechanism in thermal boundary layer // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2006. Vol. 27, № 5. Pp. 967–976.
31. Launder B.E. Laminarization of the turbulent boundary layer by acceleration. Tech Rep. 77. 1964.
32. Moretti P.M., Kays W.M. Heat transfer to a turbulent boundary layer with varying free-stream velocity and varying surface temperature—an experimental study // *Int. J. Heat Mass Transf.* 1965. Vol. 8, № 9. Pp. 1187–1202.
33. Preston J.H. The minimum Reynolds number for a turbulent boundary layer and the selection of a transition device // *J. Fluid Mech.* 1958. Vol. 3, № 4. Pp. 373–384.
34. Narayanan M.A.B., Ramjee V. On the criteria for reverse transition in a two-dimensional boundary layer flow // *J. Fluid Mech.* 1969. Vol. 35, № 2. Pp. 225–241.
35. Bader P., Pschernig M., Sanz W., Woisetschläger J., Heitmeir F., Meile W., Brenn G. Experimental Investigation of Boundary Layer Relaminarization in Accelerated Flow // *J. Fluids Eng. Trans. ASME.* 2018. Vol. 140, № 8.
36. Fernholz H.H., Warnack D. The effects of a favourable pressure gradient and of the Reynolds number on an incompressible axisymmetric turbulent boundary layer. Part 1. The turbulent boundary layer // *Journal of Fluid Mechanics.* 1998. Vol. 359. Pp. 329–356.
37. Sakhnov A.Y., Naumkin V.S. Velocity overshoot within the accelerated subsonic boundary layer over the heated wall // *Int. J. Heat Mass Transf. Elsevier Ltd,* 2020. Vol. 161. Pp. 120249.
38. Sakhnov A.Y. Local laminarization within the mild pressure gradient flow over the heated wall // *Int. J. Heat Mass Transf. Elsevier Ltd,* 2021. Vol. 165. P. 120698.
39. Bourassa C., Thomas F.O. An experimental investigation of a highly accelerated turbulent boundary layer // *J. Fluid Mech.* 2009. Vol. 634. Pp. 359–404.
40. Volchkov E.P., Makarov M.S., Sakhnov A.Y. Heat transfer in the boundary layer with asymptotic favorable pressure gradient // *Int. J. Heat Mass Transf.* 2012. Vol. 55, № 4. Pp. 1126–1132.
41. Schraub F.A., Kline S.J. A Study of the Structures of the Turbulent Boundary Layer with and without Longitudinal Pressure Gradients. Stanford, California, 1965.
42. Jones W.P., Launder B.E. Some properties of sink-flow turbulent boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1972. Vol. 56, № 2. Pp. 337–351.
43. Bader P., Pieringer P., Sanz W. On the capability of transition models to predict relaminarization // 12th Eur. Conf. Turbomach. Fluid Dyn. Thermodyn. ETC 2017. 2017. Pp. 1–14.
44. Mutama K.R., Iacovides H. The Investigation of developing flow and heat transfer in a long converging duct // *J. Heat Transfer.* 1993. Vol. 115, № 4. Pp. 897–903.
45. Patel V.C. Calibration of the Preston tube and limitations on its use in pressure gradients // *J. Fluid Mech.* 1965. Vol. 23, № 1. Pp. 185–208.
46. Patel V.C., Head M.R. Reversion of turbulent to laminar flow // *J. Fluid Mech.* 1968. Vol. 34, № 2. Pp. 371–392.
47. Nash-Webber J.L., Oates G.C. An Engineering Approach to the Design of Laminarizing Nozzle Flows // *J. Basic Eng.* 1972. Vol. 94. № 4. Pp. 897–903.
48. Schoenman L., Block P. Laminar boundary-layer heat transfer in low-thrust rocket nozzles // *J. Spacecr. Rockets.* 1968. Vol. 5. № 9. Pp. 1082–1089.

49. Bradshaw P. A note on reverse transition // *J. Fluid Mech.* 1969. Vol. 35, № 2. Pp. 387–390.
50. Back L.H., Cuffel R.F. Turbulent Boundary Layer and Heat Transfer Measurements Along a Convergent-Divergent Nozzle // *J. Heat Transfer.* 1971. Vol. 93, № 4. P. 397.
51. Back L.H., Massier P.F., Gier H.L. Convective heat transfer in a convergent-divergent nozzle // *Int. J. Heat Mass Transf.* 1964. Vol. 7, № 5. Pp. 549–568.
52. Back L.H., Cuffel R.F., Massier P.F. Laminarization of a Turbulent Boundary Layer in Nozzle Flow—Boundary Layer and Heat Transfer Measurements With Wall Cooling // *J. Heat Transfer.* 1970. Vol. 92, № 3. Pp. 333–344.
53. Kiselev N.A., Leontiev A.I., Vinogradov Y.A., Zditovets A.G., Popovich S.S. Heat transfer and skin-friction in a turbulent boundary layer under a non-equilibrium longitudinal adverse pressure gradient // *Int. J. Heat Fluid Flow.* Elsevier Inc., 2021. Vol. 89, № January. P. 108801.
54. Kiselev N.A., Malastowski N.S., Zditovets A.G., Vinogradov Y.A. Reynolds analogy violation for a compressible turbulent boundary layer with pressure gradient in a small-size supersonic slot channel // *Int. J. Therm. Sci.* Elsevier Masson SAS, 2024. Vol. 200, № November 2023. P. 108973.
55. Овсянников А.М., Пирумов У.Г., Плетнева Е.М., Росляков Г.С. Атлас плоских сопел. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. 108 с.
56. Kiselev N.A., Malastowski N.S., Vinogradov Y.A., Zditovets A.G. Experimental and numerical study of heat transfer under laminarization condition in a small size supersonic nozzle // *Int. J. Therm. Sci.* 2023. Vol. 187. P. 108182.

References

1. Schlichting H., *Boundary Layer Theory*, New York: McGraw-Hill, 1979.
2. Kutateladze S.S., Leontiev A.I., *Heat Transfer, Mass Transfer, and Friction in Turbulent Boundary Layer*, New York: Taylor and Francis, 1990.
3. Rubesin M.W., A modified Reynolds analogy for the compressible turbulent boundary layer on a flat plate, NACA TN 2917.
4. Ligrani P., Heat Transfer Augmentation Technologies for Internal Cooling, *Int. J. Rotating Mach.*, 2013, vol. 2013, № 2013.
5. Ligrani P.M., Oliveira M.M., Blaskovich T., Comparison of Heat Transfer Augmentation Techniques, *AIAA J.*, 2003, vol. 41, № 3, pp. 337–362. <https://doi.org/10.2514/2.1964>
6. Kiselev N.A., Development of methods for improving thermal-hydraulic characteristics of surfaces with regular relief: PhD Thesis. Moscow. 2017 128 p. [in Russian].
7. Leontiev A.I., Kiselev N.A., Burtsev S.A., Strongin M.M., Vinogradov Y.A., Experimental investigation of heat transfer and drag on surfaces with spherical dimples, *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 2016, vol. 79, pp. 74–84. DOI: 10.1016/j.exptermfluidsci.2016.06.024
8. Leontiev A.I., Kiselev N.A., Vinogradov Y.A., Strongin M.M., Zditovets A.G., Burtsev S.A., Experimental investigation of heat transfer and drag on surfaces coated with dimples of different shape, *Int. J. Therm. Sci.*, 2017, vol. 118, pp. 152–167. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2017.04.027
9. Burtsev S.A., Vinogradov Y.A., Kiselev N.A., Strongin M.M., Experimental Study of Thermo-hydraulic Characteristics of Surfaces with In-line Dimple Arrangement, *Sci. Educ. Bauman MSTU*, 2015, vol. 15, № 05.
10. Burtsev S.A., Kiselev N.A., Leontiev A.I., Peculiarities of studying thermohydraulic characteristics of relief surfaces, *High Temp.*, 2014, vol. 52, № 6, pp. 869–872.
11. Kiselev N.A., Burtsev S.A., Strongin M.M., A Procedure for Determining the Heat Transfer Coefficients of Surfaces with Regular Relief, *Meas. Tech.*, 2015, vol. 58, № 9.
12. Kiselev N.A., Development of a method for determining heat transfer coefficients and temperature recovery based on a thermal pattern on the surface of plates streamlined by a flow of compressed gas, *Thermal processes in engineering*, 2013, no. 7, pp. 303–312 [in Russian].

13. Marumo E., Suzuki K., Sato T., Turbulent heat transfer in a flat plate boundary layer disturbed by a cylinder, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1985, vol. 6, № 4, pp. 241–248. [https://doi.org/10.1016/0142-727X\(85\)90056-6](https://doi.org/10.1016/0142-727X(85)90056-6)
14. Kawaguchi Y., Suzuki K., Sato T., Heat transfer promotion with a cylinder array located near the wall, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1985, vol. 6, № 4, pp. 249–255.
15. Suzuki H., Suzuki K., Sato T., Dissimilarity between heat and momentum transfer in a turbulent boundary layer disturbed by a cylinder, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 1988, vol. 31, № 2, pp. 259–265. DOI: 10.1016/0017-9310(88)90008-7
16. Inaoka K., Yamamoto J., Suzuki K., Dissimilarity between heat transfer and momentum transfer in a disturbed turbulent boundary layer with insertion of a rod – modeling and numerical simulation, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1999, vol. 20, № 3, pp. 290–301.
17. De Souza F., Delville J., Lewalle J., Bonnet J. P., Large scale coherent structures in a turbulent boundary layer interacting with a cylinder wake, *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 1999, vol. 19, № 4, pp. 204–213. [https://doi.org/10.1016/S0894-1777\(99\)00022-9](https://doi.org/10.1016/S0894-1777(99)00022-9)
18. Matsubara K., Miura T., Ohta H., Transport dissimilarity in turbulent channel flow disturbed by rib protrusion with aspect ratio up to 64, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2015, vol. 86, pp. 113–123. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.02.018
19. Suzuki H., Suzuki K., Sato T., Dissimilarity between heat and momentum transfer in a turbulent boundary layer disturbed by a cylinder, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 1988, vol. 31, № 2, pp. 259–265. DOI: 10.1016/0017-9310(88)90008-7
20. Kiselev N.A., Leontiev A.I., Vinogradov Y.A., Zditovets A.G., Strongin M.M., Effect of large-scale vortex induced by a cylinder on the drag and heat transfer coefficients of smooth and dimpled surfaces, *Int. J. Therm. Sci.*, 2019, vol. 136, pp. 396–409. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2018.11.005
21. Suzuki K., Suzuki H., Kikkawa Y., Kawaguchi Y., *Study on a Turbulent boundary Layer Disturbed by a Cylinder-Effect of Cylinder Size and Position*, Turbul. Shear Flows / ed. Durst F., Friedrich R., Launder B.E., Schmidt F.W., Schumann U., Whitelaw J.H. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1991, vol. 7, pp. 119–135.
22. Clauser F.H., Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients, *J. Aeronaut. Sci.*, 1954, vol. 21, № 2, pp. 91–108. <https://doi.org/10.2514/8.2938>
23. Devenport W.J., Lowe K.T., Equilibrium and non-equilibrium turbulent boundary layers, *Prog. Aeronosp. Sci.*, 2022, vol. 131, p. 100807. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2022.100807>
24. Clauser F.H., The Turbulent Boundary Layer, *Adv. Appl. Mech.*, 1956, vol. 4, № C, pp. 1–51.
25. Mellor G.L., Gibson D.M., Equilibrium turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, 1966, vol. 24, № 2, pp. 225–253. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112066000612>
26. So R.M.C., Pressure gradient effects on Reynolds analogy for constant property equilibrium turbulent boundary layers, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 1994, vol. 37, № 1, pp. 27–41. DOI: 10.1016/0017-9310(94)90159-7
27. Skåre P.E., Krogstad P.Å., A Turbulent Equilibrium Boundary Layer Near Separation, *J. Fluid Mech.*, 1994, vol. 272, pp. 319–348. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112094004489>
28. Lapin M.Kh., Strelets Yu.V., *Internal flows of gas mixtures*, Moscow: Nauka, 1989. [in Russian].
29. Lewis J.E., Gran R.L., Kubota T., An experiment on the adiabatic compressible turbulent boundary layer in adverse and favorable pressure gradients, *J. Fluid Mech.*, 1972, vol. 51, № 4, pp. 657–672. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112072001296>
30. Houra T., Nagano Y., Effects of adverse pressure gradient on heat transfer mechanism in thermal boundary layer, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2006, vol. 27, № 5, pp. 967–976. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.03.019>
31. Launder B.E., *Laminarization of the turbulent boundary layer by acceleration*, Tech Rep. 77, 1964.

32. Moretti P. M., Kays W. M., Heat transfer to a turbulent boundary layer with varying free-stream velocity and varying surface temperature – an experimental study, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 1965, vol. 8, № 9, pp. 1187–1202. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(65\)90062-1](https://doi.org/10.1016/0017-9310(65)90062-1)
33. Preston J. H., The minimum Reynolds number for a turbulent boundary layer and the selection of a transition device, *J. Fluid Mech.*, 1958, vol. 3, № 4, pp. 373–384. <https://doi.org/10.1017/S0022112058000057>
34. Narayanan M.A.B., Ramjee V., On the criteria for reverse transition in a two-dimensional boundary layer flow, *J. Fluid Mech.*, 1969, vol. 35, № 2, pp. 225–241. <https://doi.org/10.1017/S002211206900108X>
35. Bader P., Pschernig M., Sanz W., Woisetschläger J., Heitmeir F., Meile W., Brenn G., Experimental Investigation of Boundary Layer Relaminarization in Accelerated Flow, *J. Fluids Eng. Trans. ASME*, 2018, vol. 140, № 8. DOI: 10.1115/1.4039257
36. Fernholz H.H., Warnack D., The effects of a favourable pressure gradient and of the Reynolds number on an incompressible axisymmetric turbulent boundary layer. Part 1. The turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, vol. 359. <https://doi.org/10.1017/S0022112097008513>
37. Sakhnov A. Y., Naumkin V. S., Velocity overshoot within the accelerated subsonic boundary layer over the heated wall, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2020, vol. 161, p. 120249. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.120249>
38. Sakhnov A. Y., Local laminarization within the mild pressure gradient flow over the heated wall, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2021, vol. 165. P. 120698.
39. Bourassa C., Thomas F.O., An experimental investigation of a highly accelerated turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, 2009, vol. 634, pp. 359–404. <https://doi.org/10.1017/S0022112009007289>
40. Volchkov E.P., Makarov M.S., Sakhnov A.Y., Heat transfer in the boundary layer with asymptotic favorable pressure gradient, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2012, vol. 55, № 4, pp. 1126–1132. [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.09.060](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.09.060)
41. Schraub F.A., Kline S.J., *A Study of the Structures of the Turbulent Boundary Layer with and without Longitudinal Pressure Gradients*, Stanford, California, 1965.
42. Jones W.P., Launder B.E., Some properties of sink-flow turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, 1972, vol. 56, № 2, pp. 337–351. <https://doi.org/10.1017/S0022112072002903>
43. Bader P., Pieringer P., Sanz W., On the capability of transition models to predict relaminarization, *12th Eur. Conf. Turbomach. Fluid Dyn. Thermodyn. ETC 2017*, 2017, pp. 1–14.
44. Mutama K.R., Iacovides H., The Investigation of developing flow and heat transfer in a long converging duct, *J. Heat Transfer*, 1993, vol. 115, № 4, pp. 897–903.
45. Patel V. C., Calibration of the Preston tube and limitations on its use in pressure gradients, *J. Fluid Mech.*, 1965, vol. 23, № 1, pp. 185–208. <https://doi.org/10.1017/S0022112065001301>
46. Patel V. C., Head M. R., Reversion of turbulent to laminar flow, *J. Fluid Mech.*, 1968, vol. 34, № 2, pp. 371–392. <https://doi.org/10.1017/S0022112068001953>
47. Nash-Webber J. L., Oates G. C., An Engineering Approach to the Design of Laminarizing Nozzle Flows, *J. Basic Eng.*, 1972, vol. 94, № 4, pp. 897–903. <https://doi.org/10.1115/1.3425584>
48. Schoenman L., Block P., Laminar boundary-layer heat transfer in low-thrust rocket nozzles, *J. Spacecr. Rockets*, 1968, vol. 5, № 9, pp. 1082–1089. <https://doi.org/10.2514/3.29425>
49. Bradshaw P., A note on reverse transition, *J. Fluid Mech.*, 1969, vol. 35, № 2, pp. 387–390. <https://doi.org/10.1017/S0022112069001170>
50. Back L. H., Cuffel R. F., Turbulent Boundary Layer and Heat Transfer Measurements Along a Convergent-Divergent Nozzle, *J. Heat Transfer*, 1971, vol. 93, № 4, p. 397.
51. Back L.H., Massier P.F., Gier H.L., Convective heat transfer in a convergent-divergent nozzle, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 1964, vol. 7, № 5, pp. 549–568. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(64\)90052-3](https://doi.org/10.1016/0017-9310(64)90052-3)

52. Back L. H., Cuffel R. F., Massier P. F., Laminarization of a Turbulent Boundary Layer in Nozzle Flow—Boundary Layer and Heat Transfer Measurements with Wall Cooling, *J. Heat Transfer*, 1970, vol. 92, № 3, pp. 333–344. DOI: 10.1115/1.3449668
53. Kiselev N.A., Leontiev A.I., Vinogradov Y.A., Zditovets A.G., Popovich S.S., Heat transfer and skin-friction in a turbulent boundary layer under a non-equilibrium longitudinal adverse pressure gradient, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Elsevier Inc., 2021, vol. 89. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2021.108801
54. Kiselev N.A., Malastowski N.S., Zditovets A.G., Vinogradov Y.A., Reynolds analogy violation for a compressible turbulent boundary layer with pressure gradient in a small-size supersonic slot channel, *Int. J. Therm. Sci.* Elsevier Masson SAS, 2024, vol. 200. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2024.108973
55. Ovsannikov A. M., Pirumov U. G., Pletneva E. M., Roslyakov G. S., *Atlas of flat nozzles*, M.: Moscow University Press, 1976. 108 p. [in Russian].
56. Kiselev N. A., Malastowski N. S., Vinogradov Y. A., Zditovets A. G., Experimental and numerical study of heat transfer under laminarization condition in a small size supersonic nozzle, *Int. J. Therm. Sci.*, 2023, vol. 187, p. 108182. DOI: 10.2139/ssrn.4257925

Статья поступила в редакцию 7 ноября 2024 г.