

# Twin Single-Headed Spin Regime of Detonation in a Narrow Rectangular Channel

S. Borisov, A. Kudryavtsev

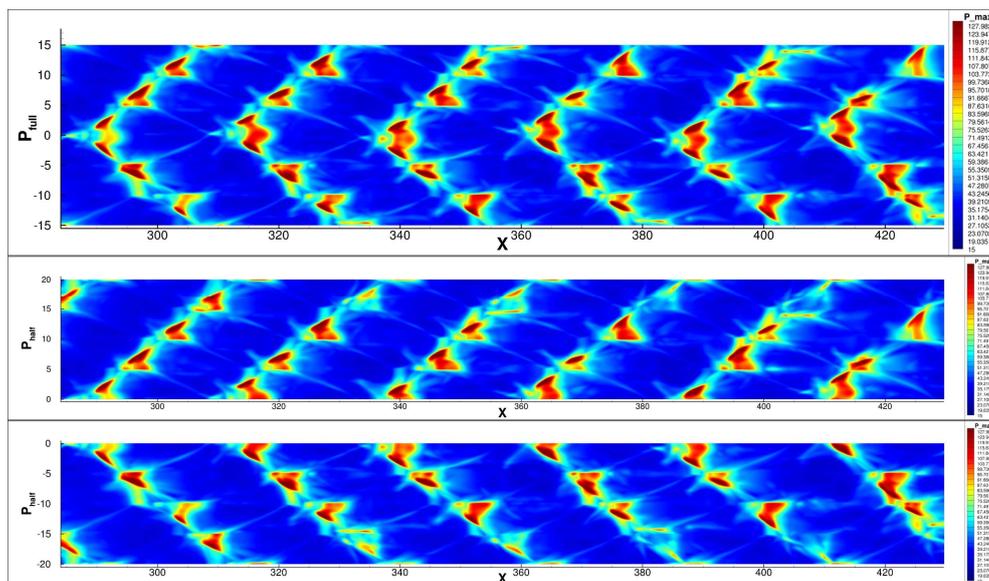
*Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS,  
Novosibirsk, 630090, Russia*

borisov@itam.nsc.ru

## Abstract

Numerical simulation of detonation wave propagation in a narrow rectangular channel is performed. The processes of instability development of a plane detonation wave, and formation of a non-stationary multi-front structure are investigated. An unusual regime of detonation wave propagation with two single-headed spins rotating in opposite directions has been discovered. It is shown that this mode is unstable: it can exist only for a certain period of time, while the spins rotate synchronously. Its characteristics are investigated, the value of the spins pitch is estimated, and a comparison with the predictions of acoustic theory is made.

Keywords: instability of a plane detonation wave, non-stationary multi-front structure, detonation spin, 3D numerical simulation, parallel simulations.



Plot of maximum pressure history on the channel walls (upper part, height  $L_y = 5$ , width  $L_z = 10$ ) and on the walls of virtual embedded channels (middle and lower parts, height  $L_y = 5$ , width  $L_z = 5$ )

УДК 536.46

# Двойной одноголовый спиновый режим детонации в узком прямоугольном канале

С. П. Борисов, А. Н. Кудрявцев

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
Россия, Новосибирск, 630090, ул. Институтская, 4/1*

borisov@itam.nsc.ru

## Аннотация

Численно моделируется распространение детонационной волны в узком прямоугольном канале. Исследуются процессы развития неустойчивости плоской детонационной волны и формирования нестационарной многофронтной структуры. Обнаружен необычный режим распространения детонационной волны с двумя одноголовыми спинами, вращающимися в противоположных направлениях. Показано, что этот режим неустойчив: он может существовать лишь в течение некоторого времени, пока спины вращаются синхронно. Исследуются его характеристики, оценивается величина шага спинов, выполнено сравнение с предсказаниями акустической теории.

Ключевые слова: неустойчивость плоской детонационной волны, нестационарная многофронтная структура, детонационный спин, трёхмерное численное моделирование, параллельные вычисления.

## 1. Введение

Многофронтная структура детонационных волн (ДВ) [1] является одним из ключевых объектов исследования в теоретических, численных и экспериментальных работах, посвященных детонационному горению. Численное моделирование многофронтной детонации, начатое в классических работах [2, 3], успешно воспроизводит основные особенности нестационарной структуры со сталкивающимися поперечными волнами (см., например, [4]), хотя хорошего количественного согласия удается достичь далеко не всегда. Так, размеры детонационных ячеек, полученные в расчётах с различными химическими моделями, могут отличаться в несколько раз друг от друга и от экспериментальных значений [5–8]. Химические механизмы, разработанные для моделирования медленного горения, плохо описывают детонационное горение, при котором достигаются существенно более высокие давления и температуры. Расхождения с экспериментом особенно сильно проявляются при высоких начальных давлениях смеси, когда за ударным фронтом могут нарушаться предположение о термодинамическом равновесии между различными степенями свободы молекул [9, 10]. Утверждается, что использование моделей, учитывающих неравенство поступательно-вращательной и колебательной температур, помогает заметно улучшить согласие с экспериментом [11, 12].

Многофронтная структура ДВ может также зависеть от начальной температуры смеси и, на начальном этапе своего развития, от способа инициирования детонации [7, 8].

Численное моделирование многофронтной структуры обычно выполняется в двухмерной постановке, что объясняется достигаемой при этом экономией вычислительных ресурсов. В то же время хорошо известно, что трёхмерные явления играют существенную роль в процессе распространения детонации. В прямоугольных каналах были экспериментально идентифицированы два типа пространственной структуры многофронтных ДВ: прямоугольный и диагональный [13]. Позже эти режимы были воспроизведены и в численных

экспериментах [14–17]. Однако вопрос об устойчивости этих режимов остается невыясненным и, как следует из упомянутых работ, в зависимости от параметров ДВ финальным типом пространственной структуры может оказаться любой из них. Чтобы определить, какие именно возмущения приводят к образованию многофронтной структуры ДВ, можно попытаться использовать линейную теорию устойчивости ДВ [17–20]. Однако исследования линейной неустойчивости плоских ДВ, несмотря на некоторые успехи в предсказании возмущений, формирующих ячеистую структуру ДВ [17, 20], приводят лишь к выводу о существовании большого количества неустойчивых трёхмерных мод, подтверждая важность трёхмерных эффектов в развитии многофронтной структуры ДВ.

Спиновая детонация, впервые обнаруженная в экспериментах в круглой трубе [21], а позже в каналах квадратного, прямоугольного и треугольного сечения [22], представляет собой существенно трёхмерное явление. Интерес к спиновому режиму распространения вызван тем, что он, как и галопирующая детонация, возникает вблизи предела распространения ДВ – см., например, [23, 24]. Знания о предельных режимах распространения детонации играют важную роль в обеспечении безопасности промышленных объектов, включая угольные шахты, в развитии водородной энергетики и транспортных технологий. Детальный анализ теоретических пределов распространения газовой детонации, основанный на многочисленных экспериментальных работах, представлен в [25].

Поскольку численное моделирование спиновой детонации может быть выполнено только в трёхмерной постановке, неудивительно, что первые такие расчёты [26, 27] появились существенно позже первых работ по численному моделированию многофронтной структуры. Спиновая детонация в квадратных каналах численно моделировалась в [15, 16, 28], где были изучены этапы образования спинового режима с простейшей химической моделью и исследовано влияние параметров модели на режим распространения ДВ. Насколько авторам известно, спиновые режимы в каналах прямоугольного сечения с неравными сторонами численно не моделировались, хотя они наблюдались экспериментально [22].

Целью настоящей работы является изучение режимов распространения детонации в узких прямоугольных каналах и того, какую роль в формировании ячеистой структуры будут играть трёхмерные эффекты. Используется простейшая химическая модель с одной необратимой реакцией [4]. Конечно, от такой модели нельзя ожидать предсказания количественных характеристик многофронтной структуры ДВ для какой-либо конкретной топливной смеси, но на качественном уровне она корректно воспроизводит основные особенности, свойственные детонационному горению, и, как следствие, широко используется в теоретических и численных исследованиях детонации.

## 2. Численный подход

При численном моделировании распространения ДВ решаются уравнения Эйлера, дополненные уравнением, описывающим необратимую одностадийную химическую реакцию. Завершённость реакции определяется значением переменной  $\lambda$  ( $\lambda = 0$  соответствует начальной смеси,  $\lambda = 1$  – продуктам реакции).

Для решения уравнений используется конечно-разностная WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) [29] схема 5-го порядка точности с расщеплением потоков по Лаксу – Фридрихсу. Интегрирование по времени выполнялось явным методом Рунге-Кутты 2-ого порядка. Программа написана на языке программирования Fortran и распараллелена путем разбиения области на блоки, расчёт в каждом из которых выполняется на отдельном процессоре, данные между блоками передаются с помощью библиотеки MPI.

Моделирование проводится в лабораторной системе отсчёта, так что ДВ распространяется по покоящемуся газу. В начальный момент в расчётной области задана плоская волна (решение ЗНД), на которую в тонком слое за ДВ наложено небольшое (равное 1 % от скорости ДВ) длинноволновое возмущение в виде

$$u_y = u_z = \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{L_z}\right),$$

где  $L_y, L_z$  – поперечные размеры канала вдоль осей  $y$  и  $z$ ;  $u_y, u_z$  – соответствующие компоненты скорости.

Для того чтобы волна не покидала расчётную область, периодически проводился сдвиг границ области в направлении движения ДВ. Для удобства и простоты реализации сдвиг осуществляется на величину, равную длине одного блока. В первом блоке задается невозмущённое состояние среды перед ДВ, тогда как необходимые данные из последнего блока перед сдвигом сохраняются на диске. На задней границе накладываются граничные условия (ГУ), соответствующие решению ЗНД далеко за ДВ.

Записанные поля газодинамических величин используются для визуализации течения, в частности они позволяют построить численный аналог получаемых в эксперименте следовых отпечатков фронта ДВ на закопчённой фольге; с этой целью визуализируются максимальные по времени давления  $p_{\max}$ , достигнутые в каждой точке расчётной области.

Скорость ДВ находилась численным дифференцированием положения её фронта в одном из углов канала. За положение фронта принималась точка, в которой значение плотности повышается на 10 % по сравнению со значением перед фронтом. Точные координаты фронта определялись методом линейной интерполяции. Результат дифференцирования был подвержен высокочастотному шуму, связанному с нестационарной природой фронта ДВ и со способом определения зависимости положения ДВ от времени. Фильтрация шума осуществлялась при помощи дискретного преобразования Фурье и отбрасывания высокочастотной части спектра. Граница отсечения высоких частот подбиралась так, чтобы на начальном этапе распространения ДВ, когда её фронт близок к плоскому, зависимость скорости ДВ от времени была как можно ближе к зависимости ДВ от времени, полученной при одномерном численном моделировании ДВ с выделением ударной волны [30] при аналогичных параметрах расчёта.

В данной работе значения параметров одностадийной химической модели выбраны таким образом, чтобы соответствовать слабо неустойчивому случаю распространения ДВ:  $Q = 50$ ,  $E_a = 12.5$  [31]. Здесь  $Q$  и  $E_a$  – безразмерные тепловыделение и энергия активации [4]. Показатель адиабаты  $\gamma = 1.2$ , что является типичным значением для продуктов сгорания. Для исследования выбран случай распространения ДВ в режиме Чепмена – Жуге с числом Маха  $M_{CJ} = 6.216$ . Ниже все расстояния предполагаются отнесёнными к  $L_{1/2}$ , т.е. к расстоянию от фронта волны до точки, где  $\lambda = 1/2$ .

### 3. Результаты

Определение достаточного пространственного разрешения для численного моделирования осуществлялось при помощи серии расчётов распространения ДВ в плоском канале длиной  $L_x = 80$  и высотой  $L_y = 100$ . На рис. 1 изображены получившиеся картины численных следовых отпечатков (поля максимального по времени давления  $p_{\max}$ ) при следующих разрешениях расчётной сетки  $N_x \times N_y$ :  $560 \times 700$ ,  $680 \times 850$  и  $1360 \times 1700$  ячеек. На представленных рисунках хорошо заметно, что во всех случаях образование ячеистой структуры происходит одинаковым образом. На плоском фронте ДВ, заданном решением ЗНД, несмотря на искусственно введённое начальное длинноволновое возмущение, при  $x \sim 150$  появляются коротковолновые возмущения. Во всех рассматриваемых случаях образующаяся ячеистая структура далее не сохраняется и претерпевает изменения, приводящие к образованию более крупных детонационных ячеек.

Отличия в числе ячеек минимальны, как на начальной стадии, так и на более поздней стадии формирования ячеистой структуры этапе и составляют не более  $\sim 1 \div 2$  ячейки для двух крайних случаев пространственного разрешения. В случае меньшего разрешения заметно, что процесс формирования ячеек занимает немного больше времени, а также процесс

перестроения от более мелких к более крупным ячейкам происходит не столь мгновенно, как в случае подробной расчётной сетки. Тем не менее, учитывая минимальные различия в числе предсказываемых детонационных ячеек и существенный выигрыш по времени, дальнейшие численные трёхмерные эксперименты проводились при пространственном разрешении, соответствующем разрешению из случая  $N_x \times N_y = 560 \times 700$  ячеек.

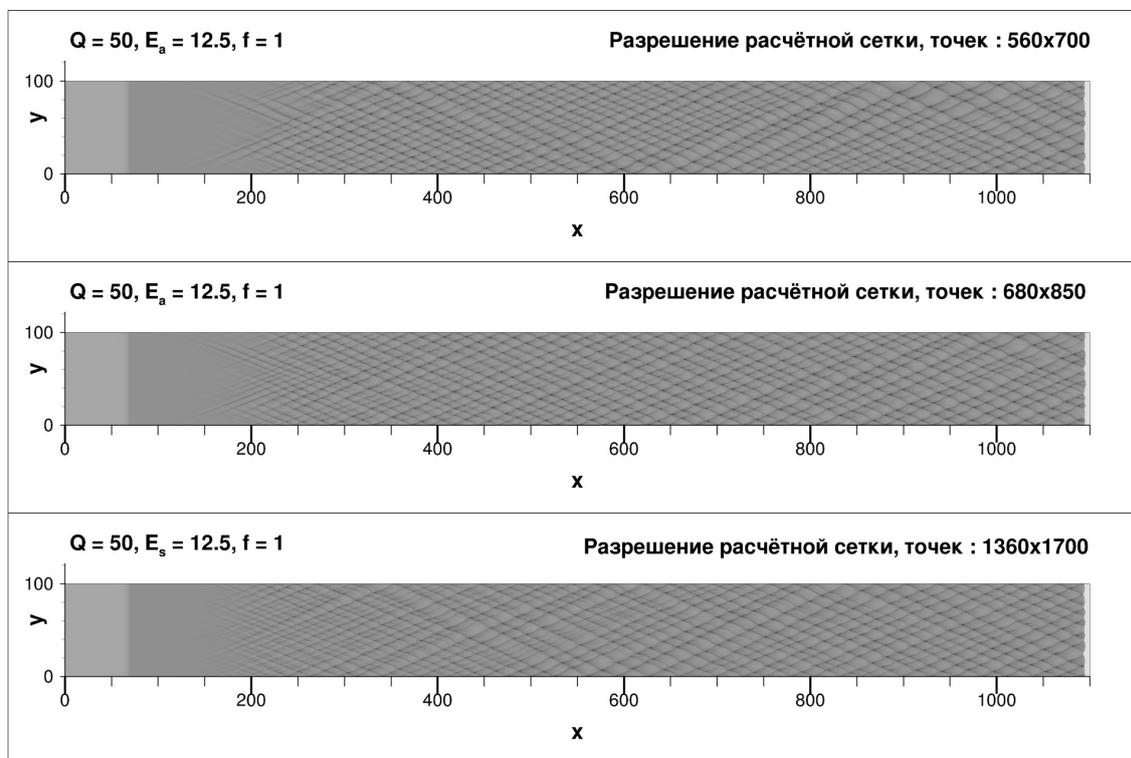


Рис. 1. Развёртка истории максимального давления при различных разрешениях расчётной сетки. Плоский канал (длина  $L_x = 80$ , высота  $L_y = 100$ )

Рассмотрим далее случай распространения ДВ в прямоугольном канале с высотой  $L_y = 5$ , шириной  $L_z = 10$ . Разрешение расчётной сетки составляло  $N_x \times N_y \times N_z = 350 \times 35 \times 70$ . На рис. 2 представлен график зависимости скорости фронта ДВ  $D$  от времени в таком канале. Здесь возможно выделить четыре различных временных интервала. При  $0 < t < 5$  фронт волны остается практически плоским. Далее, в интервале  $5 < t < 50$  на фронте ДВ начинают развиваться и постепенно усиливаться поперечные возмущения, что соответствует уже заметным колебаниям скорости ДВ. Установившиеся колебания примерно повторяющейся формы наблюдаются при  $50 < t < 80$ , затем режим снова меняется и остается таким до конца расчёта.

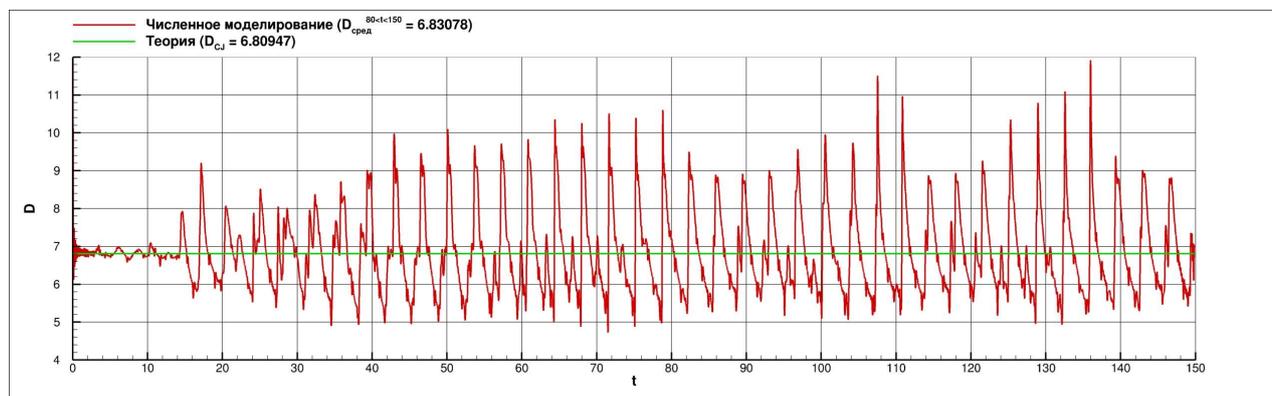


Рис. 2. Изменение скорости ДВ в прямоугольном канале (высота  $L_y = 5$ , ширина  $L_z = 10$ )

Средняя скорость ДВ в интервале  $6 < t < 50$  составляет 6.79, при  $50 < t < 80$  она возрастает до 6.89 и, наконец, при  $80 < t < 150$  слегка уменьшается до 6.83. К концу расчёта амплитуда колебаний равна  $4 \div 7$  при периоде  $T \approx 3.44$ .

Рассмотрим подробнее, что происходит в интервале  $50 < t < 80$ . На рис. 3 (верхняя часть) представлена развёртка следовых отпечатков на всех четырёх стенках канала при  $285 < x < 424$ . Хорошо видны две наклонные, пересекающиеся линии, соответствующие двум одноголовым спинам, занимающим каждый половину канала и вращающимся в противоположных направлениях. Такая картина заметно отличается от обычной картины для одного одноголового спина, когда развёртка отпечатков на стенках канала имеет вид параллельных наклонных линий [15, 16, 26, 27].

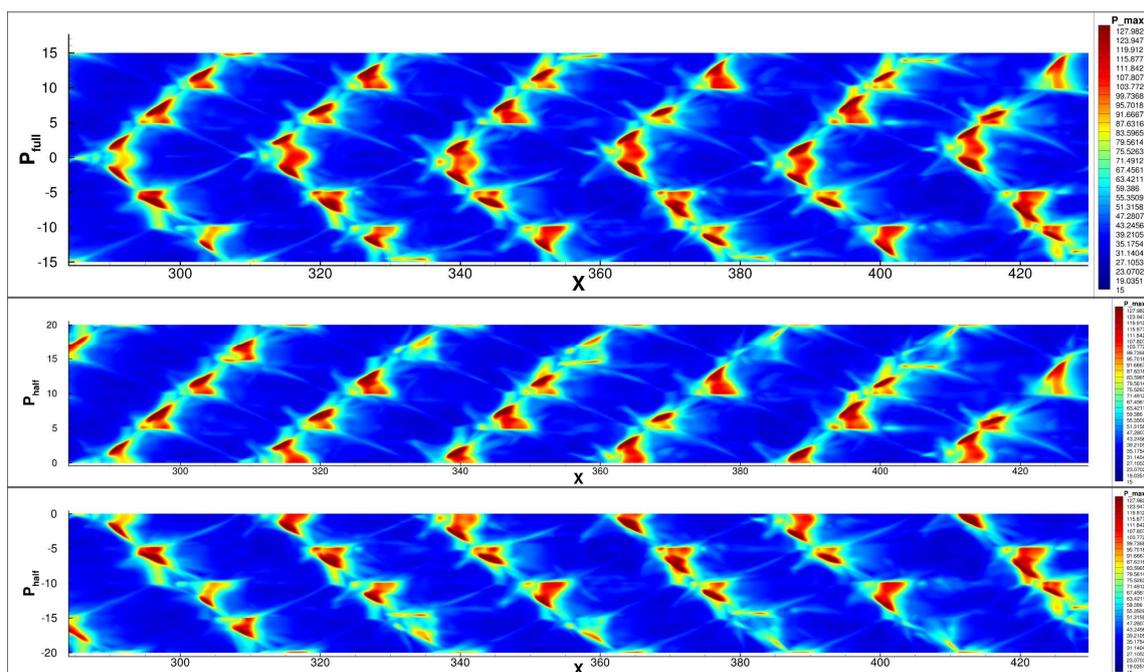


Рис. 3. Развёртка истории максимального давления на стенках канала (верхняя часть, высота  $L_y = 5$ , ширина  $L_z = 10$ ), на стенках виртуальных вложенных каналов (средняя часть и нижняя часть, высота  $L_y = 5$ , ширина  $L_z = 5$ )

В работах [1, 4] описаны режимы двухголового и четырёхголового спина в круглой трубе. Однако, обнаруженный нами режим отличается от двухголового спина. Правильнее рассматривать его как два одноголовых спина, вращающихся в противоположных направлениях и распространяющихся параллельно друг другу в одном канале.

Если разделить прямоугольный канал воображаемой стенкой на два квадратных с сечением  $5 \times 5$  и нарисовать развёртки для этих двух каналов, то получатся изображения, показанные в средней и нижней частях рис. 3. Очевидно, при таком представлении каждый спин выглядит как обычный одноголовый спин ДВ, распространяющейся в квадратном канале.

Рисунок 3 позволяет определить шаги обоих спинов, которые из-за симметричности их распространения совпадают и равны  $P \approx 24.16$ . Эти данные можно использовать для сравнения численного моделирования спиновой детонации с теорией. Согласно акустическая теории Мэнсона – Тейлора – Фэя – Чжу [32, 33], основанной на рассмотрении собственных мод поперечных колебаний продуктов сгорания за фронтом ДВ, шаг спина (pitch) в прямоугольном канале равен

$$P = \frac{2D}{c \cdot \sqrt{n^2/L_y^2 + m^2/L_z^2}} \quad (1)$$

Здесь  $c$  – скорость звука в продуктах реакции;  $n, m$  – номера мод возмущений.

Для рассматриваемого случая прямоугольного канала, используя параметры решения ЗНД, получаем  $P_{n=0,m=1} = 35.89$ ,  $P_{n=1,m=0} = 17.94$  и  $P_{n=1,m=1} = 16.05$ . Учитывая симметричную картину одновременного существования двух одноголовых спинов в канале, можно попробовать оценить шаг спина, как распространяющегося в канале половинного сечения, что дает  $P_{n=0,m=1} = 17.94$ ,  $P_{n=1,m=1} = 12.67$ . Это существенно отличается от случая одноголового спина в квадратном канале, когда теоретическая оценка спина совпадала с численным экспериментом [28]. Несоответствие с теоретической оценкой шага спина, скорее всего, связано с тем, что в акустической теории моды возмущений рассматриваются как независимые, не взаимодействующие друг с другом.

Каркасная структура ДВ, изображенная на рис. 4, представляет собой изоповерхности  $p_{\max}$ . Поверхности, соответствующие двум спинам, закрашены различными цветами. Из рис. 4 также хорошо видно, что два одноголовых спина взаимодействуют вблизи центральной плоскости  $z = L_z/2$ , отражаясь друг от друга, как от стенки.

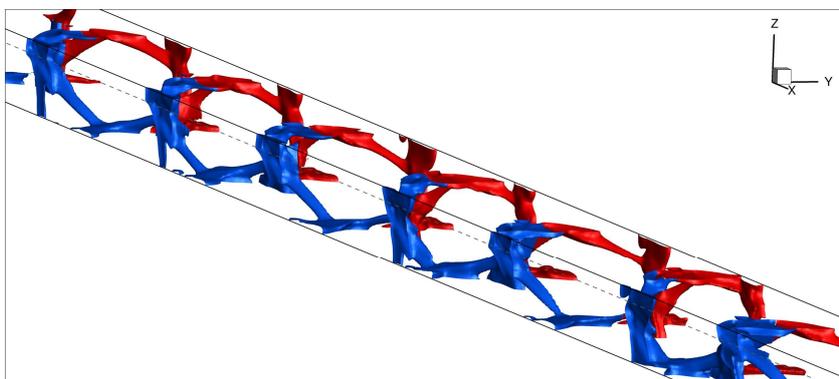


Рис. 4. Изоповерхности максимального давления. Прямоугольный канал (высота  $L_y = 5$ , ширина  $L_z = 10$ )

На рис. 5 изображена серия поперечных срезов поля максимального давления. Здесь чёрными стрелками отмечены направления распространения возмущений в данный момент времени. Хорошо видно возникший набор поперечных возмущений, состоящий из трёх нормальных возмущений, два из которых движутся в фазе в противоположных направлениях, а третье распространяется перпендикулярно им.

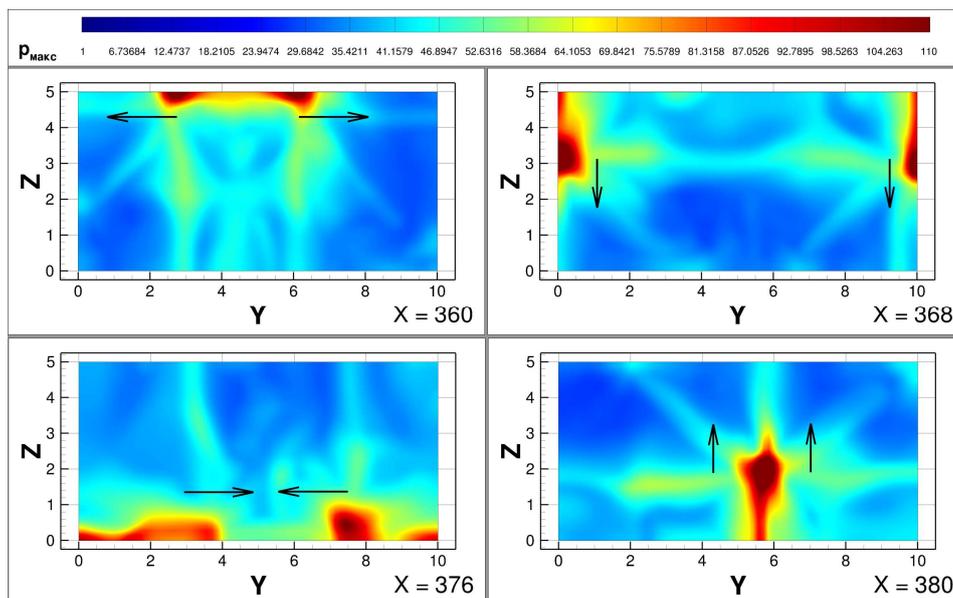


Рис. 5. Серия поперечных срезов. Прямоугольный канал (высота  $L_y = 5$ , ширина  $L_z = 10$ )

Кажется весьма вероятным, что обнаруженный режим может существовать только при хорошо синхронизованном вращении спинов. Небольшие искажения симметрии постепенно накапливаются и в конце концов режим с двумя спинами разрушается. При  $t > 80$  возникает новый режим, который, как показывают визуализации (см. Приложение), является режимом с двумя возмущениями, распространяющимися в направлении стенок канала, перпендикулярно друг другу. Из-за прямоугольной поперечной формы канала возмущения достигают стенок не одновременно.

Таким образом, обнаруженный режим оказывается неустойчивым: он существует только в течение некоторого времени, являясь промежуточной фазой при формировании устойчивого многофронтного режима распространения ДВ в прямоугольном канале.

#### 4. Заключение

В результате трёхмерного численного моделирования процесса распространения детонационной волны в узком прямоугольном канале был обнаружен и изучен необычный режим распространения ДВ, характеризующийся наличием двух одноголовых спинов, распространяющихся параллельно, с противоположным направлением вращения. Данный режим существенно отличается от ранее описанных спиновых конфигураций.

Было установлено, что величина шага спина в выявленном режиме значительно отличается от теоретических предсказаний акустической теории. Это расхождение скорее всего обусловлено взаимодействием нормальных мод возмущений, которые не принимаются во внимание в рамках линейной акустической теории.

Обнаруженный режим, вообще говоря, неустойчив: он существует в течение некоторого времени, пока спины вращаются синхронно. Постепенное накопление нарушений симметрии приводит к его разрушению и трансформации в устойчивый многофронтный режим распространения детонации, характеризующийся присутствием двух поперечных волн, движущихся перпендикулярно стенкам канала.

#### Приложение

Приложение к статье включает два видеофайла. Первый (Xslices\_2spins\_video.mp4) показывает неустойчивый режим распространения ДВ с двумя одноголовыми спинами. Второй (Xslices\_fail2spins\_steady\_regime\_video.mp4) показывает финальный устойчивый режим распространения ДВ без спинов.

#### Благодарности и ссылки на гранты

Авторы выражают благодарность А. А. Васильеву (ИГиЛ СО РАН) за полезные обсуждения явления спиновой детонации.

Работы по разработке вычислительного кода выполнены в рамках государственного задания ИТПМ СО РАН (проект № 125021702401-7). Численные исследования детонации проводились в рамках проекта РНФ 25-79-30031. Расчёты выполнены на вычислительном сервере ЦКП «Механика».

#### Литература

1. Войцеховский Б. В., Митрофанов Б. В., Топчиян М. Е. Структура фронта детонации в газах. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1963. 168 с.
2. Taki S., Fujiwara T. Numerical analysis of two-dimensional nonsteady detonations // AIAA J. 1978. Vol. 16. No. 1. Pp. 73–77. <https://doi.org/10.2514/3.60859>
3. Марков В. В. Численное моделирование образования структуры детонационной волны // Докл. АН СССР. 1981. Т. 258, № 2. С. 314–317.
4. Lee J.H.S. The Detonation Phenomenon. Cambridge, UK, et al.: Cambridge Univ. Press, 2008. 388 p.

5. Shimizu H., Tsuboi N., Hayashi A. K. Study of detailed chemical reaction model on hydrogen air detonation. AIAA Paper 2001-0478. 2001. <https://doi.org/10.2514/6.2001-478>
6. Борисов С. П., Кудрявцев А. Н., Шершнёв А. А. Сравнение детальных химических моделей горения водорода при численном моделировании детонации // Физика горения и взрыва. 2021. Т. 57, № 3. С. 18–33. <https://doi.org/10.15372/FGV20210302>
7. Nikitin V. F., Mikhilchenko E. V., Stamov L. I., Tyurenkova V. V., Smirnov N. N. Evolution of the cellular structure of detonation waves under the condition of non-uniform initiation // Acta Astronaut. 2023. Vol. 213. Pp. 156–167.
8. Smirnov N. N., Nikitin V. F., Mikhilchenko E. V., Stamov L. I., Tyurenkova V. V. Modelling cellular structure of detonation waves in hydrogen-air mixtures // Int. J. Hydrogen Energy. 2024. Vol. 49. Pp. 495–509.
9. Taylor B. D., Kessler D. A., Gamezo V. N., Oran E. S. Numerical simulations of hydrogen detonations with detailed chemical kinetics // Proc. Comb. Inst. 2013. Vol. 34. Pp. 2009–2016. <http://doi.org/10.1016/j.proci.2012.05.045>
10. Lu X., Kaplan C. R., Oran E. S. A chemical-diffusive model for simulating detonative combustion with constrained detonation cell sizes // Combust. Flame. 2021. Vol. 230. 111417. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2021.111417>
11. Voelkel S., Masselot D., Varghese Ph. L., Raman V. Analysis of hydrogen-air detonation waves with vibrational nonequilibrium // AIP Conf. Proc. 2016. Vol. 1786. 070015. <https://doi.org/10.1063/1.4967591>
12. Shi L., Shen H. Zhang P., Zhang D., Wen C. Assessment of vibrational non-equilibrium effect on detonation cell size // Comb. Sci. Tech. 2017. Vol. 189, No. 5. Pp. 841–853. <https://doi.org/10.1080/00102202.2016.1260561>
13. Hanana M., Lefebvre M.H., van Tiggelen P. J. Pressure profiles in detonation cells with rectangular and diagonal structures // Shock Waves. 2001. Vol. 11, No. 2. Pp. 77–88. <https://doi.org/10.1007/PL00004068>
14. Deledicque V., Papalexandris M. V. Computational study of three-dimensional gaseous detonation structures // Comb. Flame. 2006. Vol. 144, No. 4. Pp. 821–837. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2005.09.009>
15. Dou H. S., Tsai H. M., Khoo B. C., Qiu J. Simulations of detonation wave propagation in rectangular ducts using a three-dimensional WENO scheme // Comb. Flame 2008. Vol. 154. Pp. 644–659. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2008.06.013>
16. Wang C., Shu C.W., Han W., Ning J. High resolution WENO simulation of 3D detonation waves // Comb. Flame 2013. Vol. 160, No. 2. Pp. 447–462. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2012.10.002>
17. Borisov S. P., Kudryavtsev A. N. Investigation of cellular detonation structure formation via linear stability theory and 2D and 3D numerical simulations // AIP Conf. Proc. 2017. Vol. 1893, 030042. <https://doi.org/10.1063/1.5007500>
18. Stewart D. S., Kasimov A. R. State of detonation stability theory and its application to propulsion // J. Propul. Power. 2006. Vol. 22, No. 6. Pp. 1230–1244. <https://doi.org/10.2514/1.21586>
19. Kabanov D. I., Kasimov A. R. Linear stability analysis of detonations via numerical computation and dynamic mode decomposition // Phys. Fluids. 2018. Vol. 30, 036103. <https://doi.org/10.1063/1.5020558>
20. Кудрявцев А. Н., Борисов С. П. Устойчивость детонационных волн, распространяющихся в плоских и прямоугольных каналах // Физика горения и взрыва. 2020. Т. 56, № 1. С. 105–113. <https://doi.org/10.15372/FGV20200111>
21. Campbell C., Woodhead D. W. The ignition of gases by an explosion wave. Part I. Carbon monoxide and hydrogen mixtures // Journal of the Chemical Society (Resumed). 1926. Vol. 129. Pp. 3010–3021. <https://doi.org/10.1039/JR92629030>

22. Bone W. A., Fraser R. P., Wheeler W. H. A photographic investigation of flame movements in gaseous explosions. Part VIII. The phenomenon of spin in detonation // *Philos. Trans. R. Soc. London A*. 1935. Vol. 235. Pp. 29–68. <https://doi.org/10.1098/rsta.1935.0015>
23. Ульяницкий В. Ю. Экспериментальное исследование объемной структуры спиновой детонации // *Физика горения и взрыва*. 1980. Т. 16, № 1. С. 105–111.
24. Ульяницкий В. Ю. Исследование галопирующего режима газовой детонации // *Физика горения и взрыва*. 1981. Т. 17, № 1. С. 118–124.
25. Vasiliev A. A. The limits of stationary propagation of gaseous detonation // *Dynamic Structure of Detonation in Gaseous and Dispersed Media. Fluid Mechanics and Its Applications*. Vol. 5. Borissov A.A. (eds). Dordrecht et al.: Kluwer. 1991. Pp. 27–49. [https://doi.org/10.1007/978-94-011-3548-1\\_2](https://doi.org/10.1007/978-94-011-3548-1_2)
26. Tsuboi N., Eto K., Hayashi A.K. Three-dimensional numerical simulation of H<sub>2</sub>/air detonation in a circular tube: structure of spinning mode // *20<sup>th</sup> International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems*. 2005. № 71. [https://doi.org/10.1016/S1540-7489\(02\)80339-X](https://doi.org/10.1016/S1540-7489(02)80339-X)
27. Tsuboi N., Eto K., Hayashi A. K. Detailed structure of spinning detonation in a circular tube // *Comb. Flame*. 2007. Vol. 149. Pp. 144–161. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2006.12.004>
28. Борисов С. П., Кудрявцев А. Н. Борисов С. П. Численное моделирование формирования режима спиновой детонации в квадратном канале // *Физика горения и взрыва*. 2025. Т. 61, № 4. С. 66–78. <https://doi.org/10.15372/FGV2024.9460>
29. Jiang G.-S., Shu C.-W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // *J. Comp. Phys*. 1996. Vol. 126. Pp. 202–228. <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0130>
30. Borisov S. P., Kudryavtsev A. N. Linear and nonlinear effects in detonation wave structure formation // *J. Phys. Conf. Series* 722(1) 2016. 012022. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/722/1/012022>
31. Lee H. I., Stewart. D. S. Calculation of linear detonation instability: One-dimensional instability of plane detonation // *J. Fluid Mech*. 1990 Vol. 212. Pp. 103–132. <https://doi.org/10.1017/S0022112090000362>
32. Fay J. A. A mechanical theory of spinning detonation // *J. Chem. Phys*. 1952. Vol. 20. Pp. 942–950.
33. Chu B.-T. Vibration of the gaseous column behind a strong detonation wave // *Proc. of Gas Dynamics Symp. on Aerothermochemistry* (Evanston, IL, USA, 25August 22–24, 1955). 1956. Ed. by D.K. Fleming. Northwestern Univ., Evanston. USA.

## References

1. Voitsekhovskii B. V., Mitrofanov B. V., Topchiyan M. E., *Structure of the detonation front in gases*, Pub. house of the Siberian Branch of the USSR Academy of Sciences, Novosibirsk, 1963, 168 p. [in Russian].
2. Taki S., Fujiwara T., Numerical analysis of two-dimensional nonsteady detonations, *AIAA J.*, 1978, vol. 16, no. 1, pp. 73–77. <https://doi.org/10.2514/3.60859>
3. Markov V. V., Numerical simulation of detonation wave structure formation, *Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 1981, vol. 258, no. 2, pp. 314–317 [in Russian].
4. Lee J.H.S., *The Detonation Phenomenon*, Cambridge, UK, et al.: Cambridge Univ. Press, 2008. 388 p.
5. Shimizu H., Tsuboi N., Hayashi A. K., Study of Detailed Chemical Reaction Model on Hydrogen Air detonation, *AIAA Paper* 2001-0478. <https://doi.org/10.2514/6.2001-478>
6. Borisov S. P., Kudryavtsev A. N., Shershnev A. A., Comparison of detailed chemical models of hydrogen combustion in numerical simulations of detonation, *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2021, vol. 57, no. 3, pp. 270–284. <https://doi.org/10.1134/S0010508221030023>
7. Nikitin V. F., Mikhilchenko E. V., Stamov L. I., Tyurenkova V. V., Smirnov N. N., Evolution of the cellular structure of detonation waves under the condition of non-uniform initiation, *Acta Astronaut.*, 2023, vol. 213, pp. 156–167. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2023.08.036>

8. Smirnov N. N., Nikitin V. F., Mikhalechenko E. V., Stamov L. I., Tyurenkova V. V., Modelling cellular structure of detonation waves in hydrogen-air mixtures, *Int. J. Hydrogen Energy*, 2024, vol. 49, pp. 495–509. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2023.08.184>
9. Taylor B. D., Kessler D. A., Gamezo V. N., Oran E. S., Numerical simulations of hydrogen detonations with detailed chemical kinetics, *Proc. Comb. Inst.*, 2013, vol. 34, pp. 2009–2016. <http://doi.org/10.1016/j.proci.2012.05.045>
10. Lu X., Kaplan C. R., Oran E. S., A chemical-diffusive model for simulating detonative combustion with constrained detonation cell sizes, *Combust. Flame*, 2021, vol. 230. 111417. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2021.111417>
11. Voelkel S., Masselot D., Varghese Ph. L., Raman V., Analysis of hydrogen-air detonation waves with vibrational nonequilibrium, *AIP Conf. Proc.*, 2016, vol. 1786. 070015. <https://doi.org/10.1063/1.4967591>
12. Shi L., Shen H. Zhang P., Zhang D., Wen C., Assessment of vibrational non-equilibrium effect on detonation cell size, *Comb. Sci. Tech.*, 2017, vol. 189, no. 5, pp. 841–853. <https://doi.org/10.1080/00102202.2016.1260561>
13. Hanana M., Lefebvre M. H., van Tiggelen P. J., Pressure profiles in detonation cells with rectangular and diagonal structures, *Shock Waves*, 2001, vol. 11, no. 2, pp. 77–88. <https://doi.org/10.1007/PL00004068>
14. Deledicque V., Papalexandris M. V., Computational study of three-dimensional gaseous detonation structures, *Combustion and Flame*, 2006, vol.144, no.4, pp. 821–837. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2005.09.009>
15. Dou H. S., Tsai H. M., Khoo B. C., Qiu J., Simulations of detonation wave propagation in rectangular ducts using a three-dimensional WENO scheme, *Combustion and Flame*, 2008, vol.154, pp. 644–659. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2008.06.013>
16. Wang C., Shu C. W., Han W., Ning J., High resolution WENO simulation of 3D detonation waves, *Combustion and Flame*, 2013, vol. 160, no. 2, pp. 447–462. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2012.10.002>
17. Borisov S. P., Kudryavtsev A. N., Investigation of cellular detonation structure formation via linear stability theory and 2D and 3D numerical simulations, *AIP Conf. Proc.*, 2017, vol. 1893, 030042. <https://doi.org/10.1063/1.5007500>
18. Stewart D. S., Kasimov A. R., State of detonation stability theory and its application to propulsion, *J. Propul. Power*, 2006, vol. 22, no. 6, pp. 1230–1244. <https://doi.org/10.2514/1.21586>
19. Kabanov D. I., Kasimov A. R., Linear stability analysis of detonations via numerical computation and dynamic mode decomposition, *Phys. Fluids*, 2018, vol. 30, 036103. <https://doi.org/10.1063/1.5020558>
20. Kudryavtsev A. N., Borisov S. P., Stability of Detonation Waves Propagating in Plane and Rectangular Channels, *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2020, vol. 56, no. 1, pp. 105–113. <https://doi.org/10.15372/FGV20200111>
21. Campbell C., Woodhead D. W., The ignition of gases by an explosion wave. Part I. Carbon monoxide and hydrogen mixtures, *Journal of the Chemical Society (Resumed)*, 1926, vol. 129, pp. 3010–3021. <https://doi.org/10.1039/JR92629030>
22. Bone W. A., Fraser R. P., Wheeler W. H., A photographic investigation of flame movements in gaseous explosions. Part VIII. The phenomenon of spin in detonation, *Philos. Trans. R. Soc. London A*, 1935, vol. 235, pp. 29–68. <https://doi.org/10.1098/rsta.1935.0015>
23. Ulyanitskii V. Yu., Experimental study of the volumetric structure of spin detonation, *Combustion, Explosion, and Shock*, 1980, vol. 16, no. 1, pp. 105–111.
24. Ulyanitskii V. Yu., Study of the galloping mode of gas detonation, *Combustion, Explosion, and Shock*, 1981, vol. 17, no. 1, pp. 118–124.

25. Vasiliev A. A., *Dynamic Structure of Detonation in Gaseous and Dispersed Media*, Dordrecht et al.: Kluwer, 1991, pp. 27–49. [https://doi.org/10.1007/978-94-011-3548-1\\_2](https://doi.org/10.1007/978-94-011-3548-1_2)
26. Tsuboi N., Eto K., Hayashi A. K., Three-dimensional numerical simulation of H<sub>2</sub>/air detonation in a circular tube: structure of spinning mode, *20th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems*, 2005, no. 71. [https://doi.org/10.1016/S1540-7489\(02\)80339-X](https://doi.org/10.1016/S1540-7489(02)80339-X)
27. Tsuboi N., Eto K., Hayashi A. K., Detailed structure of spinning detonation in a circular tube, *Combustion and Flame*, 2007, vol. 149, pp. 144–161. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2006.12.004>
28. Borisov S. P., Kudryavtsev A. N., Numerical simulation of the formation of a spin detonation mode in a square channel, *Combustion, Explosion, and Shock*, 2025, vol. 61, no. 4, pp. 66–78. <https://doi.org/10.15372/FGV2024.9460>
29. Jiang G.-S., Shu C.-W., Efficient implementation of Weighted ENO schemes, *Journal of Computational Physics*, 1996, vol.126, pp. 202–228.
30. Borisov S. P., Kudryavtsev A. N., Linear and nonlinear effects in detonation wave structure formation, *J. Phys. Conf. Series*, 2016, vol. 722, 012022. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/722/1/012022>
31. Lee H. I., Stewart D. S., Calculation of linear detonation instability: One-dimensional instability of plane detonation, *J. Fluid Mech.*, 1990, vol. 212, pp. 103–132. DOI: 10.1017/S0022112090000362
32. Fay J. A., A mechanical theory of spinning detonation, *Journal of Chemical Physics*, 1952, vol. 20, pp. 942–950.
33. Chu B.-T., Vibration of the gaseous column behind a strong detonation wave, *Proc. of Gas Dynamics Symp. on Aerothermochemistry*, Evanston, USA, 1956.

Статья поступила в редакцию 21 июля 2025 г.