

# Calculation of Sphere-Cone Heat Transfer in High-Speed Flow with Commercial Software

Vlada Batygina

*Moscow Institute of Thermal Technology (MITT)*

*Moscow, 127273, Russia*

*Ishlinskyi Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS),*

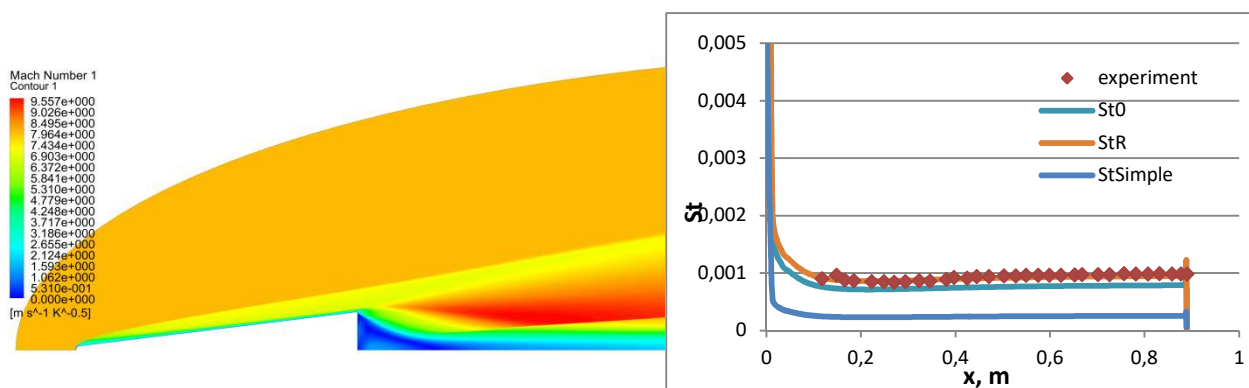
*Moscow, 119526, Russia*

*vladabatigi@yandex.ru*

## Abstract

The most common turbulence models and the validation results brief overview is given. Calculation results of the high-speed flow around blunted cone are presented. Heat fluxes on sphere-cone surface are obtained with three commercial soft and compared with experimental data. Tasks statements in software systems are as close as possible to each other. The influence of the turbulence presence on the surface heat flux value is shown.

Keywords: CFX, Fluent, FloEFD, supersonic flow, sphere-cone, validation.



Mach number for blunted cone calculated with Fluent (from the left). Stanton number, comparison of numerical results calculated with Fluent and experimental data (from the right)

УДК 533.6:001.891.573

# Расчёт нагрева поверхности затупленного конуса в высокоскоростном потоке при помощи коммерческих кодов

**В. К. Батыгина**

*АО «Корпорация «Московский институт теплотехники»  
Россия, Москва, 127273, Берёзовая аллея, 10  
ИПМех им. А. Ю. Ишлинского РАН  
Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, д. 101-1  
vladabatigi@yandex.ru*

## Аннотация

Приведён краткий обзор наиболее распространённых моделей турбулентности и имеющиеся для них результаты валидации. Произведён расчёт обтекания затупленного по сфере конуса высокоскоростным потоком с помощью различных коммерческих кодов. Постановки задач в программных комплексах максимально приближены друг к другу. Проведено сравнение значений плотности теплового потока на поверхности конуса, полученных численно, с экспериментальными данными. Показано влияние наличия турбулентности в расчёте на величину поверхностной плотности теплового потока.

Ключевые слова: CFX, Fluent, FloEFD, сверхзвуковой поток, затупленный конус, валидация

## 1. Введение

При разработке высокоскоростных летательных аппаратов корректное определение тепловых потоков, действующих при полёте в атмосфере, является ключевой задачей.

Целью данной работы является сравнение тепловых нагрузок на высокоскоростной летательный аппарат, полученных численно в разных программных комплексах с одними и теми же параметрами набегающего потока, а также сравнение полученных данных с экспериментальными.

## 2. Обзор

Для валидации одно- и двухпараметрических моделей турбулентности используется ряд экспериментов высокоскоростного ( $M \geq 5$ ) обтекания различных геометрий. Так, в работе [1] рассмотрены следующие варианты геометрии: внутренний тупой угол, цилиндр с юбкой, заострённый конус, столкновение ударной волны с турбулентным пограничным слоем на плоской пластине, столкновение ударной волны с пограничным слоем на цилиндрической поверхности. Для некоторых моделей турбулентности приведены результаты валидации на этих экспериментальных данных.

Модель Спаларта – Алмараса [2, 3] нечувствительна к расстоянию  $y^+$  для высокоскоростных потоков. Хорошо работает для присоединённых потоков. Величина  $y^+$  должна быть  $\leq 1$  для достаточной точности решения, хотя модель и устойчива при больших  $y^+$ . При расчёте обтекания внутреннего угла  $142^\circ$  с помощью этой модели был занижен размер зоны отрыва потока, таким образом максимум давления возникал раньше, чем в эксперименте [4, 5, 6]. Давление и тепловой поток в целом по области были рассчитаны с приемлемой точностью, но максимум теплового потока, действующего на поверхность, завышен в 2 раза, а в некоторых точках зоны взаимодействия ударных волн и в 5 раз.

При расчёте обтекания цилиндра с юбкой [7] для углов раствора  $20^\circ$  и  $30^\circ$  модель показала хорошую точность, для  $35^\circ$  плохое совпадение получилось для давления и возрастания теплового потока на входе. Хорошо были рассчитаны тепловые потоки на поверхности, даже в зоне взаимодействия.

Модель Голдберга [8, 9] была создана для достоверного расчёта высокоскоростного течения внутри тупого угла. Экспериментальных подтверждений её работоспособности особо нет, кроме случая с углом  $142^\circ$ , где было показано, что она хорошо считает давление и даёт довольно хорошие оценки для нагрева стенки.

Модель Менгера [10] является однопараметрической моделью турбулентности, используется уравнение для турбулентной вязкости. Для расчёта внутри угла  $142^\circ$  занижен размер зоны отрыва, таким образом получается более ранний максимум давления. Существенно завышен максимум тепловой нагрузки в зоне взаимодействия – примерно в 4 раза.

Семейство моделей  $k-\varepsilon$  хорошо работает для свободных сдвиговых течений. Для течений вблизи стенок работает хуже, чем  $k-\omega$ , особенно при больших градиентах давления. Есть модификации  $k-\varepsilon$  для хорошего вычисления максимальной кинетической энергии в каналах и на плоских пластинах. Есть для потоков с нулевым градиентом давления при высоких скоростях.  $k-\varepsilon$  модели прошли обширную валидацию на экспериментальных данных высокоскоростных потоков.

Так, базовая  $k-\varepsilon$  модель Джонса – Лаундера [11] хорошо считает давление на тупых углах, кроме участка плато постоянного давления на уклоне, где завышает его на 20 %. Тепловой поток при этом сильно завышен — на порядок и более.

Есть сравнение с экспериментом по обтеканию цилиндра с конической юбкой — для угла раствора юбки  $20^\circ$  (почти присоединённый поток) хорошо рассчитано давление на поверхности и приемлемо — тепловые потоки, погрешность составляет примерно 30 %. Для угла  $35^\circ$  наблюдается отрыв потока, давление на поверхности хорошо совпадает с экспериментом, а тепловой поток завышен на порядок и больше, размер отрывной зоны занижен на 50 %.

При расчёте обтекания заострённого двойного конуса [12] сильно занижается размер зоны отрыва. Отражён имеющийся в экспериментальных данных второй максимум давления в окрестности плато постоянного давления. Максимум теплового потока завышен примерно в 2 раза, но получено хорошее совпадение теплового потока в зоне восстановления после зоны взаимодействия ударных волн.

В случае взаимодействия ударной волны с пограничным слоем на цилиндрической поверхности [13, 14, 15] (угол наклона отражателя –  $15^\circ$ ) модель не способна рассчитать то количество отрывов потока, которые есть в эксперименте, также занижен размер зоны отрыва. Пиковые давления завышены на 25 %, повышение давления выше по потоку не отражено вообще. В зоне восстановления нормально рассчитано давление на поверхности, а нагрев поверхности в зоне взаимодействия завышен минимум в 2 раза, тепловой поток в зоне восстановления занижен на 30%.

При взаимодействии ударной волны с пограничным слоем на пластине [16, 17, 18] для угла наклона отражателя  $10^\circ$  давление на поверхности посчитано хорошо. Только в зоне взаимодействия погрешность численного решения превосходит погрешность измерений. Слегка смещена точка отрыва вверх по потоку, что следует из графика возрастания давления на поверхности. Тепловой поток завышен на 60 % в зоне взаимодействия, но получено хорошее совпадение в зоне восстановления вниз по потоку после взаимодействия.

Модификация Роди  $k-\varepsilon$  модели [19] представляет собой двухслойную низкорейнольдсовскую модель, где на внешнем слое для вычисления  $\varepsilon$  используется стандартное дифференциальное уравнение, а на внутреннем – аналитическое выражение. На тупом угле она считает давление с точностью 10 %, точно считает тепловые потоки за исключением зоны взаимодействия ударных волн — там в 2 раза больше, чем в эксперименте.

Для цилиндра с углом раствора юбки  $20^\circ$  хорошо рассчитано давление на поверхности, получено отличное совпадение теплового потока везде, кроме зоны восстановления, где он

занижен на 25 %. Для угла  $35^\circ$  давление на поверхности хорошо совпадает, тепловой поток занижен в 2 раза. Размер отрывной зоны занижен на 50 %.

Для заострённого двойного конуса хорошо посчитано давление на поверхности в зоне взаимодействия и начало отрыва, которое возникает немного ниже по потоку, чем в эксперименте. В численном решении отражён второй максимум давления в окрестности плато ниже по потоку. И максимум давления, и давление в зоне восстановления занижено на 50 %.

При расчёте взаимодействия ударной волны с пограничным слоем на цилиндрической поверхности эта модель, как и базовая, не отражает то количество отрывов потока, которое есть в эксперименте с углом наклона отражателя  $15^\circ$ , так же занижает размер зоны отрыва, завышает пиковые давления на 25 %, не отражает повышения давления на входе. В зоне восстановления нормально считается давление на поверхности. Нагрев поверхности в зоне взаимодействия завышен на 50 %, тепловой поток в зоне восстановления занижен на 50 %.

При расчёте взаимодействия ударной волны с пограничным слоем на пластине при угле наклона отражателя  $10^\circ$  давление на поверхности посчитано хорошо, слегка смещена точка отрыва вверх по потоку. Хорошо рассчитан нагрев поверхности в зоне взаимодействия, но занижен в зоне восстановления вплоть до 20 %.

Модификация  $k-\varepsilon$  модели Лаундера и Шарма [20] считается стандартной  $k-\varepsilon$  моделью. Для внутреннего обтекания угла  $165^\circ$  с её помощью достаточно точно рассчитывается давление на поверхности, в зоне взаимодействия немного ниже, чем нужно. Тепловые потоки завышены на 25 % в зоне взаимодействия. При угле  $146^\circ$  завышено давление в зоне взаимодействия и существенно занижен размер зоны отрыва, сильно завышен тепловой поток в зоне взаимодействия – минимум в 3 раза.

При расчёте обтекания цилиндра с углом раствора юбки  $20^\circ$  хорошо совпадает давление. Тепловой поток в 2 раза больше экспериментального. Для угла  $35^\circ$  адекватно посчитано давление на поверхности, но занижен размер отрывной зоны на 60 %. Максимум теплового потока отличается по значению в несколько раз и расположен раньше, чем в эксперименте.

При взаимодействии ударной волны и пограничного слоя на цилиндрической поверхности для угла наклона отражателя  $7.5^\circ$  хорошо совпадает размер зоны взаимодействия и давление на поверхности, однако завышено пиковое значение теплового потока на 35 %. Для угла  $15^\circ$  ширина зоны взаимодействия занижена, начальное возрастание давления в окрестности отрывной зоны в численном решении не отражено. Максимальный тепловой поток выше экспериментального более чем в 2 раза. Точно рассчитано давление на стенке в зоне восстановления, но на 50 % в этой области занижен тепловой поток.

Есть две разновидности  $k-\varepsilon$  модели — Со [21, 22] и Хуана – Кокли [23], основанные на модификации пристеночных значений  $\varepsilon$  по данным прямого численного моделирования. Сравнение расчётов с помощью этих моделей с экспериментом по обтеканию цилиндра с юбкой  $35^\circ$  показало, что они нормально считают давление, занижают размер зоны отрыва на 20 % и завышают максимальный тепловой поток в 2.5 раза. Также обе этих модели хорошо считают давление на поверхности при внутреннем обтекании угла  $146^\circ$ .

Модель  $k-\omega$  Вилкокса [24] была создана для течений, ограниченных стенками, особенно с большими градиентами давления. Рекомендуется к использованию, когда  $y^+ \ll 1$ . В базовой  $k-\omega$  модели главная проблема – чувствительность к величине  $\omega$  в невозмущённом потоке. Есть модификация  $k-\omega$  модели [25] для более точного расчёта невозмущённых сдвиговых течений, но некоторые эффекты чувствительности всё равно остаются. Для обтекания угла  $165^\circ$  с помощью этой модели хорошо рассчитано давление на поверхности, в зоне взаимодействия чуть ниже экспериментального. Тепловой поток завышен на 50 % и в зоне взаимодействия, и на плато на уклоне. Для угла  $146^\circ$  завышено давление в зоне взаимодействия ударных волн и существенно занижен размер зоны отрыва. Сильно завышен тепловой поток и в зоне взаимодействия, и на плато на уклоне. Для угла  $142^\circ$  низкорейнольдсовская модификация модели Вилкокса [24] показывает неплохое совпадение давления, но занижает размер зоны отрыва.

Для цилиндра с юбкой  $20^\circ$  хорошо посчитано давление, тепловой поток в 2 раза больше экспериментального. Для угла раствора юбки  $35^\circ$  адекватно посчитано давление на поверхности, но занижен размер отрывной зоны на 60 %. Максимум теплового потока расположен раньше, чем в экспериментальных данных и отличается по значению в несколько раз.

При взаимодействии ударной волны и пограничного слоя на цилиндрической поверхности для угла наклона отражателя  $7.5^\circ$  наблюдается хорошее совпадение с экспериментом размера зоны взаимодействия и давления на поверхности, однако завышено пиковое значение теплового потока на 35 %. Для угла наклона  $15^\circ$  ширина зоны взаимодействия занижена, начальное возрастание давления в окрестности отрывной зоны не отражено, пиковое значение давления завышено на 30 %. Максимальный тепловой поток завышен на 60 %, также все параметры в зоне восстановления завышены как минимум в 2 раза.

При взаимодействии ударной волны и пограничного слоя на пластине для углов наклона отражателя  $6^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $14^\circ$  хорошо посчитано давление на поверхности. Пиковый тепловой поток завышен в зоне взаимодействия примерно в 2 раза, в зоне восстановления достаточно точный.

Модель SST [26] основана на совмещении моделей  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$ . В сдвиговых слоях и невозмущённом потоке используется модель  $k-\varepsilon$ , а около стенок –  $k-\omega$ . Это позволяет избежать чувствительности к параметрам в невозмущённом потоке, которая свойственна  $k-\omega$ . Модифицировано вычисление турбулентной вязкости, что улучшает модель в плане расчёта потоков с большими градиентами давления. Экспериментально подтверждены хорошие результаты для широкого диапазона потоков. Для внутреннего обтекания угла  $142^\circ$  неплохо посчитано давление, но занижен размер зоны отрыва.

При расчёте обтекания цилиндра с юбкой для углов раствора  $20^\circ$  и  $30^\circ$  данная модель, как и модель Спаларта – Алмараса, показала хорошую точность, для  $35^\circ$  плохое совпадение получилось для давления и возрастания теплового потока на входе. Хорошо были рассчитаны тепловые потоки на поверхности, даже в зоне взаимодействия.

Расчёт при помощи модели  $k-l$  [27, 28] даёт точные профили скорости на плоских пластинах, где дают неверные результаты  $k-\varepsilon$  модели. Есть сравнение расчётов при помощи этой модели с экспериментом по взаимодействию ударной волны с пограничным слоем на пластине. Для углов наклона отражателя  $5^\circ$  и  $10^\circ$  хорошо посчитано давление на поверхности с небольшим занижением протяжённости возрастания давления в начале. Тепловой поток в пределах зоны взаимодействия завышен на 30 %.

В модели  $k-\zeta$  [29, 30] второй параметр – дисперсия завихренности. Обладает хорошей точностью в широком диапазоне потоков. Но в ней нельзя учесть демпфирование и использовать пристеночные функции. При расчёте внутреннего обтекания тупого угла замечена чувствительность модели к сетке, но результатов подобного исследования нигде не приведено. Для угла  $165^\circ$  обнаружено хорошее совпадение всех параметров с экспериментом, но для  $146^\circ$  и  $142^\circ$  завышено значение первого скачка давления и до 5 раз завышен нагрев в зоне взаимодействия. Для всех трёх углов хорошо считается давление и нагрев в зоне восстановления.

При взаимодействии ударной волны с пограничным слоем на пластине для углов наклона отражателя  $10^\circ$  и  $14^\circ$  модель  $k-\zeta$  даёт хорошее совпадение для давления на поверхности. Тепловой поток завышен в зоне взаимодействия и восстановления, пиковое значение теплового потока – в 2 раза.

Модель  $q-\omega$  [31], где  $q = k^{1/2}$ , является наиболее робастной из двухпараметрических моделей, обладает высокой устойчивостью. Для обтекания угла  $146^\circ$  завышено давление в зоне взаимодействия и существенно занижен размер зоны отрыва. Сильно завышен тепловой поток в зоне взаимодействия — как минимум в 3 раза.

При расчёте обтекания цилиндра с углом раствора юбки  $35^\circ$  адекватно посчитано давление на поверхности, но занижен размер отрывной зоны на 60 %. Максимум теплового потока отличается по значению в несколько раз и расположен раньше, чем в эксперименте.

В работе [32] проведено сравнение экспериментальных данных, описанных в работах [33], [34] и [35], и численных результатов с применением моделей турбулентности Себеси – Смита и Болдуина – Ломакса. Рассмотрено три варианта геометрии затупленных конусов и различные параметры набегающего потока. В данной работе будет рассматриваться эксперимент [35], соответствующий случаю 3, а в [32]. Параметры течения для этого случая приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры течения

$M_\infty$	8
$p_\infty$	572 Па
$T_\infty$	54 К
$T_w$	300 К

В эксперименте использовались турбулизаторы на стыке сферической и конической поверхностей, чтобы вдоль конуса получить полностью турбулентный поток. Замеры теплового потока производились установленными на поверхности термопарами.

В работе [34] рассматривается схожий эксперимент. Для измерения теплового потока была изготовлена тонкостенная стальная модель, на которой было установлено 73 датчика — термопары хромель-алюмель. Точность измерений таким способом составляет  $10 \div 15 \%$ .

В настоящее время особую ценность представляет разработка авторских кодов, которые позволяют решать вышерассмотренные задачи. При этом возникает вопрос верификации – сравнения полученных численных результатов с экспериментальными данными – и валидации – сравнение численных результатов, полученных при помощи различных кодов.

Исходя из обзора работ, можно сделать вывод, что экспериментальных работ по турбулентному нагреву не так много. Это связано с тем, что лётные испытания крайне затратны в плане времени и ресурсов, также из них можно получить лишь небольшое количество данных. Испытания в аэродинамических трубах проще осуществить, можно получить гораздо больше данных с меньшей погрешностью. Но эти данные требуют значительной экстраполяции на энтальпии полёта. Тем не менее набор экспериментальных работ существует. Конструкторам в значительной степени приходится полагаться на средства вычислительной гидродинамики при проектировании высокоскоростных летательных аппаратов. А при разработке компьютерных кодов часто приходится обращаться к источникам – экспериментам.

### 3. Математическая модель задачи определения тепловой нагрузки

Во всех трёх программных комплексах, рассматриваемых в данной работе, а именно CFX, Fluent и FloEFD, для описания движения газа используются уравнения Навье – Стокса [36, 37, 38]:

- закон сохранения массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0; \quad (1)$$

- закон сохранения импульса

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \overset{=}{\tau}, \quad (2)$$

где  $\overset{=}{\tau}$  – тензор напряжений

$$\overset{=}{\tau} = \mu \left[ \left( \nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T \right) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right];$$

- закон сохранения полной энергии

$$\frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\vec{v} \bar{\tau}) + S_E, \quad (3)$$

где  $h_{tot}$  — полная энтальпия

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} v^2$$

Дополняет систему уравнение состояния совершенного газа

$$\rho = \frac{wp}{R_0 T}$$

и граничные условия.

В программных комплексах CFX [36] и Fluent [37] используется модель турбулентности SST [26], описываемая уравнениями (4) и (5):

- уравнение для кинетической энергии турбулентности  $k$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \vec{v}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \beta' \rho k \omega; \quad (4)$$

- уравнение для удельной диссипации турбулентности  $\omega$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \omega \vec{v}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2, \quad (5)$$

где

$$P_k = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \left( 3 \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho k \right),$$

$$\sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{1-F_1}{\sigma_{k,2}}}, \quad (6)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{1-F_1}{\sigma_{\omega,2}}}, \quad (7)$$

Расчёт коэффициента динамической вязкости производится по формуле Саттерленда [36, 37]

$$\mu = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1.5} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (8)$$

В уравнениях (1)–(5) приняты следующие обозначения:  $\rho$  – плотность;  $t$  – время;  $v$  – скорость;  $p$  – давление;  $I$  – единичный тензор;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $T$  – температура;  $w$  – молекулярная масса;  $R_0$  – универсальная газовая постоянная;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости;  $\mu_t$  – коэффициент турбулентной вязкости;  $F_1$  – функция, отвечающая за перемешивание.

В табл. 2 приведены основные константы турбулентности, которые участвуют в уравнениях (4)–(7), для обоих программных комплексов они совпадают. Аналогично с константами в формуле Саттерленда, они показаны в табл. 3.

Таблица 2

**Константы турбулентности для модели SST**

$\alpha$	5/9
$\beta'$	0.09
$\beta$	0.075
$\sigma_{k,1}$	1.176
$\sigma_{\omega,1}$	2
$\sigma_{k,2}$	1
$\sigma_{\omega,2}$	1.168

Таблица 3

**Константы в формуле Саттерленда**

$\mu_0$	$1.716 \times 10^{-5}$ Па·с
$T_0$	273.11 К
$S$	110.56 К

В программном комплексе FloEFD [38] для расчёта турбулентности используется  $k-\varepsilon$  модель турбулентности, описываемая уравнениями (9) и (10):

- уравнение для кинетической энергии турбулентности  $k$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \vec{v}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + S_k; \quad (9)$$

- уравнение для диссипации турбулентности  $\varepsilon$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \vec{v}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + S_\varepsilon, \quad (10)$$

где  $S_k = \tau_{ij}^R \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon$  и  $S_\varepsilon = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} f_1 \tau_{ij}^R \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k}$ ,

индексы  $i$  и  $j$  принимают значения от 1 до 3;

$$f_1 = 1 + \left( \frac{0.05}{f_\mu} \right)^3, \quad f_2 = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon} \right) \right]$$

Турбулентная вязкость определяется через кинетическую энергию турбулентности и диссипацию турбулентности

$$\mu_t = f_\mu \frac{C_\mu \rho k}{\varepsilon},$$

где фактор турбулентной вязкости

$$f_\mu = \left[ 1 - \exp \left( -0.0165 \frac{\rho \sqrt{k} y}{\mu} \right) \right]^2 \left( 1 + \frac{20.5 \mu \varepsilon}{\rho k^2} \right)$$

Константы модели турбулентности приведены в табл. 4.



Таблица 4

**Константы турбулентности в  $k-\epsilon$  модели**

$C_\mu$	0.09
$C_{\epsilon 1}$	1.44
$C_{\epsilon 2}$	1.92
$\sigma_\epsilon$	1.3
$\sigma_k$	1

Коэффициент динамической вязкости во FloEFD задаётся таблично в зависимости от температуры. Соответствующие значения указаны в табл. 5.

Таблица 5

**Зависимость коэффициента динамической вязкости от температуры**

$T, K$	$\mu, Pa \cdot s$
85	6.04E-06
100	7.11E-06
200	1.33E-05
300	1.85E-05
400	2.30E-05
500	2.70E-05
800	3.70E-05
1000	4.24E-05
1500	5.57E-05
2000	6.89E-05
2300	7.66E-05
2500	8.18E-05
3000	9.55E-05

На рис. 1 показано сравнение коэффициента динамической вязкости, рассчитанного по формуле (8) и по табл. 5. Видно, что рассчитанная по формуле Саттерленда зависимость вязкости от температуры для высоких температур близка к линейной, в то время как таблично заданные значения ниже, график зависимости более выпуклый.

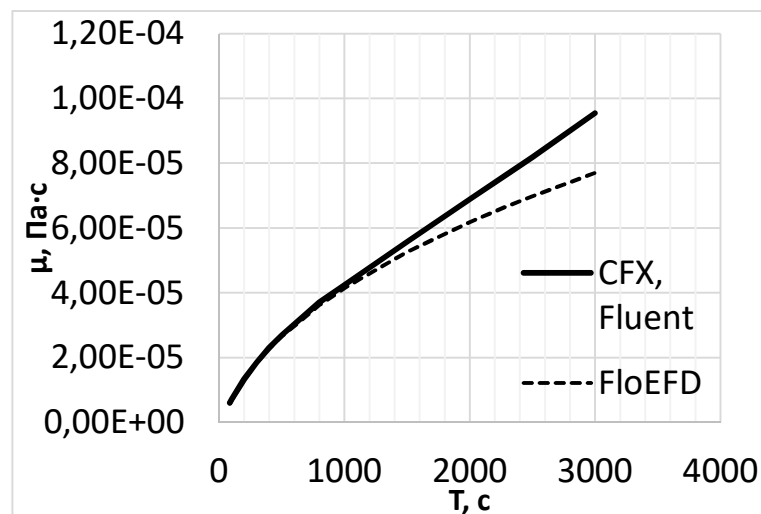


Рис. 1. Коэффициент динамической вязкости, используемый в программных комплексах

## 4. Определение тепловых нагрузок

### 4.1. Расчёт при помощи программного комплекса CFX [36]

Было рассмотрено два варианта течения: только ламинарное и только турбулентное. Расчётная область для обоих случаев изображена на рис. 2. CFX не позволяет проводить осесимметричные расчёты, поэтому была взята половина области и задано граничное условие симметрии. Сетка, построенная в CFX, показана на рис. 3, она состоит преимущественно из тетраэдральных элементов, на рис. 4 – сетка в окрестности носовой части, виден сеточный пограничный слой из призматических элементов.

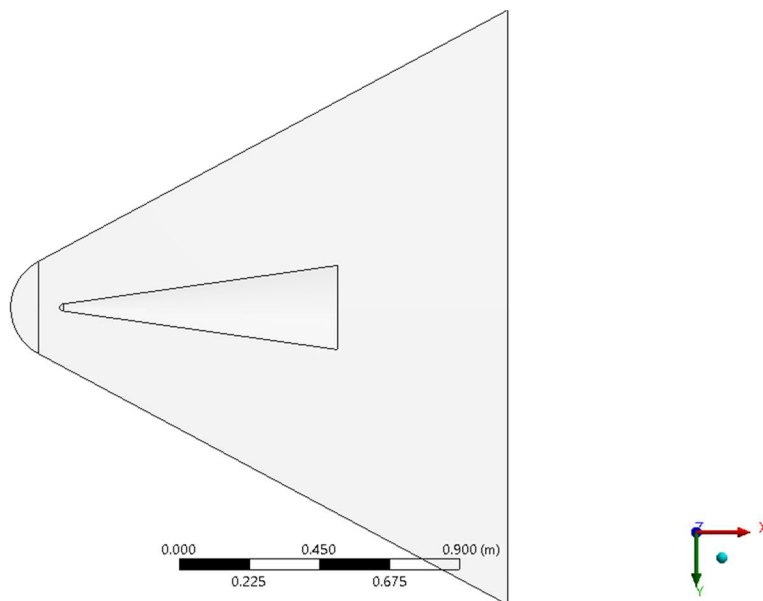


Рис. 2. Расчётная область в CFX

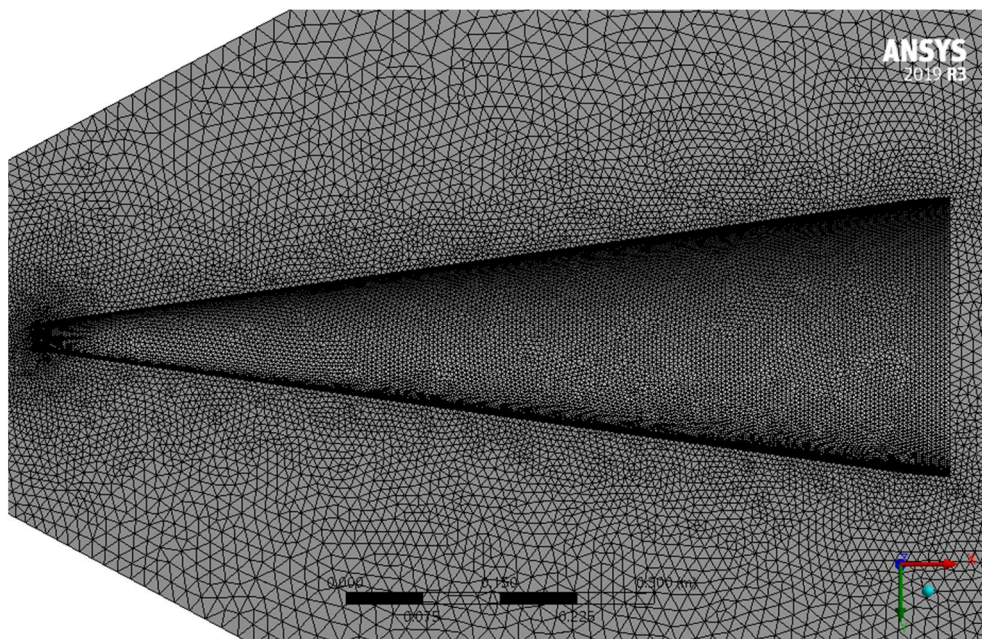


Рис. 3. Расчётная сетка

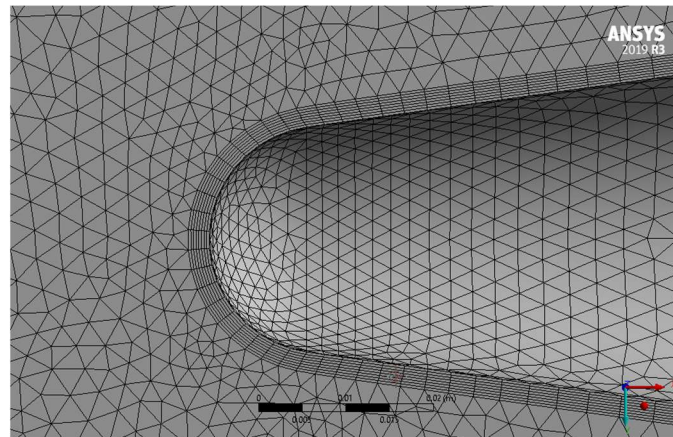


Рис. 4. Сетка в области сферическогозатупления конуса

На рис. 5 и 6 показаны распределения числа Маха и температуры соответственно в плоскости симметрии для расчёта с ламинарным течением. На рис. 5 видна область дозвукового течения в окрестности критической точки. В донной области наблюдаются зоны дозвукового и сверхзвукового течения, а также есть участки числа Маха большего, чем число Маха в набегающем потоке. На рис. 6 можно видеть, что в области сферического затупления достигается максимальная температура – 743 К, что практически совпадает с аналитической оценкой температуры торможения, составляющей 745 К.

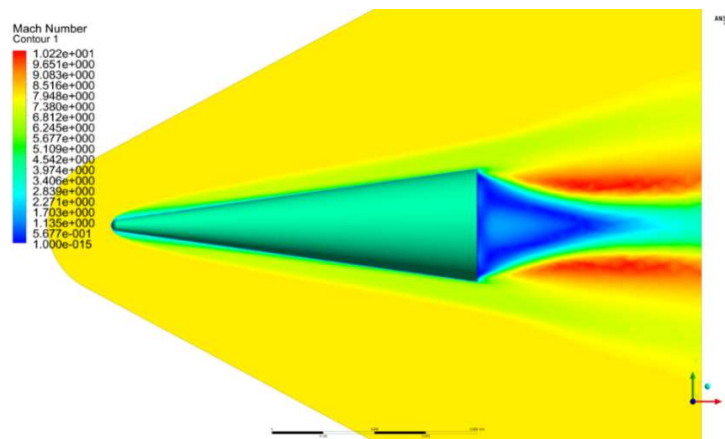


Рис. 5. Распределение числа Маха в плоскости симметрии, ламинарное течение

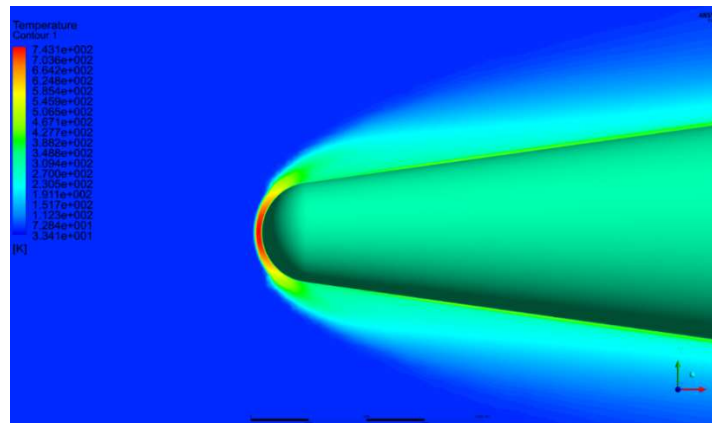


Рис. 6. Поле температур в области сферического затупления. ламинарное течение

На рис. 7 изображён график числа Стантона вдоль образующей конуса, посчитанный по трём различным формулам

$$St_{simple} = \frac{q_w}{\rho_\infty V_\infty^3}, \quad (11)$$

$$St_0 = \frac{q_w}{\rho_\infty V_\infty c_p (T_0 - T_w)}, \quad (12)$$

$$St_r = \frac{q_w}{\rho_\infty V_\infty c_p (T_r - T_w)}, \quad (13)$$

где  $q_w$  – плотность теплового потока, падающего на поверхность конуса;  $T_0$  – температура торможения;  $T_r$  – температура восстановления.

Для вычисления числа Стантона абсолютная величина – конвективный тепловой поток – нормируется на различные комплексы величин. Такой безразмерный параметр удобно использовать, но в различных работах приводятся различные определения, а в некоторых при этом не уточняются комплексы величин для нормировки. Поэтому в данной работе для сравнения указаны все наиболее распространённые способы расчёта числа Стантона.

На рис. 7 и далее точками обозначены экспериментальные данные. При расчёте ламинарного течения с помощью программного комплекса CFX число Стантона получается сильно заниженным – на 50% и более.

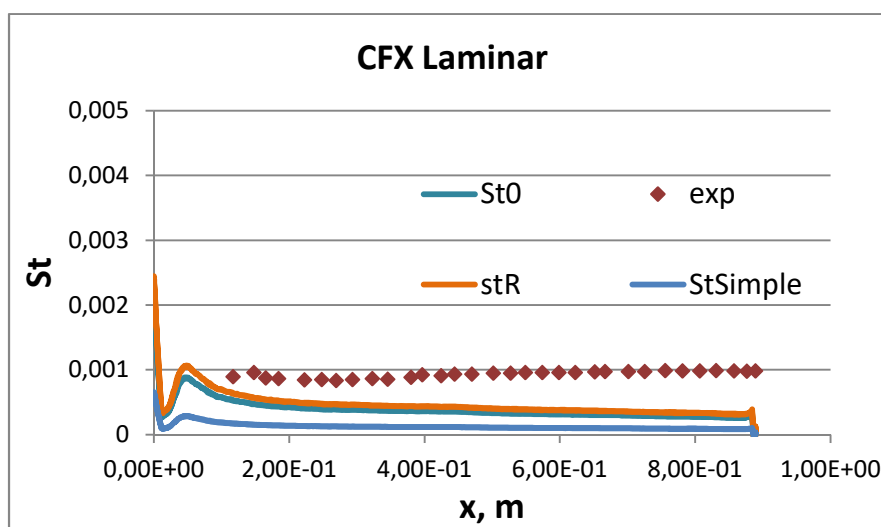


Рис. 7. Распределение числа Стантона вдоль образующей изделия, ламинарное течение

На рис. 8 и 9 показаны распределения числа Маха и температуры соответственно в плоскости симметрии для расчёта турбулентного течения. На рис. 8 можно видеть области дозвукового и сверхзвукового течения в донной области, максимальное число Маха во всей расчётной области совпадает с числом Маха набегающего потока. На рис. 9 показан нагрев носовой части конуса, максимальная температура ещё ближе к температуре торможения, чем в случае ламинарного течения, и составляет 744 К.

На рис. 10 приведены распределения числа Стантона вдоль образующей конуса в турбулентном случае. Вариант расчёта числа Стантона по формуле (12) практически совпал с экспериментальными данными, видно повышение числа Стантона вдоль образующей конуса, наблюдаемое и в эксперименте.

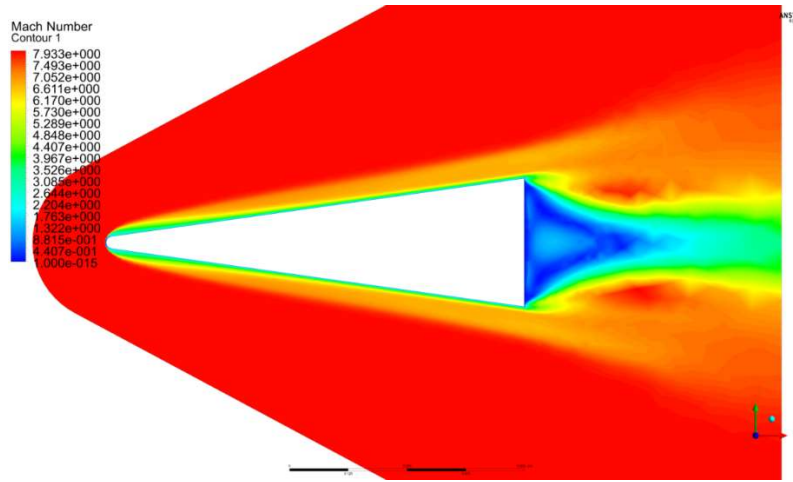


Рис. 8. Распределение числа Маха в плоскости симметрии, турбулентное течение

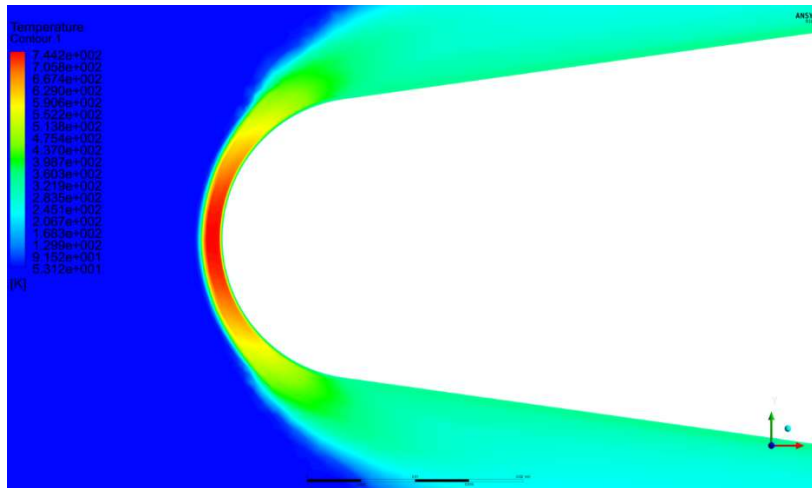


Рис. 9. Поле температур в области сферического затупления, турбулентное течение

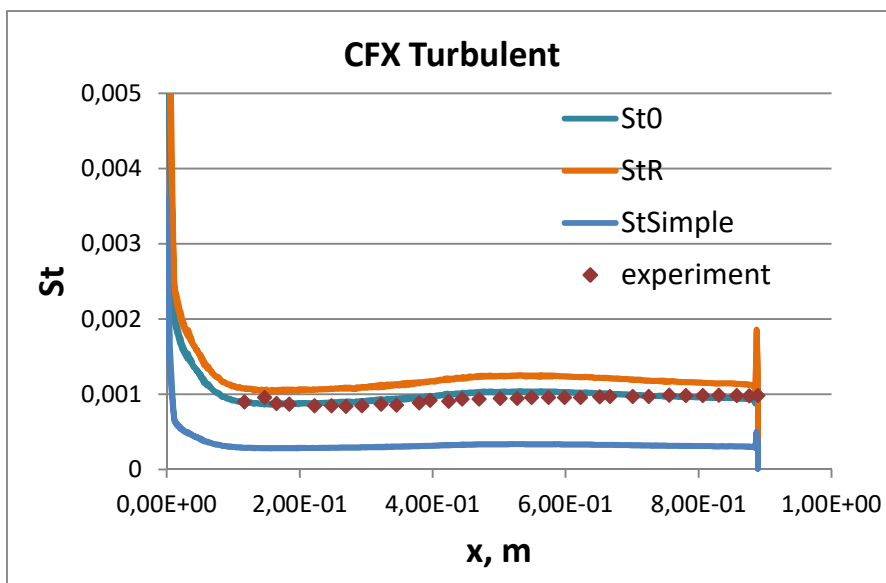


Рис. 10. Распределение числа Стантона вдоль образующей конуса, турбулентное течение

## 4.2. Расчёт при помощи программного комплекса Fluent [37]

Программный комплекс Fluent позволяет проводить расчёты в осесимметричной постановке, а также строить блочно-структурированные сетки.

На рис. 11 изображено распределение числа Маха в плоскости симметрии на границах ячеек сетки. На рис. 12 показана сетка и распределение числа Маха в окрестности лобовой точки. Как и в CFX, здесь видно область повышенного числа Маха после отрыва потока, в окрестности критической точки течение дозвуковое, в донной области наблюдаются зоны сверхзвукового и дозвукового течения.

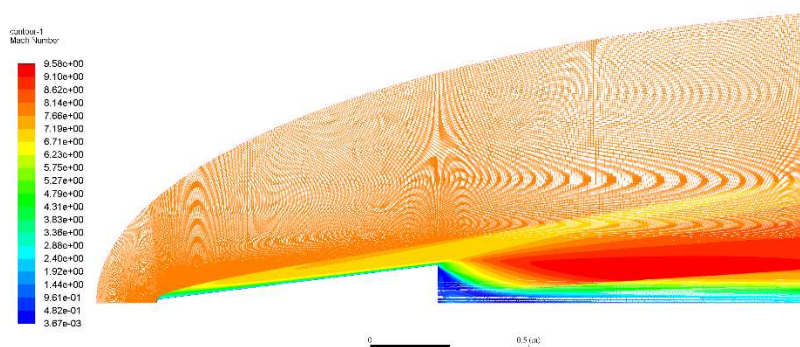


Рис. 11. Распределение числа Маха в плоскости симметрии, ламинарное течение

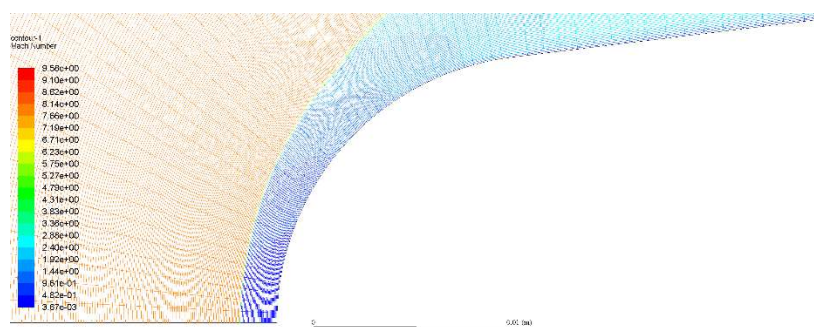


Рис. 12. Распределение числа Маха в области сферического затупления, ламинарное течение

На рис. 13 отображено поле температур в плоскости симметрии.

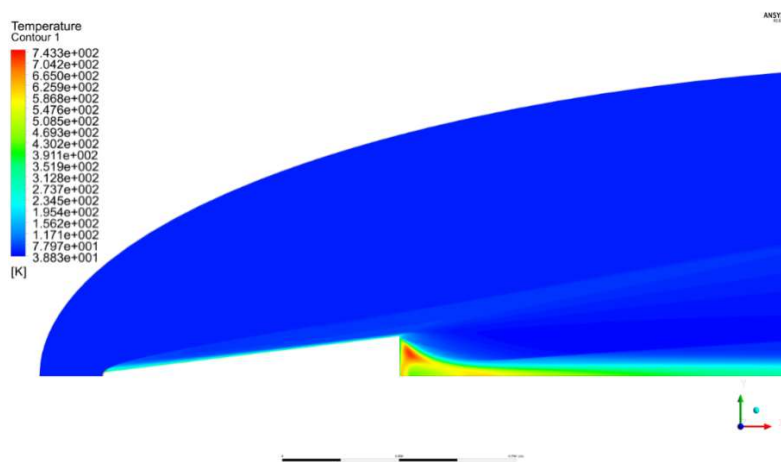


Рис. 13. Поле температур в плоскости симметрии, ламинарное течение

Температура в окрестности критической точки близка к температуре торможения, составляет 743 К, расхождение с аналитическим значением – меньше 1 %. Наблюдается нагрев газа в донной области.

На рис. 14 приведены распределения числа Стантона вдоль образующей конуса в случае ламинарного течения, на рис. 15 — для турбулентного случая. Для ламинарного течения число Стантона получается ниже экспериментального на 40 % и более. Для турбулентного случая расчётные значения числа Стантона, вычисленные по формуле (13), практически совпали с экспериментом, максимальное расхождение составляет 7 %.

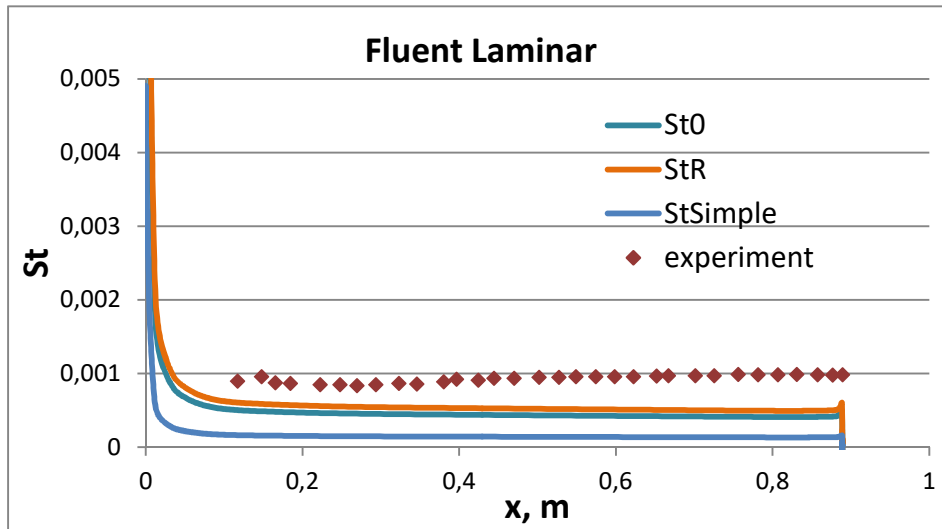


Рис. 14. Распределение числа Стантона вдоль образующей конуса, ламинарное течение

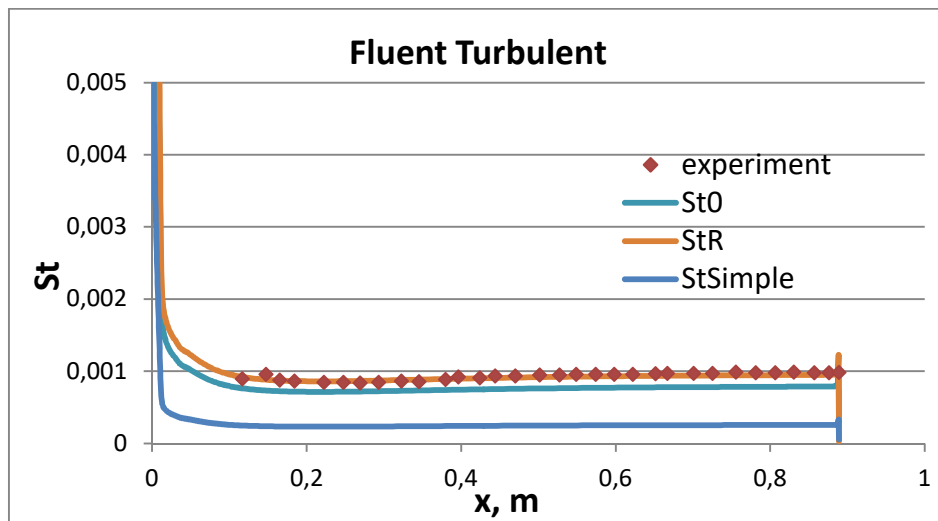


Рис. 15. Распределение числа Стантона вдоль образующей конуса, турбулентное течение

#### 4.3. Расчёт при помощи программного комплекса FloEFD [38]

В программном комплексе FloEFD был проведён расчёт турбулентного течения вокруг конуса. На рис. 16 показана сетка, которая была получена к концу расчёта в результате автоматической адаптации её к решению и распределение числа Маха в плоскости симметрии. В донной области наблюдаются зоны сверхзвукового и дозвукового течения. На рис. 17 изображено распределение температуры в области сферического затупления. Расчётное значение максимальной температуры несколько превышает аналитическое: составляет 756 К, что на

1.5 % больше температуры торможения. На рис. 18 приведены графики распределения числа Стантона вдоль образующей конуса. За счёт гексагональной базовой сетки, части ячеек которой отсекаются поверхностью рассматриваемого тела, в этом программном комплексе на графике теплового потока почти всегда присутствуют скачки в местах ячеек, ставших в результате мелкими относительно соседних. Число Стантона, даже при том, что это расчёт турбулентного течения, получается сильно заниженным, на 50 % и более.

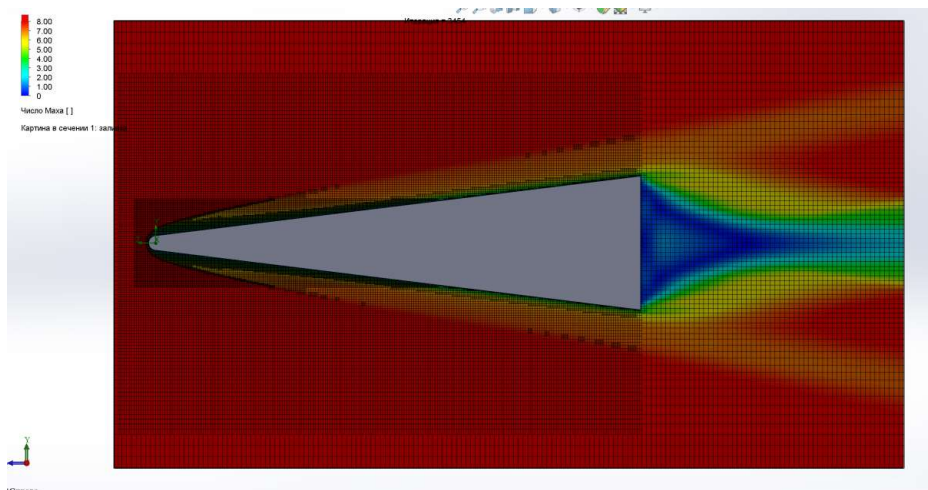


Рис. 16. Распределение числа Маха в плоскости симметрии

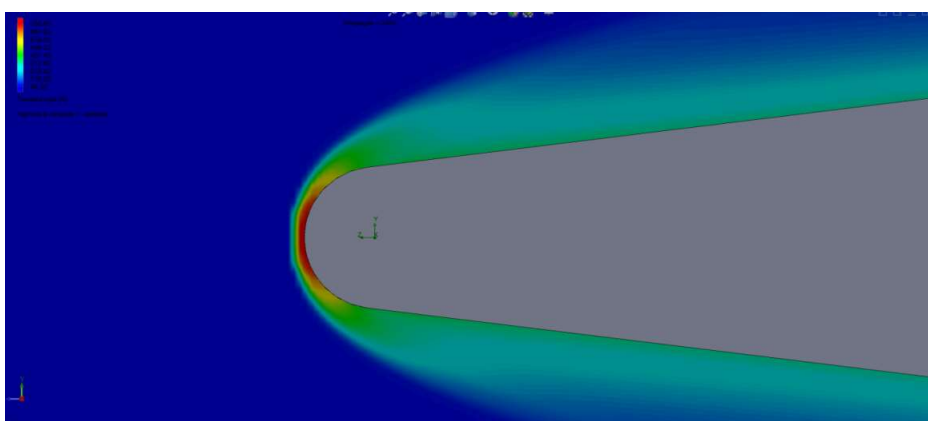


Рис. 17. Поле температур в окрестности критической точки

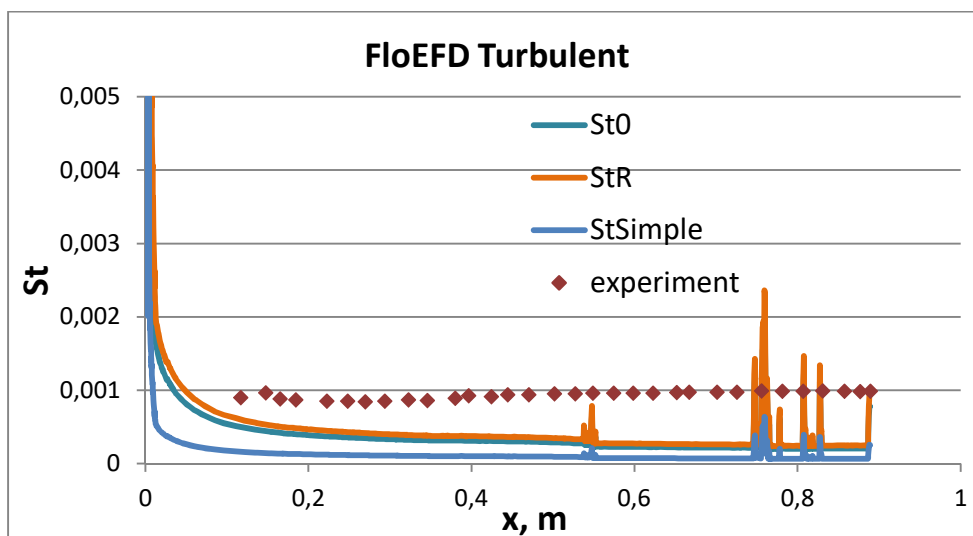


Рис. 18. Распределение числа Стантона вдоль образующей изделия



В табл. 6 указаны мощности сеток для каждого программного комплекса, а также времени расчёта на персональном компьютере с 8-ядерным процессором Intel Core i7.

Таблица 6

**Характеристики расчётов**

Программный продукт	Вид сетки	Количество ячеек сетки	Время расчёта
CFX	Трёхмерная неструктурированная тетраэдральная	5.6 млн	3.6 часа
Fluent	Двумерная структурированная	273.5 тыс.	0.8 часа
FloEFD	Трёхмерная неструктурированная, преимущественно гексагональная	600 тыс. ÷ 11 млн	15.4 часа

**5. Заключение**

Наиболее быстрый и точный результат был получен при помощи Fluent за счёт двумерной постановки и структурированной сетки. Но как только потребуются рассматривать полёт под углом атаки, будет нужна трёхмерная постановка. Построение трёхмерной структурированной сетки является отдельной трудоёмкой задачей, особенно для тел более сложной формы. Для корректного расчёта поверхностной плотности теплового потока на неструктурированных тетраэдральных сетках необходимо количество ячеек порядка десятков-сотен миллионов, что за адекватное время невозможно осуществить на персональном компьютере.

Приведённая работа является составной частью проводимых исследований по валидации компьютерных кодов вычислительной аэротермодинамики [39, 40].

**Литература**

- Roy C. J., Blottner F. G. Review and assessment of turbulence models for hypersonic flows. Progress in Aerospace Sciences 42, 2006, pp. 469–530. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2006.12.002>
- Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. AIAA Paper 92-0439; 1992. <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
- Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. La Rech. Aerosp. 1994; 1:5–21.
- Coleman G. T., Stollery J. L. Heat transfer from hypersonic turbulent flow at a wedge compression corner. Journal of Fluid Mechanics 1972; 56:741–52. doi:10.1017/S0022112072002630
- Coleman G. T. Hypersonic turbulent boundary layer studies. PhD thesis. Department of Aeronautics, University of London, London; 1973.
- Elfstrom G. M. Turbulent hypersonic flow at a wedge compression corner. Journal of Fluid Mechanics 1972; 53(1):113–27. doi:10.1017/S0022112072000060
- Kussoy M. I., Horstman C. C. Documentation of two- and three-dimensional hypersonic shock wave/turbulent boundary layer interaction flows. NASA TM 101075. January 1989.
- Goldberg U. Hypersonic flow heat transfer prediction using single equation turbulence models. ASME Journal of Heat Transfer 2001; 123:65–9. doi:10.1115/1.1337653
- Goldberg U., Batten P., Palaniswamy S., Chakravarthy S., Perroomian O. Hypersonic flow predictions using linear and nonlinear turbulence closures. Journal of Aircraft 2000; 37(4):671–5. <https://doi.org/10.2514/2.2650>
- Menter F. R. Eddy viscosity transport equations and the irrelation to the *k-ε* model. Journal of Fluids Engineering-Transactions of the Asme 1997; 119(4):876–84. doi:10.1115/1.2819511
- Jones W. L., Launder B. E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. International Journal of Heat and Mass Transfer 1972; 15:301–14. doi:10.1016/0017-9310(72)90076-2

12. Launder B. E., Sharma B. I., Holden M. S. Studies of the mean and unsteady structure of turbulent boundary layer separation in hypersonic flow. AIAA Paper 1991-1778; 1991.
13. Kussoy M. I., Horstman C. C. An experimental documentation of a hypersonic shock-wave turbulent boundary layer interaction flow—with and without separation. NASA TM X-62412; February 1975.
14. Marvin J. G., Horstman C. C., Rubesin M. W., Coakley T. J., Kussoy M. I. An experimental and numerical investigation of shock-wave induced turbulent boundary-layer separational hypersonic speeds. AGARDograph-CPP-168; May 1975.
15. Mikulla V., Horstman C. C. Turbulence measurements in hypersonic shock-wave boundary-layer interaction flows. AIAA J. 1976. 14(5):568–75. <https://doi.org/10.2514/3.7127>
16. Kussoy M. I., Horstman C. C. Documentation of two- and three dimensional shock wave/turbulent boundary layer interaction flows at Mach 8.2. NASA TM 103838; May 1991.
17. Schulein E., Krogmann P., Stanewsky E. Documentation of two-dimensional impinging shock/turbulent boundary layer interaction flow. DLR Report IB 223-96 A 49, Gottingen, Germany; October 1996.
18. Schulein E. Personal communications; May 23, 2006 and October 30; 2006.
19. Rodi W. Experience with two-layer models combining the  $k-\varepsilon$  model with a one-equation model near the wall. AIAA paper 1991-0216; 1991. doi:10.2514/6.1991-216
20. Launder B. E., Sharma B. I. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk. Letters in Heat and Mass Transfer 1974; 1(2):131–8. [https://doi.org/10.1016/0094-4548\(74\)90150-7](https://doi.org/10.1016/0094-4548(74)90150-7)
21. So R. M., Zhang H. S., Speziale C. G. Near-wall modeling of the dissipation rate equation. AIAA J. 1991; 29(12):2069–76. <https://doi.org/10.2514/3.10843>
22. Zhang H. S., So R. M., Speziale C. G., Lai Y. G. Near wall two-equation model for compressible turbulent flows. AIAA J. 1993; 31:196–9. <https://doi.org/10.2514/3.11338>
23. Coakley T. J., Huang P. G. Turbulence modeling for high-speed flows. AIAA paper 92-0436; 1992. <https://doi.org/10.2514/6.1992-436>
24. Wilcox D. C. Turbulence modeling for CFD, 1st ed. LaCanada, CA: DCW Industries Inc.; 1988.
25. Wilcox D. C. Turbulence modeling for CFD, 2nd ed. LaCanada, CA: DCW Industries, Inc.; 1998.
26. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA J. 1994; 32(8): 1598–605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>
27. Smith B. R. Prediction of hypersonic shock-wave/turbulent boundary-layer interactions. Journal of Spacecraft and Rockets 1996; 33(5):614–9 (see also AIAA Paper 95-0232; 1995). <https://doi.org/10.2514/6.1995-232>
28. Smith B. R. A near wall model for the  $k-l$  two equation turbulence model. AIAA Paper 1994-2386; 1994. <https://doi.org/10.2514/6.1994-2386>
29. Robinson D. F., Harris J. E., Hassan H. A. Unified turbulence closure model for axisymmetric and planar free shear flows. AIAA Journal 1995; 33(12): 2324–31. <https://doi.org/10.2514/3.12987>
30. Robinson D. F., Hassan H. A. Further development of the  $k-\zeta$  (enstrophy) turbulence closure model. AIAA Journal 1998; 36(10): 1825–33. <https://doi.org/10.2514/2.298>
31. Coakley T. J. Turbulence modeling methods for the compressible Navier–Stokes equations. AIAA Paper 1983-1693; 1983. <https://doi.org/10.2514/6.1983-1693>
32. Shirazi S. A., Truman C. R. Evaluation of Algebraic Turbulence Models for PNS Predictions of Supersonic Flow Past a Sphere-Cone. AIAA Journal, vol. 27, No 5, May 1989, pp. 560–568. doi:10.2514/3.10146
33. Ausherman D. W., Yanta W. J. and Rutledge W. H. Measurements of the Three-Dimensional Boundary Layers on Conical Bodies at Mach 3 and Mach 5. AIAA Paper 83-1675, 1983. <https://doi.org/10.2514/6.1983-1675>
34. Widhopf G. F. and Hall R. Transitional and Turbulent Heat-Transfer Measurements on a Yawed Blunt Conical Nosetip. AIAA Journal, vol. 10, Oct. 1972, pp. 1318-1325. <https://doi.org/10.2514/6.1972-212>

35. Carver D. B. Heat Transfer, Surface Pressure and Flow Field Surveys on Conic and Biconic Models with Boundary Layer Trips at Mach 8 — Phases IV and V. Calspan/AEDC Div., Rept. AEDCTSR-80-V14, 1980.
36. ANSYS Inc. Ansys CFX-Solver Theory Guide. December 2006.
37. ANSYS Inc. ANSYS Fluent Theory Guide. November 2013.
38. Mentor Graphics Corporation. FloEFD Technical Reference. Software Version 17.
39. Суржиков С. Т. Численная интерпретация экспериментальных данных по аэродинамике модели НВ-2 с использованием компьютерных кодов USTFENи PERAT-3D//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. Т. 21, вып. 1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/900/>. <http://doi.org/10.33257/PhChGD.21.1.900>
40. Ермаков М. К., Крюков И. А. Верификация и валидация аэродинамических расчётных комплексов на примере задачи обтекания острых и затупленных конусов //Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2021. Т. 22, вып. 4. <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-4/articles/944/>. <http://doi.org/10.33257/PhChGD.22.4.944>

## References

1. Roy C. J., Blottner F. G., Review and assessment of turbulence models for hypersonic flows, *Progress in Aerospace Sciences*, 2006, vol. 42, pp. 469–530. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2006.12.002>
2. Spalart P. R., Allmaras S. R., A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, AIAA Paper 92-0439, 1992. <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
3. Spalart P. R., Allmaras S. R., A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, *La Recherche Aersp.*, 1994, no. 1, pp. 5–21.
4. Coleman G. T., Stollery J. L., Heat transfer from hypersonic turbulent flow at a wedge compression corner, *Journal of Fluid Mechanics*, 1972, vol. 56, pp. 741–52. doi:10.1017/S0022112072002630
5. Coleman G. T., Hypersonic turbulent boundary layer studies, PhD thesis, Department of Aeronautics, University of London, London; 1973.
6. Elfstrom G. M., Turbulent hypersonic flow at a wedge compression corner, *Journal of Fluid Mechanics*, 1972, vol. 53, no. 1, pp. 113–27. doi:10.1017/S0022112072000060
7. Kussoy M. I., Horstman C. C., Documentation of two- and three-dimensional hypersonic shock wave/turbulent boundary layer interaction flows. NASA TM 101075, January 1989.
8. Goldberg U., Hypersonic flow heat transfer prediction using single equation turbulence models, *ASME Journal of Heat Transfer*, 2001, vol. 123, pp. 65–69. doi:10.1115/1.1337653
9. Goldberg U., Batten P., Palaniswamy S., Chakravarthy S., Peroomian O., Hypersonic flow predictions using linear and nonlinear turbulence closures, *Journal of Aircraft*, 2000, vol. 37, no. 4, pp. 671–675. <https://doi.org/10.2514/2.2650>
10. Menter F. R., Eddy viscosity transport equations and their relation to the  $k-\epsilon$  model, *Journal of Fluids Engineering-transactions of the ASME*, 1997, vol. 119, no. 4, pp. 876–84. doi:10.1115/1.2819511
11. Jones W. L., Launder B. E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, *Int. Jour. of Heat and Mass Transfer*, 1972, vol. 15, pp. 301–14. doi:10.1016/0017-9310(72)90076-2
12. Launder B. E., Sharma B. I., Holden M. S., Studies of the mean and unsteady structure of turbulent boundary layer separation in hypersonic flow, AIAA Paper 1991-1778, 1991.
13. Kussoy M. I., Horstman C. C., An experimental documentation of a hypersonic shock-wave turbulent boundary layer interaction flow—with and without separation. NASA TM X-62412, February 1975.
14. Marvin J. G., Horstman C. C., Rubesin M. W., Coakley T. J., Kussoy M. I., An experimental and numerical investigation of shock-wave induced turbulent boundary-layer separation hypersonic speeds, AGARDograph-CPP-168; May 1975.
15. Mikulla V., Horstman C. C., Turbulence measurements in hypersonic shock-wave boundary-layer interaction flows, *AIAA Journal*, 1976, vol. 14, no. 5, pp. 568–75. <https://doi.org/10.2514/3.7127>

16. Kussoy M. I., Horstman C. C., Documentation of two- and three dimensional shock wave/turbulent boundary layer interaction flows at Mach 8.2, NASA TM 103838, May 1991.
17. Schulein E., Krogmann P., Stanewsky E., *Documentation of two-dimensional impinging shock/turbulent boundary layer interaction flow*, DLR Report IB 223-96 A 49, Gottingen, Germany, October 1996.
18. Schulein E., Personal communications, May 23, 2006 and October 30; 2006.
19. Rodi W., Experience with two-layer models combining the  $k-\varepsilon$  model with a one-equation model near the wall, AIAA Paper 1991-0216, 1991. doi:10.2514/6.1991-216
20. Launder B. E., Sharma B. I., Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk, *Letters in Heat and Mass Transfer*, 1974, vol. 1, no. 2, pp. 131–8. [https://doi.org/10.1016/0094-4548\(74\)90150-7](https://doi.org/10.1016/0094-4548(74)90150-7)
21. So R. M., Zhang H. S., Speziale C. G., Near-wall modeling of the dissipation rate equation, *AIAA J.*, 1991, vol. 29, no. 12, pp. 2069–2076. <https://doi.org/10.2514/3.10843>
22. Zhang H. S., So R. M., Speziale C. G., Lai Y. G., Near wall two-equation model for compressible turbulent flows, *AIAA Journal*, 1993, vol. 31, pp. 196–199. <https://doi.org/10.2514/3.11338>
23. Coakley T. J., Huang P. G., Turbulence modeling for high-speed flows, AIAA Paper 92-0436, 1992, <https://doi.org/10.2514/6.1992-436>
24. Wilcox D. C., *Turbulence modeling for CFD*, 1st ed. LaCanada, CA: DCW Industries Inc., 1988.
25. Wilcox D. C., *Turbulence modeling for CFD*, 2nd ed. LaCanada, CA: DCW Industries, Inc., 1998.
26. Menter F. R., Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA J.*, 1994, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>
27. Smith B. R., Prediction of hypersonic shock-wave/turbulent boundary-layer interactions, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1996, vol. 33, no. 5, pp. 614–619 (see also AIAA Paper 95-0232; 1995). <https://doi.org/10.2514/6.1995-232>
28. Smith B. R., A near wall model for the  $k-l$  two equation turbulence model, AIAA Paper 1994-2386, 1994. <https://doi.org/10.2514/6.1994-2386>
29. Robinson D. F., Harris J. E., Hassan H. A., Unified turbulence closure model for axisymmetric and planar free shear flows, *AIAA Journal*, 1995, vol. 33, no. 12, pp. 2324–2331. <https://doi.org/10.2514/3.12987>
30. Robinson D. F., Hassan H. A., Further development of the  $k-\zeta$  (enstrophy) turbulence closure model, *AIAA Journal*, 1998, vol. 36, no. 10, pp. 1825–1833. <https://doi.org/10.2514/2.298>
31. Coakley T. J., Turbulence modeling methods for the compressible Navier – Stokes equations, AIAA Paper 1983-1693, 1983. <https://doi.org/10.2514/6.1983-1693>
32. Shirazi S. A., Truman C. R., Evaluation of Algebraic Turbulence Models for PNS Predictions of Supersonic Flow past a Sphere-Cone, *AIAA Journal*, 1989, vol. 27, No 5, pp. 560–568. doi:10.2514/3.10146
33. Ausherman D. W., Yanta W. J. and Rutledge W. H., Measurements of the Three-Dimensional Boundary Layers on Conical Bodies at Mach 3 and Mach 5, AIAA Paper 83-1675, 1983. <https://doi.org/10.2514/6.1983-1675>
34. Widhopf G. F., and Hall R., Transitional and Turbulent Heat-Transfer Measurements on a Yawed Blunt Conical Nosedip, *AIAA Journal*, 1972, vol. 10, pp. 1318–1325. <https://doi.org/10.2514/6.1972-212>
35. Carver D. B., Heat Transfer, Surface Pressure and Flow Field Surveys on Conic and Biconic Models with Boundary Layer Trips at Mach 8 — Phases IV and V, Calspan/AEDC Div., Rept. AEDCTSR-80-V14, 1980.
36. ANSYS Inc., ANSYS CFX-Solver Theory Guide, December 2006.
37. ANSYS Inc., ANSYS Fluent Theory Guide, November 2013.
38. Mentor Graphics Corporation, FloEFD Technical Reference, Software Version 17.
39. Surzhikov S. T., Numerical Interpretation of Experimental Data on Aerodynamics of the HB-2 Model Using Computer Codes USTFEN and PERAT-3D, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2020, vol. 21, no. 1 [in Russian]. <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/900/>. <https://doi.org/10.33257/PhChGD.21.1.900>

40. Ermakov M. K., Kryukov I. A., Verification and Validation of Aerodynamic Codes Using the Example of the Flow around Sharp and Blunted Cones, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2021, vol. 22, no. 4 [in Russian]. <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-4/articles/944/>  
<http://doi.org/10.33257/PhChGD.22.4.944>

Статья поступила в редакцию 10 декабря 2022 г.