

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ДВУХ ТИПОВ ТЛЕЮЩИХ РАЗРЯДОВ

С.Т. Суржиков

Институт проблем механики Российской академии наук, Москва

Аннотация

Представлен анализ проблемы компьютерного моделирования тлеющих разрядов в условиях, представляющих интерес для аэрофизических исследований.

Приведены результаты расчетов тлеющих разрядов постоянного тока в условиях существования нескольких токопроводящих столбов.

Показаны результаты численных экспериментов, в которых высокочастотный емкостной тлеющий разряд сосуществует в двух формах (в α - и γ -формах) при одних и тех же граничных условиях.

NUMERICAL SIMULATION OF ELECTRODYNAMIC STRUCTURE OF TWO KINDS OF GLOW DISCHARGE

Analysis of problem of numerical simulation of glow discharges for aerospace applications is presented. Two kinds of glow discharges are analysed. The first one is the multi-column direct current glow discharge between infinite plates. It is shown that there are conditions for existence of the multi-column structure in mode of the normal glow discharge.

The second problem is the microwave capacitive glow discharge (MCGD) between infinite plates. Numerical simulation data for two forms of the MCGD are presented, which are realized at identical initial conditions.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование фундаментальных закономерностей взаимодействия газовых потоков с локализованными областями электрических разрядов является одной из актуальных проблем аэрофизики. Увеличение скорости и высоты полета летательных аппаратов в значительной степени смещают интересы классической аэродинамики в направлении физической аэродинамики (аэрофизики) частично ионизованных газовых потоков. Решение многих технологических проблем в области создания новых материалов и совершенных электронных устройств позволяет рассматривать реальные возможности локального и глобального управления потоком, обтекающего летательный аппарат. С этой целью изучаются физические механизмы взаимодействия электроразрядной плазмы с газовым потоком в широком диапазоне скоростей. Исследуются также перспективы использования магнитного поля для управления газовым потоком. Предварительные расчетно-теоретические и экспериментальные исследования указывают на большие перспективы данного направления развития аэрофизики.

Анализ работ по изучению разных физических методов воздействия на газовый поток (разряды различных типов, плазменные потоки и т.п.) позволяют назвать основные направления исследований в этой области.

1. Глобальная модификация набегающего потока с целью улучшения аэродинамических характеристик летательных аппаратов.

2. Изменение конфигурации ударных волн, образующихся вблизи поверхности летательных аппаратов, с целью глобальной модификации их аэродинамических характеристик.

3. Электромагнитное воздействие на газовый поток в двигательных системах летательных аппаратов с целью управления газовым потоком, инициализации и поддержания наиболее эффективных режимов

горения, увеличения общей эффективности двигательных установок.

4. Локальная модификация аэродинамических характеристик летательных аппаратов.

Составными частями любой из перечисленных проблем являются следующие задачи фундаментального характера:

1) исследование закономерностей изменения аэродинамических и теплообменных характеристик летательных аппаратов при глобальной модификации поля течения посредством электроразрядных, пучковых и плазменных воздействий;

2) изучение физико-химических процессов, механизмов передачи энергии и импульса в частично ионизованных газах;

3) исследование областей существования газоразрядной и пучковой плазмы в конкретных полетных условиях;

4) предсказание достижимых мощностей энерговыделения и величин объемных сил, которые можно получить при создании газоразрядных и плазменных областей в газовом потоке;

5) исследование интегральной эффективности локальной или глобальной модификации газового потока и аэродинамических характеристик.

Параллельно с разработкой физических моделей явлений и процессов, технологических приемов реализации этих моделей в экспериментальных исследованиях и обсуждением возможности их практической реализации при создании летательных аппаратов, развиваются расчетно-теоретические модели вычислительной физической механики. Следует подчеркнуть, что по сравнению с достижениями классической вычислительной аэродинамики расчетные модели физической механики взаимодействия газовых потоков с электрическими разрядами, электронными и молекулярными пучками, плазменными потоками находятся еще на ранней стадии развития.

Среди расчетно-теоретических подходов современной аэрофизики, значительную роль играет разработка и совершенствование компьютерных моделей и алгоритмов расчета электрических разрядов, а также численное моделирование свойств этих разрядов в различных условиях, представляющих практический интерес.

После первых работ по расчетам тлеющих разрядов [1,2] значительный прогресс был достигнут в начале 80-х годов в области численного моделирования их двумерной структуры [3–6], а развитые впоследствии модели [7–9] позволили провести систематическое исследование структуры тлеющих разрядов посредством численного моделирования.

Для того, чтобы компьютерные модели тлеющих разрядов приносили практическую пользу в аэрофизических исследованиях, требуется дальнейшее развитие этих моделей, в части учета взаимодействия разрядов с газом, внешним электрическим и магнитным полем, взаимодействия разряда с движущимся газом при сверх- и гиперзвуковых скоростях, а также учета физико-химических превращений, протекающих в области горения разряда.

Предполагается также, что внешнее магнитное поле можно использовать в качестве управляющего параметра при модификации потока частично ионизованного газа в прикладной аэродинамике. Такая возможность анализируется в научной литературе, начиная с 1950-х годов прошлого столетия [10–21]. Однако пока что реальные потребности дозвуковой и сверхзвуковой аэродинамики привели к реализации более простых и эффективных способов управления потоком. Кроме того, создание объемов частично ионизованного газа при давлениях близких к атмосферному и бортовых источников магнитного поля также оказалось очень сложной проблемой.

Среди вычислительных моделей взаимодействия газовых потоков с электрическими разрядами можно выделить две наиболее часто реализуемых. Это диффузионно-дрейфовая модель и модель квазинейтральной плазмы. Предварительный анализ экспериментальных данных [19], выполненный с использованием этих моделей, позволяет определить области их применения, в зависимости от условий в газовом потоке. Быстрому развитию таких моделей препятствует их высокая вычислительная трудоемкость, в особенности для предсказания сильного (нелинейного) взаимодействия газодинамических и электроразрядных процессов в условиях отсутствия термодинамического равновесия взаимодействия атомов и молекул в частично ионизованных газах.

Из двух вышеупомянутых моделей наиболее полной и подробной является диффузионно-дрейфовая модель [7–9]. Главным ее преимуществом является описание, хотя и приближенное, областей пространственного заряда вблизи электродов. Серьезным недостатком является очень большая вычислительная трудоемкость.

В большей степени для реализации сопряженных электро-газодинамических моделей подходит модель квазинейтральной плазмы [9,22], в которой области пространственного заряда исключаются из рассмотрения (они заменяются специально подобранными граничными условиями).

Выбор одной из указанных моделей должен производиться после анализа условий в газовом потоке. Общая тенденция такова: при давлениях $p \geq 10$ Торр использование моделей квазинейтральной плазмы становится все более обоснованным и целесообразным; при низких давлениях $p \leq 5$ Торр более оправданным является использование диффузионно-дрейфовой модели.

Отметим, что помимо двух указанных моделей значительную перспективу представляет развитие стохастических моделей численного моделирования [23–27]. Вероятно, что в ближайшем будущем модели указанного типа получат наиболее быстрое развитие.

Большую роль в развитии обсуждаемого направления аэрофизики играет значительное повышение производительности компьютеров. Это позволило выполнить ряд новых численных исследований с использованием более детальных численных моделей [9,28,29]. Было установлено, что диффузионно-дрейфовая модель тлеющего разряда позволяет предсказывать его характеристики с достаточной для практических нужд точностью в широком диапазоне давлений $p \sim 0.5 \div 50$ Торр и напряжений на электроразрядном промежутке $V \sim 0.3 \div 10$ кВт. Учитывая, что тлеющий разряд представляет собой частично ионизованный газ с типичной концентрацией заряженных частиц $\sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$ на фоне $\sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ нейтральных частиц и малой абсолютной величиной токов через разряд (десятки миллиампер), представляется очевидным, что внешнее магнитное поле $B \sim 0.01 \div 1$ Т может оказать сильное влияние на структуру тлеющего разряда. При этом указанное магнитное поле не будет искажаться самим разрядом. Данное допущение положено в основу численной модели тлеющего разряда во внешнем магнитном поле [21].

В заключение краткого обзора проблемы подчеркнем, что подробный анализ физической теории тлеющего разряда необходим для понимания электрофизических процессов, протекающих в аэрофизике и физической механике газовых потоков в присутствии электроразрядных явлений, а развиваемые в настоящее время компьютерные модели тлеющих разрядов предназначены не только для решения электродинамической части задач физической механики газовых разрядов, но и для формулировки тестовых задач компьютерной физики тлеющих разрядов.

В данной работе сообщается о результатах численного исследования образования структур в двух типах тлеющих разрядов: в тлеющем разряде постоянного тока и в высокочастотном емкостном тлеющем разряде.

В первой задаче рассматривается динамика нескольких столбов тлеющего разряда постоянного тока, горящих между плоскими протяженными электродами, с расстоянием между ними 2 см. Цель решения данной задачи изучить закономерности существования изолированных столбов тлеющего разряда в режиме нормальной плотности тока и их объединения в единую разрядную структуру.

Во второй задаче изучается структура высокочастотного емкостного тлеющего разряда между протяженными электродами, расположенными на расстоянии 2 см друг от друга. Численное исследование по-

казало на возможность квазистационарного существования двух высокочастотного форм емкостного разряда при одних и тех же условиях.

2. ПОСТАНОВКА И МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ

Диффузионно-дрейфовая модель тлеющего разряда между двумя бесконечными плоскими электродами (рис.1) формулируется в следующем виде:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div} \Gamma_e = \alpha |\Gamma_e| - \beta n_e n_+, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \text{div} \Gamma_+ = \alpha |\Gamma_e| - \beta n_e n_+, \quad (2)$$

$$\text{div} \mathbf{E} = 4\pi e(n_+ - n_e), \quad (3)$$

где

$$\Gamma_e = -D_e \text{grad} n_e - n_e \mu_e \mathbf{E}, \quad (4)$$

$$\Gamma_+ = -D_+ \text{grad} n_+ + n_+ \mu_+ \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad} \varphi, \quad (6)$$

n_e, n_+ – концентрации электронов и ионов в 1 cm^3 ; \mathbf{E} и φ – вектор напряженности электрического поля и его потенциал; D_e, D_+ – коэффициенты диффузии электронов и ионов; μ_e, μ_+ – подвижности электронов и ионов; $\alpha = \alpha(E)$ – коэффициент ударной ионизации молекул электронами (первый коэффициент Таунсенда); β – коэффициент ион-электронной рекомбинации.

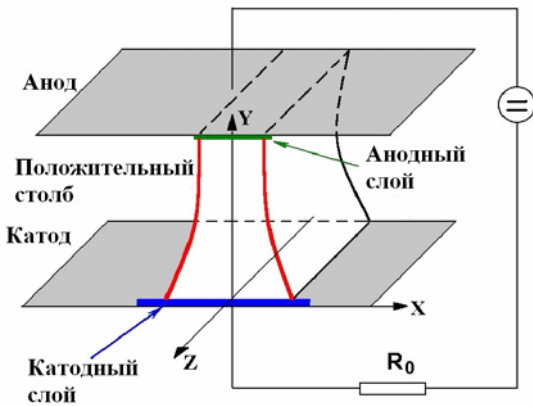


Рис. 1. Схема задачи о тлеющем разряде постоянного тока

С учетом соотношения (6) уравнение (3) можно переписать в виде

$$\text{div} [\text{grad}(\varphi)] = -4\pi e(n_+ - n_e). \quad (7)$$

Граничные условия имеют следующий вид:

$$x = 0: \quad \Gamma_{e,x} = \gamma \Gamma_{+,x}, \quad \varphi = 0, \quad (8)$$

$$x = H: \quad n_+ = 0, \quad \varphi = V, \quad (9)$$

$$r = 0: \quad \frac{\partial n_e}{\partial r} = \frac{\partial n_+}{\partial r} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0, \quad (10)$$

$$r = R: \quad 1) \quad n_e = n_+ = 0, \quad \varphi = \frac{V}{H} x, \quad (11)$$

$$2) \quad \frac{\partial n_e}{\partial r} = \frac{\partial n_+}{\partial r} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0. \quad (12)$$

Здесь γ – коэффициент ион-электронной эмиссии с поверхности катода; V – падение напряжения на разрядном промежутке. Условие (11) задает невоз-

можное поле и отсутствие зарядов на большом расстоянии от центра разряда, а условие (12) – отсутствие поперечных градиентов поля и частиц на внешней границе расчетной области. Реально, в расчетах задавалось не нулевое значение концентраций, а очень малая величина ($\sim 10^{-6}$ от максимальной концентрации в разряде).

Первое из условий на внешней боковой границе соответствует протеканию процесса без участия радиальной диффузии частиц. В самом деле, в бесточковой области разряда заряженным частицам появиться неоткуда. Заряды движутся по силовым линиям разряда и не могут переходить с одной линии на другую. При этом на каждой силовой линии должно выполняться условие Таунсенда стационарного поддержания самостоятельного разряда

$$\int_l \alpha(l') dl' > \ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right). \quad (13)$$

Если на какой-либо силовой линии это условие не выполняется, то по ней заряды, дрейфуя, быстро покинут разрядный промежуток и эта линия станет бесточковой.

Диффузия частиц и процессы их возникновения на границах разрядного промежутка (на катоде и аноде) могут быть причинами существования токопроводящих линий без выполнения условия (13). При этом следует иметь в виду, что в присутствии диффузии силовые и токовые линии уже не совпадают, и условие поддержания самостоятельного тлеющего разряда носит нелокальный характер. В этом случае нет принципиального запрета возникновения заряженных частиц на периферии разрядной области при $r \rightarrow R$. Это допускает граничное условие (12), которое с физической точки зрения предполагает либо наличие пространственной симметрии в расположении токопроводящих каналов (в цилиндрическом случае разряд имеет вид вложенных один в другой коаксиальных цилиндров, а в плоском случае – регулярно расположенных на плоскости каналов), либо наличие достаточно высокой фоновой концентрации заряженных частиц. Если рассматривается изолированный разряд, то уровень этого фона должен быть достаточно малым, чтобы не оказывать заметного влияния на структуру самого разряда.

Путем численных экспериментов было показано, что в широком диапазоне параметров тлеющего разряда тип граничных условий не оказывает существенного влияния на результаты расчетов. В постановке краевой задачи (1)–(12) пренебрегается диффузией заряженных частиц в осевом направлении (см. более подробно [9]).

В граничные условия входит величина падения напряжения на разрядном промежутке V . Для ее нахождения необходимо привлечь условия во внешней цепи (см. рис. 1). В условиях установившегося процесса горения тлеющего разряда можно записать очевидное соотношение

$$\frac{\varepsilon - V}{eR_0} = 2\pi \int_0^R \Gamma_{e,x}(r, x = H) r^m dr, \quad (14)$$

которое указывает на равенство суммы падений напряжений на сопротивлении R_0 и разрядном проме-

жутке электродвижущей силы ε ; $\Gamma_{e,x}$ – проекция вектора плотности потоков электронов на ось x . В уравнении (14) $m=0$ соответствует плоскому случаю, а $m=1$ – цилиндрическому. Далее рассмотрим случай $m=0$.

Для конкретизации результатов компьютерного моделирования, которые обсуждаются в данной работе, полагается, что рассматривается тлеющий разряд в молекулярном азоте. Исходя из этого, задаются следующие значения электрофизических коэффициентов, входящих в математическую постановку задачи:

$$\mu_e p = 4.4 \times 10^5, \quad \mu_+ p = 1.45 \times 10^3, \quad (\text{Торр} \cdot \text{см}^2)/(\text{В} \cdot \text{с}), \quad (15)$$

$$\beta = 2 \times 10^{-7}, \quad \text{см}^3/\text{с},$$

$$\varepsilon^* = 4\pi e = 1.81 \times 10^{-6}, \quad \text{В} \cdot \text{см},$$

$$\frac{\alpha}{p} = \begin{cases} A \cdot \exp\left(-\frac{B}{E/p}\right), & \frac{E}{p} > 100; \\ \frac{A_1}{E/p} \exp\left(-\frac{B_1}{E/p}\right), & \frac{E}{p} < 100, \end{cases} \quad (\text{см} \cdot \text{Торр})^{-1}, \quad (16)$$

где

$$A = 12 (\text{см} \cdot \text{Торр})^{-1}; \quad B = 342 \text{ В}/(\text{Торр} \cdot \text{см});$$

$$A_1 = 900 \text{ В}/(\text{Торр} \cdot \text{см})^2; \quad B_1 = 314 \text{ В}/(\text{Торр} \cdot \text{см}).$$

Коэффициенты диффузии определялись по соотношениям Эйнштейна:

$$D_e = \mu_e T_e, \quad D_+ = \mu_+ T_+,$$

где T_e, T_+ – температуры электронов и ионов, эВ.

С использованием излагаемой модели удается провести расчеты тлеющего разряда в различных предположениях относительно температуры электронов и тяжелых частиц:

а) $T_e = T_+ = 0$;

б) $T_e = 11610 \text{ К}$ ($T_e = 1 \text{ эВ}$), $T_+ = 300 \text{ К}$
($T_+ = 0.0258 \text{ эВ}$);

в) переменные в пространстве температуры T_e и T_+ .

Очевидно, что условие (а) соответствует отсутствию физической диффузии.

Расчетная схема высокочастотного емкостного разряда показана на рис.2. Интегрировалась та же система уравнений (1)–(6). Однако граничные условия на электродах задавались в соответствии с рис. 2.

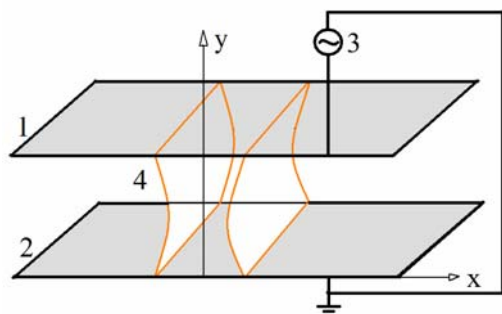


Рис.2. Схема задачи о высокочастотном емкостном тлеющем разряде

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

4.1. Расчеты тлеющего разряда, состоящего из двух столбов

Расчеты проводились для следующих исходных данных: $\varepsilon = 2000 \text{ В}$, $R_0 = 300000 \text{ Ом}$. В численных экспериментах изменялась начальная конфигурация газового разряда. В первом случае начальные приближения для столбов тлеющего разряда задавались, как это показано на рис.3. Расчет проводился до 100 мкс, что с большим запасом обеспечивает установлению стационарной структуры тлеющего разряда [9]. В результате устанавливалась конфигурация тлеющего разряда, показанная на рис.4. Два столба тлеющего разряда существуют независимо друг от друга. Распределение плотностей тока на катоде и аноде показаны на рис. 5.

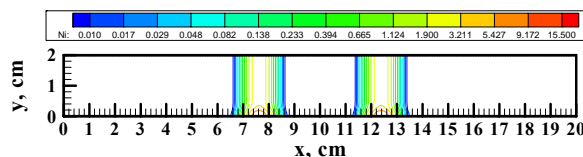


Рис.3. Начальное распределение концентраций ионов, приводящее к двум столбам разрядов

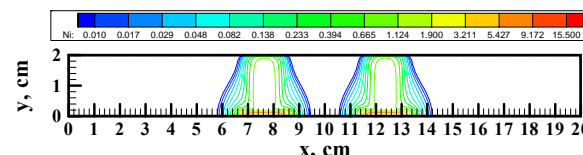


Рис.4. Установившееся решение для двух столбов тлеющего разряда

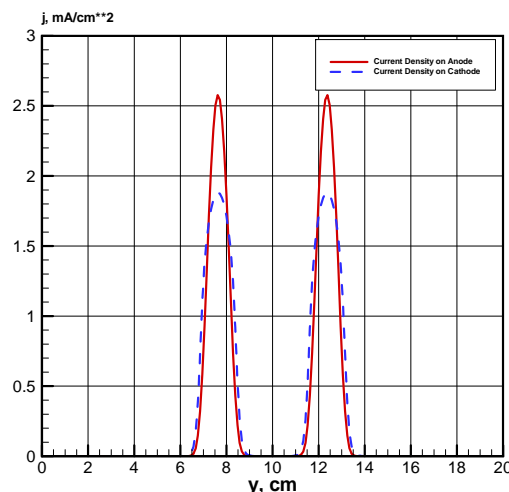


Рис.5. Плотность тока на электродах с двухстолбовой конфигурацией

Во второй расчетной серии начальное распределение плазмы (с теми же параметрами, как и в первом случае) задавалось, как это показано на рис.6, то есть начальная плазменная конфигурация задавалась в виде двух достаточно близко расположенных плазменных столбов. Расчет также проводился до 100 мкс. В результате происходило объединение плазменных столбов в единый столб (рис.7). Однако примечательно, что плотность тока в центре одного

плазменного столба оказалась равной плотности тока в двух столбах, полученных в первой серии (сравните рис. 8 и 5). Данный расчет подтверждает установленный ранее факт [9] о принципиальной возможности описания тлеющего разряда в режиме нормальной плотности тока с использованием диффузионно-дрейфовой модели. Принципиально важным также является установление того факта, что использование нестационарной диффузионно-дрейфовой модели позволяет моделировать газоразрядные структуры, состоящие из многих столбов.

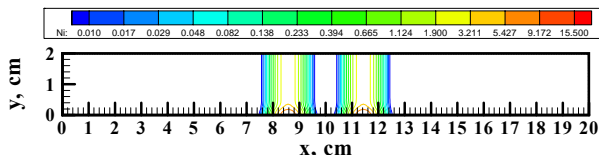


Рис.6. Начальное распределение концентраций ионов, приводящее к одному столбу разряда

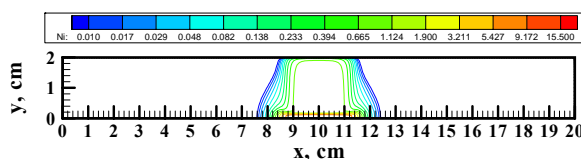


Рис.7. Установившееся решение одного столба тлеющего разряда

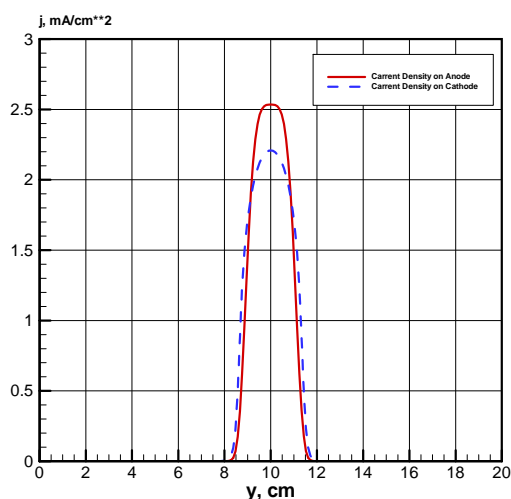


Рис. 8. Плотность тока на электродах после установления одностолбовой токовой конфигурации

4.2. Расчеты высокочастотного емкостного тлеющего разряда

Расчеты проводились при амплитудном значении напряжении на электродах $V = 850$ В (рис.2). Частота синусоидального изменения напряжения на электродах составляла 13.56 МГц. В численных экспериментах использовались разные начальные условия (задавались различные начальные распределения плотностей заряженных частиц в электроразрядной плазме), результатом чего было достаточно быстрое формирование одной из плазменных конфигураций, показанных на рис.9–12. Особо обратим внимание на то, что в одном случае формировался высокочастотный тлеющий разряд в α -форме (рис.9,10), а во втором случае – в γ -форме (рис.11,12). На рис.9 показано мгновенное распределение концентраций элект-

тронов и ионов, электрического потенциала и напряженности электрического поля для первого случая, а на рис. 11 – для второго случая. Пространственные распределения концентраций ионов для указанных двух случаев даны на рис. 10 и 12.

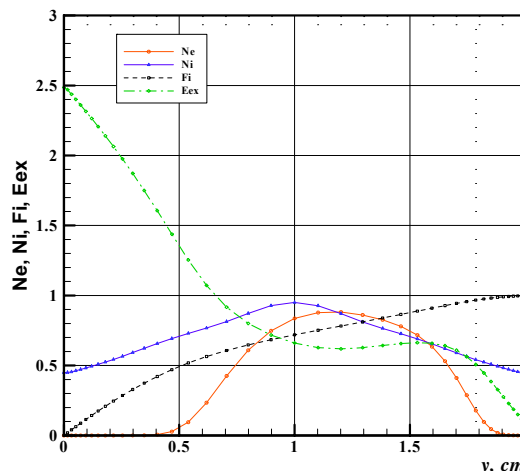


Рис.9. Мгновенное распределение концентраций электронов и ионов, напряженности электрического поля и потенциала поперек газоразрядного промежутка; разряд в α -форме

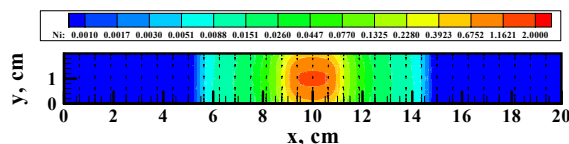


Рис.10. Мгновенное распределение концентраций ионов в газоразрядном промежутке; разряд в α -форме

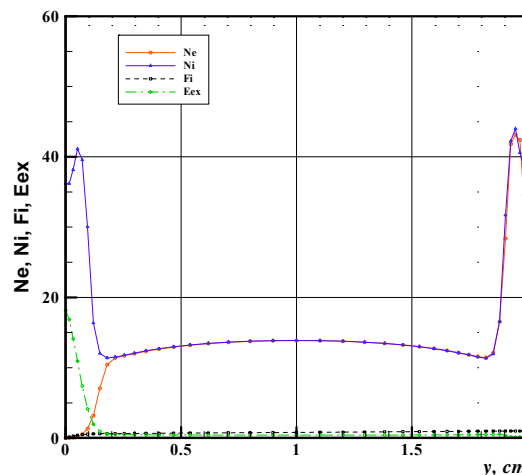


Рис.11. Мгновенное распределение концентраций электронов и ионов, напряженности электрического поля и потенциала поперек газоразрядного промежутка; разряд в γ -форме

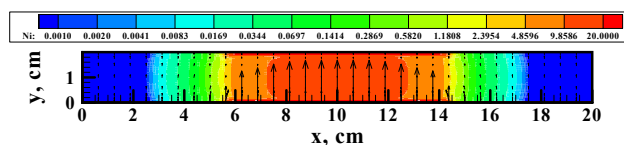


Рис.12. Мгновенное распределение концентраций ионов в газоразрядном промежутке; разряд в γ -форме

Важным выводом, следующим из представленных данных, является возможность сосуществования двух форм высокочастотного разряда при одинаковых гра-

нических условиях. В ряде рассчитанных вариантов (здесь не приведены) наблюдался переход от одной формы разряда к другой. Указанный переход оказывался весьма быстрым (несколько микросекунд). Однако этому переходу предшествовала весьма протяженная фаза перестроения электродинамической структуры в пределах предварительно получившейся формы разряда (до нескольких сот микросекунд).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дана мотивация и представлен анализ основных тенденций развития компьютерной аэрофизики газовых разрядов применительно к задачам аэрофизики.

Приведены результаты численного моделирования двух задач. В первой задаче посредством численных экспериментов исследован процесс объединения двух столбов непрерывного тлеющего разряда. Показано хорошее выполнение закона нормальной плотности тока, в соответствии с которым плотность тока остается неизменной при изменении конфигурации плазменных столбов. Полученные результаты позволяют утверждать, что формирование нормальной плотности тока хорошо описывается диффузионно-дрейфовой моделью и объяснение указанных закономерностей не требуют привлечения иных соображений.

Во второй задаче выполнено численное моделирование емкостного высокочастотного тлеющего разряда. В численных экспериментах установлено сосуществование двух форм высокочастотного разряда (в α - и γ -формах). Сосуществование указанных структур зафиксировано на протяжении более чем 250 мкс. Однако серия проведенных расчетов показывает, что диффузионно-дрейфовая модель описывает также переход разряда из одной формы в другую. Имеются вопросы, подлежащие дальнейшему исследованию. Они заключаются в том, что время такого перехода оказывается необычно большим.

6. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления Российской академии наук.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ward A.L.* Calculations of Cathode-Fall Characteristics // *J. of Applied Physics*. 1962. V.33. № 9. P.2789–2794.
2. *Ward A.L.* Effect of Space Charge in Cold-Cathode Gas Discharges // *Physical Review*. 1958. V.112. № 6. P.1852–1857.
3. *Гладуш Г.Г., Самохин А.А.* Расчет двумерного тлеющего разряда в молекулярном газе. М.: Препринт Института атомной энергии ИАЭ-3062. 1978. С.18.
4. *Гладуш Г.Г., Самохин А.А.* Численное исследование шнуrowания тока на электродах в тлеющем разряде // *ПМТФ*. 1981. № 5. С.15–23.
5. *Graves D.B., Jensen K.E.* A continuum Model of DC and RF Discharges // *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1986. V.PS-14. № 2. P.78–91.
6. *Райзер Ю.П., Суржиков С.Т.* Еще раз о природе эффекта нормальной плотности тока на катоде тлеющего разряда // *Письма в ЖТФ*. 1987. Т.13. Вып.8. С.452–456.
7. *Райзер Ю.П., Суржиков С.Т.* Двумерная структура нормального тлеющего разряда и роль диффузии в формировании катодного и анодного пятен // *Теплофизика высоких температур*. 1988. Т.25. № 3. С.428–435.
8. *Райзер Ю.П., Суржиков С.Т.* Диффузия зарядов вдоль тока и эффективный метод устранения счетной диффузии // *ТВТ*. 1990. Т.27. № 3. С.8–15.
9. *Суржиков С.Т.* Физическая механика газовых разрядов. М.: Изд. МГТУ. 2006. 640 с.
10. *Resler E.L., Sears W.R.* The Prospects for Magneto-Aerodynamics // *J. Aero Sci.* 1958. V.25. P.45–235, and 258.
11. *Shang J.S.* Recent Research in Magneto-Aerodynamics // *Progress in Aerospace Sciences*. 2001. V.37. P.1–20.
12. *Shang J.S., Surzhikov S.T.* Magneto-Aerodynamic Actuator for Hypersonic Flow Control // *AIAA J.*, 2005 (a). V.43. № 8. С.1633–1643.
13. *Shang J.S., Surzhikov S.T.* Magneto-fluid-dynamics Interaction for Hypersonic Flow Control // *AIAA Paper 04-0508*. 2004.
14. *Shang J.S., Surzhikov S.T., Kimmel R., Gaitonde D., Menart J, and Hayes J.* Plasma Actuator for Hypersonic Flow Control // *AIAA 05-0563*. 2005 (b).
15. *Surzhikov S.T. and Shang J.S.* Physics of the Surface Direct Current Discharge in Magnetic Field // *AIAA 04-0176*. 2004 (a). 11 p.
16. *Surzhikov S.T., Shang J.S.* Multi-Fluid Model of Weakly Ionized Electro-Negative Gas // *AIAA-04-2659*. 2004 (b). 11 p.
17. *Surzhikov S.T., Shang J.S.* Numerical Simulation of Subsonic Gas Flows with Glow Discharge and Magnetic Field // *AIAA 03-3759*. 2003 (b).
18. *Surzhikov S.T., Shang J.S.* Glow Discharge in Magnetic Field with Heating of Neutral Gas // *AIAA 03-3654*. 2003 (c). P.11
19. *Surzhikov S.T., Shang J.S.* Subsonic and supersonic flow around wing with localized surface gas discharge // *AIAA 05-0406*. 2005. 11 p.
20. *Surzhikov S.T., Shang J.S.* Supersonic Internal Flows with Gas Discharge and External Magnetic Field // *AIAA 03-3625*. 2003 (a). P.11.
21. *Surzhikov S.T., Shang J.S.* Two-component plasma model for two-dimensional glow discharge in magnetic field // *Journal of Computational Physics*. 2004 (c). V.199. P.437–464.
22. *Суржиков С.Т., Шэнг Дж.С.* Вязкое взаимодействие на плоской пластине с поверхностным разрядом в магнитном поле // *ТВТ*. 2005. Т.43. №1. С.21–31.
23. *Boeuf J.P.* // *Phys. Rev. A*. 1987. V.36. № 6. P.2782.
24. *Boeuf J.P., Marode E.* // *J.Phys. D.: Appl.Phys.* 1982. V.15. P.2169.
25. *Березин Ю.А., Вишивков В.А.* Метод частиц в динамике разреженной плазмы. Новосибирск: Наука. 1980. 95 с.
26. *Хокни Р., Иствуд Дж.* Численное моделирование методом частиц. М.: Мир. 1987. 638 с.
27. *Бэдсел Ч., Ленгдон А.* Физика плазмы и численное моделирование. М.: Энергоатомиздат. 1989. 451 с.
28. *Петрусев А.С., Суржиков С.Т., Шэнг Дж.С.* Двумерная модель тлеющего разряда с учетом колебательного возбуждения молекулярного азота // *ТВТ*. 2006. Т.44. № 6. С.814–822.
29. *Петрусев А.С., Суржиков С.Т.* Колебательное возбуждение в тлеющем разряде для аэрокосмических приложений // *Химическая Физика*. 2006. Т.25. № 11. С.8–16.