

ПОСТРОЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ТЕРМОВЯЗКОУПРУГОГО ПОВЕДЕНИЯ РЕЗИНЫ ПРИ МАЛЫХ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

А.А. Адамов

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Аннотация

Выполнены испытания образцов резины на основе натурального каучука, наполненной техуглеродом при различных уровнях температуры на машине Zwick Z100/SN5A. Опыты проведены в условиях одноосного напряженного и одноосного деформированного состояния при сложных историях деформации, включающих участки релаксации напряжения при разных уровнях относительного удлинения (максимальное не превышало 50%), участки разгрузки и отдыха с измерением малых остаточных удлинений. В найденном интервале температур высокоэластичности построены варианты модели термовязкоупругости различного уровня сложности. Наиболее простой для идентификации и практического использования является модель предварительно тренированной резины. Она обладает стабильными вязкоупругими свойствами и обратимостью деформаций после разгрузки и отдыха при уровнях деформации порядка 80 % от уровня деформации предыдущей тренировки. Учёт эффектов тиксотропии и малых остаточных удлинений выполнен с помощью структурного скалярного параметра со своим уравнением эволюции и с помощью слагаемого в функции релаксации с большими временами релаксации.

CONSTRUCTION OF APPLIED NON-LINEAR MODEL OF THERMO-VISCOELASTIC BEHAVIOR OF RUBBER AT SMALL FINITE DEFORMATIONS

A series of tests on the natural rubber vulcanizate filled with technical carbon were carried out on the testing Zwick Z100/SN5A machine at different temperatures. The tests were conducted under conditions of uniaxial stress-strain state for complicated deformation histories involving the periods of stress relaxation at different levels of elongation (the maximum elongation did not exceed 50%) and periods of unloading and rest, during which small residual elongations were measured. The variants of thermo-viscoelasticity model, differing in the level of complexity were constructed for the experimentally defined temperature interval of high viscoelasticity. The simplest model from the viewpoint of identification and practical usage is the model of pre-aged rubber. It has stable viscoelastic properties and deformation reversibility after unloading and rest at the deformation level of about 80% of the deformation level reached during previous rubber aging. The effects of thixotropy and small residual elongations were taken into account by the structural scalar parameter, having its own evolution equation, and the term in the function of relaxation with long relaxation times.

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблемы учета вязкоупругих, температурных и тиксотропных свойств эластомеров важны в практических задачах оценки динамической жёсткости и диссипативных потерь при циклических режимах работы, оценки релаксации напряжений и ползучести эластомерных элементов конструкций, в задачах анализа нестационарных термосиловых режимов нагружения.

Многие практические задачи конструирования используют полезные диссипативные свойства эластомеров, и они определяют работоспособность большой номенклатуры изделий. Но с другой стороны, диссипативный разогрев в совокупности с низкой теплопроводностью эластомеров приводят к существенным ограничениям при выборе материалов, параметров и форм конструкций при проектировании изделий с заданной надежностью и долговечностью.

Диссипируемая механическая энергия для эластомеров зависит от амплитуд статической и динамической составляющих деформации, от формы цикла, от вида напряженно-деформированного состояния, от температуры. Из-за нелинейного характера реакции материала на гармоническое деформационное или силовое воздействие для характеристики динамических свойств этого класса материалов также неприменим математический аппарат комплексных модулей или податливостей. Для эластомеров с тиксотропией пове-

дение в течение длительного времени также зависит от истории температуры и истории максимально достигнутых уровней деформации, определяющих уровень физических изменений структуры материала.

Поэтому для конструкционных эластомеров актуальна задача построения определяющих уравнений, описывающих произвольные истории деформирования, включая режимы разгрузки и циклического нагружения в диапазоне малых, но конечных деформаций, соответствующем условиям работы большинства эластомерных материалов. Этот диапазон для большинства изделий из резин не превосходит 10–20 % [1], он имеет важное практическое значение, но имеет специфические особенности измерения таких малых деформаций по сравнению с деформациями > 20 %.

В настоящее время существует разнообразные подходы к построению моделей термомеханического поведения резин, но только некоторые из моделей могут быть полностью идентифицированы по доступной экспериментальной информации.

Большое количество работ посвящено трёхмерным моделям вязкоупругости эластомеров при конечных деформациях на основе дифференциального подхода, например, [2–7]. Сложность практического применения этих моделей значительно обусловлена высокими степенями систем определяющих нелинейных дифференциальных уравнений для отражения реально измеряемого спектра времен релаксации наполненных резин.

Данная работа посвящена экспериментальному исследованию конкретной резины, выявлению области её высокоэластичного состояния, построению и идентификации прикладной феноменологической интегральной модели изотропного поведения для интервала температур высокоэластичности в диапазоне конечных деформаций до 50% с учетом тиксотропии и малых остаточных деформаций.

Испытана протекторная резина НИИШП на основе натурального каучука (60 мас. ч. техуглерода П-234 на 100 мас. ч. каучука).

Эксперименты выполнены на испытательной машине Zwick Z100SN5A с использованием нестандартных приспособлений: устройства для реализации одноосного деформированного состояния (ОДС); захватов для испытаний при одноосном напряженном состоянии (ОНС) с закреплением 1 или 3 образцов без их выполинения при любых уровнях деформации; “плавающей” опоры нижнего захвата для испытаний при ОНС с измерением малых остаточных удлинений в разгруженном состоянии.

Определение температуры стеклования и коэффициента линейного термического расширения выполнено в ИТХ УрО РАН на установке УИП-70.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ РЕЗИНЫ

2.1. Одноосное напряженное состояние

Оценка температуры стеклования T_c – температуры или области температур, ниже которой резина приобретает свойства твердого тела в результате процесса стеклования [8].

В зависимости от природы процесса стеклования различают температуру структурного $T_c^{стр}$ (зависит от скорости изменения температуры) и механического $T_c^{мех}$ (зависит от частоты внешнего воздействия) стеклования.

В данной работе определение $T_c = T_c^{стр}$ и коэффициента линейного термического расширения проводилось при сжатии цилиндрических образцов на приборе УИП-70 dilatометрическим методом в температурном диапазоне от -85°C до $+50^\circ\text{C}$. Использовались составные образцы диаметром 6 мм, вырубленные из плоских пластин.

Температура стеклования резины $T_c^{стр} = (-57 \pm 1)^\circ\text{C}$ определялась точкой пересечения касательных, проведенных в областях застеклованного и высокоэластичного состояний [8–10] на диаграмме перемещение – температура (термомеханической кривой).

Коэффициент линейного термического расширения $\alpha_T = 1.62_{10} - 4 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ в интервале температур от -60°C до $+50^\circ\text{C}$ определен с необходимыми поправками как тангенс угла наклона термомеханической кривой в области высокоэластичного состояния резины.

Для разработчиков резинотехнических изделий (РТИ) наиболее важна оценка свойств резин в интервале температур от T_c до $\sim T_c + 30^\circ\text{C}$ [8]. Именно в этом интервале резина при охлаждении утрачивает эластичность и становится кожеподобной.

Стандарты на различные РТИ задают нижнюю температуру эксплуатации в этой области темпера-

тур с помощью различных критериев. В РФ наибольшее употребление имеет стандартный коэффициент морозостойкости, регламентирующий соотношение жесткостей при одном и том же напряжении для разных видов НДС по отношению к соответствующей жесткости при комнатной температуре [8–10]. Его конкретная величина задается по многим критериям эксплуатации конкретного РТИ.

Для установления нижней границы температурного диапазона высокоэластичности и нижнего предела температуры эксплуатации проведены опыты на образцах типа IV по ГОСТ 270-75 в условиях растяжения с постоянной скоростью перемещения захвата 250 мм/мин при уровнях температуры $-50, -40, -30, -20, -10, 10, 25, 50^\circ\text{C}$. Результаты представлены на рис. 1.

Оценка нижнего предела температуры эксплуатации для исследованной резины по этим данным при значении коэффициента морозостойкости 0.5 для растяжения по модулю Юнга (при малых деформациях) дает нижнее значение температуры эксплуатации $T_g = -20^\circ\text{C}$, при снижении допустимой величины коэффициента морозостойкости до 0.05 допустимая температура эксплуатации снижается до $T_g \approx -35^\circ\text{C}$.

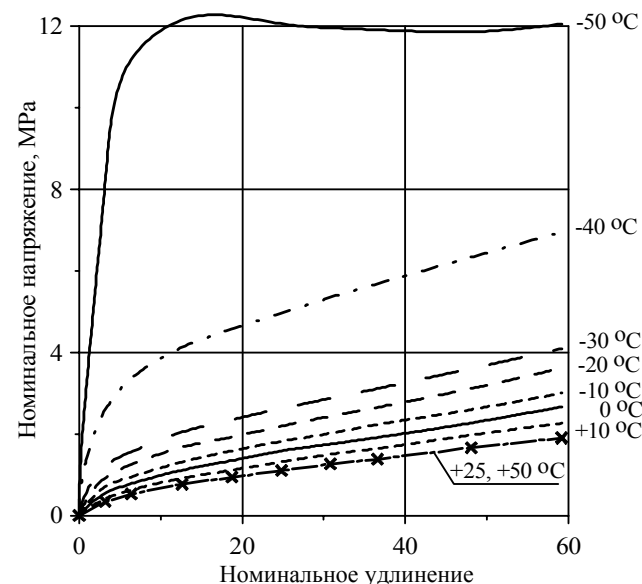


Рис. 1. Усредненные кривые растяжения при различных уровнях температуры

Исследование вязкоупругих и тиксотропных свойств резины при разных уровнях температуры. Испытания выполнены в условиях растяжения до 50% относительного удлинения: с различными скоростями деформации, при сложных релаксационных испытаниях с чередующимися ступенями релаксации и отдыха, при циклическом растяжении с разными амплитудами деформации и отдыхом после каждой ступени циклического нагружения.

Одновременно в каждом опыте испытывалось три образца типа I по ГОСТ 270-75 с использованием оригинальных захватов и нижней “плавающей” опоры.

Программы многоступенчатых испытаний на релаксацию и возврат имели последовательные ступени заданного удлинения δ_i (программа 1: $\delta_i = 2; 5; 8; 10; 15; 5; 25; 5$ мм; программа 2: $\delta_i = 25; 5; 8; 10; 15; 5; 25$ мм), отличающиеся только уровнем δ_i : растяжение

от нулевого напряжения до заданного удлинения со скоростью 1.67 мм/сек, сохранение его постоянным в течение 1000 сек, разгрузка с той же скоростью перемещения до нулевого напряжения, отдых при нулевом напряжении в течение 1000 сек.

Программы многоступенчатых гистерезисных испытаний также имели ступени, содержащие 21 цикл растяжения со скоростью перемещения 1.67 мм/сек до заданной амплитуды перемещения δ_i с разгрузкой до напряжения 0.01 МПа, отдыхом при отсутствии нагрузки в течение 1000 сек между ступенями (программа 3: $\delta_i = 2; 5; 8; 10; 15; 25; 5$ мм; программа 4: $\delta_i = 25; 5; 8; 10; 15; 5; 25$ мм).

Некоторые результаты испытаний по 4 вышеприведенным программам для уровней температуры +25 °C и -20 °C представлены на рис. 2–7, где под «номинальным напряжением» понимается напряжение, вычисленное с использованием начальной площади поперечного сечения образца, под «удлинением» – отношение приращения длины участка однородного деформирования к её начальному значению, под «номинальным удлинением» – отношение перемещения подвижного захвата к расчетной длине образца.

Для различных ступеней программ 1 и 2 типичные результаты по остаточным удлинениям приведены на рис. 2в, 3в. Они в большей мере определяются величиной предшествующей максимальной деформации и в меньшей мере зависят от истории её достижения.

На рис. 8 показаны результаты измерения остаточных удлинений после отдыха 1000 сек на различных ступенях программы 1 релаксационных испытаний в зависимости от удлинения, при котором происходила предшествующая релаксация напряжения.

На рис. 9 приведена эволюция усредненных остаточных удлинений в течение полугода после последней разгрузки для программ 2, 4 (отдых при комнатной температуре). Экстраполяция этих данных дает оценку полного восстановления формы образцов в течение времени $> 10^{13}$ сек. Для выявления природы остаточных удлинений выполнено термостатирование 6 разгруженных образцов (хранившихся в течение 7 месяцев при комнатной температуре) при температуре (70 ± 1) °C в течение 28 час $\approx 10^5$ сек. После охлаждения образцов до комнатной температуры остаточные удлинения имели уровень 0.4 %.

Использована следующая методика измерения малых остаточных удлинений при отдыхе образцов в разгруженном состоянии. В течение первых 1000 сек отдыха для каждой ступени испытаний эти измерения осуществлялись на базе однородного деформирования с помощью датчика Multisens испытательной машины. Затем регистрация остаточных удлинений образцов, испытанных и удаленных из захватов машины, проводилась в дискретные моменты времени с помощью фотосъёмки цифровым фотоаппаратом Canon EOS 350D.

Для выявления деформационной анизотропии предварительно нагруженного материала выполнены серии однотипных испытаний при ОНС: образцы (тип IV по ГОСТ 270-75) вырубались в направлениях вдоль и поперек действия предварительной нагрузки из пластин резины 136 x 117 x 2 мм, предварительно деформированных до удлинения 50 % с последующей релаксацией напряжений в течение 1000 сек, разгрузкой и отдыхом в течение суток.

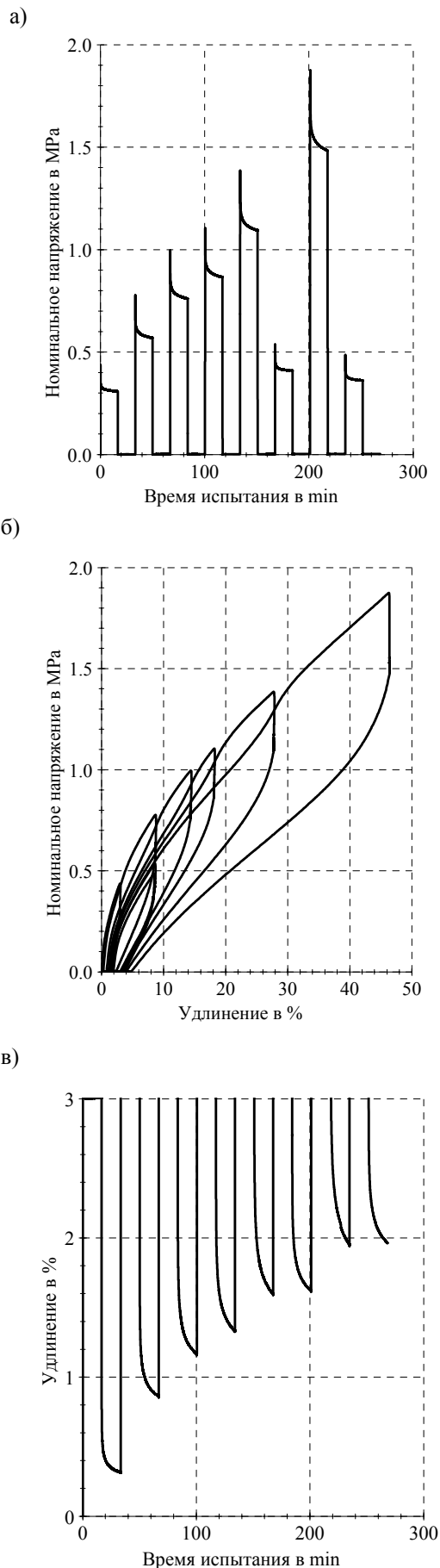


Рис. 2. Данные релаксационных испытаний при $T = 25^\circ\text{C}$ по программе 1: а) напряжение – время; б) напряжение – удлинение; в) удлинение – время

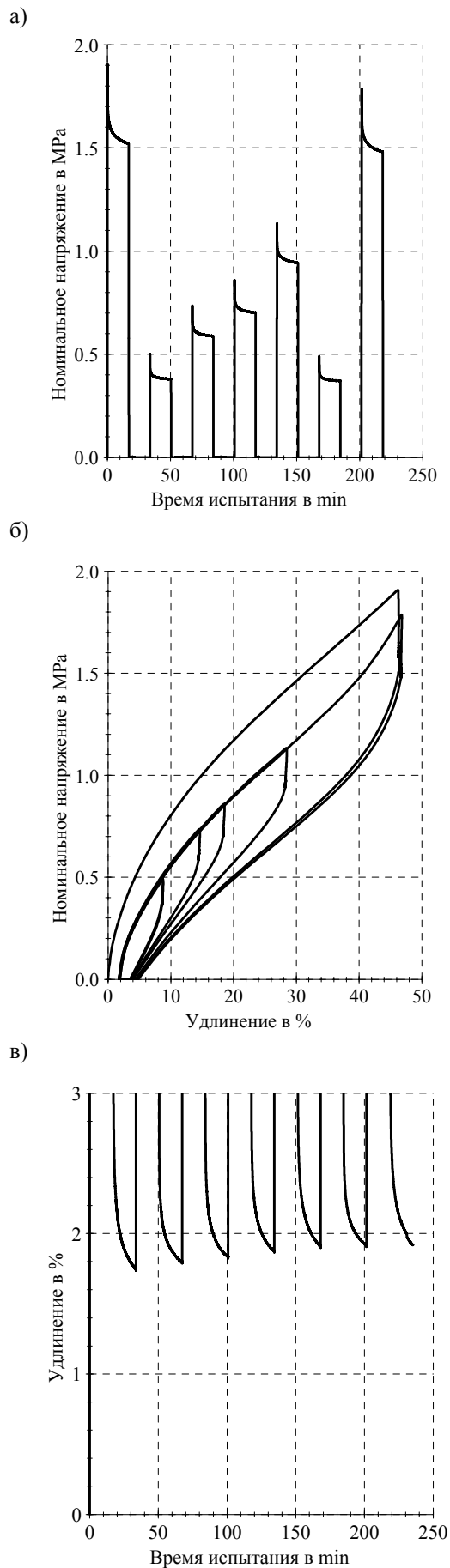


Рис. 3. Данные релаксационных испытаний при $T = 25^{\circ}\text{C}$ по программе 2: а) напряжение – время; б) напряжение – удлинение; в) удлинение – время

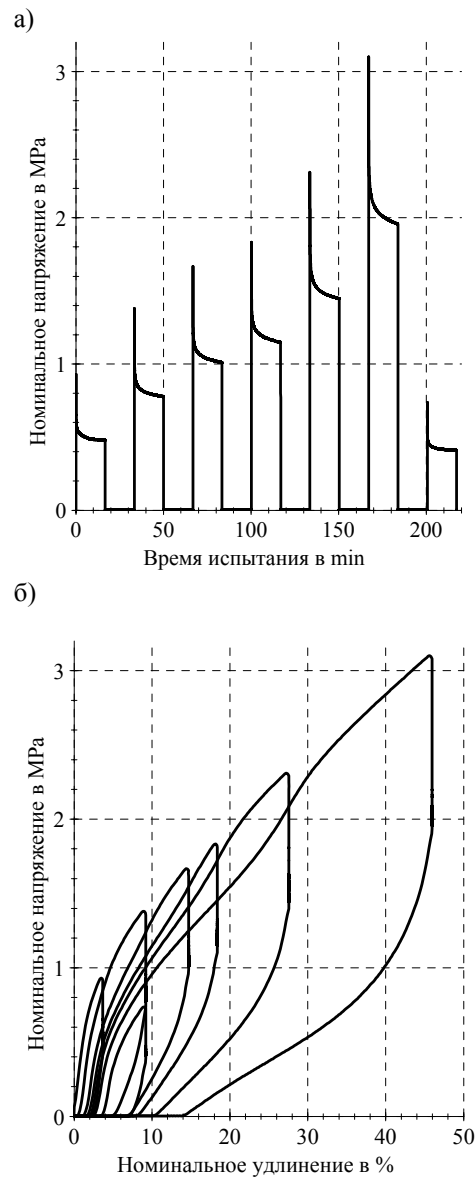


Рис. 4. Данные релаксационных испытаний при $T = -20^{\circ}\text{C}$ по программе 1: а) напряжение – время; б) напряжение – удлинение

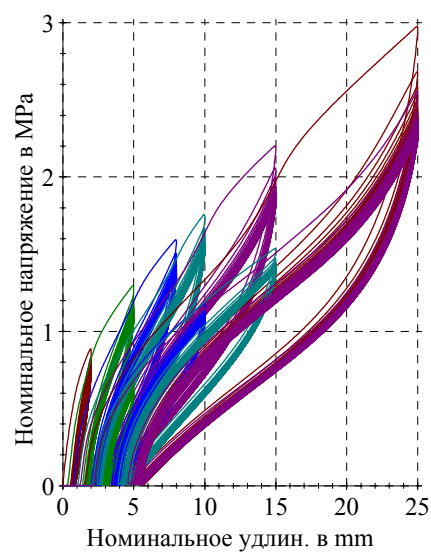


Рис. 5. Гистерезисные кривые при $T = -20^{\circ}\text{C}$ по программе 3

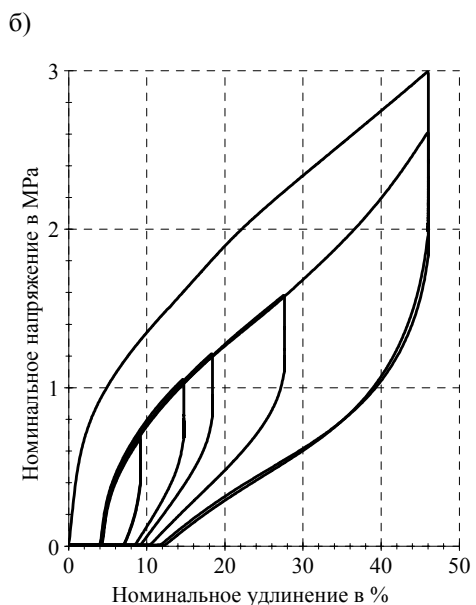
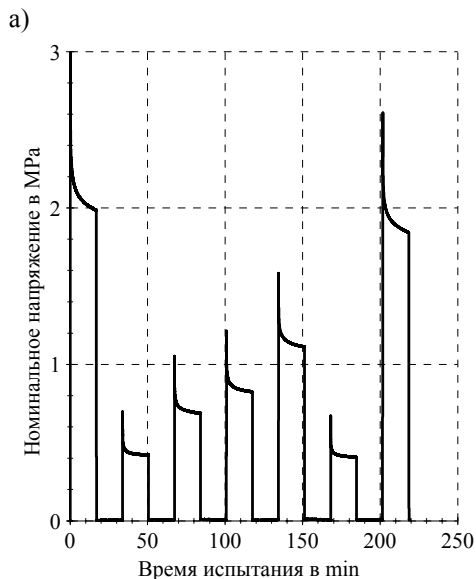


Рис. 6. Данные релаксационных испытаний при $T = -20^{\circ}\text{C}$ по программе 2: а) напряжение – время; б) напряжение – удлинение

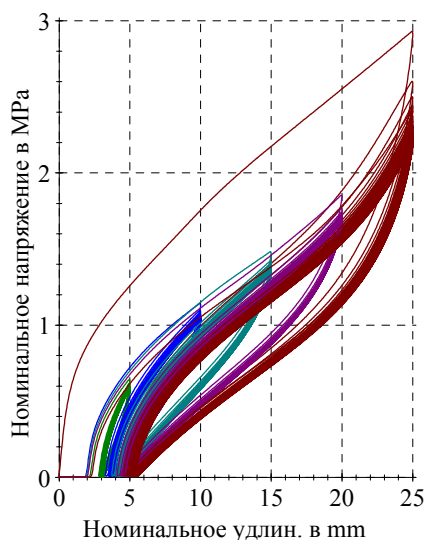


Рис. 7. Гистерезисные кривые при $T = -20^{\circ}\text{C}$ по программе 4

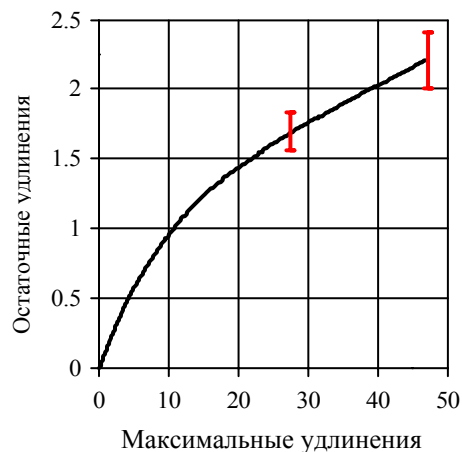


Рис. 8. Остаточные осевые удлинения после разгрузки и отдыха в течение 1000 сек для разных ступеней программы 1

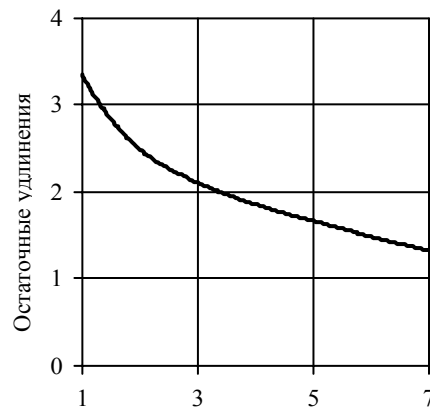


Рис. 9. Остаточные осевые удлинения после последней разгрузки для программ 1-4

На рис. 10 показаны усредненные результаты этих испытаний (усреднение по 6 образцам), диаграммы построены с использованием шкалы относительных удлинений, для которых начальная длина содержит малые остаточные удлинения образцов (порядка 2 % для направления действия предварительной нагрузки и -1 % – для поперечного направления).

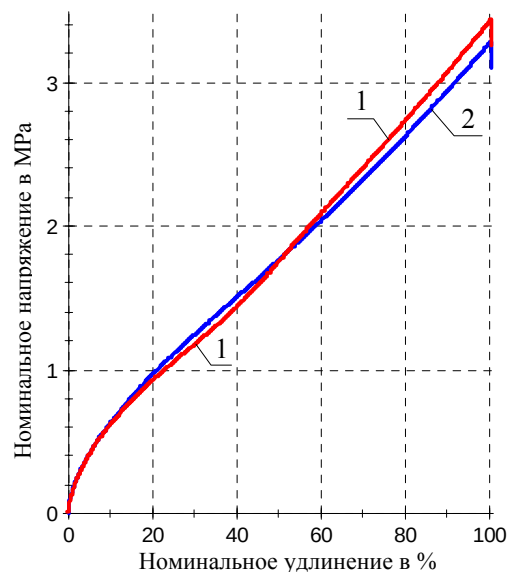


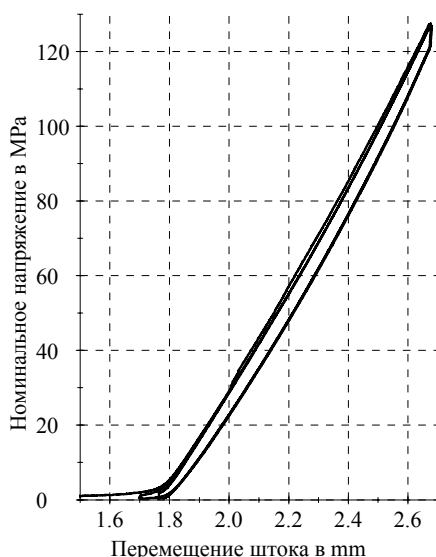
Рис. 10. Диаграммы растяжения предварительно нагруженных образцов:
1 – в направлении предварительной вытяжки резины,
2 – в перпендикулярном направлении

2.2. Одноосное деформированное состояние

Типичный результат испытаний при ОДС, близком к всестороннему гидростатическому сжатию, приведен на рис. 11 для 3 циклов нагружения для комнатной температуры. Наблюдаемые гистерезисные потери при нагрузке-разгрузке обусловлены в основном трением образца резины о стенки стального контейнера. Практическое отсутствие релаксации также свидетельствует об упругом поведении резины при этом виде напряженно-деформированного состояния.

Слабая упругая объёмная сжимаемость резины аппроксимирована линейной зависимостью с постоянным модулем объёмного сжатия $B = (2950 \pm 160)$ МПа в диапазоне давлений от 3 до 50 МПа (при меньших давлениях выполнение условий ОДС не контролируется, при больших – существенна нелинейность поведения). В диапазоне температуры высокоэластичности модуль объёмного сжатия можно считать постоянным [1,8].

а)



б)

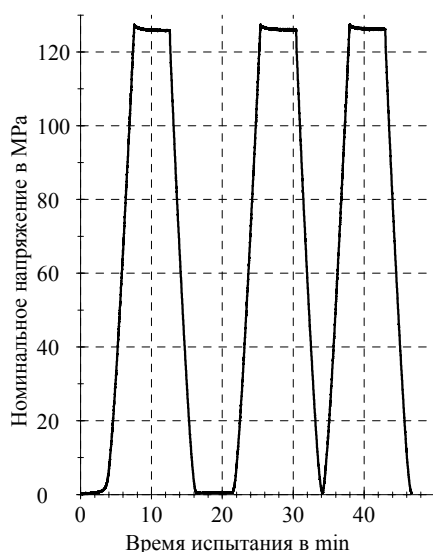


Рис. 11. Диаграмма сжатия (а) и история нагружения (б) при ОДС

Выводы по выполненному экспериментальному исследованию:

1. Нижняя граница области высокоэластичности исследованной резины лежит в интервале температур от -35°C до -20°C и зависит от допустимой величины коэффициента морозостойкости. В интервале температур от -35°C до 50°C коэффициент линейного термического расширения $\alpha_T = 1.6_{10-4} 1/^{\circ}\text{C}$.
2. Предварительная тренировка образца в области температур высокоэластичности при релаксационных или гистерезисных испытаниях с заданным уровнем деформации обеспечивает на качественном уровне при меньших уровнях деформаций (70-80 % от максимально достигнутого уровня) типичное вязкоупругое поведение резины без существенного накопления остаточных деформаций и без проявления эффектов тиксотропии.
3. Остаточные удлинения в разгруженном состоянии носят затухающий степенной характер, они являются малыми величинами по отношению к уровню предварительной максимальной деформации и в большей мере зависят от уровня предварительной максимальной деформации, чем от истории её достижения.
4. Предварительное деформирование с последующим отдыхом приводит к наблюдаемому, но малому эффекту деформационной анизотропии. Поэтому в исходном и деформированном состояниях для этой резины можно принять гипотезу изотропного тела.
5. В диапазоне давлений от 3 до 50 МПа резина является упругослабосжимаемым материалом с модулем объёмного сжатия $B = 2950$ МПа.

3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

3.1. Кинематика

Для кинематического моделирования поведения исследованной резины рассмотрены четыре конфигурации тела: начальная отсчетная конфигурация неповрежденного тела C_{00} , определяемая радиус вектором $\bar{r}|_{t=0}$; текущая конфигурация нагруженного тела C_t с радиус-вектором $\bar{R}(t) = \bar{r} + \bar{u}(t)$; текущая конфигурация разгруженного тела C_{t0} с радиус-вектором $\bar{R}_0(t)$; и её частная равновесная конфигурация разгруженного тела $C_{\infty 0}$ с радиус-вектором $\bar{R}_{\infty} \equiv \bar{R}_0(\infty)$.

Разгруженное тело с течением времени из конфигурации C_{t0} асимптотически стремится к мало отличающейся от нее конфигурации $C_{\infty 0}$. Для достаточно больших интервалов времени после разгрузки

$$\bar{R}_0(t) = \bar{r} + \varepsilon \bar{u}_0(t), \quad \forall (t - t_p) \gg 1, \quad (1)$$

где ε – малый параметр, $\bar{u}_0(t)$ – вектор остаточных перемещений, t_p – время разгрузки.

3.2. Моделирование термовязкоупругого поведения предварительно тренированной резины

Для приближенного описания вязкоупругого поведения предварительно деформированного материала в диапазоне до 80% от максимально достигнутых деформаций можно использовать следующий подход. Так как равновесная конфигурация разгруженного тела $C_{\infty 0}$ практически не измерима (см. рис. 9), примем в её качестве измеренную конфигурацию C_{t0} для фиксированного момента времени t_0 ($t_0 - t_p \gg 1$), со-

ответствующего следующему циклу нагружения. Тогда при $t > t_0$ тензор-градиент места из начальной в текущую конфигурацию C_t представим в виде мультипликативного разложения

$$\hat{F}(t) = \bar{R}_i \bar{r}^i = \hat{F}_\tau \cdot \hat{F}_p = \frac{d \bar{R}(t)}{d \bar{R}_0(t_0)} \cdot \frac{d \bar{R}_0(t_0)}{d \bar{r}}, \quad (2)$$

где $\hat{F}_\tau(t) = \frac{d \bar{R}(t)}{d \bar{R}_0(t_0)} = \bar{R}_i(t) \bar{R}_0^i(t_0)$ – градиент обратимой высокоэластической деформации;

$$\hat{F}_p(t_0) = \frac{d \bar{R}_0(t_0)}{d \bar{r}} = \bar{R}_{0i}(t_0) \bar{r}^i \text{ – зафиксированный градиент остаточной деформации,}$$

$\bar{r}_i(0), \bar{R}_i(t), \bar{R}_{0i}(t_0)$ – векторы основных базисов в конфигурациях C_{00}, C_t, C_{t0} , соответственно.

Тогда в базисе $\bar{R}_{0i}(t_0)$ фиксированной конфигурации C_{t0} при $t > t_0$ для предварительно тренированной резины возможно использовать модель нелинейного термовязкоупругого слабосжимаемого тела при конечных обратимых деформациях [11-12] с мерой обратимых деформаций Коши–Грина

$$\hat{G}_\tau^\times(t) = \hat{F}_\tau^* \cdot \hat{F}_\tau = (\bar{R}_i \cdot \bar{R}_j) \bar{R}_0^i \bar{R}_0^j = (G_\tau^\times)_{ij} \bar{R}_0^i \bar{R}_0^j. \quad (3)$$

Она имеет вид

$$\hat{Q} = \mu_T^* \left\{ \zeta(I_\gamma) I_3^{-5/6} \left(\hat{g} - \frac{I_1}{3} \hat{m}_\tau \right) \right\} + B(I_d - 3\alpha_T \Delta T) \hat{m}_\tau, \quad (4)$$

где $\hat{Q}, \hat{g}, \hat{m}_\tau \equiv (\hat{G}_\tau^\times)^{-1}$ – “энергетический” тензор напряжений, метрический тензор и обратный тензор меры обратимых деформаций Коши–Грина в базисе конфигурации C_{t0} , соответственно; μ_T^* – оператор модуля сдвига наследственной вязкоупругости в рамках гипотезы о справедливости температурно-временной аналогии с функцией температурно-временного сдвига $g_T[T(t) - T_{s\mu}]$ относительно температуры приведения $T_{s\mu}$

$$\mu_T^* f(t) = \int_0^t R_\mu \left(\int_\tau^t g_T[T(y) - T_{s\mu}] dy \right) df(\tau); \quad (5)$$

I_1, I_3 – инварианты меры деформаций Коши–Грина;

$I_\gamma = \sqrt{I_1 I_3^{1/3} - 3}$; $I_d = \sqrt{I_3} - 1$ – принятые меры интенсивности деформаций сдвига и меры объёмных деформаций; $\Delta T = T(t) - T_0$ – изменение температуры относительно её начального значения T_0 ; $\zeta(I_\gamma)$ – нормированная функция нелинейности с параметрами k_0, k_1, k_2 :

$$\zeta(I_\gamma) = 1 - \frac{(1 - k_0)}{k_2 I_\gamma} \ln \left(\frac{1 + \exp(k_1 + k_2 I_\gamma)}{1 + \exp(k_1)} \right); \quad (7)$$

Методика идентификации этой модели изложена в [13], она включает в себя для каждого уровня температуры испытаний: построение изохронных кривых напряжения – деформация по данным релаксации напряжения при разных уровнях обратимой деформации; определение параметров функции нелинейности при аппроксимации изохронных кривых; нахождение

функции релаксации по экспериментальным данным с учетом измеренных остаточных удлинений перед каждой ступенью релаксационных и гистерезисных испытаний по программам 2 и 4.

На основании полученных при разных уровнях температуры функций релаксации построены обобщенная функция релаксации для оператора модуля сдвига и соответствующая ей функция температурно-временного сдвига.

С использование гипотезы о справедливости температурно-временной аналогии модель (3-7) удовлетворительно идентифицирована для исследованной резины в диапазоне температур высокоэластичности от -20°C до 50°C .

3.3. Моделирование вязкоупругого поведения с учетом остаточных удлинений и тиксотропии

При необходимости учета малых остаточных деформаций в случае, когда конфигурация C_{t0} неизвестна из экспериментальных данных, возникают проблемы её расчетной идентификации в произвольные моменты времени для известных полных историй деформирования.

Остаточные, непрерывно изменяющиеся удлинения и проявления эффекта Маллинза – Патрикеева связаны со структурными изменениями в резине под действием механического нагружения [2–10]. Для их моделирования в диапазоне деформаций до 50% на основе модели (3–7) предложена феноменологическая модель вязкоупругого изотропного поведения резины со структурным скалярным параметром $Z_c(t)$ и функцией релаксации $R_\mu(t) = R_\mu^{\text{физ}}(t) + R_\mu^{\text{хим}}(t)$, где $R_\mu^{\text{физ}}(t)$ отвечает за процессы быстрой (“физической”) релаксации, а $R_\mu^{\text{хим}}(t)$ – за медленные (процессы “химической” по Г.М.Бартеневу [9]) релаксации и описывает остаточные деформации как обратимые на временном диапазоне порядка $>10^7$ сек.

Общий вид этой связанной модели в изотермических условиях с использованием меры деформаций $\hat{G}^\times(t) = \hat{F}^* \cdot \hat{F}$ определен системой уравнений:

$$\hat{Q}(t) = \eta(Z_c) \mu^* \left\{ \zeta(I_\gamma) I_3^{-5/6} \left(\hat{g} - \frac{I_1}{3} \hat{m} \right) \right\} + B I_d \hat{m}; \quad (8)$$

$$\frac{d Z_c}{d t} = \gamma_0 \exp(-\gamma_1 Z_c) \int_0^t \Phi(t - \tau) \frac{\partial \varphi(\hat{G}^\times, T)}{\partial \tau} d \tau, \quad (9)$$

где $\eta(Z_c) = 1 - \gamma_4 Z_c$ – функция структурного скалярного параметра, описывающая эффект размягчения; γ_0, γ_1 – параметры уравнения эволюции (9); $\Phi(t)$ – функция памяти структурных изменений; $\varphi(\hat{G}^\times, T)$ – функция, учитывающая термофлуктуационный характер структурных изменений, с параметрами $U_0, \gamma_2, \gamma_3, R$:

$$\varphi(\hat{G}^\times, T) = \exp \left(\frac{-U_0 + \gamma_2 I_\gamma + \gamma_3 I_d}{R T} \right); \quad (10)$$

Из-за нерешенных проблем корректной идентификации параметров и функций достаточно обоснованного и исследованного уравнения эволюции (9) использовано более простое уравнение эволюции

$$Z_c(t) = \gamma_0 \max [\gamma_1(T) I_\sigma]_0^t, \quad (11)$$

где I_σ – интенсивность напряжений сдвига.

Выполненная идентификация модели (8,11) позволила при $T = 25^\circ\text{C}$ описать основные качественные особенности поведения нетренированной резины по программам 1–4 при удовлетворительном количественном соответствии экспериментальных и расчетных данных в рамках имеющегося статистического разброса экспериментальных данных.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предварительное деформирование (тренировка) образцов исследованной наполненной резины в найденном интервале температур высокоэластичности до уровней деформаций, не превышающих 50 %, сопровождается снижением жесткости и появлением малых остаточных квазиравновесных деформаций, имеющих времена ретардации порядка $>10^7$ сек при комнатной температуре («химическая» релаксация по Г.М.Бартеневу).

Последующее нагружение образцов резины при уровнях деформации, не превышающих ~80% от максимальной предварительной деформации, практически не приводит к образованию дополнительных остаточных деформаций и изменению жесткости. Такое поведение может быть описано относительно фиксированной конфигурации C_{t0} нелинейной моделью наследственной термовязкоупругости (описывающей только процессы «физической» релаксации по Г.М.Бартеневу) для изотропного тела вследствие малости эффекта деформационной анизотропии в исследованном диапазоне деформаций.

Математическое моделирование структурных изменений резины и порождаемых остаточных деформаций при произвольных историях нагружения является наиболее трудной задачей вследствие ограниченности экспериментальных данных и их статистического разброса.

Работа выполнена при финансовой поддержке межсекционной программы ОЭММПУ «Интегрированные модели физической механики» (рук. академик РАН Д.М.Климов) и гранта РФФИ № 05-08-50077а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукомская А.И., Евстратов В.Ф. Основы прогнозирования механического поведения каучуков и резин. М.: Химия, 1975. 360 с.
2. Simo J.C. On a fully three-dimensional finite-strain viscoelastic damage model: formulation and computational aspects // Computer Methods in Appl. Mech. and Engin. – 1987. – Vol. 60. – № 2. – P. 153–173.
3. Govindjee S., Simo J.C. A micro-mechanically based continuum damage model for carbon black-filled rubbers incorporating Mullins effect // J. Mech. Phys. Solids. – 1991. – Vol. 39. – № 1. – P. 87–112.
4. Govindjee S., Simo J.C. Mullins' effect and the strain amplitude dependence of storage modulus // Int. J. Solids and Structures. – 1992. – Vol. 29. – № 1. – P. 1737–1751.
5. Holzapfel G.A., Simo J.C. A new viscoelastic constitutive model for continuous media at finite thermomechanical changes // Int. J. Solids Struct. – 1996. – Vol. 33. – P. 3019–3034.
6. Lion A. Thixotropic behaviour of rubber under dynamic loading histories: Experiments and theory // J. Mech. and Phys. Solids. – 1998. – V.46. – P. 895–930.
7. Miehe C., Keck J. Superimposed finite elastic-viscoelastic-plastoelastic stress response with damage in filled rubbery polymers. Experiments, modeling and algorithmic implementation // J. Mech. and Phys. Solids. – 2000. – V.48. – № 2. – P. 323–365.
8. Махлис Ф.А., Федюкин Д.Л. Терминологический справочник по резине: Справ. изд. М.: Химия, 1989. 400 с.
9. Бартенев Г.М. Структура и релаксационные свойства эластомеров. М.: Химия, 1979. 288 с.
10. Бухина М.Ф. Техническая физика эластомеров. М.: Химия, 1984. 224 с.
11. Адамов А.А. К построению нелинейной модели вязкоупругого поведения наполненных резин при конечных деформациях // Каучук и резина. 1996. №5. С.27–30.
12. Методы прикладной вязкоупругости / Адамов А.А., Матвеев В.П., Труфанов Н.А., Шардаков И.Н. Екатеринбург: УрО РАН, 2003. 411 с.
13. Двойников С.С., Адамов А.А. Идентификация и аттестация модели изотермического поведения предварительно тренированных изотропных резиноподобных материалов // Сб. науч. трудов «Вычислительная механика», №5. Пермь: изд-во ПГТУ. 2006. С. 89–95.