# РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПРЯМЫМИ МЕТОДАМИ

#### И.П. Демешко, А.В. Коновалов

Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург

#### Аннотация

Описаны результаты применения параллельных вычислений решения методом конечных элементов двумерных упругопластических задач с большими пластическими деформациями на многопроцессорной вычислительной системе с общей памятью PrimePower-850. В качестве примера рассмотрена задача сжатия цилиндра из упругопластического изотропного и изотропно упрочняемого материала плоскими плитами. Для решения получаемой в задаче системы линейных уравнений ленточного вида применяли параллельные алгоритмы прямого метода Гаусса. В вычислительных экспериментах определены предельные характеристики эффективности распараллеливания и производительности программ.

# REZULTS OF APPLYING OF THE PARALLEL CALCULATIONS FOR THE SOLUTION OF 2D ELASTO-PLASTIC PROBLEMS BY THE DIRECT METHODS

Results of applying of the parallel calculations for the solution of 2D elasto-plastic problems with large plastic strains using finite element method are presented. Numerical realization has been implemented on the Massively Parallel Computing System with common memory PrimePower-850. As an example, we consider the problem of cylinder compression from elasto-plastic isotropic and isotropic-strengthened material by flat plates. For the solving of the linear algebraic equation system, which has the banded matrix, the parallel algorithms of the Gauss method was applied. By computing experiments limiting characteristics of the paralleling efficiency and program productivity was obtained.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Основной целью параллельных вычислений является ускорение решения задачи за счет разбиения программы на компоненты, размещаемые на разных процессорах. Применение библиотек параллельных вычислений в настоящее время возможно как на персональных компьютерах, так и на МВС. МВС предназначены для решения сложных задач, требующих больших объемов вычислений. Одной из таких задач является задача расчета напряженно-деформированного состояния и формоизменения при больших пластических деформациях.

В работе описан результат применения параллельных вычислений на примере решения двумерной задачи сжатия цилиндра из упругопластического изотропного и изотропно-упрочняемого материала плоскими плитами.

## 2. ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ И ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

#### 2.1 Постановка задачи

Решение рассматриваемой задачи сжатия цилиндра основывается на принципе виртуальной мощности в скоростной форме [1]:

$$\int_{V} (\sigma + \Delta t \dot{\sigma}) \cdot \nabla h \, dV + \int_{\Sigma} (P + \Delta t \dot{P}) \cdot h \, d\Sigma = 0.$$
 (1)

Здесь  $\sigma$  — тензор напряжений Коши; P — плотность поверхностных сил;  $\Delta t$  — малый промежуток времени для шага приращения нагрузки; h и  $\nabla h$  — вариация и ее градиент кинематически допустимых полей скоростей; V,  $\Sigma$  — объем и поверхность тела;  $\mathrm{d}V$ ,  $\mathrm{d}\Sigma$  — элементы объема и площади поверхности цилиндра; точкой и двумя точками обозначены скалярное и двойное скалярное произведение соответственно; точкой сверху обозначена производная по времени.

На контакте с плитами принят закон трения Кулона, боковая поверхность цилиндра свободна от нагрузок. Нагрузка в виде перемещения плиты прикладывается малыми шагами. На каждом шаге конечно-элементная аппроксимация задачи сводит уравнение (1) к СЛАУ

$$Az = b , (2)$$

где  $A,\ b,\ z$  — соответственно матрица, вектор правой части и вектор решения системы. Матрица A имеет ленточный вид.

# 2.2 Организация параллельных вычислений

Применение параллельных вычислений для решения задачи было выполнено в несколько этапов:

- организовано взаимодействие персонального компьютера, расположенного в ИМАШ УрО РАН с MBC Prime Power 850, установленной в ИММ УрО РАН г. Екатеринбурга, посредством передачи информации по сети;
- выполнено разбиение программы решения задачи на две части. Одна часть это визуальная оболочка программы, расположенная на персональном компьютере ИМАШ УрО РАН. Расчетная часть программы была установлена на PrimePower 850, расположенном в ИММ УрО РАН;
- разработаны и закодированы параллельные алгоритмы решения задачи сжатия цилиндра плоскими плитами;
- проведен анализ эффективности разработанных параллельных алгоритмов.

Численная реализация и распараллеливание задачи произведено на многопроцессорном вычислительном комплексе PrimePower 850, установленном в ИММ УрО РАН, на языке Си с помощью библиотеки параллельного программирования МРІ [2] и технологии ОрепМР [3]. Этот комплекс имеет 8 процессоров с общей памятью 32 Гб.

Организацию доступа к MBC осуществили через протокол SSH. Для работы с командной строкой MBC использовали программу putty.exe. Взаимодействие между двумя частями программы осуществляли путем обмена файлами по сети. Для сохранения безопасности доступа к MBC передачу файлов производили через компоненты набора сетевых инструментов OpenSSH.

# 2.3 Результаты распараллеливания задачи

Решение задачи сжатия цилиндра плоскими плитами на шаге нагрузки основано на методе конечных элементов и состоит из 3 основных этапов: подготовки матрицы A, решения СЛАУ и вычисления напряженнодеформированного состояния в конце шага нагрузки.

Разработали параллельные алгоритмы решения трех этапов. Результаты распараллеливания этапов формирования матрицы и вычисления напряженно-деформированного состояния в конце шага нагрузки показали увеличение значения ускорения времени вычисления с увеличением числа процессоров (рис.1). С увеличением размерности матрицы значение ускорения времени вычисления при одинаковом числе процессоров уменьшается. Это объясняется тем, что процентное соотношение времени решения СЛАУ по отношению ко времени вычисления всей задачи растет с увеличением размерности матрицы. Алгоритм распараллеливания этих этапов состоит в распределении вычислений между процессорами по количеству обрабатываемых переменных сетки на равные части. За ускорение принято отношение времени решения задачи на нескольких процессоров ко времени решения на одном процессоре.

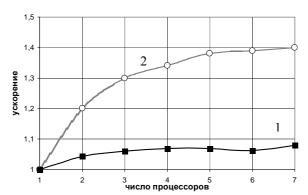


Рис. 1. График зависимости ускорения времени решения задачи от числа процессоров для параллельных алгоритмов решения первого и третьего этапов задачи с использованием технологии OpenMP при разбиении цилиндра сеткой  $20 \times 20$ : 1 – формирование матрицы, 2 – вычисление напряженно-деформированного состояния

Проведено сравнение времени вычисления параллельных алгоритмов первого и третьего этапа решения задачи в зависимости от рассматриваемых библиотек параллельного программирования. Сравнение показало, что при использовании технологии ОрепМР ускорение больше, чем полученное при использовании библиотеки МРІ. Это объясняется тем, что ОрепМР разработана специально для систем с общей памятью и более эффективно организовывает обмен данными между процессорами на системах данной архитектуры.

Для решения СЛАУ рассмотрен метод Гаусса. Распараллеливание алгоритма основано на преобразовании ленточной матрицы в вертикальную полосу и разбиении ее на m блоков, а вектора решения и вектора правой части СЛАУ на m частей так, что  $n = m \times l$ , где n

- размерность системы уравнений, m - число процессоров, l - число уравнений на одном процессоре. Каждый процессор вычисляет свою часть вектора решения и передает результаты остальным процессорам [3].

Результаты, полученные при использовании двух вариантов описанного выше параллельного алгоритма решения СЛАУ методом Гаусса, показали увеличение времени вычисления и уменьшение ускорения при увеличении числа процессоров. Это объясняется тем, что время на пересылку информации между процессорами для рассмотренных алгоритмов значительно. Таким образом, при использовании нескольких процессоров для решения системы, суммарное время превышает время решения системы на одном процессоре. В рассматриваемой задаче отношение количества переменных к ширине матрицы растет с увеличением размерности матрицы. Следовательно, при увеличении размерности матрицы, объем передаваемой информации увеличивается гораздо значительнее, чем трудоемкость вычислений на каждом процессоре и ускорение вычислений так же снижается с увеличением числа процессоров.

В результате, был сделан вывод, что, так как рассмотренные алгоритмы решения системы линейных алгебраических уравнений не дают ускорения времени вычисления на нескольких процессорах, их использование неэффективно при использовании многопроцессорной вычислительной техники и следует в дальнейшем использовать более эффективные для распараллеливания алгоритмы решения СЛАУ.

#### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из полученных результатов можно сделать выводы:

- Использование параллельных алгоритмов решения этапов формирования матрицы и вычисления напряженно-деформированного состояния в конце шага нагрузки позволяет сократить время решения рассматриваемой задачи при использовании МВС с общей памятью.
- Для MBC PrimePower 850, установленной в ИММ УрО PAH MBC и рассмотренных алгоритмов, ускорение с использованием технологии ОрепМР больше, чем с использованием библиотеки параллельного программирования MPI.
- Рассмотренные параллельные алгоритмы решения СЛАУ методом Гаусса не дают ускорения времени вычисления на нескольких процессорах.

#### СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

МВС – многопроцессорная вычислительная система; СЛАУ – система линейных алгебраических уравнений; ИМАШ – Институт машиноведения;

ИММ – Институт математики и механики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Коновалов А. В. Определяющие соотношения для упругопластической среды при больших пластических деформациях // Известия РАН. Механика твердого тела. 1997. № 5. С. 139-149.
- MPI: A Message-Passing Interface Standard. Message Passing Interface Forum. Version 1.1. 1995. <a href="http://www-unix.mcs.anl.gov/mpi">http://www-unix.mcs.anl.gov/mpi</a>
- The OpenMP Application Program Interface (API). http://www.openmp.org
- Корнеев В.Д. Параллельное программирование в МРІ. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2000. 220 с.