

ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ СТРУКТУР ОТ НАНОСЕКУНДНОГО РАЗРЯДА В ГЕЛИИ

И.А. Знаменская¹, И.Э. Иванов¹, И.А.Крюков^{2,3}, И.В. Мурсенкова¹, М.Ю. Тимохин¹

¹ МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет; Россия, Москва, 119991, Ленинские горы, 1,

² Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, д.101-1,

³ ВНИИА им.Н.Л. Духова; Россия, Москва, 127055, Суцеевская ул., д.22,

Аннотация

Представлены результаты экспериментального исследования и численного расчета течения, возникающего при развитии системы каналов импульсного поверхностного скользящего разряда в гелии. Численные результаты получены на основе регуляризированной системы уравнений Грэда (R13) и уравнений Навье–Стокса. Показано, что экспериментальные значения скорости движения ударных волн из области инициации разряда согласуются с результатами расчета при трансформации $20\pm 5\%$ энергии разряда в тепловую энергию за время менее 1 мкс. Проведены расчеты и дальнейшее сравнение результатов численного моделирования возникающих ударных волн в диапазоне чисел Кнудсена от $Kn = 10^{-3}$ до $Kn = 10^{-1}$.

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE SHOCK-WAVE STRUCTURE FORMED BY NANOSECOND HELIUM DISCHARGE

I.A. Znamenskaya¹, I.E. Ivanov¹, I.A. Kryukov^{2,3}, I.V. Mursenkova¹, M.Yu. Timokhin¹

¹Faculty of Physics, Moscow State University, Russia, Moscow, 119991

²Institute for Problems in Mechanics of the RAS, Russia, Moscow, 119526

³All-Russia Research Institute of Automatics, Russia, Moscow, 127055

Some results of experiment and numerical simulation of flow arising during the development of the channel system of the sliding surface of impulse discharge in helium are presented here. The numerical results have been obtained by regularized 13-moment Grad set of equations (R13) and by Navier – Stokes equations. It is shown that the experimental values of the velocity of the shock waves from the discharge initiation are consistent with the numerical results in the transformation of $20 \pm 5\%$ of the discharge energy into thermal energy in less than 1 microsecond. Calculations and further comparison of the results of numerical simulations of occurring shock waves were made in the range of Knudsen number from $Kn = 10^{-3}$ to $Kn = 10^{-1}$.

1. ВЕДЕНИЕ

Экспериментальное и численное исследование газодинамических течений с поверхностным энергоподводом актуально в связи с поиском эффективных средств управления течениями, в том числе условиями обтекания тел, воздействием на поверхностное трение, температуру, локальную структуру пограничного слоя [1]. Распределенный поверхностный энерговыделитель может эффективно обеспечить скользящий поверхностный разряд наносекундной длительности (плазменный лист) [2], представляющий систему скользящих по поверхности диэлектрика каналов. В газодинамическом потоке такой разряд дает возможность воздействовать на течение за счет образования ударных волн и быстрого нагрева приповерхностного слоя газа толщиной ~ 0.5 мм [3].

Анализ динамики нагрева газа после иницирования плазменного листа связан с кинетикой неравновесно возбужденного газа [4, 5]. Целью данной работы было определение энерговыделения после иницирования плазменного листа в гелии на основе сравнения динамики ударных волн в эксперименте и в численных

расчетах. В качестве математических моделей для получения численных результатов использовались система уравнений Навье–Стокса и регуляризированная система моментных уравнений R13 [6].

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Экспериментально исследовалась динамика возмущений от плазменных листов в газодинамическом канале в направлении, совпадающем с направлением распространения скользящих разрядов. Эксперименты проводились на ударной трубе с разрядной камерой сечением 24×48 мм² с кварцевыми стёклами длиной 17 см. Плазменные листы площадью 30×100 мм² иницировались на двух противоположных стенках рабочей секции на расстоянии 24 мм друг от друга. Рабочим газом служил гелий при давлениях 380 и 760 Торр. Поле течения после иницирования разряда визуализировалось теневым методом. В качестве источника света использовался лазер с длиной волны излучения 532 нм и длительностью импульса 6 нс; изображения регистрировались спустя $1 \div 40$ мкс после импульса тока разряда.

Напряжение на разрядном промежутке составляло 25 кВ, ток разряда ~1 кА, обеспечивая энергозатраты 0.36 Дж в плазменный лист за время первого периода тока (~200 нс). Приведенная напряженность электрического поля составляла $E/N = 7 \times 10^{-20} \text{ V} \cdot \text{m}^2$ (E – напряженность электрического поля, N – концентрация молекул гелия).

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для моделирования разряда в данной работе используется макроскопический подход. Помимо классического метода моделирования, основанного на системе уравнений Навье – Стокса (например, [1]), в данной работе в качестве математической модели используется также и регуляризованная тринадцатимоментная система уравнений Грэда (R13) [6]. Данная система уравнений позволяет более подробно описывать течение газа, нежели уравнения Навье–Стокса за счёт возможности учёта всех эффектов разреженности газа в переходном режиме течения ([7,8]). При этом в представленной работе управляющая система уравнений в обоих случаях (и уравнения Навье – Стокса и система R13) не дополняется уравнениями, описывающими электронно-ионную кинетику, как это было проделано, например, в [4, 5]. Величина энергозатрат от прохождения электрического разряда моделируется путем задания дополнительного давления в области разряда.

Система R13 является модификацией оригинальной тринадцатимоментной системы уравнений Грэда [5,8,9]. Регуляризация оригинальной системы уравнений позволяет избавиться полученную систему от сложностей, возникающих при моделировании сверхзвуковых течений ([6,9,10]). В тензорной форме система R13 имеет следующий аналитический вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_k}{\partial x_k} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \rho \frac{\partial \frac{k}{m} T}{\partial t} + \frac{3}{2} \rho v_k \frac{\partial \frac{k}{m} T}{\partial x_k} + \frac{\partial q_k}{\partial x_k} + p \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{ij} v_k}{\partial x_k} + \frac{4}{5} \frac{\partial q_{(i}}{\partial x_{j)}} + 2p \frac{\partial v_{(i}}{\partial x_{j)}} + 2\sigma_{k(i} \frac{\partial v_{j)}}{\partial x_k} + \frac{\partial m_{ijk}}{\partial x_k} = -\frac{\sigma_{ij}}{\tau}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_i}{\partial t} + \frac{\partial q_i v_k}{\partial x_k} + \frac{5}{2} p \frac{\partial (\frac{k}{m} T)}{\partial x_i} + \frac{5}{2} \sigma_{ik} \frac{\partial (\frac{k}{m} T)}{\partial x_k} + \frac{k}{m} T \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} - \\ - \sigma_{ik} \frac{k}{m} T \frac{\partial \rho}{\partial x_k} - \frac{\sigma_{ij}}{\rho} \frac{\partial \sigma_{jk}}{\partial x_k} + \frac{7}{5} q_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{2}{5} q_k \frac{\partial v_k}{\partial x_i} + \\ + \frac{2}{5} q_i \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \frac{\partial R_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{6} \frac{\partial \Delta}{\partial x_i} + m_{ijk} \frac{\partial v_j}{\partial x_k} = -\frac{2}{3} \frac{q_i}{\tau}, \end{aligned} \quad (5)$$

где плотность ρ ; скорость v_i , давление p ; тензор напряжений σ_{ij} и тепловой поток q_i составляют тринадцать примитивных переменных, четырнадцатая

переменная, температура T , связана с остальными с помощью уравнения состояния. Моменты более высокого порядка (новые члены по сравнению с оригинальной системой Грэда [9,10]) m_{ijk} , R_{ij} и Δ выражаются через примитивные переменные и их градиенты [6]. Во всех соотношениях, приведённых выше, k , которая не является индексом, – постоянная Больцмана, а m – масса одной молекулы. Угловые скобки в индексах обозначают бесследовую часть тензора [11].

4. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

В качестве численного метода для расчета внутренних пространственных ячеек используется метод Годунова повышенного порядка [8,12]. Потoki консервативных переменных через грани контрольного объема рассчитываются с помощью приближенного решения задачи Римана методом HLL [13]. Для аппроксимации системы уравнений по времени используется модифицированный метод Рунге – Кутты 2-го порядка [8,12].

При моделировании взаимодействия газа с твердой изотермической стенкой используются кинетические граничные условия [7]. Эти соотношения дополняются аппроксимациями уравнений основного потока [8,14]. Полученная система нелинейных уравнений на стенке численно решается с помощью итерационного метода Ньютона с обращением матрицы Якоби [8,14].

Численный метод для решения системы уравнений Навье – Стокса, используемый в данной работе, подробно описан в [15].

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

Решалась нестационарная задача в плоскости, перпендикулярной направлению прохождения электрических разрядов. Расчетная область представляет собой прямоугольник с размерами 10×13 мм с равномерной декартовой сеткой. Нижняя граница представляет собой изотермическую твердую стенку, верхняя и правая – выходные границы, левая граница – плоскость симметрии течения. Таким образом, моделировался энергозатраты от 24 канального разряда (с учётом симметрии вдоль линии, равноудалённой от 12-го и 13-го разрядов) с помощью системы уравнений R13 и уравнений Навье – Стокса.

Разряды задаются в виде цилиндров, прижатых к стенке. Диаметр одного разряда равен $d = 100$ мкм. При этом принимается в расчет, что на поступательные степени свободы газа идёт $\beta = 20\%$ выделяемой энергии. Тогда значение избыточного давления в области разряда рассчитывалось следующим образом:

$$\Delta p = \frac{2\beta E}{3V} = \frac{8\beta E}{3\pi L d^2}, \quad (6)$$

где $V = \frac{1}{4} \pi L d^2$ – объём одного разряда.

Число Кнудсена, равное отношению средней длины свободного пробега к характерному размеру задачи, для данной задачи может быть рассчитано по диаметру начальной области энергозатраты:

$$Kn = \frac{\lambda}{d} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu \sqrt{RT}}{pd} \quad (7)$$

В таком случае число Кнудсена в экспериментах было равно $Kn = 4 \times 10^{-3}$ и $Kn = 2 \times 10^{-3}$ для давлений 0.5 и 1 атм. соответственно. Помимо экспериментальных условий были проведены численные расчёты и дальнейшее сравнение результатов для системы R13 и для уравнений Навье–Стокса при значениях давлений 0.020, 0.025 и 0.050 атм. В этом случае значения числа Кнудсена равны $Kn = 10^{-1}$, $Kn = 8 \times 10^{-2}$ и $Kn = 4 \times 10^{-2}$ соответственно.

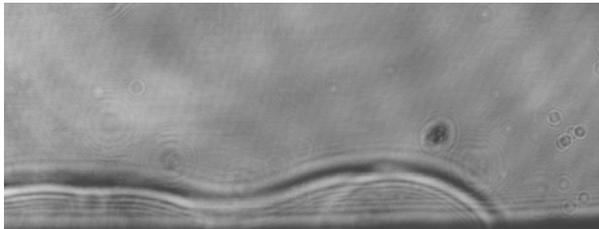


Рис. 1. Теневое изображение возмущенной области через 1.2 мкс после инициирования разряда

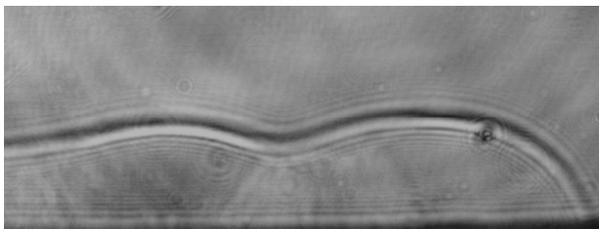


Рис. 2. Теневое изображение возмущенной области через 4.6 мкс после инициирования разряда

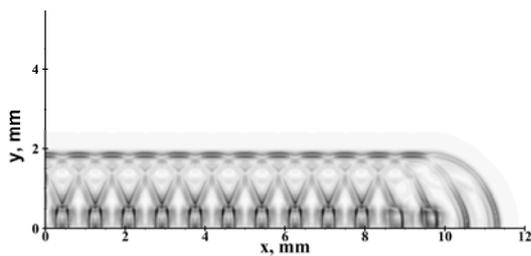


Рис. 3. Численный аналог теневое изображения возмущенной области через 1.2 мкс после инициирования разряда, полученный с помощью системы R13

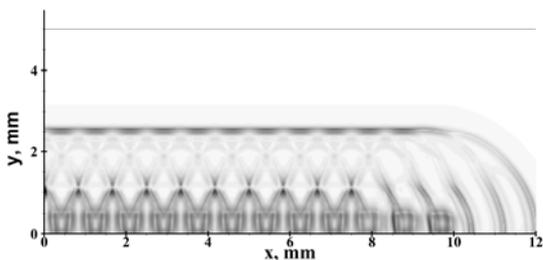


Рис. 4. Численный аналог теневое изображения возмущенной области через 1.8 мкс после инициирования разряда, полученный с помощью системы R13

Скачок давления в области каналированного энерговклада инициирует набор полужилиндрических ударных волн [2,3], фронты которых интерферируют друг с другом и образуют квазиплоский фронт огибающей ударной волны в течение $1 \div 2$ мкс. На рис. 1 и 2 приведены теневые изображения возмущенной об-

ласти через 1.2 и 4.6 мкс после инициирования разряда соответственно. Искривления фронта волны соответствуют фронтам ударных волн от более интенсивных каналов. На рис. 3 и 4 приведены аналоги теневых изображений (пространственное распределение чис-

ленного значения $f(x, y) = \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} \right)^{1/2}$) возмущенной области через 1.2 и 1.8 мкс после инициирования разряда, полученные с помощью системы уравнений R13.

На xt -диаграмме распространения скачка уплотнения (рис. 5) представлено сравнение численных расчётов (для системы R13 и уравнений Навье–Стокса) и экспериментальных данных при различных значениях давления (различных числах Кнудсена). Экспериментальные значения положения фронта огибающей ударной волны, получены усреднением координаты фронта волны по видимому полю изображения. Положение волны из численного расчёта определялось по усреднённому положению максимального значения второй производной плотности. Движение фронта начинается со скоростью $\sim 1400 \pm 200$ м/с. Затем движение замедляется, и далее волна движется с почти постоянной скоростью $V \approx 1150 \pm 50$ м/с (при давлении в камере 0.5 атм.).

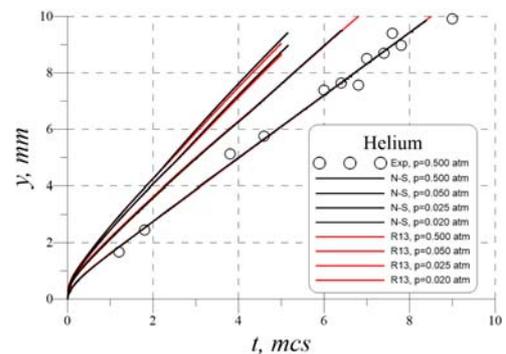


Рис. 5. xt -диаграмма распространения скачка уплотнения

Из xt -диаграммы видно, что с уменьшением давления газа, а соответственно и с увеличением разреженности газа, увеличивается и скорость распространения ударной волны. Во всех случаях обе модели предсказывают резкое возрастание скорости волны на начальном этапе с дальнейшим понижением и выходом на почти постоянное значение. Заметное различие между результатами уравнений Навье–Стокса и системы уравнений R13 начинает наблюдаться в скорости распространения волны только при числе Кнудсена порядка 0.1, то есть уже в переходном режиме.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленное сравнение численных результатов двух математических моделей (системы R13 и классических уравнений газовой динамики), а также сравнение этих же результатов с данными эксперимента говорит о применимости обоих подходов для моделирования течения, возникающего при условиях проведения данного эксперимента. В то же время при понижении давления (увеличении числа Кнудсена) с приближением к переходной области газового течения,

начинает возникать разница в таком параметре течения как скорость распространения ударной волны.

Работа была выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (Грант №13-01-00533а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bletzinger P., Ganguly B.N., Van Wie D.M., Garscadden A. // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2005. Vol. 38. No. 4. Pp. R33–R57.
2. Знаменская И.А., Латфуллин Д.Ф., Луцкий А.Е., Мурсенкова И.В., Сысоев Н.Н. // *ЖТФ*. 2007. Т.77. Вып.5. С.10–18.
3. Знаменская И.А., Латфуллин Д.Ф., Луцкий А.Е., Мурсенкова И.В. // *Письма в ЖТФ*. 2010. Т. 36. В. 17. С.35–41.
4. Unfer T., Voeuf J. P. Modelling of a nanosecond surface discharge actuator // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2009. V. 42. 194017.
5. Nagaraja S., Yang V., Adamovich I. Multi-scale modelling of pulsed nanosecond dielectric barrier plasma discharges in plane-to-plane geometry // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2013. V. 46. 155205.
6. Struchtrup H., Torrilhon M. Regularization of Grad's 13-moment equations: Derivation and linear analysis // *Phys. Fluids*. 2003. V.15. Pp. 2668–2680.
7. Struchtrup H., Torrilhon M. Boundary Conditions for Regularized 13-moment-equations for Micro-channel-flows // *J. Comput. Phys.* 2008. V. 227. Pp. 1982–2011.
8. Иванов И.Э., Крюков И.А., Тимохин М.Ю. Применение системы моментных уравнений для математического моделирования газовых микротечений // *ЖВМ*. 2013. Т. 53. № 10. С. 1721–1738.
9. Grad H. On the Kinetic Theory of Rarefied Gases // *Comm. Pure Appl. Math.* 1949. V. 2. Pp. 331–407.
10. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
11. Struchtrup H., *Macroscopic Transport Equations for Rarefied Gas Flows*. New York: Springer, 2005.
12. Ivanov I.E., Kryukov I.A., Timokhin M.Yu., Bondar Ye.A., Kokhanchik A.A., Ivanov M.S. Study of Shock Wave Structure by Regularized Grad's Set of Equations // *Proc. of 28th Int. Symp. on RGD*. New York: AIP. 2012. Pp. 215–222.
13. Harten A., Lax P.D., B. van Leer On Upstream Differencing and Godunov-type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws // *SIAM Rev.* 1983. V. 25. Pp. 35–45.
14. Timokhin M.Yu., Ivanov I.E., Kryukov I.A. 2D Numerical Simulation of Gas Flow Interaction with Solid Wall by Regularized Grad's Set of Equations // *Proc. of 28th Int. Symp. on RGD*. New York: AIP. 2012. Pp. 843–848.
15. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // *Математическое моделирование*. 2009. Т. 21. № 12. С. 103–121.