

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СВЕРХЗВУКОВЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

Г.С.Глушко¹, И.Э. Иванов², И.А. Крюков¹¹ *Институт проблем механики им. А.Ю. Иллинского Российской академии наук, Москва, 119526, проспект Вернадского 101-1*² *Московский авиационный институт, 111116, Москва, Красноказарменная, 17А*

Аннотация

В статье рассмотрены наиболее важные для численного моделирования сверхзвуковых струйных течений аспекты модели турбулентности - учет сжимаемости, учет неравновесности турбулентности и обеспечение физически допустимых решений. Для учёта сжимаемости использованы различные модели сжимаемой диссипации. Неравновесность турбулентности учитывается через модификацию выражения для производства диссипации кинетической энергии турбулентности. Для обеспечения физичности получаемых результатов в данной работе использовались ограничители для кинетической энергии турбулентности, скорости её диссипации и производства кинетической энергии турбулентности. Дан краткий анализ ограничителей, используемых для обеспечения положительности и реализуемости, и показана их связь с модельными функциями $k-\epsilon$ модели турбулентности. Все эти аспекты модели турбулентности исследованы на основе сравнения с экспериментальными данными. Для сравнения использовались два эксперимента. В первом случае рассчитывалось поле течения в недорасширенной турбулентной струе, начиная от среза сопла, и сравнивалось с экспериментальными данными [31,32]. Во втором случае рассматривалась конфигурация сопло-струя [33]. Параметры на входе в сопло были такими, что получаемая струя была перерасширенной. Предложен вариант $k-\epsilon$ модели турбулентности, позволяющий рассчитывать оба рассмотренных класса течений с хорошей точностью.

TURBULENCE MODELING FOR SUPERSONIC JET FLOWS

Some turbulent model aspects which are important for numerical simulation of supersonic jet flows are considered. These aspects are compressibility, turbulence non-equilibrium and physical acceptability of solutions. Some models for dilatation dissipation are used for compressibility correction. Non-equilibrium of turbulence is accounting through modification of expression for production of ϵ . Limiters for turbulent kinetic energy, dissipation and turbulent energy production term are used for ensuring of physical acceptability of results. Brief analysis of limiters is given. Relations of these limiters with $k-\epsilon$ turbulence model functions are shown. All these turbulence model aspects are studied on base of comparison computed results with experiment. For comparison two jet experiments are used. Underexpanded jet is considered in the first experiment [31,32]. In the second case complete nozzle-jet configuration is considered [33]. The jet is overexpanded due to parameters on the nozzle inlet. Version of $k-\epsilon$ turbulence model that gives good accuracy for both considered cases is proposed.

1. ВВЕДЕНИЕ

В сверхзвуковых струйных течениях можно выделить два эффекта, которые полностью или частично отсутствуют в несжимаемом случае: это сильная сжимаемость и наличие узких зон больших градиентов параметров (газодинамических разрывов, пограничных слоев и т.п.). С термодинамической точки зрения сжимаемость может быть определена как изменение плотности либо за счет изменений температуры, либо за счет изменения давления. Экспериментально установлено, что одним из наиболее заметных отличий сжимаемых турбулентных течений от несжимаемых является существенное уменьшение скорости роста турбулентных сдвиговых слоев [6,18].

В уравнение для кинетической энергии турбулентности явно входят дополнительные члены, связанные с эффектами сжимаемости. Это члены сжимаемая диссипация ϵ_d , работа сил давления (pressure-dilatation) $\overline{p'd''}$, где $d'' = \partial u_j'' / \partial x_j$ и турбулентный поток массы. Учёт этих членов приводят к уменьшению энергии турбулентности и, следовательно, к уменьшению турбулентных сдвиговых напряжений в сжимаемых слоях смешения.

В начале 1990-х годов сложилось мнение, что сжимаемость влияет на турбулентность в основной

через эти дополнительные члены в уравнении энергии турбулентности. Это связано с публикацией работ [24, 26, 30], в которых моделировались эти эффекты, и на основе которых удалось заметно улучшить результаты расчетов сверхзвуковых свободных слоев смешения.

В работах [26,30] предложены модели для сжимаемой диссипации. В [24] моделирование эффектов сжимаемости дополнено моделью для члена работы сил давления. В работе [23] введена модель для обоих членов с использованием акустического и статистического подходов.

Наибольшее распространение для расчета сверхзвуковых течений получила модель [26] и ряд её модификаций. На основе обширного сравнения результатов расчета струйных течений с экспериментальными данными в работе [11] предложена модификация модели [26] для струйных течений. А анализ результатов расчета течения в сверхзвуковом пограничном слое [28] показал, что необходима модификация этой модели для малых значений турбулентного числа Маха.

В результате проведенного в более позднее время прямого численного моделирования [25] однородного сдвигового слоя установлено, что основным эффектом сжимаемости является уменьшение производства энергии турбулентности и увеличение анизотропии напряжений Рейнольдса. Отметим, что эффекты, опи-

санные выше, оказались не столь важными, но тоже довольно заметными (до 10% в балансе кинетической энергии турбулентности). Кроме того, описанные ранее модификации приводили к относительному (по сравнению со скоростью диссипации) уменьшению производства кинетической энергии турбулентности и этим можно объяснить полученное на их основе заметное улучшение результатов расчетов. Более полный анализ различных подходов к моделированию сжимаемости можно найти в работах [5,8,18].

Наличие зон больших градиентов параметров в сверхзвуковых течениях может приводить к заметному отклонению турбулентности от равновесия. Под равновесием будем понимать состояние, в котором порождение кинетической энергии турбулентности приблизительно равно скорости диссипации. Большинство двухпараметрических моделей турбулентности разработаны для небольших отклонений от равновесия. Для k - ε модели предложено несколько вариантов учета неравновесности. Среди них отметим неравновесную модель [10], ренормгрупповую модель [29] и ряд модификаций этих моделей.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

2.1. Учёт сжимаемости

Из анализа данных прямого численного моделирования следует, что наиболее существенным эффектом, связанным с сжимаемостью, является сжимаемая диссипация ε_d . В литературе предложено несколько моделей сжимаемой диссипации [11, 23, 26, 28, 30]. Наибольшее распространение из них получила модель [26].

Модель [26] построена на основе асимптотического анализа и по данным прямого численного моделирования затухания турбулентности в сжимаемом газе и имеет вид

$$\varepsilon_d = \alpha_1 M_t^2 \varepsilon_s, \quad (1)$$

где $\alpha_1 = 1$. Благодаря своей простоте модель (1) получила довольно широкое распространение и является в некотором смысле "стандартной". Наибольшее распространение модель (1) получила при расчете сверхзвуковых турбулентных струй.

На основе обширного сравнения результатов расчета струйных течений с экспериментальными данными в работе [11] предложена следующая модификация модели (1)

$$\varepsilon_d = (\alpha_1 \tilde{M}_t^2 + \alpha_2 \tilde{M}_t^4) \varepsilon_s, \quad (2)$$

где $\alpha_1 = 1$; $\alpha_2 = 60$; $\tilde{M}_t = \max(0, M_t - M_{t0})$; $M_{t0} = 0.1$. Эта модификация согласуется с результатами работы [23], где получено, что сжимаемая диссипация должна быть пропорциональна M_t^4 . Величина M_{t0} введена в работе [28] на основе анализа результатов расчета течения в сверхзвуковом пограничном слое.

Более подробное описание различных способов учёта сжимаемости можно найти в [1].

2.2. Учёт неравновесности

Наличие газодинамических разрывов в поле течения приводит к тому, что вблизи разрывов появляются зоны существенного отклонения турбулентности от равновесия, т.е. когда порождение кинетической энер-

гии турбулентности заметно больше скорости диссипации. Одним из наиболее значимых недостатков "стандартной" k - ε модели является то, что она плохо предсказывает характеристики турбулентности при заметном отклонении течения от равновесия.

Рассмотрим некоторые из них. Основная идея, использованная в "расширенной" (extended) k - ε модели [10], это предположение, что в турбулентных течениях помимо фундаментального временного масштаба k/ε есть другой характерный масштаб $\rho k/P_k$, описывающий влияние сдвига средней скорости на диссипацию энергии турбулентности. Используя такие рассуждения, авторы предложили добавить в уравнение для ε дополнительный член, который можно объединить с членом "порождения" скорости диссипации,

$$c_{\varepsilon 1} = c_{\varepsilon 1} + c_{\varepsilon 3} P_k / \rho \varepsilon.$$

Параметр $P_k / \rho \varepsilon$ можно рассматривать как меру "отклонения от равновесия", т.е. от состояния, в котором $P_k = \rho \varepsilon$. Кроме того, в [10] предложено изменить и значения некоторых других констант стандартной k - ε модели

$$c_{\varepsilon 1} = 1.15, \quad c_{\varepsilon 2} = 1.9, \quad c_{\varepsilon 3} = 0.25, \\ \sigma_k = 0.75, \quad \sigma_\varepsilon = 1.15.$$

Для целого ряда течений эта модель позволила заметно улучшить результаты расчетов по сравнению со стандартной k - ε моделью. В то же время ряд авторов [14,27] отмечает, что использование этой модели может приводить и к ухудшению результатов. Это вероятно связано с нелинейной зависимостью реального отклонения от равновесия от параметра $P_k / \rho \varepsilon$. Поэтому в [14] предложены другие постоянные в уравнении для ε : $c_{\varepsilon 1} = 1.35$, $c_{\varepsilon 3} = 0.05$, что приводит к существенно более слабой зависимости от $P_k / \rho \varepsilon$.

В работе [27] предложено "компенсировать" зависимость "порождения" скорости диссипации от $P_k / \rho \varepsilon$ при помощи аналогичной зависимости для члена, описывающего "диссипацию скорости диссипации", т.е.

$$c_{\varepsilon 2} = c_{\varepsilon 2} + c_{\varepsilon 4} P_k / \rho \varepsilon,$$

где $c_{\varepsilon 2} = 1.45$, $c_{\varepsilon 4} = 0.45$. Использование этого соотношения напрямую привело бы к неправильному поведению диссипации при затухании турбулентности, поэтому необходимо ограничить это соотношение снизу

$$c_{\varepsilon 2} = \max(0, c_{\varepsilon 2} + c_{\varepsilon 4} P_k / \rho \varepsilon).$$

Ещё одна модель была предложена в [9]. В ней используется похожий механизм учета отклонения от равновесия, но зависимость от соответствующего параметра не линейная, а дробно рациональная

$$c_{\varepsilon 1} = c_{\varepsilon 1} + c_{\varepsilon 3} (P'_k - \rho \varepsilon) / (P'_k + \rho \varepsilon).$$

В этой модели вводится зависимость не от всего члена порождения P_k , а только от "сдвиговой" части

$$P'_k = \mu_t \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right].$$

В этой модели автор предлагает использовать коэффициенты стандартной k - ε модели. Значение $c_{\varepsilon 3} = 0.3$.

В работе [29] на основе ренормгруппового подхода получен вариант k - ε модели турбулентности, позволяющий заметно лучше учесть неравновесные эффекты. Как и в предыдущей модели, в уравнение для скорости диссипации добавляется дополнительный член, который можно объединить с членом "порождения" скорости диссипации

$$c_{\varepsilon 1} = c_{\varepsilon 1} \left[1 - \eta(1 - \eta/\eta_0) / (1 + \beta\eta^3) \right],$$

где $\eta = \sqrt{P_k / c_{\mu} \rho \varepsilon}$, $\eta_0 = 4.38$, $\beta = 0.012$.

Коэффициенты модели получены на основе ренормгрупповой теории турбулентности и имеют вид

$$c_{\varepsilon 1} = 1.42, \quad c_{\varepsilon 2} = 1.68, \quad c_{\mu} = 0.084, \\ \sigma_k = 0.7179, \quad \sigma_{\varepsilon} = 0.7179.$$

3. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

3.1. Базовый метод

Численный метод для решения осредненных уравнений Навье – Стокса совместно с уравнениями модели турбулентности построен на основе варианта метода Годунова повышенного порядка, описанного в [2]. Вязкие потоки и источниковые члены аппроксимируются в соответствии с работой [3].

3.2. Обеспечение положительности k и ε

При использовании двухпараметрических моделей турбулентности, подобных k - ε модели, часто возникают вычислительные трудности, связанные с рядом свойств уравнений этих моделей. Отметим свойства, которые наиболее существенно осложняют численное решение уравнений моделей турбулентности. Это линейная зависимость напряжений Рейнольдса от тензора скоростей деформаций, приводящая к нарушению условий реализуемости. Это очень малые значения k и ε вблизи стенок и на бесконечности, что затрудняет обеспечение положительности этих величин. Это жесткость уравнений для k и ε , что заметно повышает требования к аппроксимации уравнений модели турбулентности по времени.

Самой распространенной практикой является использование ограничителей для различных величин, которые повышают надежность вычислений и делают результаты более реалистичными. Наиболее явная проблема, которая возникает при решении уравнений k - ε модели, это появление нефизических отрицательных значений k и/или ε . Для обеспечения положительности используются ограничители на k и ε (например, [17])

$$k \geq A_k k_{\infty} > 0, \quad \varepsilon \geq A_{\varepsilon} \varepsilon_{\infty} > 0,$$

где $A_k \approx 0.0001$ и $A_{\varepsilon} = 0.01 \div 0.0001$, совместно с методами дискретизации уравнений k - ε модели, помогающими обеспечить положительность k и ε (это соответствующая линеаризация и неявная или полунеявная аппроксимация источниковых членов). Однако, этого не достаточно, т.к. в застойных зонах может возникать нефизичный низкий уровень диссипации, что будет приводить к чрезвычайно большим значениям турбулентной вязкости [19].

В работе [15] предложено использовать следующие ограничители на k и ε :

$$k = \max(k, A_k k_{\max}), \\ \varepsilon = \max(\varepsilon, A_{\varepsilon} c_{\mu} \rho k^2 / \mu_L), \quad (3)$$

где k_{\max} – максимальное значение k по всей расчетной области. Отметим, что последнее ограничение в (3) это условие

$$\mu_T < \mu_L / A_{\varepsilon}, \quad (4)$$

записанное для ε . Рассмотрим это ограничение более подробно. С учетом выражения для турбулентной вязкости получим

$$\mu_T = \min(c_{\mu}, 1 / (A_{\varepsilon} R_T)) \rho k^2 / \varepsilon.$$

Из этого соотношения видно, что неравенство (4) вводит нефизичное поведение турбулентной вязкости при больших числах Рейнольдса турбулентности. С другой стороны, опыт расчетов турбулентных течений показывает, что использование этого неравенства является существенным способом преодоления вычислительных трудностей, возникающих при использовании k - ε модели. Поэтому неравенство (4) должно использоваться очень аккуратно. Необходимо задавать такое значение A_{ε} , чтобы число Рейнольдса турбулентности $R_T^* = 1 / (A_{\varepsilon} c_{\mu})$ было больше, чем максимально достижимое число Рейнольдса турбулентности для данного течения

$$A_{\varepsilon} < 1 / ((R_T)_{\max} c_{\mu}).$$

3.3. Обеспечение реализуемости

Нарушение условия реализуемости, возникающее из-за использования линейной зависимости напряжений Рейнольдса от тензора скоростей деформаций, может приводить к отрицательным значениям нормальных напряжений и, следовательно, к аномальному росту кинетической энергии турбулентности в застойных зонах или вблизи зон больших градиентов скорости. Эмпирически было установлено (без относительно к условию реализуемости), что в двухпараметрических моделях турбулентности необходимо вводить ограничение на производство кинетической энергии турбулентности

$$P_k / \rho \varepsilon < P_{\max}, \quad (5)$$

где P_{\max} - некоторая константа. Такой ограничитель использовался во многих работах (например, в [12] при $P_{\max} = 10$) на этапе установления для ускорения сходимости к стационарному решению. Отметим, что явно такой ограничитель был введен как часть модели турбулентности в SST модели [20], что привело к заметному улучшению результатов, особенно при расчете отрывных течений. В работе [16] было показано, что явное использование такого ограничителя в k - ε модели также приводит к улучшению результатов. В это же работе было показано, что ограничитель (5) относительно мало зависит от значения P_{\max} в диапазоне $10 < P_{\max} < 50$. Используя соотношения для производства кинетической энергии турбулентности и турбулентной вязкости, неравенство (5) можно рассматривать как ограничитель для турбулентной вязкости

$$\mu_T = \min \left(c_\mu, \frac{P_{\max} + 2\zeta/3}{2\hat{S}^2 - 2\zeta^2/3} \right) \frac{\rho k^2}{\varepsilon},$$

где \hat{S} , ζ - безразмерные тензор скоростей деформаций и дивергенция скорости

$$\hat{S} = \frac{kS}{\varepsilon}, \quad \zeta = \frac{k \partial u_i}{\varepsilon \partial x_i}.$$

То есть ограничитель (5) вводит дополнительную зависимость турбулентной вязкости, а следовательно и напряжений Рейнольдса, от тензора скоростей деформаций. Это, в некотором смысле, подобно использованию более сложных явных алгебраических моделей напряжений (см., например, [22]).

В работе [21] показано, что ограничение вида (5) возникает из условий реализуемости напряжений Рейнольдса, и получено значение $P_{\max} = 4/(3c_\mu) \approx 14.8$. В настоящей работе использовалось значение $P_{\max} = 15$.

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

4.1. Эксперимент Seiner & Norum [31,32]

В качестве первого расчетного случая рассмотрим течение в сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струе, которое экспериментально изучалось в [31,32]. Нерасчетность струи n равна 1.45 и число Маха на срезе сопла $M=2$. Температура струи равна 163°K. Струя вытекает в покоящийся воздух при атмосферных условиях.

Расчет проводился в области $39R_a \times 8R_a$, где R_a – радиус выходного сечения сопла. В расчетной области строилась прямоугольная сетка с постоянными шагами по обеим координатам. Большинство расчетов проводились на сетке 195×80 ячеек.

Density gradient

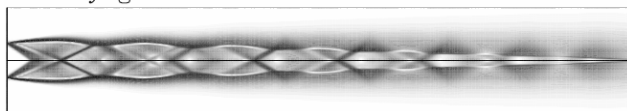


Рис. 1. Численное шпирен изображение для течения в сверхзвуковой струе

На рис. 1 показано численное шпирен изображение (тонируемое изображение градиента плотности) для данного течения, полученное на сетке 390×160 . Показана часть расчетной области $39R_a \times 3R_a$. Видно, что течение имеет довольно сложную ударно-волновую структуру с большим количеством различных разрывов, что позволяет изучить влияние сжимаемости и неравновесности на получаемые решения.

На рис. 2 приводится сравнение рассчитанных распределений давления с учетом поправок на сжимаемость с экспериментальными данными. Кружочками отмечены экспериментальные данные [31]. Различными линиями показаны результаты расчетов: сплошная толстая линия - стандартная k-ε модель без учета сжимаемости; сплошной тонкой линией - учет сжимаемости по [26]; пунктирной линией с мелким пунктиром - учет сжимаемости по [11]; пунктирной линией с крупным пунктиром - учет сжимаемости по [28]; пунктирной линией - учет сжимаемости по [30]. Из графика видно, что все четыре варианта учета сжимаемости заметно улучшают результаты расчета по сравнению с несжимаемым вариантом модели. Наилучшее совпа-

дение с экспериментом удается получить с использованием модификации из работы [11]. Учет сжимаемости по [26] и [30] дает очень близкие результаты. А наименее удачной оказывается модификация [28].

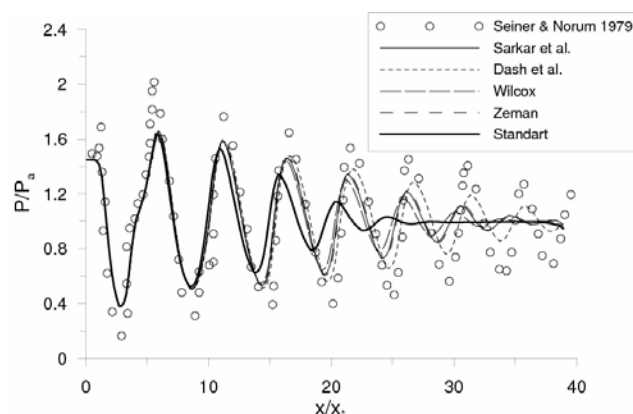


Рис. 2. Распределение давления вдоль оси струи. Сравнение различных модификаций k-ε модели, учитывающих сжимаемость

Для того, что бы понять, как влияют близость границ и размер расчетной сетки на полученные результаты, были выполнены расчеты на различных сетках: 195×80 , 390×160 , 780×320 и в расчетных областях увеличенного размера: $39R_a \times 16R_a$ (равномерная сетка 195×160) и $49R_a \times 8R_a$ (равномерная сетка 205×160 с разгоном на последних 10 ячеек по маршевой координате). Сравнение полученных результатов дано на рис. 3, где сплошной линией изображено распределение давления, полученное на сетке 195×80 , пунктирной линией - расчет на удвоенной по высоте области, пунктирной линией с крупным штрихом - расчет на удлиненной области, штрих-пунктирной линией - расчет с уменьшенным в два раза шагом 390×160 и пунктирной линией с мелким штрихом - расчет с уменьшенным в четыре раза шагом 780×320 .

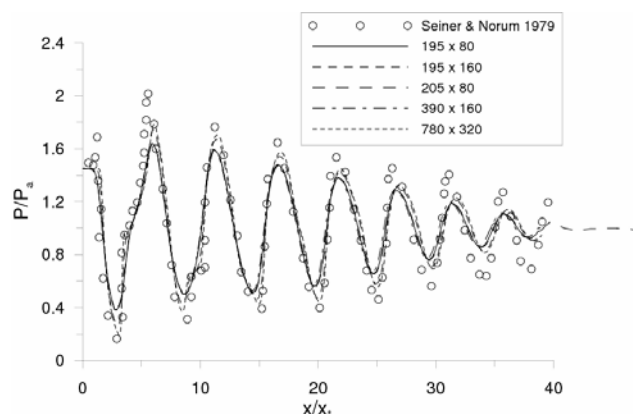


Рис. 3. Распределение давления вдоль оси струи. Влияние размера расчетной области и размерности расчетной сетки

Из рисунка видно, что увеличение области практически не приводит к заметному изменению результатов. В тоже время, уменьшение шага по пространству в два раза приводит к увеличению амплитуд колебаний давления, особенно, на начальном участке струи. При этом следует отметить, что изменение в частоте колебаний давления существенно меньше. Дополнительное уменьшение шага по пространству уже не приводит к

заметному изменению результатов, из этого следует, что достигнута сходимость результатов по сетке.

Результаты расчетов струи с учетом поправок на неравновесность показаны на рис. 4 и 5. На рис. 4 выделены различные варианты модели турбулентности [10].

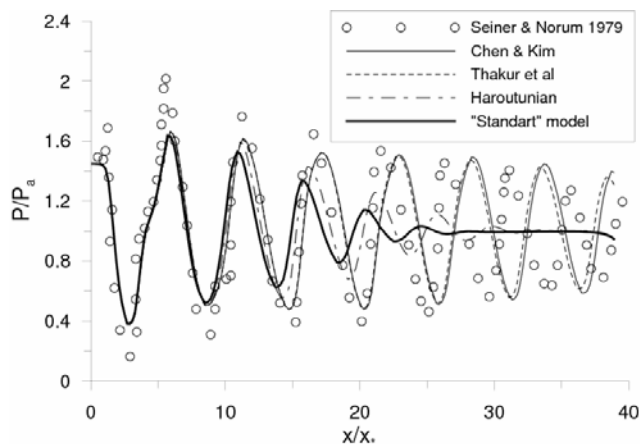


Рис. 4. Распределение давления вдоль оси струи. Сравнение различных вариантов модели [10].

Из этого рисунка видно, что исходный вариант модели дает заметное улучшение результатов "по амплитуде" экстремумов в распределении давления. При этом происходит существенное ухудшение точности по положению экстремумов. Кроме того, следует отметить, что скорость затухания экстремумов давления явно меньше, чем в эксперименте. Видно, что модификация [27], показанная пунктирной линией, приводит лишь к очень незначительному улучшению результатов. Модификация же, предложенная в [14] (штрих-пунктирная линия), позволяет несколько улучшить результаты по сравнению со стандартной моделью, но дает слишком быстрое затухание струи.

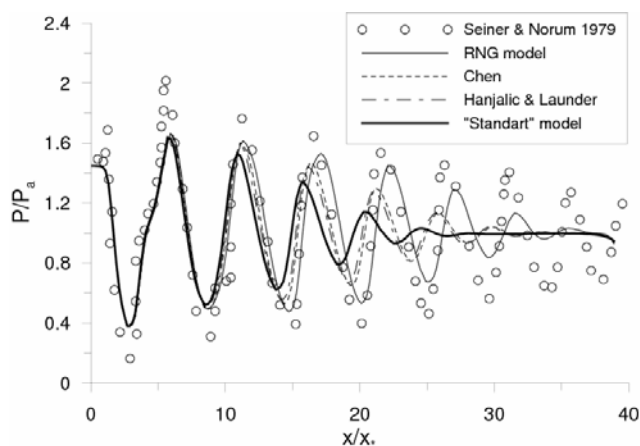


Рис. 5. Распределение давления вдоль оси струи. Сравнение различных модификаций k-ε модели, учитывающих неравновесность

Из представленных на рис. 5 результатов расчетов видно, что модели [9] и [13] дают близкие результаты, сопоставимые с результатами расчета по модели [14]. В отличие от этих трех моделей RNG модель [29] позволяет получить более высокие пики давления, но с более заметным отклонением в положении самих пиков.

Все рассмотренные неравновесные модификации k-ε модели позволяют заметно улучшить расчет пер-

вых нескольких "бочек" струи. Однако, большинство неравновесных модификаций (за исключением [10] и [27]) дают существенно более быстрое затухание экстремумов давления по сравнению с экспериментальными данными и по сравнению с модификациями стандартной k-ε модели, учитывающими сжимаемость. По-видимому, совместный учет обеих модификаций позволит повысить точность расчета данного течения.

На рис. 6 и 7 показано сравнение результатов, полученных по k-ε модели с учетом неравновесности и сжимаемости. Используются две модификации для учета сжимаемости [11] (рис. 6) и [26] (рис. 7) и три модификации для учета неравновесности [9], [13] и [29] (обозначения как на рис. 5). Видно, что в целом удастся заметно улучшить результаты расчетов по сравнению с рис. 2 и рис. 5. Отметим, что использование модификации [11] приводит к большему отклонению в положении пиков давления, чем при использовании [26]. Наиболее точное положение экстремумов давления при некотором уменьшении их амплитуды дает комбинация k-ε модели модификациями из [26] и [9].

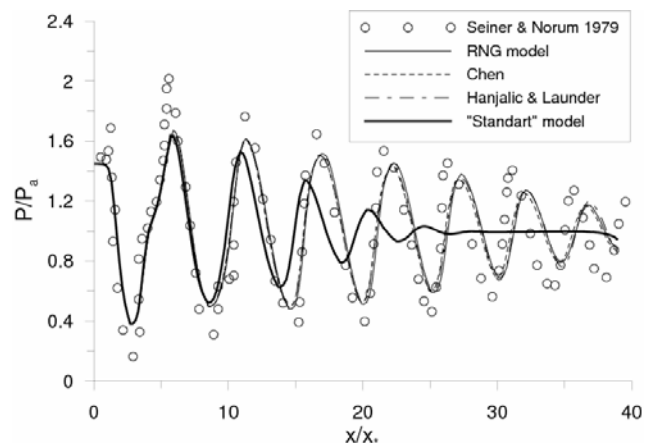


Рис. 6. Распределение давления вдоль оси струи. Сравнение различных неравновесных модификаций k-ε модели при учете сжимаемости по [11]

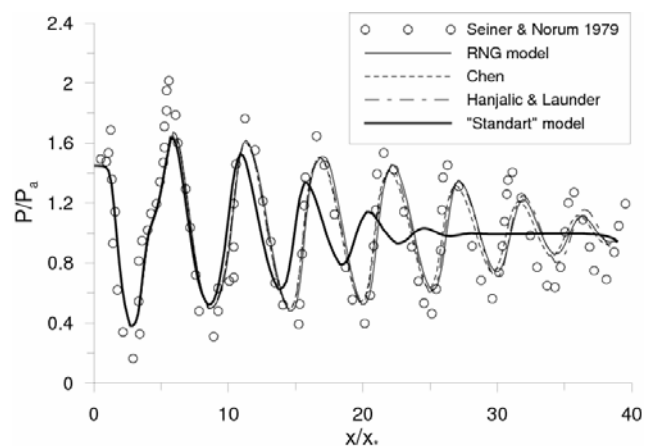


Рис. 7. Распределение давления вдоль оси струи. Сравнение различных неравновесных модификаций k-ε модели при учете сжимаемости по [26]

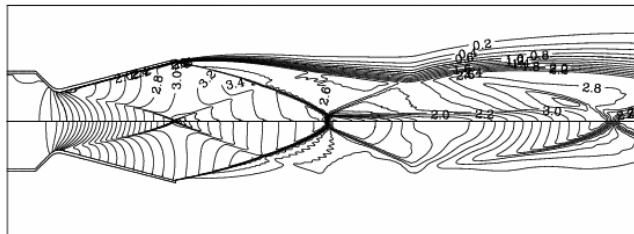
4.5. Эксперимент Запрыгаева и др. [33]

В качестве второго расчетного случая рассматривается турбулентная сверхзвуковая струя, которая экс-

периментально изучалась в [33]. В отличие от эксперимента [31] течение в данной струе нельзя рассчитывать, начиная от среза сопла, т.к. образовавшийся внутренний сопловой скачок приходит на ось струи почти сразу за срезом сопла. Поэтому расчет проводился и в сопле, и в струе за соплом. В [33] исследовано истечение сверхзвуковой струи (рабочая среда – холодный воздух с $\gamma=1.4$ и $T_0=287^\circ\text{K}$) из конического сопла с полууглом раскрытия 15° в окружающую атмосферу со следующими характерными параметрами: давлением $P_\phi=1.008$ бар и температурой $T_h=294^\circ\text{K}$. Расчетное число Маха истечения из сопла $M_a=3.005$, радиус выходного сечения $R_a=15$ мм, диаметр критического сечения $R_3=3.0$ мм, полуугол конической части сопла со стороны камеры 45° . Отношение давлений в камере и в окружающей среде принято $N_{pr}=P_0/P_h=21.8$.

На рис. 8 показано рассчитанное течение в сопле и в ближней поле струи. На верхней половине рисунка изображены изолинии числа Маха, а на нижней – изолинии логарифма давления. В данном расчете использовались модификации [9] и [26] для учета неравномерности и сжимаемости.

Mach number



lg(P)

Рис. 8. Рассчитанные распределения числа Маха и логарифма давления вдоль оси струи

Показанная на рис. 8 картина течения в струе хорошо соответствует приведенной в [33] шпирен фотографии. Хорошо виден характерный для перерасширенной струи скачок сжатия, который увеличивает давление во внешней части струи. Другой особенностью структуры исследуемой струи является наличие соплового скачка, появление которого обусловлено отсутствием профилирования сверхзвуковой части сопла. Видно, что вблизи правой границы внешнего струйного слоя смешения смыкается с внутренним слоем смешения, исходящим из тройной точки.

Распределение давления, которое меряется трубкой Пито и которое в дальнейшем будем называть давлением Пито, показано на рис. 9. Экспериментальные данные показаны маркерами, а расчет различными линиями. Видны девять максимумов, которые связаны с девятью ячейками периодической структуры струи.

Во всех приведенных расчетах использовался учет сжимаемости по [26]. Отметим, что учёт сжимаемости по [11] оказывается в данном случае неудовлетворительным. Из рис.9 видно, что стандартная модель (жирная сплошная линия) даёт чрезвычайно быстрое затухание ячейистой структуры струи. Следует отметить, что стандартная модель неплохо воспроизводит первые три пика давления, что связано с тем, что вблизи кромки сопла течение близко к ламинарному. Из рисунка видно (пунктирная линия), что лучшее

совпадение с экспериментом получается при использовании модификации из [9]. Несколько хуже точность у RNG модели [29] (тонкая сплошная линия). Модификации [10] (штрих-пунктирная линия) и [13] (штрих-штрих-пунктирная) существенно хуже воспроизводят максимумы давления в первых пяти ячейках.

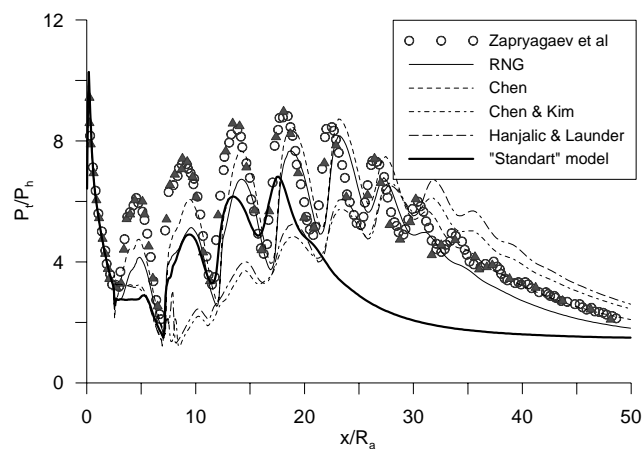


Рис. 9. Распределение давления Пито вдоль оси струи [33]. Сравнение различных модификаций к-ε модели

Радиальные распределения безразмерного давления Пито P_t/P_h по радиальной координате y/R_a для трех характерных поперечных сечений струи показаны на рис. 10–12. На этих рисунках сплошной жирной линией показаны распределения, полученные при помощи стандартной к-ε модели, сплошной тонкой линией – при помощи RNG модели [29], пунктирной линией – при помощи [9] и штрих-пунктирной линией – при помощи [9], но на более подробной сетке 800×250 . Рис.10 соответствует первой ячейке струи. Видно, что все модели дают хорошее совпадение рассчитанного распределения с экспериментальным. Все модели практически одинаково дают положение скачка сжатия, но без характерного для трубки Пито небольшого заброса. Сопловой скачок в расчетах получается несколько хуже. Лучше всего сопловой скачок получается на подробной сетке.

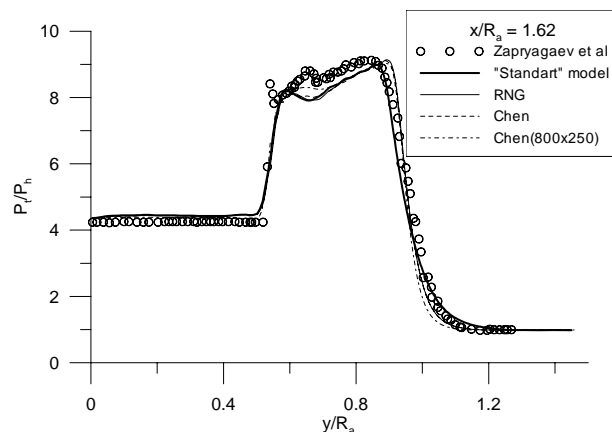


Рис. 10. Распределение давления Пито в поперечном сечении струи при $x/R_a=1.62$

Во второй и последующих ячейках струи наблюдаются более сглаженные профили распределения давления Пито. Это характеризуется увеличением толщины слоев смешения и отсутствием резких изменений параметров течения (Рис.11). На рисунке видно, что

распределение, полученное по стандартной k - ϵ модели начинает заметно отклоняться от экспериментального.

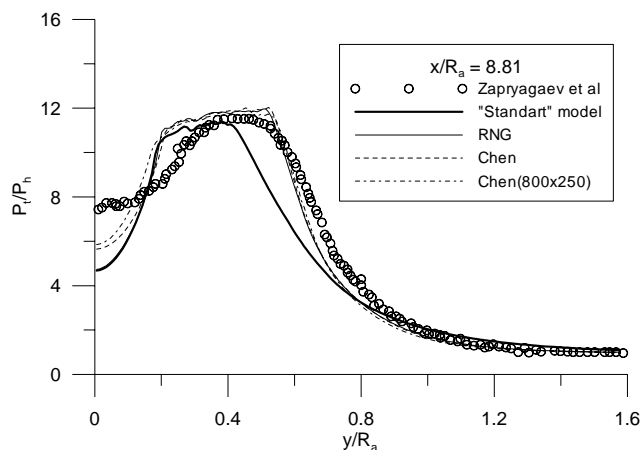


Рис. 11. Распределение давления Пито в поперечном сечении струи при $x/R_a=8.81$

Для последних ячеек перерасширенной струи ($x/R_a > 30$) характерно отсутствие периферийного максимума в радиальных распределениях давления Пито, хотя величина осевого максимума продолжает волнообразно изменяться. Профиль радиального распределения приобретает автомодельный вид, рис. 12. Видно, что использование стандартной k - ϵ модели привело к почти полному выравниванию давления. Результаты по RNG модели тоже начинают заметно отличаться от эксперимента.

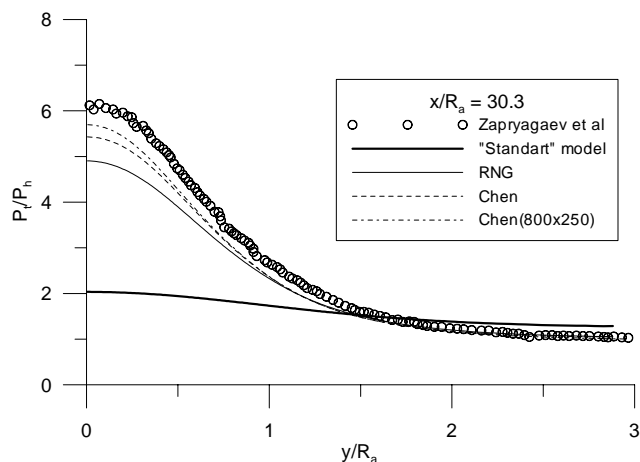


Рис. 12. Распределение давления Пито в поперечном сечении струи при $x/R_a=30.3$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены наиболее важные для численного моделирования сверхзвуковых струйных течений аспекты модели турбулентности – учет сжимаемости, учет неравновесности турбулентности и обеспечение физически допустимых решений (положительности кинетической энергии турбулентности и её скорости диссипации и реализуемости напряжений Рейнольдса).

Все эти аспекты модели турбулентности исследованы на основе сравнения с экспериментальными данными. Для сравнения использовались два эксперимента. В первом случае рассчитывалось поле течения в недорасширенной турбулентной струе, начиная от среза сопла, и сравнивалось с экспериментальными

данными [31,32]. Во втором случае рассматривалась конфигурация сопло-струя [33]. Параметры на входе в сопло были такими, что получаемая струя была перерасширенной.

Анализируя полученные данные для недорасширенной струи, показано, что все рассмотренные модели сжимаемой диссипации позволяют в той или иной степени улучшить точность расчета течений этого класса, что говорит о необходимости учета данного эффекта при расчете сверхзвуковых струйных течений. Наилучшие результаты дают модели сжимаемой диссипации [26] и [11]. В случае же течения в перерасширенной струе модель [26] так же позволяет получить наиболее точные результаты, а вот модель [11] дает менее точные результаты.

На основе сравнения с экспериментальными данными исследовано и влияние различных моделей учета неравновесности. Показано, что среди неравновесных модификаций неплохие результаты для недорасширенной струи получаются при использовании [9,13,29] моделей. "Расширенная" модель [10] и её варианты дают заметно худшие результаты, точность которых к тому же может сильно зависеть от перепада давления. Для случая [33] струя-сопло наилучшие результаты дает комбинация модификаций [26] и [9].

Для обеспечения физичности получаемых результатов в данной работе использовались ограничители для кинетической энергии турбулентности, скорости её диссипации и производства кинетической энергии турбулентности. Дан краткий анализ ограничителей, используемых для обеспечения положительности и реализуемости, и показана их связь с модельными функциями k - ϵ модели турбулентности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (код проекта 07-01-00471-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А., Расчет сверхзвуковых турбулентных течений, Препринт 793, М.: ИПМ РАН, 2006.
2. Иванов И.Э., Крюков И.А., Квазимонотонный метод повышенного порядка для расчета внутренних и струйных течений невязкого газа // Мат. модел. РАН, 1996, **8**, 6, 47-55.
3. Васильцов Г.Л., Глушко Г.С., Крюков И.А., Расчет турбулентных течений в областях сложной геометрической формы, Препринт 608, М.: ИПМ РАН, 1998.
4. Малик Т.И., Тагиров Р.К., Полуэмпирический метод расчета турбулентного отрывного течения в коническом сопле Лаваля на режиме перерасширения // Известия АН СССР, Механика жидкости и газа, 1988, **6**, 60-66.
5. Adumitroaie V., Ristorcelli J.R., Taulbee D.B., Progress in Favre-Reynolds stress closures for compressible flows // Phys. Fluids A, 1999, **11**, 2696-2719.
6. Bradshaw P., Compressible turbulent shear layers // Ann. Rev. Fluid Mech., 1977, **9**, 33-54.
7. Bradshaw P., Turbulence modeling with application to turbomachinery // Prog. Aerospace Sci., 1996, **32**, 575-624.
8. Chassaing P., The modeling of variable density turbulent flows – a review of first-order closure schemes // Flow, Turb. Combust., 2001, **66**, 293-332.
9. Chen Y.S., Applications of a new wall function to turbulent flow computations, AIAA Pap. 86-0438, 1986.

10. Chen Y.S., Kim S.W., Computation of turbulent flows using an extended k- ϵ turbulence closure model, NASA Contractor Report 179204, 1987.
11. Dash S.M., Kenzakowski D.C., Seiner J.M., Bhat T.R.S., Recent advances in jet flow field simulation. Part I – Steady flow, AIAA Pap. 93-4390, 1993.
12. Gerolymos G.A., Implicit multiple grid solution of the compressible Navier-Stokes equations using k- ϵ turbulence closure // AIAA J., 1990, **28**, 10, 1707-1717.
13. Hanjalic K., Launder B.E., A Reynolds-stress model of turbulence and its application to thin shear flows // J. Fluid Mech., 1972, **52**, 609-638.
14. Haroutunian V., Simulation of vortex shedding past a square prism using three two-equation turbulence models, Sixth Int. Symp. on CFD (Lake Tahoe, Nevada), vol. 1, 1995, 408-414.
15. Ilinca F., Pelletier D., Positivity preservation and adaptive solution for the k- ϵ model of turbulence, AIAA Pap. 97-0205, 1997.
16. Kral L.D., Mani M., Ladd J.A., Application of turbulence models for aerodynamic and propulsion flowfields // AIAA J., 1996, **34**, 11, 2291–2298.
17. Kunz R.F., Lakshminarayana B., Stability of explicit Navier-Stokes procedures using k- ϵ and k- ϵ /algebraic Reynolds stress turbulence models // J. Comp. Phys., 1992, **103**, 1, 141-159.
18. Lele S.K., Compressibility effects on turbulence // Ann. Rev. Fluid Mech., 1994, **26**, 211–254.
19. Liu F., Zheng X., A strongly coupled time-marching method for solving the Navier-Stokes and k- ω turbulence model equations with multigrid // J. Comp. Phys., 1996, **128**, 2, 289-300.
20. Menter F.R., Zonal two-equation k- ω models for aerodynamics flow, AIAA Pap. 93-2906, 1993.
21. Park C.H., Park S.O., On the limiters of two-equation turbulence models // Int. J. Comput. Fluid Dyn., 2005, **19**, 1, 79–86.
22. Pope S.B., Turbulent flows, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
23. Ristorcelli J.R., A pseudo-sound constitutive relationship for the dilatational covariances in compressible turbulence // J. Fluid Mech., 1997, **347**, 37–70.
24. Sarkar S., The pressure dilatation correlation in compressible flows // Phys. Fluids A, 1992, **4**, 2674–2682.
25. Sarkar S., The stabilizing effect of compressibility in turbulent shear flow // J. Fluid Mech., 1995, **282**, 163-186.
26. Sarkar S., Erlebacher G., Hussaini M.Y., Kreiss H.O., The analysis and modelling of dilatational terms in compressible turbulence // J. Fluid Mech., 1991, **227**, 473–493.
27. Thakur S.S., Wright J.A., Shyy W., Liu J., Ouyang, H., Vu T., Development of pressure-based composite multigrid methods for complex fluid flows // Prog. Aerospace Sci., 1996, **32**, 4, 313-373.
28. Wilcox D.C., Dilatation dissipation corrections for advanced turbulence models // AIAA J., 1992, **30**, 11, 2639–2646.
29. Yakhot V., Orszag S.A., Thangam S., Gatski T.B., Speziale C.G., Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique // Phys. Fluids A, 1992, **4**, 7, 1510-1520.
30. Zeman O., Dilatation dissipation: the concept and application in modeling compressible mixing layer // Phys. Fluids A, 1990, **2**, 178–188.
31. Seiner J.M., Norum T.D., Experiments of shock associated noise on supersonic jets, AIAA Pap. 79-1526, 1979.
32. Seiner J.M., Norum T.D., Aerodynamic aspects of shock containing jet plumes, AIAA Pap. 80-0965, 1980.
33. Zapryagaev V.I., Kudryavtsev A.N., Lokotko A.V., An experimental and numerical study of a supersonic jet shock-wave structure, West East High Speed Flow Fields 2002, CIMNE, Barcelona, Spain, 2002, 6 pp.