Waverider Surface Heating Estimation by Effective Length Technique

D. S. Yatsukhno

Ishlinskyi Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS), Moscow, 119526, Russia yatsukhno-ds@rambler.ru

Abstract

The study is devoted to the investigation of applying the approximate effective length method to solving the problem of the waverider convective heating determining. The results obtained are in satisfactory agreement with the experimental data. At the same time, it is shown that the heat flux essentially depends on the features of the mentioned method implementation.

Keywords: waveriders, convective heating, effective length, streamlines, surface curvature



along waverider surface at $M_{\infty} = 7.36$ and $\alpha = -10^{\circ}$

One dimensional convective heat flux distribution Waverider lower surface three-dimensional convective heat flux distribution at $M_{\infty} = 7.36$ and $\alpha = +5^{\circ}$

Parameter	Value
Density $ ho_{\infty}$, Γ/cm^3	0.560×10^{-4}
Temperature T_{∞} ,K	72.8
Mach M_{∞}	7.36
Surface Temperature T_w ,K	300
Reynolds $\operatorname{Re}_{\infty}$, m^{-1}	14.32×10^{6}
Angles of attack	-10°,0°,+5°

Freestream conditions [9]

УДК533.6.011.5

Оценка конвективного нагрева поверхности волнолета с использованием метода эффективной длины

Д. С. Яцухно

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, д. 101-1

yatsukhno-ds@rambler.ru

Аннотация

В данной работе исследуется возможность применения приближенного метода эффективной длины к решению задачи определения конвективного нагрева поверхности пространственной конфигурации высокоскоростного летательного аппарата – волнолета. Полученные результаты находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными. При этом показано, что тепловой поток существенно зависит от особенностей реализации упомянутого метода.

Ключевые слова: волнолет, конвективный тепловой поток, эффективная длина, линия тока, радиус кривизны

1. Введение

Расчет теплового потока к различным конструктивным элементам высокоскоростного летательного аппарата (ВЛА) является одной из ключевых задач вычислительной аэротермодинамики. Методы ее решения могут быть условно разделены на две основные группы. К первой следует отнести подходы, основанные на решении полных уравнений Навье – Стокса (в том числе с учетом турбулентности) с детальным разрешением зоны пограничного слоя. При этом могут быть использованы как структурированные, так и неструктурированные сетки. Среди недостатков в данном случае следует отметить трудоемкость и продолжительной топологии. Кроме того, при использовании структурированных сеток для областей сложной формы возникает необходимость создания большого количества блоков и обеспечения согласованности расчетов между ними. Вторая группа включает приближенные (инженерные) подходы к моделированию нагрева поверхности ВЛА. Практически все они основываются на фундаментальных соотношениях теории пограничного слоя [1, 2–3] и дают наиболее корректный результат для основных геометрических примитивов (сфера, цилиндр, пластина, конус).

В современных публикациях по данной тематике затрагиваются вопросы применения приближенных методов для ВЛА сложной формы. В работах [4–6] рассмотрен метод расчета конвективного теплового потока, основанный на вычислении метрического аналога в локальной системе координат, связанной с линией тока. Отдельно стоит отметить результаты расчетов, относящиеся к приближенному моделированию ламинарно-турбулентного перехода, которое осуществляется путем «сшивания» ламинарного и турбулентного решений. В работе [7] была предложена методика расчета радиуса эквивалентного тела вращения, позволяющая использовать соотношения метода эффективной длины для осесимметричного случая при моделировании нагрева пространственных тел произвольной формы. В статье [8] был реали-

зован подход, учитывающий кривизну триангулированной поверхности летательного аппарата в формулах метода эффективной длины. Должно быть замечено, что фасеточная модель летательного аппарата сложной формы, по сути представляет собой поверхность с локальными изломами, что накладывает определенные требования при оценке параметров дифференциальной геометрии. Кроме того, представляет интерес количественная оценка тепловых потоков и сравнение результатов с аналогичными доступными данными. Исследованию данных вопросов и посвящена настоящая работа.

2. Постановка задачи

В данной статье рассматривается виртуальная модель волнолета с затупленными кромками (рис. 1), который обладает следующими геометрическими характеристиками: длина – 99.06 см, ширина – 41.05 см, высота – 17.37 см, радиус затупления передней кромки – 0.635 см. Данная модель соответствует аналогичному ВЛА, прошедшему цикл экспериментальных исследований в аэродинамических трубах Arnold Engineering Development Center (AEDC, Wind Tunnel 9, 2006 г.) [9] и Naval Surface Warfare Center (NSWC, Hypervelocity Wind Tunnel 9, 1993) [10]. Сравнение параметров виртуальной и экспериментальной моделей приведено в таблице 1.



Рис. 1. Виртуальная модель волнолета с затупленными кромками

Таблица 1

Параметр	Виртуальная модель	Экспериментальная модель	Погрешность, %
Длина	99.06	98.1	0.97
Ширина, см	41.05	39.8	2.8
Высота, см	17.37	17.4	0.17
Радиус затупления кромки, см	0.635	0.635	0
Площадь в плане S_{plan} , см ²	2421.3	2305.5	4.8
Площадь задней поверхности, см ²	416.8	409.6	1.7

Геометрические характеристики виртуальной и экспериментальной [10] моделей волнолета

Наиболее ранние эксперименты были ориентированы на исследование аэротермодинамических характеристик при значительных скоростях $M_{\infty} = 10,14,16.5$. Измерения проводились в диапазоне углов атаки $\alpha = -10^{\circ} \div +25^{\circ}$ и углов скольжения $\beta = -5^{\circ} \div +5^{\circ}$. Датчики давления и тепловых потоков были расположены на верхней и нижней поверхностях, а также на затупленной кромке. Дополнительный набор датчиков давления был размещен на задней стенке модели для исследования вопросов, связанных с определением донного сопротивления. Кроме того, отдельным направлением исследований была отработка методики измерений тепловых потоков с использованием термочувствительной краски [11–12]. Последующие расчетно-теоретические и экспериментальные работы [9, 13] проводились для условий обтекания с числами Маха близкими к $M_{\infty} = 8$. Для данной статьи был выбран набор параметров набегающего потока, соответствующих числу Рейнольдсу на единицу длины $Re_{\infty} = 14.32 \times 10^6 \text{ м}^{-1}$ из набора исходных данных для эксперимента Run 2917 [9] (табл. 2). Угол атаки изменялся в диапазоне $\alpha = -10^\circ \div +5^\circ$.

Таблица 2

Параметр	Значение	
Плотность $ ho_{\infty}$, г/см 3	0.560×10^{-4}	
Температура T_{∞} , К	72.8	
Число Маха M _∞	7.36	
Температура стенки <i>T</i> _w , К	300	
Число Рейнольдса $\operatorname{Re}_{\infty}$, м $^{-1}$	14.32×10^{6}	
Углы атаки	-10°,0°,+5°	

Параметры набегающего потока для волнолета с затупленными кромками [9] (Run 2917)

Реализация приближенной методики во многом основывается на алгоритме, предложенном в работе [8]. В качестве исходных данных используются распределения основных газодинамических параметров, которые были получены путем предварительного численного моделирования с использованием компьютерного кода UST3D-AUSM-ECUSP [14]. Данный код позволяет проводить расчет обтекания ВЛА потоком совершенного газа при различных условиях полета (высота, скорость, углы атаки и скольжения). К настоящему моменту опубликован цикл работ [15–19], отражающий результаты верификации и валидации семейства компьютерных кодов, разработанных в Лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН, и предназначенных для проведения расчетов с использованием неструктурированных сеток. Полученные данные свидетельствуют о достаточно хорошей интерпретации значительного объема экспериментальных данных по силовым и моментным аэродинамическим характеристикам широкого класса летательных аппаратов, а также соответствии результатам сторонних расчетно-теоретических работ.

Итак, начальный этап расчета представляет собой импорт газодинамических функций, необходимых для оценки тепловых потоков: компонент вектора скорости u, v, w, плотности ρ , температуры T, числа Маха М. При этом также считывается поверхностная сетка (рис. 2). Дальнейшая реализация метода эффективной длины основывается на необходимости построения линии тока вдоль триангулированной поверхности ВЛА. Уравнения для построения линии тока имеют следующий вид:

$$\frac{\mathrm{d}x_s}{\mathrm{d}t} = -u \;, \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}y_s}{\mathrm{d}t} = -v\,,\tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}z_s}{\mathrm{d}t} = -w \tag{3}$$

Здесь x_s , y_s , z_s – текущие координаты линии тока. Отрицательный знак в правой части объясняется тем, что линия тока строится в обратном направлении. Построение выполняется для каждого треугольного элемента поверхности, который требует определения теплового потока. В качестве начальной точки линии тока принимается координата геометрического центра треугольника, для которого рассчитывается конвективный нагрев. Линия тока заканчивается при достижении окрестности критической точки, которая определяется по минимальному значению полной скорости в узлах поверхности ВЛА и включает прилегающие к искомому узлу элементы (рис. 3).



Рис. 2. Распределение давления по нижней поверхности волнолета (верхняя часть) и поверхностная расчетная сетка (нижняя часть), включающая 319910 элементов



Рис. 3. Пример построения линии тока к одному из элементов триангулированной поверхности. Красным цветом отмечена окрестность критической точки

В процессе построения возникает необходимость определения положения текущей точки линии тока в том или ином элементе поверхностной сетки и интерполяции газодинамических параметров вдоль линии тока. Для этого выполняется переход от глобальных $(x_n, y_n, z_n, n = 1, 2, 3)$ к локальным координатам $(x'_n, y'_n, n = 1, 2, 3)$, связанным с каждым треугольником на поверхности ВЛА (рис. 4).



Рис. 4. Схема перехода от глобальной к локальной системе координат (СК). Зеленым цветом отмечен базис глобальной СК, красным цветом выделен базис локальной СК, синим цветом отмечен треугольный элемент поверхностной сетки в локальной СК; 1,2,3 – вершины треугольника

Введем два вектора, определяющих треугольник: $\vec{V}_{31} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1)$ и $\vec{V}_{21} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$. Тогда базис локальной СК имеет вид [20]

$$\vec{i} = \frac{\vec{V}_{31}}{\left|\vec{V}_{31}\right|},\tag{4}$$

$$\vec{k} = \frac{\vec{V}_{31} \times \vec{V}_{21}}{\left| \vec{V}_{31} \times \vec{V}_{21} \right|},\tag{5}$$

$$\vec{j} = \vec{k} \times \vec{i} \tag{6}$$

Взаимосвязь базисов глобальной и локальной СК определяется с помощью следующего соотношения:

$$\begin{cases} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{cases} = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ \mu_x & \mu_y & \mu_z \\ \nu_x & \nu_y & \nu_z \end{bmatrix} \begin{cases} \vec{e_x} \\ \vec{e_y} \\ \vec{e_z} \end{cases}$$
 (7)

Коэффициенты матрицы перехода рассчитываются по формулам

$$\lambda_{x} = \frac{x_{3} - x_{1}}{\sqrt{(x_{3} - x_{1})^{2} + (y_{3} - y_{1})^{2} + (z_{3} - z_{1})^{2}}},$$
(8)

$$\lambda_{y} = \frac{y_{3} - y_{1}}{\sqrt{(x_{3} - x_{1})^{2} + (y_{3} - y_{1})^{2} + (z_{3} - z_{1})^{2}}},$$
(9)

$$\lambda_{z} = \frac{z_{3} - z_{1}}{\sqrt{\left(x_{3} - x_{1}\right)^{2} + \left(y_{3} - y_{1}\right)^{2} + \left(z_{3} - z_{1}\right)^{2}}},$$
(10)

$$\mu_x = \lambda_z v_y - \lambda_y v_z, \tag{11}$$

$$\mu_y = \lambda_x v_z - \lambda_z v_x, \qquad (12)$$

$$\mu_z = \lambda_y v_x - \lambda_x v_y \,, \tag{13}$$

$$v_x = \frac{\delta_x}{\Delta},\tag{14}$$

$$v_y = \frac{\delta_y}{\Delta},\tag{15}$$

$$v_z = \frac{\delta_z}{\Delta} \tag{16}$$

Здесь

$$\delta_x = (y_3 - y_1)(z_2 - z_1) - (y_2 - y_1)(z_3 - z_1), \tag{17}$$

$$\delta_{y} = (z_{3} - z_{1})(x_{2} - x_{1}) - (z_{2} - z_{1})(x_{3} - x_{1}), \qquad (18)$$

$$\delta_z = (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1), \qquad (19)$$

$$\Delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2} \tag{20}$$

Интерполяция параметров вдоль линии тока реализуется с использованием барицентрических координат [21]. С учетом сделанного ранее перехода к локальной СК имеем следующие соотношения:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1' & y_1' \\ 1 & x_2' & y_2' \\ 1 & x_3' & y_3' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s' \\ y_s' \\ 1 \end{bmatrix}$$
(21)

Здесь x'_n , y'_n , n = 1, 2, 3 – координаты вершин треугольного элемента в локальной СК; x'_s , y'_s – координаты текущей точки линии тока в локальной СК; θ_1 , θ_2 , θ_3 – барицентрические координаты. Из формулы (21) следует

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1' & y_1' \\ 1 & x_2' & y_2' \\ 1 & x_3' & y_3' \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_s' \\ y_s' \\ 1 \end{bmatrix}$$
(22)

Тогда интерполяция искомой величины выполняется по формуле

$$F(x'_{s}, y'_{s}) = \sum_{i=1}^{3} \theta_{i} F(x'_{i}, y'_{i})$$
(23)

В данном выражении $F(x'_s, y'_s)$ – значение искомой функции в текущей точки линии тока, $F(x'_i, y'_i)$ – значение искомой функции в вершинах треугольного элемента поверхности ВЛА. Барицентрические координаты также помогают определить номер элемента, которому принадлежит текущая точка линии тока [21]

$$\theta_1 < 0, L' = \text{NeighEl}(L, 1),$$

 $\theta_2 < 0, L' = \text{NeighEl}(L, 2),$

 $\theta_3 < 0, L' = \text{NeighEl}(L, 3)$
(24)

Здесь L' – номер элемента поверхностной сетки, в котором в итоге находится текущая точка линии тока; NeighEl(L, n), n = 1, 2, 3 – номер элемента, граничащего с текущим элементов через одну из сторон. Таким образом, если одна из барицентрических координат принимает отрицательное значение, то в качестве текущего элемента принимается треугольник, граничащий с исходным треугольником через сторону, противолежащую вершине с номером, соответствующим номеру отрицательной барицентрической координаты (рис. 5)



Рис. 5. Локализация положения текущей точки линии тока

С учетом выполненного преобразования координат уравнения (1)-(3) примут вид

$$\frac{\mathrm{d}\theta_s^1}{\mathrm{d}t} = R_1,\tag{25}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta_s^2}{\mathrm{d}t} = R_2,\tag{26}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta_s^3}{\mathrm{d}t} = R_3 \tag{27}$$

Здесь $\theta_s^1, \theta_s^2, \theta_s^3$ – барицентрические координаты текущей точки линии тока. Правые части уравнений (25)–(27) определяются по следующей формуле:

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1' & y_1' \\ 1 & x_2' & y_2' \\ 1 & x_3' & y_3' \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$
(28)

Интегрирование уравнений (25)–(27) выполняется с помощью метода Эйлера. Следует отметить необходимость выбора достаточно маленького шага интегрирования, что обеспечивает последовательный переход из текущего в соседний треугольник.

После определения барицентрических координат текущей линии тока становится возможным рассчитать ее абсциссу и ординату в локальной СК

$$x'_{s} = x'_{1}\theta_{1} + x'_{2}\theta_{2} + x'_{3}\theta_{3}, \qquad (29)$$

$$y'_{s} = y'_{1}\theta_{1} + y'_{2}\theta_{2} + y'_{3}\theta_{3}$$
 (30)

Теперь выполняется обратный переход в глобальную СК, в ходе которого получаются искомые координаты текущей линии тока

$$\begin{cases} x_s \\ y_s \\ z_s \end{cases} = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ \mu_x & \mu_y & \mu_z \\ \nu_x & \nu_y & \nu_z \end{bmatrix}^{-1} \begin{cases} x'_s \\ y'_s \\ 1 \end{cases}$$
(31)

Таким образом, алгоритм построения линии тока на триангулированной поверхности ВЛА имеет следующий вид:

- 1. Для выбранного треугольного элемента поверхности определяется его геометрический центр, который принимается в качестве начальной точки линии тока.
- 2. Выполняется переход в локальную СК с помощью соотношений (4)–(20). Кроме вершин треугольника преобразование координат выполняется и для текущей точки линии тока, а также для компонент вектора скорости.
- Используя соотношения (21)–(23) определяются значения газодинамических параметров в текущей точки линии тока, в том числе рассчитываются значения компонент вектора скорости, входящие в правую часть уравнений (1)–(3).
- 4. Выполняется расчет правой части уравнений (25)–(27) по формуле (28).
- 5. Выполняется интегрирование уравнений (25)–(27) с помощью метода Эйлера.
- 6. С помощью соотношений (29)–(30) производится расчет декартовых координат текущей точки линии тока.
- 7. По формуле (31) определяются координаты текущей точки линии тока в глобальной СК.
- 8. Пункты (2)–(7) повторяются пока текущая точка линии тока не окажется в области критической точки (см. рис. 3).
- 9. После построения полной линии тока для выбранного элемента, выбирается следующий элемент, и процедура повторяется.

После построения линии тока для выбранного треугольного элемента производится расчет конвективного теплового потока в соответствии с соотношениями метода эффективной длины, который позволяет определить конвективный нагрев поверхности ВЛА при произвольном распределении давления[3]. В условиях постоянной температуры стенки выражения для расчета эффективной длины имеют вид

$$l_{eff}^{lam} = \frac{\int_{0}^{s} \left[R_{eff}^{2} \cdot \rho_{*} \cdot \mu_{*} \cdot V_{s} \cdot \left(C_{p,s} \cdot (T_{e} - T_{w}) \right)^{2} \right] \mathrm{d}s}{R_{eff}^{2} \cdot \rho_{*} \cdot \mu_{*} \cdot V_{s} \cdot \left(C_{p,s} \cdot (T_{e} - T_{w}) \right)^{2}},$$
(32)

$$l_{eff}^{turb} = \frac{\int_{0}^{s} \left[R_{eff}^{1.25} \cdot \rho_* \cdot \mu_*^{0.25} \cdot V_s \cdot \left(C_{p,s} \cdot (T_e - T_w) \right)^{1.25} \right] \mathrm{d}s}{R_{eff}^{1.25} \cdot \rho_* \cdot \mu_*^{0.25} \cdot V_s \cdot \left(C_{p,s} \cdot (T_e - T_w) \right)^{1.25}}$$
(33)

Здесь l_{eff}^{lam} , l_{eff}^{turb} – эффективная длина в ламинарном (32) и турбулентном случаях (33).

В уравнениях (32)–(33) и далее под индексом "s" используются местные значения параметров на внешней границе пограничного слоя: ρ_s – плотность; μ_s – вязкость; V_s – скорость; $C_{p,s}$ – теплоемкость при постоянном давлении; M_s – число Маха. Однако следует отметить, что использование на этапе предварительных газодинамических расчетов неструктурированных тетраэдральных сеток не позволяет осуществить достаточную дискретизацию узкой зоны пограничного слоя. В рамках настоящей работы в качестве искомых принимаются значения параметров вдоль линии тока. Очевидно, что данный подход является приближенным, но полученные таким образом результаты с инженерной точностью соответствуют экспериментальным данным. Индексом "w" обозначаются значения аналогичных параметров при температуре стенки, которая для данных расчетов принималась равной 300 К. Температура восстановления определяется по формуле

$$T_e = T_s \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} \mathbf{M}_s^2 \right)$$
(34)

Здесь r – коэффициент восстановления, который в ламинарном случае $r = \sqrt{\Pr}$, а в турбулентном случае, $r = \Pr^{0.33}$; γ – показатель адиабаты.

Индексом "*" обозначаются параметры, определенные при характерной температуре, которая рассчитывается по формуле Эккерта

$$T^* = T_{\infty} + 0.5(T_w - T_{\infty}) + 0.22(T_e - T_{\infty})$$
(35)

Эффективное число Рейнольдса для ламинарного и турбулентного случая определяется как

$$\operatorname{Re}_{eff}^{lam} = \frac{\rho_s V_s l_{eff}^{lam}}{\mu_s},$$
(36)

$$\operatorname{Re}_{eff}^{turb} = \frac{\rho_s V_s l_{eff}^{turb}}{\mu_s}$$
(37)

Заключительным этапом является расчет конвективного теплового потока

$$q_{w}^{lam} = 0.332 \cdot K \cdot \frac{\rho_{s} \cdot V_{s} \cdot C_{p,s} \cdot (T_{e} - T_{w})}{\sqrt{\operatorname{Re}_{eff}^{lam}}},$$
(38)

$$q_{w}^{turb} = \frac{0.0296 \cdot K_T \cdot \Pr^{-0.57} \cdot \rho_s \cdot V_s \cdot C_{p,s} \cdot (T_e - T_w)}{\left(\operatorname{Re}_{eff}^{turb}\right)^{0.2}}$$
(39)

Коэффициент, учитывающий влияние сжимаемости, вычисляется по формуле

$$K = \left(\frac{\rho_s \mu_s}{\rho_w \mu_w}\right)^{1/3} \tag{40}$$

Коэффициент K_T определяется по формуле

$$K_T = \left(\frac{T_e}{T_w}\right)^{0.4+0.2\exp(-\omega r)} (1+\omega r)^{0.11}$$
(41)

Здесь $\omega = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_s^2$.

Для вычисления эффективной длины как в ламинарном, так и в турбулентном случае требуется определить радиус кривизны триангулированной поверхности R_{eff} . Существуют различные методы оценки кривизны поверхности, покрытой неструктурированной треугольной сеткой [22–24], которые дают разные результаты даже для простейших геометрических

форм. Для настоящего исследования применяется метод, описанный в работе [25]. Результаты применения данного подхода изложены в следующем разделе.

3. Результаты численного моделирования

Распределение радиуса кривизны по триангулированной поверхности волнолета представлено на рис. 6. Следует отметить, что исследуемый ВЛА состоит как из поверхностей с большой кривизной, так и из относительно плоских участков. В последнем случае величина радиуса кривизны стремится к бесконечности, что обуславливает значительную немонотонность подынтегральной функции в выражениях (32)–(33), что негативным образом сказывается на корректности процедуры расчета конвективного теплового потока и приводит к его нефизичным распределениям. Поэтому представляется практически целесообразным ограничивать максимального величину радиуса кривизны. Кроме того, для наиболее плоских участков поверхности кривизна принимается постоянной, и расчет с использованием формул (32)–(33) выполняется также, как и для пластины.

В рамках экспериментального исследования определение тепловых потоков к поверхности волнолета выполнялось путем пересчета показаний термопар, расположенных на различных участках верхней (рис. 7, *a*) и нижней (рис. 7, *б*) поверхности, а также на затупленной кромке (рис. 8). Таким образом, на поверхности ВЛА могут быть выделены 10 характерных сечений, которые имеют следующие значений продольной координаты (в процентах от длины волнолета L = 99.06 см): 5 %, 10 %, 20 %, 30 %, 35 %, 40 %, 50 %, 60 %, 70 %, 90 %. Продольные сечения проходят через критическую точку и имеют наклон в 5⁰ и 10⁰ к плоскости симметрии волнолета соответственно. В некоторых точках пересечения продольных и поперечных сечений и будет производиться сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

На рис. 9–11 представлены распределения конвективного теплового потока вдоль затупленной кромки волнолета при различных углах атаки. При этом иллюстрация охватывает лишь 30% длины ВЛА, начиная от критической точки. Для кромки ВЛА характерный уровень ее нагрева, составляет от 0.5 до 7 Вт/см² в ламинарном случае и от 7 до 12 Вт/см² в турбулентном случае в зависимости от продольной координаты.

Определение конвективного теплового потока в критической точке затупленного носка волнолета выполняется по упрощенной формуле Φ эя – Риддела для радиуса затупления $R_{3am} = 0.635$ см

$$q_{w0}^{lam} = \left[1.93 \times 10^{-4} \cdot V_{\infty}^{1.08} \cdot (H_0 - H_w) \cdot \sqrt{\frac{\rho_{\infty}}{R_{3am}}}\right] \times 10^{-4} = 83.9 \frac{\text{Br}}{\text{cm}^2}$$
(42)

Здесь V_{∞} – скорость набегающего потока, м/с; H_0 , H_w – удельные энтальпии при температуре торможения и при температуре стенки, Дж/кг*К; T_0 , T_w –температура торможения и температура стенки, К; ρ_{∞} – плотность набегающего потока, кг/м³; R_{3am} – радиус затупления, м.

Течение в окрестности критической точки можно считать ламинарным, поскольку на малом участке поверхности еще не успеет произойти турбулизация потока. Данный вариант формулы Фэя – Риддела дает оценку конвективного нагрева критической точки с погрешностью порядка 30 % по сравнению с экспериментальными данными, в соответствии с которыми $q_{w0}^{lam} = 64$ Вт/см². Должно быть замечено, что представленные в работе [9] расчетные данные также не вполне точно описывают экспериментальные результаты по теплообмену в критической точке волнолета.

На рис. 12–17 показаны распределения теплового потока по верхней (рис. 12, 13, 14) и нижней (рис. 15, 16, 17) поверхностям волнолета. В данном случае угол атаки оказывает существенное влияние на уровень нагрева. Особенности геометрии волнолета таковы, что при

угле атаки $AoA = -10^{\circ}$ поток ориентирован практически по касательной к нижней поверхности. Это приводит к тому, что распределение теплового потока на нижней поверхности при $AoA = -10^{\circ}$ близко к распределению теплового потока на верхней поверхности при $AoA = 0^{\circ}$.

На рис. 18 показаны распределения конвективного теплового потока по поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии, полученные с использованием различных сеток, которые включали 205290 (Grid_1_0.25), 319910 (Grid_2_0.2) и 564690 (Grid_3_0.15) треугольных элементов соответственно. Отмечается удовлетворительная сходимость результатов. При этом различие в получаемых данных объясняется не только разницей в точности исходных газодинамических расчетов, выполненных с помощью кода UST3D-AUSM-ECUSP [14], но и определенной разницей в точности аппроксимации поверхности ВЛА, которая возникает при проведении расчетов на сетках различной подробности.

На рис. 19–21 также демонстрируются одномерные распределения теплового потока, рассчитанные для различных углов атаки на сетке Grid_2.В ламинарном приближении метода эффективной длины наблюдается монотонное убывание теплового потока по мере удаления от точки торможения, в то время как при турбулентном течении кратковременное снижение нагрева сменяется его ростом и выходом на некоторый стационарный уровень. Продольная координата, начиная с которой фиксируется данный эффект, зависит от угла атаки.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных по значениям конвективного теплового потока для термопар, расположенных в сечении плоскости симметрии, а также на затупленной кромке волнолета, представлено на рис. 22-30. Кроме результатов эксперимента на рисунках показаны также сторонние расчетные данные [9], полученные путем численного интегрирования полной системы уравнений Навье-Стокса с использованием алгебраической модели турбулентности. Следует отметить, что на нижней поверхности в ближайшем к критической точке сечении ламинарное приближение дает лучшее описание экспериментальных данных при углах атаки $AoA = 0^{\circ}, +5^{\circ}$ (рис. 22–23), в то время как при угле атаки $AoA = -10^{\circ}$ фиксируется турбулентный характер течения (см. рис. 24). Наилучшее соответствие результатов наблюдается для углов атаки $AoA = 0^{\circ}, -10^{\circ}$, а при $AoA = +5^{\circ}$ отмечается определенное занижение величины теплового потока. Несколько иной характер имеет течение вблизи верхней поверхности волнолета (рис. 25-27). При AoA = 0°, +5° турбулентный вариант формулы эффективной длины обеспечивает более достоверное предсказания теплового потока, а при $AoA = -10^{\circ}$ происходит смена режима течения. Наилучшая корреляция данных наблюдается при нулевом угле атаки. Принципиальные различия в описании экспериментальных данных обнаруживаются при исследовании теплообмена в области затупленной кромки (рис. 28–30). Приемлемая точность оценки тепловых потоков в данном случае может быть достигнута только в турбулентном приближении метода эффективной длины, в то время как сторонние расчетные данные говорят о преимущественно ламинарном течении, характер которого меняется в зависимости от угла атаки.

Разработанный вычислительный инструментарий также позволяет провести оценку конвективного теплового потока с использованием аналогии Рейнольдса. Сначала выполняется расчет местного коэффициента трения вдоль линии тока с использованием соотношений для плоской пластины [14]

$$c_f^{lam} = \frac{0.664}{\operatorname{Re}_x^{0.5}} \cdot \left(\frac{p}{p_{\infty}}\right)^{0.5} \cdot \left(\frac{\mu^*}{\mu_{\infty}} \cdot \frac{T_{\infty}}{T^*}\right)^{0.5},$$
(43)

$$c_f^{turb} = \frac{0.0592}{\operatorname{Re}_x^{0.2}} \cdot \left(\frac{p}{p_{\infty}}\right)^{0.2} \cdot \left(\frac{\mu^*}{\mu_{\infty}} \cdot \frac{T_{\infty}}{T^*}\right)^{0.2}$$
(44)

В соотношениях (43)–(44) $p_{\infty}, T_{\infty}, \mu_{\infty}$ – давление, температура, вязкость в набегающем потоке; p – местное давление; T^* – характерная температура; μ^* – вязкость при характерной температуре. Число Рейнольдса определяется в соответствии с длиной каждой линии тока, а плотность, скорость и вязкость соответствуют набегающему потоку

$$\operatorname{Re}_{x} = \frac{\rho_{\infty} V_{\infty} x}{\mu_{\infty}}$$
(45)

Здесь *х* – длина линии тока. В соответствии с формулами (43)–(44) коэффициент поверхностного трения зависит от местного давления и длины линии тока. Аналогия Рейнольдса описывается формулами

$$q_w^{lam} = \frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot V_\infty C_p \left(T_e - T_w \right) c_f^{lam}, \tag{46}$$

$$q_w^{turb} = \frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot V_\infty C_p \left(T_e - T_w \right) c_f^{turb}$$
(47)

Сравнение результатов расчетов по методу эффективной длины и по аналогии Рейнольдса для нулевого угла атаки представлено на рис. 31–32.

Заключительный цикл расчетов был выполнен для случая отсутствия ограничений на радиус кривизны поверхности волнолета. Сравнение соответствующих результатов представлено на рис. 33–37. Фиксируется смещение максимума нагрева с затупленной кромки волнолета на верхнюю часть поверхности, примыкающую к кромке. Осцилляции радиуса кривизны приводят также к появлению локальных максимумов теплового потока в сечении плоскости симметрии.

4. Заключение

В данной статье представлена оценка конвективного нагрева поверхности волнолета с затупленной кромкой с использованием приближенного метода эффективной длины. Выполнено сравнение расчетно-теоретических результатов с доступными экспериментальными и расчетными данными. Апробированы различные подходы к расчету конвективных тепловых потоков. Полученные данные позволяют говорить о приемлемой точности данного варианта метода эффективной длины. В то же время следует отметить, что наилучшие результаты в рамках данного подхода были получены при нулевом угле атаки. Применение радиуса кривизны триангулированной поверхности в качестве метрического аналога для расчета эффективной длины является достаточно спорным решением, которое требует реализации определенных ограничений для получения корректных результатов.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания № АААА-А20-120011690135-5, а также частично поддержана грантом РФФИ 19-01-00515.

Литература

- Lees, L. (1956). Laminar Heat Transfer over Blunt-Nosed Bodies at Hypersonic Flight Speeds. Journal of Jet Propulsion, 26(4), pp. 259–269. <u>https://doi:10.2514/8.6977</u>
- 2. Авдуевский В. С. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике // М.: Машиностроение. – 1992. – Т. 528.
- 3. Землянский Б.А., Лунев В.В., Власов В.И. и др. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. Под ред. Землянского Б.А., М.: Физматлит, 2014. 377 с.

- 4. Hamilton H., Weilmuenster J., DeJarnette F. Improved approximate method for computing convective heating on hypersonic vehicles using unstructured grids // 9th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference, AIAA Paper 2006-3394. 2006. P. 3394.
- 5. Hamilton H. H., Weilmuenster K. J., DeJarnette F. Approximate method for computing laminar and turbulent convective heating on hypersonic vehicles using unstructured grids //41st AIAA Thermophysics Conference, AIAA Paper 2009-4310 2009. P. 4310.
- 6. Zhao J., Li S. Improved approximate method for computing convective heating on hypersonic vehicles // Journal of Aerospace Engineering. – 2018. – Vol. 31. – No. 5. – P. 04018051.
- 7. Журин С. В. Методика численного моделирования конвективного теплообмена на телах сложной формы с использованием метода эффективной длины: дис. "МФТИ,–М, 2009.
- Кузенов В. В., Дикалюк А. С. Реализация приближенного метода расчета конвективного теплообмена вблизи поверхности ГЛА сложной геометрической формы//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2017. Т.18, вып. 2. <u>http://chemphys.edu.ru/issues/2017-18-2/articles/689/</u>
- Drayna T., Nompelis I., Candler G. Numerical Simulation of the AEDC Waverider at Mach 8 //25th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference, AIAA Paper 2006-2816. – 2006. – P. 2816.
- Kammeyer M. E., Gillum M. J. Design Validation Tests on a Realistic Hypersonic Waverider at Mach 10, 14, and 16.5 in the Naval Surface Warfare Center Hypervelocity Wind Tunnel No. 9. – Naval Surface Warfare Center Dahlgren DIV Silver Spring MD, 1994.
- Liu T., Campbell B., Sullivan J. Remote surface temperature and heat transfer mapping for a waverider model at Mach 10 using fluorescent paint // 25th Plasmadynamics and Lasers Conference, AIAA Paper 94-2484. – 1994. – P. 2484.
- 12. Liu T. et al. Heat transfer measurement on a waverider at Mach 10 using fluorescent paint //Journal of Thermophysics and Heat transfer. 1995. Vol. 9. No. 4. Pp. 605–611.
- Norris J. Mach 8 high Reynolds number static stability capability extension using a hypersonic waverider at AEDC tunnel 9 // 25th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference. AIAA Paper 2006-2815. 2006. P. 2815.
- 14. Яцухно Д. С. Численное моделирование аэродинамики волнолетов, построенных на скачках уплотнения различной формы//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. Т. 21, вып. 1. <u>http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/881/</u>
- Surzhikov S.T. Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 815. No 12023. <u>https://doi.org/10.1088/1742-6596/815/1/012023</u>
- Surzhikov S.T. Comparative Analysis of the Results of Aerodynamic Calculation of a Spherical Blunted Cone on a Structured and Unstructured Grid // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1250. No 012007. <u>https://doi.org/10.1088/1742-6596/1250/1/012007</u>
- Яцухно Д.С., Суржиков С.Т. Метод расщепления по физическим процессам в задаче моделирования обтекания перспективного высокоскоростного летательного аппарата // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». 2018. № 1. С. 20–33
- Сильвестров П.В., Суржиков С.Т. Расчет аэротермодинамики высокоскоростного летательного аппарата X-43 с использованием компьютерных кодов UST3D и UST3D-AUSMPW // Физикохимическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т. 20, вып. 4. <u>http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-4/articles/865</u>
- 19. Суржиков С.Т. Численная интерпретация экспериментальных данных по аэродинамике модели HB-2 с использованием компьютерных кодов USTFEN и PERAT-3D//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. Т. 21, вып. 1. <u>http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/900</u>
- Shon S., Lee S., Lee K. Smooth cutting pattern generation technique for membrane structures using geodesic line on subplane and spline interpolation //Journal of Central South University. 2013. Vol. 20. No. 11. Pp. 3131–3141.

- 21. Григорьев Ю.Н., Вшивков В.А., Федорук М.П. Численное моделирование методами частиц в ячейках. Рос. акад. наук, Сиб. Отд-ние, Ин-т выч. технологий, Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004. – 360 с.
- 22. Gatzke T. D., Grimm C. M. Estimating curvature on triangular meshes //International journal of shape modeling. 2006. Vol. 12. No. 01. Pp. 1–28.
- Rusinkiewicz S. Estimating curvatures and their derivatives on triangle meshes //Proceedings. 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission, 2004. 3DPVT 2004. – IEEE, 2004. – Pp. 486–493.
- 24. Petitjean S. A survey of methods for recovering quadrics in triangle meshes //ACM Computing Surveys (CSUR). 2002. Vol. 34. No. 2. Pp. 211–262.
- Theisel H., et al. Normal based estimation of the curvature tensor for triangular meshes //12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications, 2004. PG 2004. Proceedings. – IEEE, 2004. – Pp. 288–297.

References

- 1. Lees, L., "Laminar Heat Transfer over Blunt-Nosed Bodies at Hypersonic Flight Speeds," *Journal of Jet Propulsion*, Vol. 26, No. 4, 1956, pp. 259–269. https://doi:10.2514/8.6977
- 2. Avduevskij, V. S., i dr. *Osnovy teploperedachi v aviacionnoj i raketno-kosmicheskoj tekhnike* (Fundamentals of Heat Transfer in Aviation and Rocket and Space Engineering), M.: Mashinostroenie, Vol. 528, 1992.
- 3. Zemlyanskij, B. A., Lunev, V. V., Vlasov, V. I., i dr., *Konvektivnyj teploobmen letatel'nyh apparatov* (Convective heat transfer of aircraft), Ed. by Zemlyanskij, B. A., M: Fizmatlit, 2014, 377 p.
- 4. Hamilton, H., Weilmuenster, J., DeJarnette, F., "Improved approximate method for computing convective heating on hypersonic vehicles using unstructured grids," *9th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference*, AIAA Paper 2006-3394, June 2006. Doi.org/10.2514/6.2006-3394
- Hamilton, H., Weilmuenster, J., DeJarnette, F., "Approximate method for computing laminar and turbulent convective heating on hypersonic vehicles using unstructured grids," *41st AIAA Thermophysics Conference*, AIAA Paper 2009-4310, June 2009. https://doi.org/10.2514/6.2009-4310
- 6. Zhao, J., Li, S., "Improved approximate method for computing convective heating on hypersonic vehicles," *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 31, No. 5, 2018, p. 04018051.
- 7. Zhurin, S. V., *Metodika chislennogo modelirovaniya konvektivnogo teploobmena na telah slozhnoj formy s ispol'zovaniem metoda effektivnoj dliny* (Numerical modeling technique for convective heat transfer on complex shaped bodies using the effective length method): dis. MFTI, M. 2009.
- 8. Kuzenov, V. V., Dikalyuk, A. S., "The realization of an approximate method for calculating convective heat transfer near the surface of a GLA of a complex geometric shape," *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 18, No. 2, 2017. <u>http://chemphys.edu.ru/issues/2017-18-2/articles/689</u>
- 9. Drayna, T., Nompelis, I., Candler, G., "Numerical Simulation of the AEDC Waverider at Mach 8," 25th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference, AIAA Paper 2006-2816, 2006.
- Kammeyer, M. E., Gillum, M. J., Design Validation Tests on a Realistic Hypersonic Waverider at Mach 10, 14, and 16.5 in the Naval Surface Warfare Center Hypervelocity Wind Tunnel No. 9, Naval Surface Warfare Center Dahlgren DIV Silver Spring MD, 1994, 1994.
- Liu, T., Campbell, B., Sullivan, J., "Remote surface temperature and heat transfer mapping for a waverider model at Mach 10 using fluorescent paint," 25th Plasmadynamics and Lasers Conference, AIAA Paper 94-2484, June 1994. https://doi.org/10.2514/6.1994-2484
- 12. Liu, T., et al., "Heat transfer measurement on a waverider at Mach 10 using fluorescent paint," *Journal of Thermophysics and Heat transfer*, Vol. 9, No. 4, 1995, pp. 605–611.

- Norris, J., "Mach 8 high Reynolds number static stability capability extension using a hypersonic waverider at AEDC tunnel 9," 25th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference, AIAA Paper 2006-2815, June 2006. https://doi.org/10.2514/6.2006-2815
- 14. Yatsukhno, D. S., "Computational Study of the Different Waverider Configurations Aerodynamics," *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 21, No. 1, 2020. <u>http://chemphys.edu.ru/is-sues/2020-21-1/articles/881/</u>
- Surzhikov, S. T., "Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data," *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 815, No. 12023, 2017. <u>https://doi.org/10.1088/1742-6596/815/1/012023</u>
- Surzhikov, S. T., "Comparative Analysis of the Results of Aerodynamic Calculation of a Spherical Blunted Cone on a Structured and Unstructured Grid," *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1250, No. 012007, 2019. <u>https://doi.org/10.1088/1742-6596/1250/1/012007</u>
- Yatsukhno, D. S, Surzhikov, S. T., "Metod rasshheplenija po fizicheskim processam v zadache modelirovanija obtekanija perspektivnogo vysokoskorostnogo letatel'nogo apparata," *Herald of the Bauman Moscow State Technical University: Mechanical Engineering*, No. 1, 2018, pp. 20–33.
- Silvestrov, P. V., Surzhikov, S. T., "Calculation of aerothermodynamics for high-speed aircraft X-43 using computer code UST3D and UST3D-AUSMPW," *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 20, No. 4, 2019. <u>http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-4/articles/865/</u>
- Surzhikov, S. T., "Numerical Interpretation of Experimental Data on Aerodynamics of the HB-2 Model Using Computer Codes USTFEN and PERAT-3D," *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*. Vol. 21, No. 1, 2020. <u>http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/900/</u>
- 20. Shon, S., Lee, S., Lee, K., "Smooth cutting pattern generation technique for membrane structures using geodesic line on subplane and spline interpolation," *Journal of Central South University*, Vol. 20, No. 11, 2013, pp. 3131–3141.
- 21. Grigor'ev, Yu. N., Vshivkov, V. A., Fedoruk, M. P., *Chislennoe modelirovanie metodami chastic v yachejkah* (Numerical modeling by particle-cell methods), Ros. akad. nauk, Sib. otd-nie, In-t Vych. Tekhnologij, Novosib. gos. un-t. Novosibirsk: Izd-vo SO RAN, 2004. 360 p.
- 22. Gatzke, T. D., Grimm, C. M., "Estimating curvature on triangular meshes," *International journal of shape modeling*, Vol. 12, No. 01, 2006, pp. 1–28.
- 23. Rusinkiewicz, S., "Estimating curvatures and their derivatives on triangle meshes," *Proceedings. 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission*, 2004. 3DPVT 2004; IEEE, 2004, pp. 486–493.
- 24. Petitjean, S., "A survey of methods for recovering quadrics in triangle meshes," *ACM Computing Surveys (CSUR)*, Vol. 34, No. 2, 2002, pp. 211–262.
- Theisel, H., et al., "Normal based estimation of the curvature tensor for triangular meshes," *12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, 2004. PG 2004. Proceedings. IEEE, 2004. pp. 288–297.

Статья поступила в редакцию 30 декабря 2021 г.





Рис. 6. Радиус кривизны (см) верхней (а) и нижней (б) поверхности волнолета



Рис. 7. Расположение термопар на верхней (а) и нижней (б) поверхности волнолета



Рис. 8. Расположение термопар на затупленной кромке волнолета





Рис. 9. Распределение конвективного теплового потока вдоль затупленной кромки волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (*б*) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 10. Распределение конвективного теплового потока вдоль затупленной кромки волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (*б*) случая. М_∞ = 7.36, AoA = +5°



Рис. 11. Распределение конвективного теплового потока вдоль затупленной кромки волнолета для ламинарного (а) и турбулентного (б) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = -10°



Рис. 12. Распределение конвективного теплового потока по верхней поверхности волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (б) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 13. Распределение конвективного теплового потока по верхней поверхности волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (б) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = +5°



Рис. 14. Распределение конвективного теплового потока по верхней поверхности волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (б) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = -10°



Рис. 15. Распределение конвективного теплового потока по нижней поверхности волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (б) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 16. Распределение конвективного теплового потока по нижней поверхности волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (*б*) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = +5°



Рис. 17. Распределение конвективного теплового потока по нижней поверхности волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (*б*) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = -10°



Рис. 18. Сеточная сходимость результатов расчетов для ламинарного (*a*) и турбулентного (*б*) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 19. Распределение конвективного теплового потока по поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии для ламинарного (a) и турбулентного (δ) случая. М_{∞} = 7.36, AoA = 0°



Рис. 20. Распределение конвективного теплового потока по поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии для ламинарного (*a*) и турбулентного (*б*) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = +5°



Рис. 21. Распределение конвективного теплового потока по поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии для ламинарного (*a*) и турбулентного (*б*) случая. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = -10°



Рис. 22. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по конвективному нагреву нижней поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии: красные символы – экспериментальные данные [9], черная и оранжевая линии – расчетные данные для ламинарного и турбулентного течения соответственно [9], зеленая и синяя линия – результаты расчетов по методу эффективной длины для ламинарного и турбулентного течения. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 23. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по конвективному нагреву нижней поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии: красные символы – экспериментальные данные [9], черная и оранжевая линии – расчетные данные для ламинарного и турбулентного течения соответственно [9], зеленая и синяя линия – результаты расчетов по методу эффективной длины для ламинарного и турбулентного течения. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = +5°



Рис. 24. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по конвективному нагреву нижней поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии: красные символы – экспериментальные данные [9], черная и оранжевая линии – расчетные данные для ламинарного и турбулентного течения соответственно [9], зеленая и синяя линия – результаты расчетов по методу эффективной длины для ламинарного и турбулентного течения. М_∞ = 7.36, AoA = -10°



Рис. 25. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по конвективному нагреву верхней поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии: красные символы – экспериментальные данные [9], черная и оранжевая линии – расчетные данные для ламинарного и турбулентного течения соответственно [9], зеленая и синяя линия – результаты расчетов по методу эффективной длины для ламинарного и турбулентного течения. М_∞ = 7.36, AoA = 0°



Рис. 26. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по конвективному нагреву верхней поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии: красные символы – экспериментальные данные [9], черная и оранжевая линии – расчетные данные для ламинарного и турбулентного течения соответственно [9], зеленая и синяя линия – результаты расчетов по методу эффективной длины для ламинарного и турбулентного течения. М_∞ = 7.36, AoA = +5°



Рис. 27. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по конвективному нагреву верхней поверхности волнолета в сечении плоскости симметрии: красные символы – экспериментальные данные [9], черная и оранжевая линии – расчетные данные для ламинарного и турбулентного течения соответственно [9], зеленая и синяя линия – результаты расчетов по методу эффективной длины для ламинарного и турбулентного течения. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = -10°



Рис. 28. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по конвективному нагреву затупленной кромки волнолета: красные символы – экспериментальные данные [9], черная и оранжевая линии – расчетные данные для ламинарного и турбулентного течения соответственно [9], зеленая и синяя линия – результаты расчетов по методу эффективной длины для ламинарного и турбулентного течения. М_∞ = 7.36, AoA = 0°



Рис. 29. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по конвективному нагреву затупленной кромки волнолета: красные символы – экспериментальные данные [9], черная и оранжевая линии – расчетные данные для ламинарного и турбулентного течения соответственно [9], зеленая и синяя линия – результаты расчетов по методу эффективной длины для ламинарного и турбулентного течения. М_∞ = 7.36, AoA = +5°



Рис. 30. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по конвективному нагреву затупленной кромки волнолета: красные символы – экспериментальные данные [9], черная и оранжевая линии – расчетные данные для ламинарного и турбулентного течения соответственно [9], зеленая и синяя линия – результаты расчетов по методу эффективной длины для ламинарного и турбулентного течения. М_∞ = 7.36, AoA = -10°



Рис. 31. Сравнение расчетных данных по конвективному нагреву волнолета в сечении плоскости симметрии: красная линия – расчет по аналогии Рейнольдса, синяя линия – расчет по методу эффективной длины. Ламинарное течение. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 32. Сравнение расчетных данных по конвективному нагреву волнолета в сечении плоскости симметрии: красная линия – расчет по аналогии Рейнольдса, синяя линия – расчет по методу эффективной длины. Турбулентное течение. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 33. Распределение конвективного теплового потока вдоль затупленной кромки волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (*б*) случая при отсутствии ограничений на радиус кривизны. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 34. Распределение конвективного теплового потока по нижней поверхности волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (δ) случая при отсутствии ограничений на радиус кривизны. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 35. Распределение конвективного теплового потока по верхней поверхности волнолета для ламинарного (*a*) и турбулентного (*б*) случая при отсутствии ограничений на радиус кривизны. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 36. Сравнение расчетных данных по конвективному нагреву волнолета в сечении плоскости симметрии: красная линия – расчет с ограничениями на радиус кривизны поверхности, синяя линия – расчет без ограничений на радиус кривизны поверхности. Ламинарное течение. $M_{\infty} = 7.36$, AoA = 0°



Рис. 37. Сравнение расчетных данных по конвективному нагреву волнолета в сечении плоскости симметрии: красная линия – расчет с ограничениями на радиус кривизны поверхности, синяя линия – расчет без ограничений на радиус кривизны поверхности. Турбулентное течение. $M_\infty=7.36$, AoA = 0°