

A Brief Review of the Development of Tools for Calculation of Blackbody Radiation Parameters

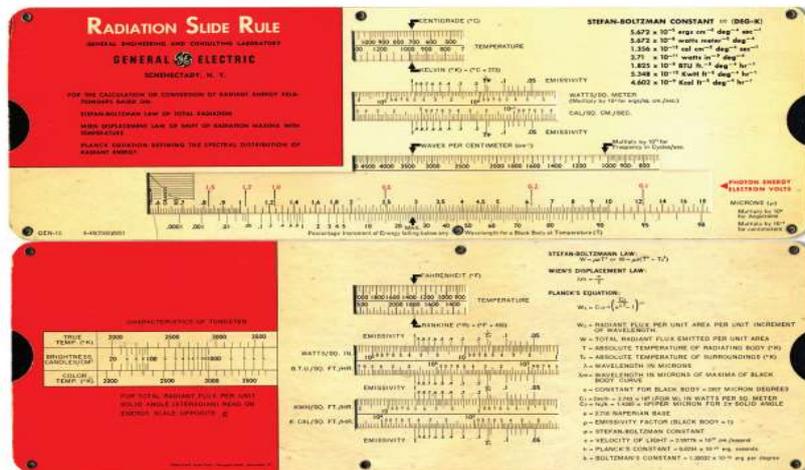
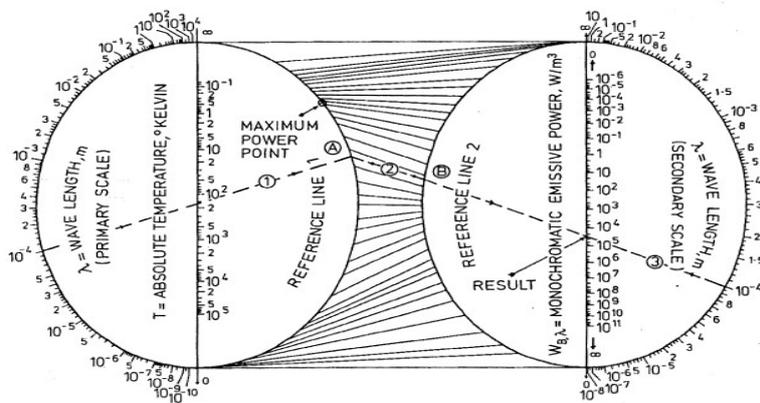
M. V. Torchick, M. A. Kotov

Ishlinskyi Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS), Moscow, 119526, Russia
 mari.torchick@ipmnet.ru

Abstract

Understanding the blackbody radiation model is necessary for many areas, such as infrared systems, lighting, pyrometry, spectroscopy, astronomy, heat engineering, cryogenics, meteorology, etc. The mathematical form that Planck's law takes in such a model is quite cumbersome, and computing of such thing was quite resource-intensive and complex before the appearance of modern computers. To speed up the calculations tables, nomograms, slide rules and other devices were compiled to help in determining the radiation of a black body in a given region of the spectrum or other related radiometric quantities. Currently, there are many online calculators and applications that greatly simplify the calculation of black body radiation parameters. This paper is devoted to a brief review of the development of such tools and a description of the results of the calculations that they produce.

Keywords: blackbody, radiation, absorption, photometry.



Examples of instruments for determining blackbody radiation parameters

УДК 535.24

Краткий обзор развития инструментов для вычисления параметров излучения абсолютно черного тела

М. В. Торчик, М. А. Котов

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук
Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, д. 101-1*

mari.torchick@ipmnet.ru

Аннотация

Понимание модели излучения черного тела необходимо для множества областей, таких как инфракрасные системы, освещение, пирометрия, спектроскопия, астрономия, теплотехника, криогеника, метеорология и др. Математическая форма, которую принимает закон Планка в такой модели, является достаточно громоздкой. До появления вычислительных средств выполнение прямого интегрирования уравнения Планка представляло собой очень сложный и долгий процесс, поэтому ученые пытались всячески упростить такие вычисления. Для ускорения вычислений составлялись таблицы, номограммы, логарифмические линейки и прочие подобные устройства, помогающие определить излучение черного тела в данной области спектра или другие связанные радиометрические величины. В настоящее время существует множество онлайн калькуляторов и приложений, сильно упрощающих вычисления параметров излучения черного тела. Данная работа посвящена краткому обзору развития подобных инструментов и описанию результатов вычислений, которые они выдают.

Ключевые слова: абсолютно черное тело, излучение, поглощение, фотометрия.

1. Введение

Теоретическая концепция идеального теплового излучателя (тела, которое находится в термодинамическом равновесии со своим излучением – абсолютно черного тела), была впервые введена немецким физиком Густавом Робертом Кирхгофом в 1860 году [1]. Во второй половине девятнадцатого века она стала объектом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований. Попытки теоретически понять поведение излучения, испускаемого абсолютно черным телом, предпринимались многими выдающимися физиками того времени, но решение не было найдено вплоть до 1900 года, когда Макс Планк сформулировал закон теплового излучения [2, 3]. Уже долгие десятилетия описание поведения такого излучения является критически важным для самых разных областей как в научных исследованиях, так и в жизнедеятельности человека: инфракрасные системы, освещение, пирометрия, спектроскопия, астрономия, теплотехника, криогеника, метеорология и многие другие области и направления [4–8]. Однако сама по себе форма закона Планка является довольно громоздкой, а вычисления, производимые вручную, довольно утомительны. Ученые того времени быстро поняли, что уравнение Планка и различные функции, тесно связанные с ним, могут легко поддаваться представлению в графической, механической или числовой табличной форме. Первыми из таких вычислительных средств стали таблицы [9]. Они возникли вскоре после того, как Планк представил свое уравнение, производились в большом количестве и имели высокий уровень точности. Позднее появились номограммы, которые, по сути, представляли собой печатную диаграмму и не требовали ничего дополнительного, кроме линейки. Номограммы

были дешевы и просты в использовании [10, 11]. Затем, для определения излучения черного тела в данной области спектра или других связанных радиометрических величин в Германии в 1944 году, а позднее в Англии и Соединенных Штатах были разработаны специальные логарифмические линейки [12]. С появлением персональных компьютеров и смартфонов вычисления параметров излучения абсолютно черного тела сильно упростилось. Сейчас доступно множество онлайн калькуляторов и приложений.

2. Физико-математическая модель абсолютно черного тела

Физические объекты излучают в зависимости от их температуры. Тело, которое находится в состоянии термодинамического равновесия при постоянной температуре, в стационарных условиях имеет равновесное изотропное поле излучения, полностью поглощает все падающее на него излучение, называется абсолютно черным. То есть спектр его излучения определяется только его температурой. Такая теоретическая модель служит эталоном излучения, с которым сравнивают все другие реальные излучающие объекты.

При конструировании устройств для регистрации излучения в некоторой заданной части электромагнитного спектра тип используемого им детектора можно разделить на два широких класса (в зависимости от физического механизма регистрации). Первый тип – тепловые детекторы: эффект нагрева, вызванный падающим на детектор излучением, приводит к изменению некоторых физических параметров (обычно электрических) детектора в зависимости от температуры. Второй тип – детекторы фотонов: происходит прямое взаимодействие между падающими фотонами и электронами детектора. В первом случае отклик детектора будет пропорционален поглощенной энергии, а во - количеству поглощенных фотонов. Величины, которые используются для описания энергии излучения, основаны на джоулях (или ваттах) и являются единицами, используемыми различными тепловыми детекторами (энергетические фотометрические величины).

Возникновение очень горячих объектов, меняющих цвет при повышении их температуры, отражено в законе Стефана – Больцмана [13] – полная энергия, излучаемая с поверхности черного тела при температуре T в единицу времени на единицу площади во всех направлениях в полупространство над поверхностью, пропорциональна четвертой степени температуры

$$M = \sigma T^4 \quad (1)$$

Здесь M – общий коэффициент излучения, измеряемый в $[\text{Вт}/\text{м}^2]$; $\sigma = 5.670367(13) \times 10^{-8} [\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)]$ – постоянная Стефана – Больцмана. Закон назван в честь Джозефа Стефана, который вывел закон эмпирически в 1879 году [14], и Людвиг Больцмана, который теоретически вывел результат пятью годами позже, используя законы термодинамики [15].

В дополнение к определению полной энергии, излучаемой черным телом при заданной температуре, не менее важно понимание того, как эта энергия распределяется по всему спектру в зависимости от длины волны. К концу девятнадцатого века было экспериментально известно, что излучение, испускаемое черным телом, непрерывно распространяется по однопиковому спектру, состоящему из всех длин волн. Однако, поиск математической формулы, описывающей это спектральное распределение, стал одной из величайших нерешенных проблем, стоявших перед физикой на рубеже двадцатого века [2]. В 1893 году, используя законы термодинамики вместе с эффектом Доплера, Вильгельм Вин смог теоретически вывести общую формулу, которая представляет собой уравнение для спектрального распределения излучения черного тела [16]

$$\lambda_{\max} T = b, \quad (2)$$

Здесь λ_{\max} – длина волны, соответствующая излучения с максимальной интенсивностью; $b = 0,002897771955 [\text{м} \cdot \text{К}]$ – постоянная величина.

В таком виде закон известен как закон смещения Вина. Чтобы найти вид спектральной функции, нужно задать величину $M(\lambda, T)d\lambda$, обозначающую количество энергии в пределах части спектра, заданной спектральным диапазоном от λ до $\lambda + d\lambda$. В этом диапазоне черное тело излучает в полусферическую оболочку в пространстве в единицу времени на единицу площади. В 1900 г. Макс Планк представил эту спектральную плотность излучения $M(\lambda, T)d\lambda$ как функцию длины волны

$$M(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 \left[e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1 \right]}, \quad (3)$$

где $c = 299792458$ [м/с], $h = 6.62606957 \times 10^{-34}$ [Дж/с], $k = 1,380649 \times 10^{-23}$ [Дж/К].

Несмотря на то, что законы Стефана – Больцмана и Вина были известны до формулы Планка, они являются ее прямым следствием. Часто интерес представляет излучение черного тела в определенной спектральной полосе. В диапазоне длин волн от λ_1 до λ_2 ($\lambda_2 > \lambda_1$) справедливо

$$M_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} = 2\pi hc^2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{d\lambda}{\lambda^5 \left[e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1 \right]} \quad (4)$$

Это уравнения можно переписать в форме, более удобной для применения в различных вычислительных инструментах

$$M_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} = M_{0 \rightarrow \lambda_2} - M_{0 \rightarrow \lambda_1}, \quad (5)$$

$$M_{0 \rightarrow \lambda_*} = 2\pi hc^2 \int_0^{\lambda_*} \frac{d\lambda}{\lambda^5 \left[e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1 \right]}, \quad (6)$$

где λ_* – произвольная длина волны. Интеграл (6) можно обезразмерить с помощью замены переменной $x = hc/k\lambda T$. Тогда

$$M_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{15\sigma T^4}{\pi^4} \int_z^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}, \quad (7)$$

где $z = hc/k\lambda_* T$. Наконец, имеем

$$\mathfrak{F}_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{M_{0 \rightarrow \lambda}}{M(T)} = \frac{15}{\pi^4} \int_z^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad (8)$$

Значение (8) использовалось во многих инструментах расчета параметров излучения. Считалось, что этот интеграл нельзя выразить в замкнутой форме через какую-либо из известных функций математической физики, поэтому рассчитать его было очень трудно. Тем не менее, за несколько десятилетий в различных приближениях были получены его значения, которые потом использовались в таких инструментах.

Общий коэффициент излучения $M(T)$ описывает лучистый поток (скорость передачи энергии), покидающий поверхность. Однако он не дает информации о зависимости испускаемого излучения от направления. Для этого вводится понятие энергетической яркости L . Для идеально диффузного излучателя (закон Ламберта), такого как черное тело, когда полная яркость суммируется по всему возможному пространству, в которое может быть испущено излучение (полусферическая оболочка в пространстве над поверхностью тела) обнаруживается следующая простая зависимость между полным излучением и энергетической яркостью

$$L(T) = \frac{1}{\pi} M(T) \quad (9)$$

Яркость, как направленная величина, представляет собой часть полного излучения, приходящуюся на определенный участок пространства, и измеряется в [Вт/(м²·ср)]. Все представленные ранее величины также могут быть выражены через энергию фотонов. Энергия E , переносимая фотоном, зависит от его длины волны и определяется выражением

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (10)$$

Поскольку это уравнение определяет энергию, переносимую одним фотоном, его можно использовать для преобразования любой спектральной фотометрической величины, выраженной в энергетических единицах, в соответствующую спектральную актинометрическую величину, выраженную в фотонных единицах, путем деления на hc/λ . Следовательно, закон Планка для спектрального излучения фотонов примет вид

$$M_q(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4 \left[e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1 \right]} \quad (11)$$

Символ q будет обозначать любую рассматриваемую актинометрическую величину. Тогда полная энергия фотонов будет

$$M_q(T) = \sigma_q T^3 \quad (12)$$

Это выражение известно, как закон Стефана – Больцмана для фотонного излучения. Величина $M_q(T)$ имеет размерность [фотон/(с·м²)], $\sigma_q = 1.520461 \times 10^{15} \text{ с}^{-1} \text{ м}^{-2} \text{ К}^{-3}$ – постоянная Стефана – Больцмана в фотонных единицах. Уравнение (8) в фотометрических величинах перепишется

$$\mathfrak{F}_{q,0 \rightarrow \lambda} = \frac{M_{q,0 \rightarrow \lambda}}{M_q(T)} = \frac{1}{2\zeta(3)} \int_0^{\frac{hc}{\lambda kT}} \frac{x^2}{e^x - 1} dx, \quad (13)$$

где $\zeta(x)$ – дзэтта-функция Римана. Наконец, закон смещения Вина в фотонных величинах примет вид

$$\lambda_{q,max} T = b_q, \quad (14)$$

где $b_q = 3.6697030 \times 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – соответствующая константа закона смещения Вина в фотонных единицах.

Поскольку все встречающиеся на практике реальные физические тела не являются абсолютно черными, коэффициент излучения определяется как отношение полного излучения тела к полному излучению черного тела при той же температуре. Это безразмерная величина между нулем и единицей, она равняется мере излучающей (и поглощающей) эффективности тела. Спектральная излучательная способность ε_λ на каждой длине волны имеет свое значение. В приближении серого тела она не зависит от длины волны, и в таких случаях все фотометрические и актинометрические величины, соответствующие серому телу, уменьшаются на постоянный коэффициент, равный коэффициенту излучения тела, по сравнению с таковыми для черного тела.

3. Первые попытки

В 1900 году Планк представил свое уравнение для определения излучения черного тела, что стало первым математическим описанием данного процесса. Но вычисления в конкретном

задаваемом спектральном диапазоне оказывались достаточно утомительными. Вскоре было признано, что нельзя осуществить прямое интегрирование закона Планка в любой произвольной области спектра. До появления уравнения Планка Вильгельм Вин в 1896 году разработал приближение, справедливое только для высокочастотной части спектра [16]. В 1905 году лорд Рэлей и сэр Джеймс Джинс получили приближение, подходящее для низкочастотной части спектра [17, 18]. Между этими двумя пределами находилась часть спектра, представляющая наибольший интерес, но простое выражение для интегрирования уравнения Планка в пределах конечной спектральной полосы отсутствовало. Вскоре стало понятно, что можно использовать разложение в бесконечный ряд, которое включает экспоненциальный член, но для достижения приемлемой точности часто требуется много таких членов, особенно когда аргумент таких членов является малым (режим высокой температуры и/или низкой частоты). Герману Занстра [19] и Питеру Дебаю [20] приписывается разработанное в 1912 году разложение в биномиальный ряд для интеграла уравнения Планка в пределах конечной спектральной полосы. В отличие от разложения в бесконечный ряд, разложение в биномиальный ряд имеет преимущество, заключающееся в том, что для малых значений аргумента сходимость может быть получена с использованием только первых нескольких членов разложения. Тем не менее, в первой половине двадцатого века даже такое вычисление излучения черного тела в определенной спектральной полосе требовало обременительных усилий для компьютеров того времени [12].

Первая инфракрасная система, разработанная Теодором Кейсом [21] в 1917 году, классифицировалась ВМС США как «совершенно секретная» и предназначалась для межкорабельной связи. С прекращением финансирования в 1919 году, коммерческий или военный интерес к инфракрасным системам уменьшился и снова возрос только в середине 1930-х годов. В рамках своей дипломной работы в Германии Э. Куцшер [22] обнаружил, что несколько классов материалов на основе солей свинца можно использовать для инфракрасного обнаружения. Примерно в то же время исследователи в Англии и США занимались аналогичной разработкой инфракрасных детекторов. В то время для расчетов излучения абсолютно черного тела исследователям и инженерам приходилось в основном полагаться на тщательно подготовленные таблицы.

В работе Лоуэна и Бланча [23] представлены ссылки и комментарии к ранним таблицам и графикам излучения абсолютно черного тела. По-видимому, первые таблицы были составлены Фрехафером и Сноу в Национальном бюро стандартов США в 1925 г. [24] и имели точность до четырех цифр в одном значении. По мере улучшения физических констант росла и необходимость уточнения таблиц. Приборы и технологии также развивались и требовали все более точного расчета функций черного тела. Ранние военно-технологические системы 1950-х и 1960-х годов требовали 1% по допуску точности, а широта применения инфракрасных систем неуклонно росла. В дополнение к системам обнаружения ракет класса «земля-воздух» и «воздух-воздух» применялись инфракрасные прицелы, устройства наблюдения, датчики космического пространства и т.д. Этот повышенный интерес привел к созданию ряда новых расчетных таблиц, специализированных под конкретную задачу.

Во время последнего периода Второй мировой войны среди боевого снаряжения обеих сторон уже использовались инфракрасные системы. Хотя к тому времени и были доступны аналоговые вычислительные комплексы, цифровых электронно-вычислительных машин (ЭВМ) еще не существовало. Упоминаний, указывающих на использование таких аналоговых комплексов для расчета излучения черного тела, в открытых источниках найти не удалось. В 1960-е годы начали распространяться ЭВМ и мини-компьютеры; однако время обработки таких задач все еще было очень долгим. Вдохновленный средствами для быстрого выполнения многочисленных радиометрических вычислений немецкий физик-экспериментатор Марианус Черни спроектировал и построил первую логарифмическую линейку свойств черного тела в 1944 году [26]. Вычислительная точность различных логарифмических линеек, получивших развитие в дальнейшем, варьировалась в зависимости от температуры, длины волны или типа

используемых вычислений, но значение в 1 % или выше было вполне реальным для достижения при расчете с использованием таких устройств. Появившиеся затем новые программируемые калькуляторы были не только быстрыми и доступными, но и позволяли достичь высокой точности вычислений – до 10^{-9} [25]. В дальнейших разделах представлено более подробное описание происхождения и специфики нескольких типов наиболее широко используемых инструментов, используемых в данной области.

4. Номограммы

Номография – метод расчета, основанный на графическом представлении. Номографические методы связывают три (или более) переменные уравнения графически посредством шкалы для каждой переменной, которая может быть прямой или кривой. Функциональные шкалы градуированы и расположены таким образом, что прямая линия пересекает все три шкалы в точках, значения которых удовлетворяют уравнению, связывающему каждую из переменных. Если заданы значения любых двух переменных, значение третьей можно сразу найти как точку пересечения линии, называемой изоплетой, образованной путем соединения точек на двух других шкалах.

Одной из первых номограмм для определения излучения черного тела стала номограмма с тремя шкалами 1926 года из текста Джона У. Т. Уолша «Фотометрия» [10]. Она была создана с целью устранить большие интервалы значений спектральной мощности излучения черного тела в существующих на тот момент таблицах. Вертикальная шкала слева представляла собой обратную шкалу температуры $1800 \div 4000$ К (рис. 1, а). Справа находилась вертикальная логарифмическая шкала спектральной мощности излучения. Между каждой вертикальной шкалой для получения более точных показаний спектральной мощности излучения вместо одной были проведены две отдельные шкалы для разных диапазонов длины волны. Полезной особенностью номограммы является способность учитывать любые изменения значений, используемых для фундаментальных констант. На протяжении большей части первой половины двадцатого века большие экспериментальные погрешности в значениях первой и второй радиационной постоянной приводили к отсутствию общего согласия в международном сообществе относительно их принятых значений. Каждая новая редакция этих величин означала, что номограмма могла устареть еще до того, как ее опубликуют.

Еще одной ранней номограммой, разработанной для излучения абсолютно черного тела, была очень простая одномасштабная номограмма, появившаяся в тексте 1929 г. Э. Лакс и М. Пирани [27]. Она использовалась для определения значения общей мощности излучения при заданной температуре (или наоборот), была основана на простом расчете закона Стефана-Больцмана и охватывала диапазон температур $300 \div 3000$ К с шагом 100 К. Около вертикальной линии располагались вплотную друг к другу шкала температуры в [К] и шкала общей мощности излучения в [Вт/см²]: температура слева, полное излучение справа.

В 1938 году в японском журнале [28] была опубликована вторая номограмма, состоящая из трех шкал. По конструкции и внешнему виду она была похожа на номограмму Уолша с одним важным отличием – она позволяла оценить как спектральное излучение, так и выход фотонов при длинах волн $0.15 \div 2$ мкм. Величины слева соответствовали актинометрическому представлению и выражались в [фотон/(см²·с·мкм)] для $1250 \div 3000$ К. Правые фотометрические величины измерялись в [эрг·см³/(с·мкм)] для $1000 \div 2500$ К. Интересно, что номограмма, разработанная Мидуно, была единственной когда-либо созданной для актинометрического случая; все остальные до и после имели дело исключительно с фотометрическим описанием излучения. Спустя примерно год Казухико Терада расширил эту номограмму и сделал более подходящей для метеорологических расчетов [29]. Номограмма Мидуно была предназначена для высоких температур и коротких волн. Терада, с другой стороны, рассчитывал излучение при температурах, более подходящих для земных условий ($-100 \div 100$ °С) и расширил шкалу длин волн до гораздо более длинных волн (от 0.9 до 400 мкм). Единица измерения в

[кал/(см²·мин·мкм)] соответствовала единице излучения, используемой в общей метеорологии в то время.

В статье Терада также была опубликована вторая номограмма для двух величин. Она состояла из трех вертикальных параллельных шкал, по которым можно было найти две совершенно разные величины при заданных параметрах длины волны и температуры: отношение спектральной мощности излучения, нормализованное к такому значению на его пике, и интегрированное дробное количество. Объединенная параллельная шкала спектрального отношения и дробного количества располагалась между шкалами температур и длин волн [9]. Используя эту номограмму, можно было найти и пиковую длину волны, заданную законом смещения Вина, позволив изоплете пройти через единицу на средней шкале для любой выбранной температуры (рис. 1, b).

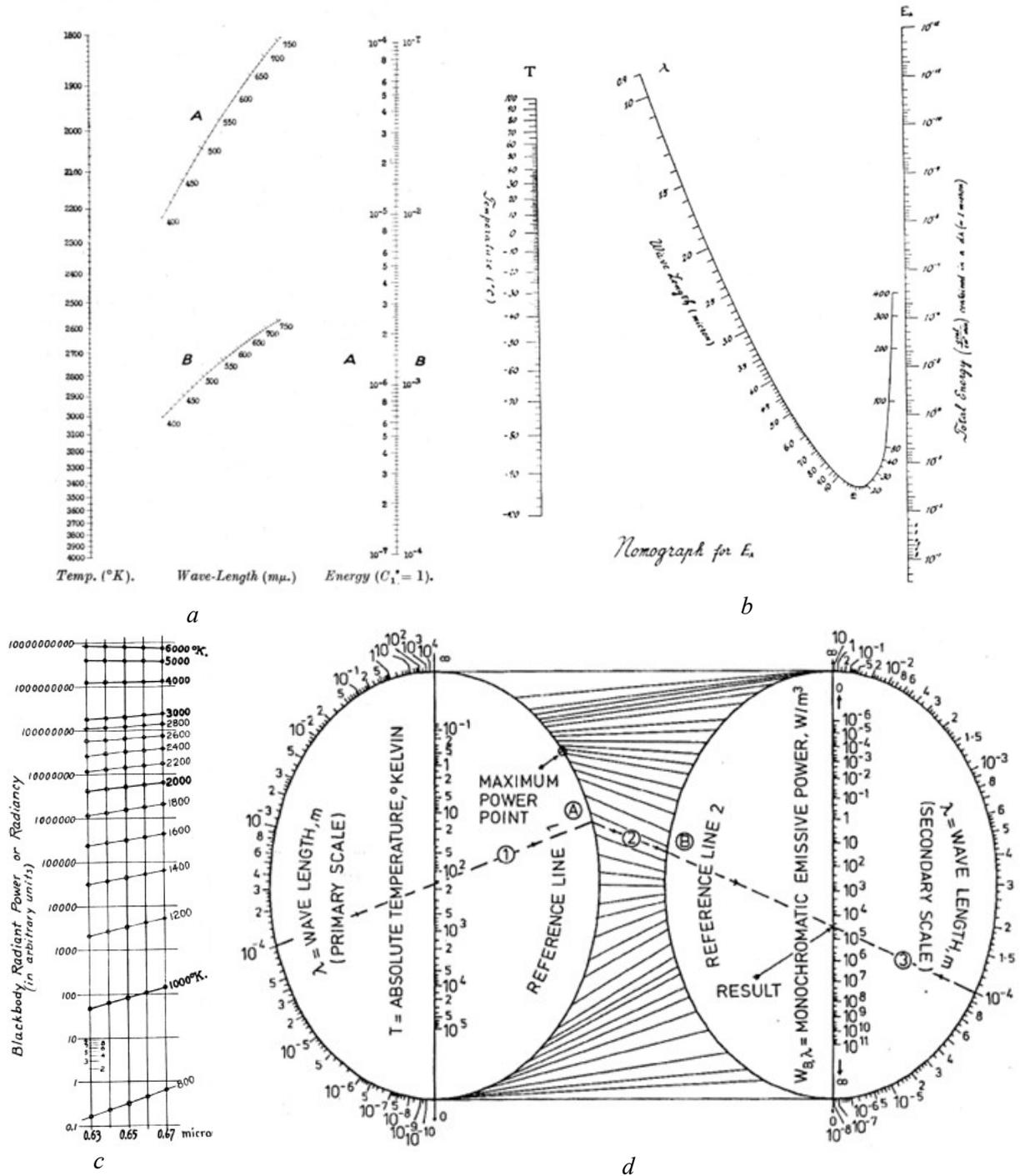


Рис. 1. Номограммы для определения излучения черного тела: a – номограмма Уолша 1926 г. [10], b – номограмма Терады 1939 г. [9], c – номограмма Бехара 1951 г. [30], d – номограмма Занкера 1978 г. [32]

М.Ф. Бехар разработал компактное графическое средство для расчета значения мощности излучения в узком диапазоне длин волн с центром около 0.65 мкм для специалистов в области оптической пирометрии. Это была скорее диаграмма, чем номограмма (рис. 1, *c*). Она появилась впервые в 1940 году [30] и перепечатывалась одиннадцатью годами позже в [31]. Длина волны располагалась вдоль оси абсцисс, значения охватывали очень узкий интервал от 0.63 до 0.67 мкм с шагом 0.01 мкм. Вертикально шли значения мощности излучения в относительных единицах, очень похожих на $[10^4 \cdot \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{м})]$. Также присутствуют кривые для различных значений температуры от 800 до 6000 К. Используя линейку, расположенную горизонтально, при выбранной длине волны и температуре, ее пересечение с ординатой позволяло оценить соответствующее значение мощности излучения черного тела.

В 1953 году С. Пеннер, Р. Кавана и Э. Бьернеруд разработали две очень подробные номограммы для анализа спектров излучения, которые они получали в пламени горения смесей при низком давлении [33]. Каждая номограмма впоследствии была опубликована в двух отдельных статьях [36, 37]. В качестве побочного продукта этой работы параллельные шкалы на каждой номограмме могут быть использованы для оценки спектрального излучения черного тела. Это шкала температур от 1000 до 20000 К справа, шкалы произведения длины волны и температуры слева от 0.050 до 2,00 [см·К] в первой и от 0.050 до 100 [см·К] во второй номограммах. Между двумя шкалами находилась шкала мощности излучения в $[\text{эрг}/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{мкм})]$. С практической точки зрения две номограммы Кавана были менее удобны в использовании по сравнению с номограммами Мидуно и Терада, поскольку для заданной длины волны и температуры необходимо было сначала рассчитать их произведение, прежде чем можно было определить спектральную мощность излучения. Очень высокие значения температурной шкалы предполагают, что номограммы скорее подходят для определенных астрофизических приложений, чем для ИК-диапазона.

Одна из самых удобных номограмм, созданных для расчетов теплового излучения, принадлежит Дж. Чернот [34]. Поскольку его работа требовала только оценок порядка величины, то скорость, с которой могли быть выполнены вычисления, перевешивала важность точности. Его номограмма 1957 года, озаглавленная «Инфракрасные расчеты стали проще (Infrared calculations made simple)», действительно упрощала вычисления такого рода. Макет состоял из семи параллельных шкал, четыре из которых предназначались для преобразования температуры между [K], [C°], [F] и [R]. Возможно, именно эта номограмма и послужила прообразом для логарифмических линеек, описанных в разделе 6. Очень простая номограмма для расчета полной мощности излучения и длины волны на пике спектра для абсолютно черного тела при заданной температуре появилась в тексте Г. Хакфорт 1960 года [35]. Номограмма имела схожую с предыдущей структуру и состояла из четырех параллельных вертикальных шкал. Ее недостатком был большой диапазон значений и маленькое число делений на шкалах.

Совершенно другая номограмма для оценки спектральной мощности черного тела в линейном представлении длин волн была дана А. Занкер [32] в 1978 году. Она является примером т.н. «лестничной» номограммы (рис. 1, *d*). Она представляет собой простое соединение двух функциональных шкал с использованием кривых, проходящих между совпадающими значениями на каждой шкале. Таким образом, лестничная номограмма обеспечивает переход между двумя номограммами, имеющими общую переменную. Несколько кривых, проведенных между совпадающими значениями, образуют так называемую «лестницу» и действуют как направляющая, позволяющая переносить значения с одной шкалы на другую. В случае номограммы Занкера для спектральной мощности излучения общей переменной была длина волны. Номограмма состояла из двух эллипсов одинакового размера. Каждый эллипс был разделен вертикальными большими полуосями. Шкала основной длины волны в метрах проходила по окружности левой стороны левого эллипса, а вертикально вниз по большой полуоси располагалась шкала температуры в [K]. Шкала вторичной длины волны в метрах проходила по окружности правой стороны правого эллипса, а вертикально вниз по большой полуоси шла шкала спектральной мощности излучения в $[\text{Вт}/\text{м}^3]$. Между двумя эллипсами была проведена

серия наклонных «связей», соединяющих правую половину левого эллипса с левой половиной правого эллипса по их соответствующим окружностям. Для заданных температуры и длины волны изоплета, проходящая через эти точки, удлинялась до пересечения с правым краем левого эллипса. Используя связующие линии в качестве ориентира, значение основной длины волны переносилось на шкалу вторичной длины волны с правой стороны правого эллипса с помощью второй изоплеты.

Номограмму Занкера также можно использовать для оценки значения длины волны в спектральном пике. Для этого есть отметка с надписью «MAXIMUM POWER POINT (Максимальная мощность)» в виде маленького круга, расположенного на правой стороне окружности левого эллипса. Соединив эту отметку прямой линией и позволив ей сначала пройти через заданную температуру, расположенную на центральной вертикальной шкале, а затем продолжив линию до шкалы основных длин волн на левой стороне левого эллипса, точка пересечения даст искомое значение пиковой длины волны. С точки зрения эксплуатации, как двухэтапный процесс, опирающийся на связующие линии в качестве направляющих, номограмма Занкера имела неточности, вызванные неизбежными ошибками в трактовке полученных значений.

5. Графики

Не менее полезными для оценки величин, связанных с излучением абсолютно черного тела, являлись и другие различные графические формы представления. Наиболее распространенными среди них были графики зависимости спектральной мощности излучения от длины волны для обширного диапазона температур. В логарифмических или полулогарифмических координатах длина волны откладывается по оси абсцисс, а спектральная мощность излучения – по оси ординат (рис. 2, *a*). Поскольку для каждой отдельной температуры необходимо рисовать новую кривую, такой график быстро заполняется несколькими кривыми, что приводит к значительному усложнению работы с ним. Если ордината нормирована так, что спектральный пик имеет значение, равное единице, и построена как функция произведения длины волны на температуру, то получается единая универсальная кривая для любой температуры (рис. 2, *b, c*).

Одно из наиболее необычных графических изображений излучения абсолютно черного тела было представлено в 1936 г. Ю. Омото. График имел единую кривую спектрального излучения в зависимости от длины волны, но с координатными шкалами, разделенными на шесть различных шкал, каждая из которых являлась действительной для одной определенной температуры [39] в диапазоне $1000 \div 6000$ К с шагом 1000 К (рис. 2, *d*). Таким образом автору удалось избежать нанесения множества кривых. Позднее эта идея получила развитие в 1986 г. работе А. Сала [38], но, в отличие от Омото, для более точной градации температуры было построено семь кривых (рис. 2, *e*). Первый температурный интервал от 350 до 650 К с шагом 50 К проводился для длин волн от 0 до 14 мкм. Второй, от 700 до 1300 К с шагом 100 К, с использованием шкалы длин волн, которая составляла половину предыдущей. Уполовинивание шкалы длин волн продолжалось по мере увеличения температурных интервалов. Третий, от 1400 до 2600 К с шагом 200 К, и четвертый, от 2800 до 5200 К с шагом 200 К, появились на шкалах длин волн от нуля до 3.5 мкм и от нуля до 1.75 мкм соответственно. По семи нарисованным кривым можно было сделать оценку мощности излучения черного тела для двадцати восьми различных температур без каких-либо погрешностей, которые возникли бы, если бы все двадцать восемь кривых были сведены к одному графику.

В 1958 году Г. Рутгерс получил еще один необычный и достаточно компактный график полной мощности излучения черного тела в зависимости от температуры [40]. Шесть различных кривых, обозначенных буквами от *a* до *f*, были нарисованы на одном графике. Температура по оси абсцисс была разбита на две отдельные шкалы от 100 до 1000 К для кривых *a–c* и от 1000 до 4000 К для кривых *d–f*. Суммарная мощность излучения по ординате была разделена на пять отдельных шкал. Слева шкалы для кривой *a* ($0.01 \div 0,1$ Вт/см²), кривой *b* ($0.1 \div 1$ Вт/см²) и кривых *c* и *d* ($1 \div 10$ Вт/см²), справа находятся шкалы для кривых *e* ($10 \div 100$ Вт/см²) и *f* ($100 \div 1000$ Вт/см²) – рис. 2, *f*.

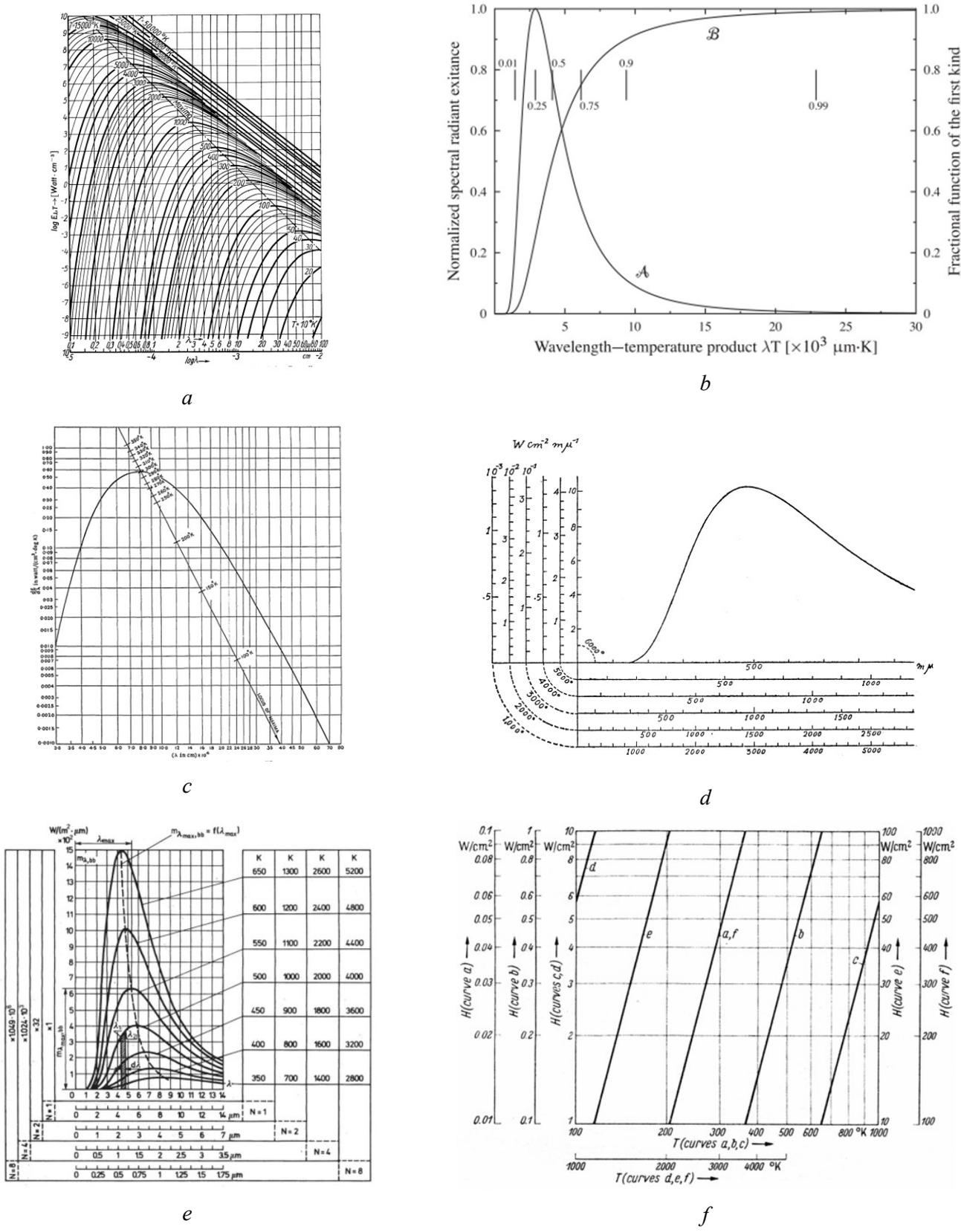


Рис. 2. Двумерные графики вычисления интенсивности излучения черного тела: *a* [41], *b–d* [9], *e* [38], *f* [9]

В своей статье Кинли приводит график, позволяющий определить цветовую температуру звезды по относительному градиенту излучения черного тела при температурах выше 3000 К.

Поскольку относительные градиенты в то время нельзя было определить точнее двух знаков, использование такого графика представляло собой удобное решение этой проблемы [9].

Наиболее обширный набор кривых для спектрального излучения абсолютно черного тела был получен только в 1980 г. в работе В. Фейбельман [43]. Всего он изобразил сорок спектральных кривых в ультрафиолетовом диапазоне длин волн от 1150 до 3200 Å для температур от 6000 до 200000 К. Из сорока кривых двадцать одна нормирована на единицу при значении, соответствующем длине волны 3200 Å, а остальные девятнадцать были нормированы при значении в 1900 Å. Поскольку форма спектральных кривых черного тела в интересующем диапазоне длин волн и температур была доступна только в табличной форме, Фейбельман предполагал, что ученые найдут такой набор кривых более полезным, чем постоянное обращение к числовым таблицам. Значения для этих кривых были рассчитаны с использованием перспективных ЭВМ того времени.

Полезным подспорьем для визуализации того, как мощность излучения черного тела зависит от длины волны и температуры, является трехмерный график (рис. 3, *a*). Хотя такие отображения встречались и нечасто, по-видимому первая попытка построить подобный график была предпринята французским физиком А. Крова в 1880 году [43] – рис. 3, *b*.

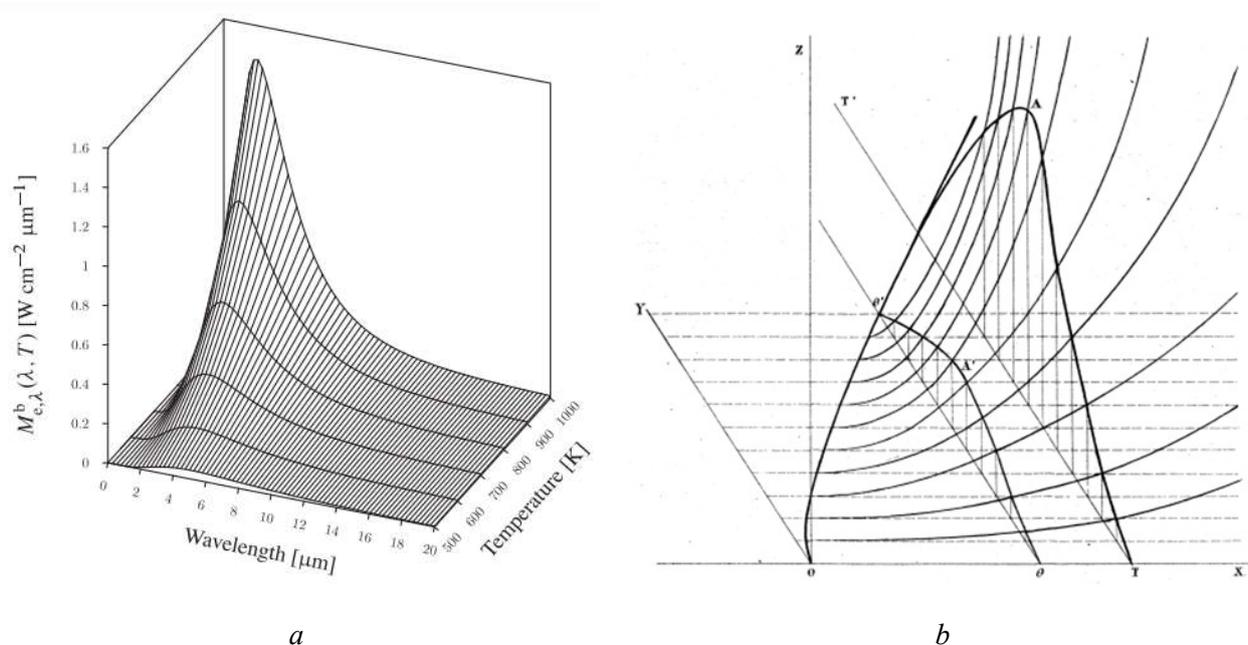


Рис. 3. Варианты трехмерных графиков: *a* [9], *b* [43]

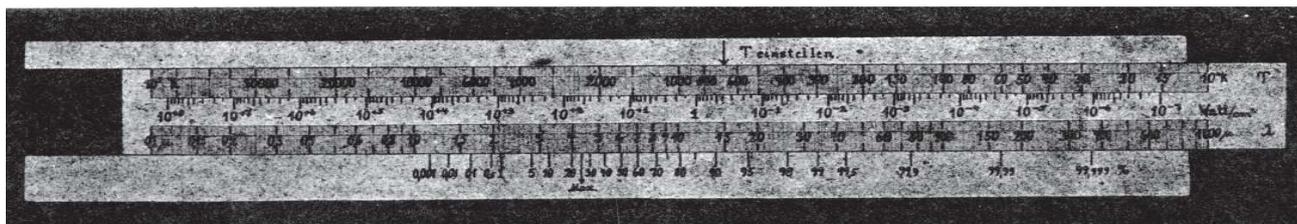
6. Логарифмические линейки

Ещё одним инструментом, упрощающим вычисление излучения абсолютно чёрного тела в свое время, стали логарифмические линейки. Первая из таких логарифмических линеек была разработана немецким физиком-экспериментатором М. Черни в 1944 г. и имела линейный тип. В своей статье он пишет, что именно из-за невозможности интегрировать уравнение Планка в замкнутой форме в произвольном спектральном интервале он решил разработать такое устройство в виде логарифмической линейки, на которой будет четыре шкалы и две калибровочные отметки. Это была односторонняя линейка закрытого типа и в первом варианте не имела курсора [44, 45]. Несколько лет спустя конструкция Черни послужила прототипом линейки, выпущенной компанией Aristo [26]. Отметка «Макс» на нижней шкале давала дробное значение параметров излучения, вверху шла логарифмическая шкала температуры, измеренная в градусах Кельвина, от 10 до 10^5 К, и обратная логарифмическая шкала длины волны, измеренная в микрометрах, от 0.1 до 1000 мкм. В середине проходила шкала яркости в

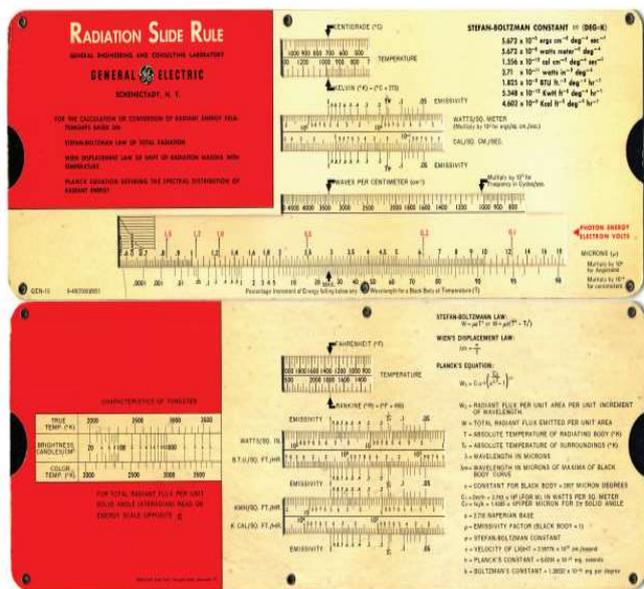
[Вт/см²·ср] – это было главной особенностью линейки Черни, так как все последующие линейки определяли количество излучения в значениях мощности на единицу площади. Шкала варьировалась от 10⁻⁷ до 10⁸. Маркировка «T_{einstellen}» (установка температуры) на верхней шкале – это вторая калибровочная метка. В процессе работы ползунков регулировали до нужной температуры, совмещая значение температуры с верхней меткой датчика. Затем яркость можно было определить по шкале в середине линейки. При выбранной температуре по нижней метке шкалы можно было определить длину волны, при которой кривая спектрального распределения достигает максимума. Наконец, использование шкалы длин волн в сочетании с соседней процентной шкалой позволяло определить долю общего излучения в диапазоне длин волн от нуля до некоторого произвольного значения длины волны (рис. 4, *a*).

В 1948 году логарифмическая линейка для определения излучения черного тела, составленная Альфредом Канада [47], приобрела дополнительные поля для преобразования температуры из градусов [K] в [C°], [F] и [R]. Средняя панель в передней части линейки была предназначена для значений полного излучения. Верхняя шкала была в [Вт/м²], а нижняя давала общую мощность излучения в [кал/м²·с]. Появилась шкала коэффициента излучения от 0.05 до 1, что позволило использовать логарифмическую линейку для определения общей мощности излучения как для черного, так и для серых тел. На средней панели на обратной стороне линейки приводилась общая мощность излучения при различных коэффициентах излучения в ваттах на квадратный дюйм и в британских тепловых единицах на квадратный фут в час. Вдоль нижней части панели на линейке располагалась обратная логарифмическая шкала для длины волны λ в микрометрах. Совмещенная со шкалой длин волн, но закрепленная на неподвижной части линейки, изображалась шкала для дробного количества полного излучения черного тела в данной спектральной полосе от нуля до некоторой произвольной длины волны при температуре T . На шкале, проходящей вдоль нижней части, стоит «MAX», дающая дробное значение, когда рассматривается интервал от нуля до длины волны, соответствующей пиковому значению, найденному на кривой спектрального излучения. Над шкалой длин волн имеется дополнительная шкала красного цвета, дающая соответствующую энергию фотона в электрон-вольтах для данной длины волны. Наконец, в самом верху нижней панели расположена шкала волнового числа, измеряемая в количестве волн на сантиметр. Для большей эффективности использования логарифмической линейки в свободных местах на ее корпусе появились вспомогательные формулы и значения необходимых констант (рис. 4, *b*). В 1965 г. появилась более поздняя версия такой линейки [9]. Шкалы были обновлены с учетом скорректированных значений физических констант. Радиационная логарифмическая линейка, разработанная А. Канада, была, безусловно, одним из самых известных приборов такого рода, к началу 1960-х годов ее использование стало очень распространено.

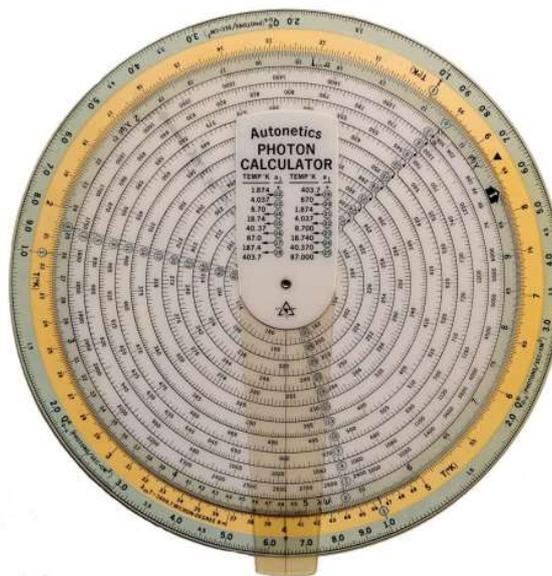
В 1947 г. в работе [47] появилось описание линейки Маковски (рис. 4, *d*). В своем отчете он упоминает, что было создано три прототипа, способных вычислять большое количество величин, относящихся к тепловому излучению. Опыт работы с этими прототипами убедил Маковски в том, что необходимо уменьшить общее количество шкал в окончательной коммерчески доступной логарифмической линейке. На одном из прототипов было 23 шкалы, которые позже были сокращены до 19 штук для 14 различных величин: по 6 шкал на каждой стороне выдвижной части и 7 на неподвижной. Сторона линейки, обозначенная как "ЭНЕРГИЯ", соответствовала фотометрическим величинам, а сторона, помеченная как "ФОТОНЫ", соответствовала актинометрическим величинам. Маковски использует символ H для тех величин, которые относятся к мощности излучения и Q для тех величин, которые относятся к мощности фотонов. В основе линейки использовалась температурная шкала в градусах Кельвина. Краткие описания этой линейки можно найти в некоторых наиболее полных текстах работ того времени, посвященным аспектам вычисления значений инфракрасного излучения [48]. Еще одна похожая логарифмическая линейка, разработанная и сконструированная для быстрого вычисления значений яркости, была описана Э. ЛаРокка и Дж. Зиссис в 1958 г. [49].



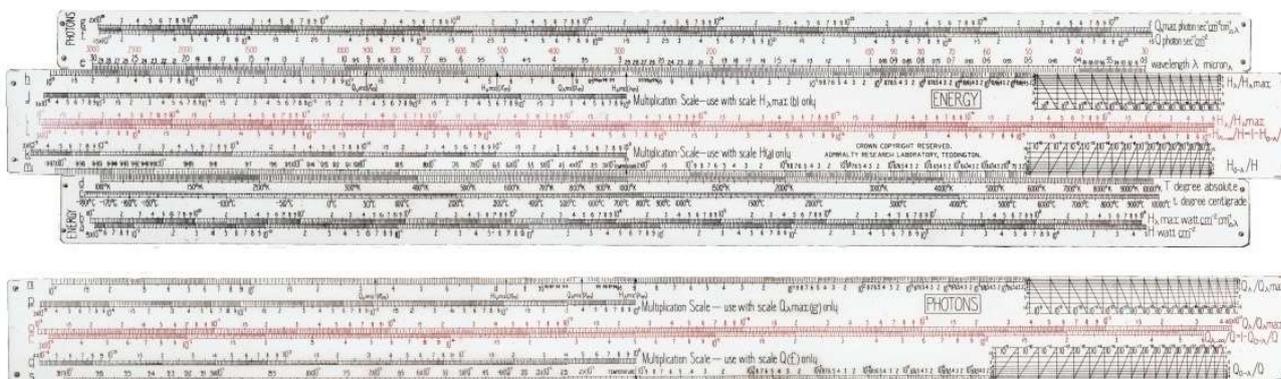
a



b



c



d

Рис. 4. Логарифмические линейки для определения излучения черного тела: a – линейка Черни 1944 г. [26], b – линейка Канады 1948 г. [46], c – Autonetics Photon Calculator 1968 г. [9], d – линейка Маковски [49]

Одной из наиболее примечательных линеек стала Autonetics Photon Calculator в форме круга [9]. Первое упоминание о ней появилось в 1968 году. На передней части линейки располагались четыре шкалы с цветовой кодировкой, а краткие инструкции по эксплуатации и шесть примеров ее использования заняли обратную сторону линейки (рис. 4, c). На ободе большего неподвижного наружного диска располагались две шкалы. Крайняя шкала была светло-зеленого цвета и соответствовала излучению, выраженному в фотонах в секунду на квадратный сантиметр. Это была трехцикловая замкнутая логарифмическая шкала, вдоль которой на большем по размеру неподвижном внешнем диске проходила шкала желтоватого цвета для температуры, выраженной в градусах Кельвина. Внешняя шкала на меньшем внутреннем диске была зеленого цвета и соответствовала длине волны в микрометрах. Белая шкала на

внутреннем диске представляла собой открытую логарифмическую шкалу с 33 периодами, наложенную на одиннадцать концентрических колец для произведения длины волны на температуру λT . Работа с таким калькулятором состояла из двух частей: определение излучения и нахождения соответствующего ему показателя степени различных величин. Настройка температуры производилась путем совмещения требуемого значения T на желтой шкале с большой черной стрелкой на зеленой шкале λ . Затем радиальный курсор перемещался на интересующую длину волны, откуда произведение λT можно было считывать со шкалы температур. Поскольку шкалы длины волны и температуры были замкнутыми логарифмическими шкалами с одним циклом, они функционировали точно так же, как шкалы, используемые для умножения/деления на обычной логарифмической линейке. Предыдущий шаг перемещения курсора для нахождения произведения длины волны на температуру требовался только в том случае, если произведение нельзя было выполнить без помощи линейки, т.е. в уме. При отсутствии перемещения дисков, т.е. чтобы установка температуры оставалась на месте, радиальный курсор поворачивался к соответствующему произведению длины волны на температуру на внутренней белой шкале, а значения излучения считывались в позиции линии курсора на светло-зеленой шкале. Дальнейшее нахождение показателя степени величины происходило в три этапа, значения которых потом суммировались. Три разных слагаемых представляли собой целые числа, которые изображены в маленьких голубых кружочках в разных местах логарифмической линейки и ее курсора – четырнадцать положительных целых значений от 12 до 25, соответствующих температурам в диапазоне от 1.874 до 87000 К. При настройке длины волны и температуры на белой шкале первый синий кружок, встречающийся при движении по часовой стрелке вокруг концентрического кольца, является значением следующего слагаемого – всего 33 отрицательных целых числа в диапазоне от -1 до -33 . Наконец, значение последнего слагаемого (ноль или единица) находилось следующим образом – его значение представлял собой первый голубой кружок, встречающийся на шкале температуры светло-желтого цвета или на зеленой шкале длины волны при движении по часовой стрелке. На зеленой шкале длин волн было три синих кружка, соответствующих нулю, а на желтоватой шкале температур было три синих кружка, соответствующих единице. После 1970-х годов логарифмические линейки для определения излучения черного тела начали терять популярность, однако до сих пор не исчезли окончательно и продолжают использоваться некоторыми специалистами научного и инженерно-технического профилей деятельности.

7. Современные вычислительные средства

В середине-конце 1970-х годов доступ к ручным программируемым калькуляторам или цифровым компьютерам стал возрастать. Заря новой цифровой эпохи ознаменовала начало быстрых и точных вычислений. Вместе с этим изменением начал появляться ряд программ для нескольких наиболее широко используемых языков программирования и устройств. С функциональностью, точностью и скоростью, далеко превосходящими все параметры, какие могли бы обеспечить аналоговые средства вспомогательного плана, дальнейшее применение последних становилось все менее востребованным. В последние несколько десятилетий таблицы, номограммы и логарифмические линейки утратили свою популярность среди специалистов и уступили место современным компьютерам из-за их доступности, удобства и скорости вычислений.

Ранний пример компьютерной программы для расчета величин, связанных с излучением черного тела, был предоставлен Д. Годд в 1968 году. Он создал подпрограмму для оценки интегрированного дробного количества как в энергетических, так и в фотонных единицах [49]. Программа была написана на FORTRAN IV и вычисляла дробные числа до пяти цифр после запятой.

Одними из первых портативных программируемых калькуляторов, используемых для расчета величин, связанных с излучением черного тела, были Hewlett-Packard 25 и 65 [9] в 1975–1978 годах, а также Texas Instruments SR-52 и CP-56 [9] в 1977–1979 годах. Каждая из

опубликованных программ для этих программируемых калькуляторов (рис. 5, *a*, *b*) была способна вычислять все величины, обозначенные в разделах выше, но со значительно улучшенной точностью – до пяти, а иногда и до семи цифр. Наверняка было написано и много других программ для этих программируемых калькуляторов, но, к сожалению, сведений, касающихся этих аспектов, в литературе осталось мало.



Рис. 5. Портативные программные калькуляторы: *a* – Hewlett-Packard 65 [53], *b* – Texas Instruments SR-59 [54]

В начале 1980-х появились компьютерные программы, написанные на BASIC. В 1983 году Дж. Хопкинс описал то, что он назвал «программой логарифмической линейки излучения» [50]. Десять лет спустя В. Л. Вулф создал одиннадцать программ, написанных на BASIC, которые могли не только вычислять ряд различных фото- и актинометрических величин, связанных с черным телом, но также и отображать взаимные зависимости многих из этих величин [55]. Использование электронных таблиц на настольных компьютерах также становилось популярным и простым средством. Со временем появились различные программируемые алгоритмы для расчета величин, относящихся к черному телу, они реализовывались также и в универсальных вычислительных пакетах, распространившихся к концу 1980-х, таких как Mathematica [9] и MATLAB [51]. Количество подобных калькуляторов, написанных на разных языках программирования, стало быстро расти.

С развитием телекоммуникационных технологий и сети интернет стали появляться различные онлайн-калькуляторы [56–59]. Одним из самых подробных среди них является калькулятор Blackbody Calculator от SpectralCalc.com. Для выбранной температуры пиковая длина волны [мкм], спектральная мощность излучения на ней [Вт/(м²·ср·мкм)], общая мощность излучения [Вт/м²] и общая яркость [Вт/(м²·ср)] отображаются на одной панели. На соседней панели для выбранной длины волны указано значение спектральной яркости [Вт/(м²·ср·мкм)]. В третьем и последнем окне задается внутриполосная яркость в [Вт/(м²·ср)] между выбранными нижним и верхним пределами длины волны. При нажатии кнопки «рассчитать (calculate)» все

значения для перечисленных выше величин приводятся с точностью до шести цифр. Также появляется график спектральной яркости между выбранными пределами длины волны. Все значения могут быть указаны либо в энергетических, либо в фотонных единицах с использованием одного из трех линейных спектральных представлений длины волны, частоты или волнового числа. Расчет внутриволнового излучения реализован на C++ с использованием двух форм разложения в бесконечный ряд [60].

Среди ресурсов русскоязычного интернета на сайте ИПМех РАН доступен Калькулятор электромагнитного спектра [61]. Как и другие приложения, он основан на формулах раздела 2: Основные параметры излучения – длина волны, частота и энергия – связаны между собой известными соотношениями и автоматически пересчитываются при изменении одного из них и нажатии кнопки "=". Также рассчитываются параметры, не редактируемые пользователем: температура черного тела, количество фотонов на джоуль и тип излучения в полном спектральном диапазоне. Дополнительно задается степень черноты тела и площадь излучающей поверхности, исходя из этих значений рассчитывается плотность [Вт/м²], яркость [Вт/(м²·ср)] и мощность [Вт] излучения. Для большей наглядности добавлено изображение спектра излучения, которое автоматически передвигается на заданный диапазон.

Ряд программ-калькуляторов был написан для некоторых наиболее популярных портативных электронных устройств, появившихся на рубеже тысячелетий. Одним из таких примеров был Black Body v1.0 для Palm Pilot, который был выпущен как бесплатное ПО 5 августа 2001 г. Д. Флинном [52]. При выбранной температуре калькулятор выдавал общую мощность излучения, максимальную длину волны на спектральном пике и соответствующее значение спектральной яркости на пиковом значении. Спектральная яркость как функция длины волны также строилась, внутриволновая яркость могла быть рассчитана между двумя выбранными длинами волн. Программа выдавала и среднее значение внутриволнового излучения, соответствующего выбранному диапазону. В связи с широкой доступностью смартфонов для двух наиболее распространенных платформ был выпущен ряд приложений, специально предназначенных для расчетов различных величин, связанных с излучением абсолютно черного тела (например, [62–64]).

8. Заключение

Описание поведения излучения абсолютно черного тела и корректное использование модели такого излучения является критически важным для самых разных областей как в научных исследованиях, так и в жизнедеятельности человека: инфракрасные системы, освещение, пирометрия, спектроскопия, астрономия, теплотехника, криогеника, метеорология и др. После открытия соответствующего закона излучения многие учёные старались упростить вычисления, которые сопровождалась огромными выкладками, с помощью различных вычислительных инструментов, так как вычислять необходимые параметры вручную было очень долго и трудоемко. Первыми были таблицы с большим количеством значений, которые не сильно ускоряли определение параметров излучения, поэтому на смену им пришли номограммы и графики. Позже специалисты придумали совместить шкалы этих параметров на логарифмической линейке. В статье приведён краткий обзор эволюции таких вычислительных инструментов. Развитие цифровой техники и средств коммуникации, появление доступных современных компьютеров и различного программного обеспечения сильно упростило работу с определением характеристик излучения черного и серых тел. Уже долгое время пользователю доступны различные программные модули, приложения и онлайн калькуляторы. Несмотря на обширное решение исследователями разнообразных физических задач современными вычислительными моделями и методами, представленные типы расчетных инструментов не потеряли актуальность и по-прежнему продолжают использоваться некоторыми специалистами при проведении экспериментов с различным оборудованием, оценке и обработке их результатов, а также в учебных целях.

Благодарности и ссылки на гранты

Работа поддержана грантом РФФ 22-79-10083.

Литература

1. Kirchhoff G., Hensel K. Vorlesungen über mathematische Physik. – Druck und Verlag von BG Teubner, 1883. – Vol. 1.
2. Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука. ГРФМЛ, 1985. 384 с.
3. Kragh, Helge. "Max Planck: the reluctant revolutionary." *Physics World* 13.12 (2000): 31.
4. Соболев Н.Н. (Ред). Оптическая пирометрия плазмы. Сборник статей. Изд-во иностр. лит-ры, 1960.
5. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматлит, 2008.
6. Магунов А. Спектральная пирометрия. М.: Физматлит, 2012.
7. Гуренцов Е.В., Еремин А.В., Попова Е.Ю., Приемченко К.Ю. Применение метода лазерно-индуцированной инкаандесценции для анализа оптических свойств растущих наночастиц//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2013. Т.14, вып. 2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2013-14-2/articles/385/>
8. Колесников А.Ф., Сахаров В.И., Чаплыгин А.В. Экспериментальное и численное моделирование теплообмена поверхности ультравысокотемпературной керамики в недорасширенных струях диссоциированного азота//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2022. Т.23, вып. 1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2022-23-1/articles/979/>. DOI:<http://doi.org/10.33257/PhChGD.23.1.979>
9. Stewart, Sean M., and R. Barry Johnson. *Blackbody radiation: A history of thermal radiation computational aids and numerical methods*. CRC Press, 2016.
10. Walsh, J.W.T. "Photometry (Appendix IV)." Constable & Co., Ltd., London (1926).
11. Middleton, WE Knowles. "The beginnings of photometry." *Applied Optics* 10.12 (1971): 2592–2594.
12. Johnson, R. Barry, and Sean, M. Stewart. "A history of slide rules for blackbody radiation computations." *Tribute to William Wolfe*. Vol. 8483. SPIE, 2012.
13. Прохоров А.М. Физическая энциклопедия. – Рипол Классик, 1988. – Т. 1
14. Stefan, Jožef (1879). "Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur" *SAW* 79 (II): 391–428.
15. Boltzmann, Ludwig. "Ableitung des Stefanschen Gesetzes, 1) betreffend die Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur aus der elektromagnetischen Lichttheorie." *Von Kirchhoff bis Planck*. Vieweg+ Teubner Verlag, Wiesbaden, 1978. 152–156.
16. Wien, W. (1897). XXX. On the division of energy in the emission-spectrum of a black body. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 43(262), 214–220.
17. Rayleigh, L. "Remarks upon the law of complete radiation." *Philosophical Magazine* 49 (1900): 539–540.
18. Jeans, J.H. "On the laws of radiation." *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 76.513 (1905): 545–552
19. Zanstra, H. "Luminosity of planetary nebulae and stellar temperatures," *Publications of the Dominion Astrophysical Observatory (Victoria, BC)* 4(15), 205–260 (1931).
20. Debye, P. "Zur Theorie der spezifischen Wärme," *Annalen der Physik* 39(4), 789–839 (1912).
21. Case, T.W. "Infra red telegraphy and telephony," *Journal of the Optical Society of America* 6(4), 398–406 (1922).
22. Vogeler, A.R. [The Odyssey of a Scientist: The career of Dr. Edgar Kutzscher in Germany and America], California State University, Fullerton, California (1986).
23. Lowan, A. N. and Blanch, G., "Tables of Planck's radiation and photon functions," *Journal of the Optical Society of America* 30(2), 70–81 (1940).

24. Frehafer, M. K. and Snow, C. L., "Tables and graphs for facilitating computation of spectral energy distribution by Planck's formula," National Bureau of Standards. Miscellaneous Publications 56 (1925).
25. Wolfe, W. L., "Radiation theory," in [The Infrared Handbook – Revised Edition], Wolfe, W. L. and Zissis, G. J., eds., 1–17, Office of Naval Research, Department of the Navy, Washington, DC (1989 (third printing)).
26. Stewart, Seán M. "The Aristo System Czerny slide rule for thermal radiation calculations." *Journal of the Oughtred Society* 22.1 (2013): 16–24.
27. Lax, E. and Pirani, M. *Temperaturstrahlung Fester Körper*. Verlag von Julius Springer, Berlin, 1929.
28. Miduno, Z., Table and graph for the calculations of black body radiations. *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan*, 20(11):951–961, 1938.
29. Terada, K., Tables and graphs of the black body radiation for meteorological use. *The Geophysical Magazine (Tokyo)*, 13:137–143, 1939.
30. Béhar, M.F., *Industrial Pyrometry. Instruments*, 13(12):383–396, 1940.
31. Béhar, M.F. editor. *The Handbook of Measurement and Control*. Instruments Publishing Company, Pittsburgh, PA, 1951
32. Zanker, A., Monochromatic emissive power of black body found quickly by nomograph. *Optik*, 49(4):409–412, 1978.
33. Stewart, S. M., Johnson, R. B. A short history of nomograms and tables used for thermal radiation calculations // *Current Developments in Lens Design and Optical Engineering XVII*. – SPIE, 2016. – T. 9947. – C. 38–65.
34. Chernoch, J. P., Infrared calculations made simple. *Aviation Age*, 28(1):116–117, 1957.
35. Hackforth, H.L., *Infrared Radiation*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1960.
36. Kavanagh, R. W., Björnerud, E. K., and Penner, S. S., Nomogram for the Evaluation of Blackbody Radiance and of Peak and Total Intensities for Spectral Lines with Doppler Contour. *Journal of the Optical Society of America*, 43(5):380–382, 1953.
37. Kavanagh, R. W., and Penner, S. S., Nomogram for the Evaluation of Black-body Radiance and of Peak and Total Intensities for Spectral Lines with Lorentz Contour. *Journal of the Optical Society of America*, 43(5):383–384, 1953.
38. Sala A., *Radiant Properties of Materials: Tables of Radiant Values for Black Body and Real Materials*. Elsevier/PWN–Polish Scientific Publishers, Amsterdam/Warsaw, 1986.
39. Omoto Y., Table radiation function. *Journal of the Illuminating Engineering Institute of Japan*, 20(4):139–143, 1936.
40. Rutgers, G. A. W., Temperature radiation of solids. In S. Flügge, editor, *Encyclopedia of Physics*, volume 26, pp. 129–170. Springer-Verlag, Berlin, 1958.
41. Pepperhoff, W., *Temperaturstrahlung*. Verlag von Dr. Dietrich Steinkopff, Darmstadt, 1956.
42. Feibelman, W. A., Blackbody Curves for the IUE Spectral Range $\lambda 1150$ to $\lambda 3200$ from 6,000 to 200,000 K. NASA Technical Memorandum 81997, August 1980.
43. Crova A., Étude des radiations émises par les corps incandescents. *Mesure optique des hautes températures. Annales de Chimie et de Physique, Série 5*, 19:472–550, 1880.
44. Czerny M., Ein Hilfsmittel zur Integration des Planckschen Strahlungsgesetzes. *Physikalische Zeitschrift*, 45(9/12):205–206, 1944.
45. Czerny M., Einige Bemerkungen über die Intensitätsverteilung der schwarzen Strahlung. *Physikalische Zeitschrift*, 45(9/12):207–208, 1944.
46. Canada, A. H., Simplified calculation of black-body radiation. *General Electric Review*, 51(12):50–54, 1948.
47. Makowski, M., and Verra, L. A. J., A slide rule for radiation calculations. The National Archives (TNA): Public Record Office (PRO) ADM 213/438, September 1947.
48. Makowski, M. W., Erratum: a slide rule for radiation calculations. *Review of Scientific Instruments*, 21(4):336, 1950.

49. Todd, D. C., Blackbody Radiation, Photon Emission, and the Calculation of Debye Functions. Air Force Systems Command, Arnold Air Force Station, Tennessee, December 1968.
50. Hopkins, G. W., Basic Algorithms for Optical Engineering. In R. R. Shannon and J. C. Wyant, editors, Applied Optics and Optical Engineering, volume 9, pages 1–32. Academic Press, New York, 1983.
51. Wang, Y. F., and Mao, J. X., Fast and easy integration of Planck function with MATLAB. *Infrared (Monthly)*, 29(4):12–14, 2008.
52. Flynn, D. S., Black Body, v1.0. <https://web.archive.org/web/20131109191759/http://www.free-warepalm.com/calculator/blackbody.shtml> (дата обращения 11.10.2022).
53. <https://en.wikipedia.org/wiki/HP-65> (дата обращения 11.10.2022).
54. <https://en.wikipedia.org/wiki/TI-59 / TI-58> (дата обращения 11.10.2022).
55. Wolfe, W. L., Introduction to Infrared System Design. SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Washington, 1996.
56. <https://rechneronline.de/spectrum/> (дата обращения 11.10.2022).
57. <https://www.everythingrf.com/rf-calculators/wavelength-to-frequency> (дата обращения 11.10.2022).
58. <https://www.omnicalculator.com/physics/wavelength> (дата обращения 11.10.2022).
59. <http://silver.neep.wisc.edu/~shock/tools/gdcalc.html> (дата обращения 11.10.2022).
60. <https://spectralcalc.com> (дата обращения 11.10.2022).
61. <https://spectrum.ipmnet.ru> (дата обращения 11.10.2022).
62. <https://m.apkpure.com/ru/blackbody-radiation-calculator/com.peters.android.blackbodyradiationcalculator> (дата обращения 11.10.2022).
63. <https://appadvice.com/app/blackbody-tool/890103636> (дата обращения 11.10.2022).
64. <https://apps.apple.com/us/app/thermodynamics-calculator/id1149305616?mt=12> (дата обращения 11.10.2022).

References

1. Kirchoff G., Hensel K., *Vorlesungen über mathematische Physik*, Druck und Verlag von BG Teubner, 1883, vol. 1.
2. Dzhemmer M., Evolution of quantum mechanics concepts, M.: Nauka, 1985. [in Russian].
3. Kragh Helge., Max Planck: the reluctant revolutionary, *Physics World* 13.12 (2000): 31.
4. Sobolev N.N., *Optical plasma pyrometry*, Foreign Literature Publishing House, 1960. [in Russian].
5. Zel'Dovich Ya B., and Raizer Yu P., *Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena*, Courier Corporation, 2002.
6. Magunov A., *Spectral pyrometry*, Moscow, Fizmatlit, 2012 [in Russian].
7. Gurentsov E., Eremin A. V., Popova E., Priemchenko K. Application of method of laser-induced incandescence to analysis of optical properties of growing particles, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2013, vol.14, iss. 2 [in Russian]. <http://chemphys.edu.ru/issues/2013-14-2/articles/385/>
8. Kolesnikov A., Sakharov V., Chaplygin A. V., Experimental and numerical simulation of the heat transfer of the UHTC surface in under-expanded dissociated nitrogen jets, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2022, vol. 23, iss. 1 [in Russian]. <http://chemphys.edu.ru/issues/2022-23-1/articles/979/>. DOI: <http://doi.org/10.33257/PhChGD.23.1.979>
9. Stewart, Sean M., and R. Barry Johnson. *Blackbody radiation: A history of thermal radiation computational aids and numerical methods*. CRC Press, 2016.
10. Walsh, J.W.T., *Photometry (Appendix IV)*, Constable & Co., Ltd., London (1926).
11. Middleton, WE Knowles, The beginnings of photometry, *Applied Optics*, 10.12, 1971, pp. 2592–2594.
12. Johnson, R. Barry, and Sean M. Stewart, A history of slide rules for blackbody radiation computations, *Tribute to William Wolfe*, 2012, vol. 8483. SPIE.
13. Prokhorov A.M., *Physical Encyclopedia*, Ripol publ., 1988 [in Russian].

14. Stefan, Jožef (1879), Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur, *SAW* 79 (II): pp. 391–428.
15. Boltzmann, Ludwig., Ableitung des Stefanschen Gesetzes, 1) betreffend die Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur aus der elektromagnetischen Lichttheorie, *Von Kirchhoff bis Planck. Vieweg+ Teubner Verlag*, Wiesbaden, 1978, ss. 152–156.
16. Wien, W., XXX. On the division of energy in the emission-spectrum of a black body. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1897, 43(262), pp. 214–220.
17. Rayleigh, L., Remarks upon the law of complete radiation, *Philosophical Magazine*, 1900, vol. 49, pp. 539–540.
18. Jeans, J.H., On the laws of radiation, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 1905, 76.513, pp. 545–552.
19. Zanstra, H., Luminosity of planetary nebulae and stellar temperatures, *Publications of the Dominion Astrophysical Observatory* (Victoria, BC), 1931, 4(15), pp. 205–260.
20. Debye, P., Zur Theorie der spezifischen Wärme, *Annalen der Physik*, 1912, 39(4), ss. 789–839.
21. Case, T. W., Infra red telegraphy and telephony, *Journal of the Optical Society of America*, 6(4), 398–406 (1922).
22. Vogeler, A. R., *The Odyssey of a Scientist: The career of Dr. Edgar Kutzscher in Germany and America*, California State University, Fullerton, California, 1986.
23. Lowan, A. N. and Blanch, G., Tables of Planck's radiation and photon functions, *Journal of the Optical Society of America*, 1940, 30(2), pp. 70–81.
24. Frehafer, M. K. and Snow, C. L., Tables and graphs for facilitating computation of spectral energy distribution by Planck's formula, National Bureau of Standards. Miscellaneous Publications, 56, 1925.
25. Wolfe, W. L., *Radiation theory*, in [The Infrared Handbook – Revised Edition], Wolfe, W. L. and Zissis, G. J., eds., 1–17, Office of Naval Research, Department of the Navy, Washington, DC, 1989 (third printing).
26. Stewart, Seán M., The Aristo System Czerny slide rule for thermal radiation calculations, *Journal of the Oughtred Society*, 2013, 22.1, pp. 16–24.
27. Lax E. and Pirani M., *Temperaturstrahlung Fester Körper*, Verlag von Julius Springer, Berlin, 1929.
28. Miduno Z., Table and graph for the calculations of black body radiations, *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan*, 1938, 20(11), pp. 951–961.
29. Terada K., Tables and graphs of the black body radiation for meteorological use. *The Geophysical Magazine* (Tokyo), 1939, 13, pp. 137–143.
30. Béhar M.F., *Industrial Pyrometry*, Instruments, 1940, 13(12), pp. 383–396.
31. Béhar M.F., editor., *The Handbook of Measurement and Control*, Instruments Publishing Company, Pittsburgh, PA, 1951.
32. Zanker A., Monochromatic emissive power of black body found quickly by nomograph, *Optik*, 1978, 49(4), pp. 409–412.
33. Stewart S. M., Johnson R. B., A short history of nomograms and tables used for thermal radiation calculations, *Current Developments in Lens Design and Optical Engineering XVII. – SPIE*, 2016, vol. 9947, pp. 38–65.
34. Chernoch J. P., Infrared calculations made simple, *Aviation Age*, 1957, 28(1), pp. 116–117.
35. Hackforth H.L., *Infrared Radiation*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1960.
36. Kavanagh R. W., Björnerud E. K., and Penner S. S., Nomogram for the Evaluation of Blackbody Radiance and of Peak and Total Intensities for Spectral Lines with Doppler Contour, *Journal of the Optical Society of America*, 1953, 43(5), pp. 380–382.
37. Kavanagh R. W. and Penner S. S., Nomogram for the Evaluation of Black-body Radiance and of Peak and Total Intensities for Spectral Lines with Lorentz Contour, *Journal of the Optical Society of America*, 1953, 43(5), pp. 383–384.

38. Sala A., *Radiant Properties of Materials: Tables of Radiant Values for Black Body and Real Materials*, Elsevier/PWN–Polish Scientific Publishers, Amsterdam/Warsaw, 1986.
39. Omoto Y., Table radiation function, *Journal of the Illuminating Engineering Institute of Japan*, 1936, 20(4), pp. 139–143.
40. Rutgers G. A. W., Temperature radiation of solids. In S. Flügge, editor, *Encyclopedia of Physics*, 1958, vol. 26, pp. 129–170. Springer-Verlag, Berlin.
41. Pepperhoff W., *Temperaturstrahlung*, Verlag von Dr. Dietrich Steinkopff, Darmstadt, 1956.
42. Feibelman W. A., Blackbody Curves for the IUE Spectral Range $\lambda 1150$ to $\lambda 3200$ from 6,000 to 200,000 K. NASA Technical Memorandum 81997, August 1980.
43. Crova A., Étude des radiations émises par les corps incandescents. Mesure optique des hautes températures, *Annales de Chimie et de Physique*, Série 5, 1880, 19, pp. 472–550.
44. Czerny M., Ein Hilfsmittel zur Integration des Planckschen Strahlungsgesetzes, *Physikalische Zeitschrift*, 1944, 45(9/12), pp. 205–206.
45. Czerny M., Einige Bemerkungen über die Intensitätsverteilung der schwarzen Strahlung, *Physikalische Zeitschrift*, 1944, 45(9/12), pp. 207–208.
46. Canada A. H., Simplified calculation of black-body radiation, *General Electric Review*, 1948, 51(12), pp. 50–54.
47. Makowski M., and Verra L. A. J., A slide rule for radiation calculations. The National Archives (TNA): Public Record Office (PRO) ADM 213/438, September 1947.
48. Makowski M. W., Erratum: a slide rule for radiation calculations, *Review of Scientific Instruments*, 1950, 21(4), p. 336.
49. Todd D. C., *Blackbody Radiation, Photon Emission, and the Calculation of Debye Functions*, Air Force Systems Command, Arnold Air Force Station, Tennessee, December 1968.
50. Hopkins G. W., Basic Algorithms for Optical Engineering. In R. R. Shannon and J. C. Wyant, editors, *Applied Optics and Optical Engineering*, 1983, vol. 9, pp. 1–32. Academic Press, New York.
51. Wang Y. F., and Mao J. X., Fast and easy integration of Planck function with MATLAB, *Infrared (Monthly)*, 2008, 29(4), pp. 12–14.
52. Flynn D. S., Black Body v1.0. <https://web.archive.org/web/20131109191759/http://www.free-warepalm.com/calculator/blackbody.shtml> (accessed on 11 Oct. 2022)
53. <https://en.wikipedia.org/wiki/HP-65> (accessed on 11 Oct. 2022)
54. https://en.wikipedia.org/wiki/TI-59_/TI-58 (accessed on 11 Oct. 2022)
55. Wolfe W. L., *Introduction to Infrared System Design*. SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Washington, 1996.
56. <https://rechneronline.de/spectrum/> (accessed on 11 Oct. 2022)
57. <https://www.everythingrf.com/rf-calculators/wavelength-to-frequency> (accessed on 11 Oct. 2022)
58. <https://www.omnicalculator.com/physics/wavelength> (accessed on 11 Oct. 2022)
59. <http://silver.neep.wisc.edu/~shock/tools/gdcalc.html> (accessed on 11 Oct. 2022)
60. <https://spectralcalc.com> (accessed on 11 Oct. 2022)
61. <https://spectrum.ipmnet.ru> (accessed on 11 Oct. 2022)
62. <https://m.apkpure.com/ru/blackbody-radiation-calculator/com.peters.android.blackbodyradiationcalculator> (accessed on 11 Oct. 2022)
63. <https://appadvice.com/app/blackbody-tool/890103636> (accessed on 11 Oct. 2022)
64. <https://apps.apple.com/us/app/thermodynamics-calculator/id1149305616?mt=12> (accessed on 11 Oct. 2022)

Статья поступила в редакцию 11 октября 2022 г.