

Turbulent Heat Exchange on the Surface of a Sharp Plate at a Supersonic Flow at $M = 6 \div 8$

Sergey T. Surzhikov

*Ishlinskyi Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS),
Moscow, 119526, Russia*

surg@ipmnet.ru

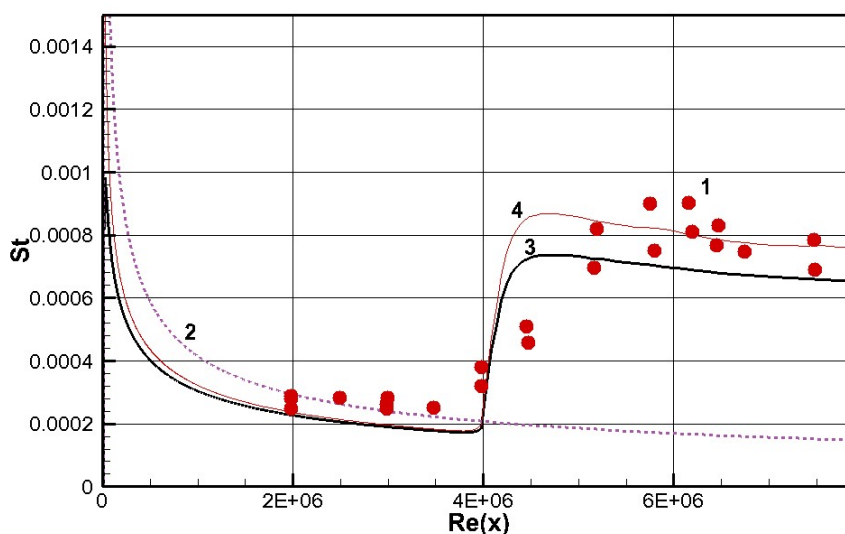
Abstract

The results of calculations of convective heating of a sharp plate during flow around it with a supersonic stream at a speed of $M = 6 \div 8$ are presented. For calculations, the author's computer code NERAT-2D was used, which implements the Reynolds-averaged Navier – Stokes equations, together with algebraic models of turbulence suggested by Baldwin – Lomax and Prandtl.

Good agreement is shown with experimental data for convective heating in a turbulent boundary layer.

The analysis of the distribution of gas-dynamic functions in different cross-sections of the streamlined plate is carried out.

Keywords: convective heating, laminar-turbulent transition, flow around a plate, supersonic speed.



The distribution of the numbers St along the surface of the streamlined plate: 1 – experiment [Bertram M.H., Cary Jr., A.M., Whitehead Jr. A.H. Experiments with Hypersonic Turbulent Boundary Layers on Flat Plate and Delta Wings. AGARD Specialists' Meeting on Hypersonic Boundary Layers and Flow Fields. London England. May 1968]; 2 – calculation using correlation relations for the laminar boundary layer; 3, 4 – calculations of this work using the NERAT-2D code with the Baldwin-Lomax model; 4 – the total density of the heat flux due to thermal conductivity and friction. $Pr_t = 0.72$

УДК 533.92:533.6.01

Турбулентный теплообмен на поверхности острой пластины при сверхзвуковом обтекании при $M = 6 \div 8$

С.Т. Суржиков

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук
Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, д. 101-1*

*Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова
surg@ipmnet.ru*

Аннотация

Представлены результаты расчетов конвективного нагрева острой пластины, при обтекании ее сверхзвуковым потоком со скоростью $M = 6 \div 8$. Для расчетов использовался авторский компьютерный код NERAT-2D, реализующий усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса, совместно с алгебраическими моделями турбулентности Болдуина – Ломакса и Прандтля.

Показано хорошее совпадение по конвективному нагреву в турбулентном пограничном слое с экспериментальными данными.

Выполнен анализ распределения газодинамических функций в разных поперечных сечениях обтекаемой пластины.

Ключевые слова: конвективный нагрев, ламинарно-турбулентный переход, обтекание пластины, сверхзвуковая скорость.

1. Введение

В соответствии с классификацией высокоскоростных течений, приведенной в работах [1,2], такие скорости полета летательных аппаратов, при которых использование модели совершенного газа с постоянными теплоемкостями и неизменным молекулярным весом становится неправильным, называются гиперзвуковыми.

Резкую границу между классическим сверхзвуковым и гиперзвуковым обтеканием установить невозможно, да и не имеет смысла, поскольку такие реальные свойства газа, как изменение химического состава при протекании в нем химических реакций, возбуждение внутренних степеней свободы молекулярных компонент, электронное возбуждение атомов и молекул, проявляются постепенно по мере роста скорости и зависят от параметров набегающего потока. В практике аэродинамических исследований принято, что область гиперзвуковых течений начинается от скоростей, отвечающих числам Маха $> 6 \div 8$.

Одной из ключевых задач гиперзвуковой аэротермодинамики является изучение нагрева поверхности гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) [3]. Особо выделяются следующие проблемы внешней аэротермодинамики и термогазодинамики двигательных установок ГЛА:

- нагрев затупленных кромок планера ГЛА, воздухозаборников, органов рулевого управления;
- локальный нагрев поверхности в местах взаимодействия падающих ударных волн с пограничными слоями;
- локальный нагрев в областях ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) и турбулентный нагрев развитой поверхности;

- нагрев внутренних поверхностей двигательных установок, где реализуется сгорание топлива и наблюдается множество ударно-волновых взаимодействий.

Успешное решение перечисленных задач возможно при использовании всех типов исследований: расчетно-теоретических, лабораторных и стендовых, а также летных испытаний. Очевидно, что каждое из направлений исследований развивается согласно своим внутренним закономерностям. Тем не менее сопряжение указанных направлений исследований позволяет достичь желаемого результата оптимальным путем. Последние десятилетия развития расчетно-теоретических методов в области гиперзвуковой аэротермодинамики показало необходимость адекватного описания получаемых экспериментальных данных с использованием создаваемых компьютерных кодов все большей сложности. Разработаны и реализованы специальные программы валидации новых компьютерных кодов. Не снизился интерес и к исследованию классических задач аэротермодинамик [4–6], решаемых для новых условий гиперзвуковых течений. Простота и наглядность постановок классических задач аэродинамики позволяет получить новые знания, получаемые с использованием современных компьютерных технологий. В частности, одно из современных направлений компьютерной аэротермодинамики – прямое моделирование уравнений Навье – Стокса на очень подробных сетках (предельных для современных ЭВМ), базируется на решении погранслойных задач у плоской поверхности или в трубах [7, 8]. Необходимость анализа теплообменных процессов у поверхностей протяженных гиперзвуковых аппаратов, является мотивационной причиной исследования также более простых моделей аэротермодинамики.

В работе [9] выполнено детальное расчетное исследование тепловых режимов области турбулентного движения и зоны ЛТП при гиперзвуковом обтекании плоской пластины. Изученный диапазон скоростей $M = 6 \div 8.8$. Работа выполнялась в рамках опытно-конструкторской проработки ГЛА Нурег-Х. Достоинством указанной работы является подробный анализ трех серий экспериментальных данных [10–12] с использованием численного моделирования. Для этого использовался компьютерный код CFL3DE [13], в котором реализованы три модели: параболизованные уравнения Навье – Стокса, модель Навье – Стокса вязкого сжатого слоя, уравнения Эйлера. Алгоритмически реализована маршевая по пространству расчетная процедура.

Для учета особенностей турбулентного нагрева использовалась аналитическая модель Болдуина – Ломакса [14]. Подробно изучалось влияние используемых сеток. Итоговые рекомендации работы [9] по адекватному описанию экспериментальных данных состоят в необхо-

димости обеспечения подробности сетки по нормали к поверхности $y^+ < 2$, где $y^+ = \frac{y}{\nu_w} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_w}}$;

y – нормальная к поверхности координата; ν_w – кинематическая вязкость; τ_w – напряжение трения на поверхности; ρ_w – плотность газа у поверхности.

В [9] были получены решения при весьма малых размерах минимального шага по нормальной координате $\Delta y_1 \sim 0.5 \times 10^{-4}$ см (0.5 мкм), что соответствовало числам Рейнольдса, отвечающим минимальному шагу

$$\text{Re}_{\Delta y_1} = \frac{\rho_\infty V_\infty \Delta y_1}{\mu_\infty} \sim 10$$

В данной работе для численного анализа экспериментов [10–12] (валидация) и сравнение с результатами расчетов [13] (верификация) используется авторский компьютерный код NERAT-2D [15, 16]. Этот код многократно успешно тестировался на примере задач физико-химической аэротермодинамики [16]. Учитывая актуальность исследования особенностей структуры пограничных слоев при гиперзвуковых скоростях обтекания поверхностей, экспериментальные [10–12] и расчетные данные [13] выбраны для тестирования работы кода NERAT-2D совместно с простейшими алгебраическими моделями турбулентности. При этом, уравнения Навье – Стокса интегрировались без каких-либо упрощений, обычно применяемых для ускорения вычислений, в том числе модели вязко-невязкого взаимодействия [17].

Задача о конвективном нагреве плоской пластины с острой кромкой является классической для аэротермодинамики. Это обусловлено тем, что модель течения у плоской поверхности является весьма универсальной относительно применимости для других типов течений и других геометрий. Тем не менее, несмотря на большое количество работ, посвященной этой задаче, проблема конвективного теплообмена пластины (или, в более общей постановке - поверхности) при $M > 6$ исследована еще недостаточно, в особенности в части достоверного использования моделей турбулентного смешения в аэротермодинамических компьютерных кодах. По крайней мере, представляет значительный интерес изучить последствия сопряжения алгебраических моделей турбулентности с усредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье – Стокса (RANS-модели).

Данная задача наиболее подробно изучена в экспериментальных и расчетных работах, результаты которых обобщены в [9–12]. Для этой задачи получены также приближенные аналитические решения. На основе этих решений и экспериментальных данных предложены аппроксимационные полуэмпирические соотношения, получившие широкое распространение в практической аэротермодинамике [3]. Эти соотношения многократно проверены в широком спектре приложений, и они лежат в основе отраслевых методик, используемых с высокой степенью надежности в профильных аэрокосмических организациях. Подтверждение достоверности получаемых расчетных данных привело к тому, что современные вычислительные модели прежде всего тестируются сравнением именно с указанными аппроксимациями. Для удобства в следующем разделе приведены указанные корреляционные соотношения.

2. Приближенные корреляционные формулы, основанные на критериальных соотношениях теории пограничного слоя [3, 17, 18]

Наиболее широко используется модель теплообмена, основанная на введении эффективного коэффициента теплообмена.

Для ламинарного пограничного слоя

$$q_w = \left(\frac{\alpha_l}{c_p} \right) (H_e - h_w), \quad (1)$$

$$H_e = h_\delta + \frac{1}{2} \kappa V_\delta^2, \quad \kappa = \text{Pr}_w^{1/2}, \quad (2)$$

$$\left(\frac{\alpha_l}{c_p} \right) = 0.332 \text{Pr}_w^{-2/3} \rho_* V_\delta \sqrt{\frac{(2\nu+1)\mu_*}{\rho_* V_\delta x}}, \quad (3)$$

где q_w – плотность конвективного теплового потока; (α_l/c_p) – эффективный коэффициент теплообмена для ламинарного пограничного слоя; H_e, h – адиабатическая энтальпия стенки и термодинамическая энтальпия, $h = e + p/\rho$; e, p, ρ – удельная внутренняя энергия, давление и плотность; $\text{Pr}_w = \mu_w c_p / \lambda_w$; μ, λ, c_p – коэффициенты вязкости и теплопроводности, а также удельная теплоемкость при постоянном давлении; ρ_*, μ_* – определяются по температуре T_* , которая, в свою очередь, находится по определяющей энтальпии (см. ниже, h_*). Здесь индексы δ и w указывают на параметры потока на внешней границе пограничного слоя и у поверхности.

Для расчета плотности конвективного теплового потока при ламинарном обтекании пластины ($\nu=0$) или острого конуса ($\nu=1$) в данной работе используется следующий алгоритм.

1) Сначала задаются исходные данные обтекания. Например, в рассматриваемом случае, на основе работы [1]:

$$c_p = 10^7 \text{ эрг}/(\text{г} \times \text{К}), \quad M_\Sigma = 29 \text{ г/моль}, \quad T_\infty = T_\delta = 65.04 \text{ К}, \quad V_\infty = V_\delta = 9.696 \times 10^4 \text{ см/с},$$

$$\gamma = 1.4, \quad R_0 = 8.3145 \times 10^7 \text{ эрг}/(\text{моль} \times \text{К}), \quad M_\delta = 6, \quad T_w = 320 \text{ К};$$

2) С использованием указанных данных рассчитывались определяющая энтальпия, температура и плотность

$$h_* = \frac{1}{2}(h_\delta + h_w) + 0.11\sqrt{\text{Pr}_w}V_\delta^2, \quad T_* = h_*/c_p, \quad \rho_* = \frac{p_\delta M_\Sigma}{R_0 T_*},$$

где $h_\delta = c_p T_\delta$, $h_w = c_p T_w$.

Вязкость определяется по формуле Сазерленда

$$\mu_* = c_1 \frac{T_*^{3/2}}{T_* + 110.4}, \quad C_1 = 1.458 \times 10^{-5} \text{ г/(см} \times \text{с} \times \text{К}^{1/2})$$

3) Затем расчеты величины q_w производятся в каждом сечении по x по формулам (1)–(3). Также производился расчет напряжения трения

$$\tau_w = 0.332 \rho_* V_\delta^2 \sqrt{\frac{(2\nu + 1) \mu_*}{\rho_* V_\delta x}} \quad (4)$$

Плотность конвективного теплового потока и напряжения трения в турбулентном пограничном слое определяется в аналогичной последовательности по формулам

$$q_w = \left(\frac{\alpha_t}{c_p} \right) (H_e - h_w) = 0.0296 \text{Pr}^{-0.6} K_* \rho_\delta \text{Re}_\delta^{-0.2} (H_e - h_w), \quad (5)$$

$$\tau_w = 0.0296 K_* \rho_\delta V_\delta^2 \text{Re}_\delta^{-0.2}, \quad (6)$$

$$K_* = \left(\frac{\rho_*}{\rho_\delta} \right)^{0.8} \left(\frac{\mu_*}{\mu_\delta} \right)^{0.2},$$

$$\text{Re}_\delta = \frac{\rho_\delta V_\delta x}{\mu_\delta}, \quad H_e = h_\delta + \frac{1}{2} \kappa V_\delta^2, \quad \kappa = \text{Pr}^{1/3}$$

Характерные параметры ρ_* и μ_* , как и прежде, рассчитываются с использованием T_* , которая определялась по *определяющей* энтальпии

$$h_* = \frac{1}{2}(h_\delta + h_w) + 0.22(H_e - h_\delta) = \frac{1}{2}(H_\delta + H_w) - \left(\frac{1}{2} - 0.22\kappa \right) \frac{V_\delta^2}{2} = \frac{1}{2}(h_\delta + h_w) + \frac{0.22}{2} \kappa V_\delta^2, \quad (7)$$

$$H_\delta = h_\delta + \frac{V_\delta^2}{2}$$

После расчета напряжения поверхностного трения и плотности конвективного теплового потока определяются безразмерные коэффициенты трения и теплообмена (число Стантона)

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho_\delta V_\infty^2}, \quad (8)$$

$$\text{St} = \frac{q_w}{\rho_\delta V_\delta (H_e - h_w)} = \frac{q_w}{\frac{1}{2} \rho_\delta V_\delta^3} \quad (9)$$

3. Расчетная модель обтекания поверхности, основанная на уравнениях Навье – Стокса

Расчет динамики вязкого, теплопроводного газа производится с использованием уравнений Навье – Стокса в двумерной постановке. Расчетная область включает в себя поле течения в невозмущенном потоке, за фронтом ударной волны, образующейся за острой кромкой обтекаемой пластины и над ее поверхностью.

Исходная система уравнений формулируется в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{\text{eff}} \operatorname{div} \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{\text{eff}} \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\mu_{\text{eff}} \operatorname{div} \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{\text{eff}} \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (11)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{V} \operatorname{grad} T = \chi \frac{\partial p}{\partial t} + \chi \mathbf{V} \operatorname{grad} p + \operatorname{div}(\lambda_{\text{eff}} \operatorname{grad} T) + Q_V, \quad (12)$$

где x, y – декартовы координаты; $\mathbf{V} = (u, v)$ – скорость потока и ее проекции на оси x и y ; ρ, p – плотность и давление; $\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t$ – эффективный коэффициент вязкости, определяемый по гипотезе Буссинеска, μ, μ_t – динамический коэффициент вязкости и коэффициент турбулентной вязкости; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; T – температура; $\lambda_{\text{eff}}, \lambda, \lambda_t$ – эффективный коэффициент теплопроводности, коэффициенты молекулярной и турбулентной теплопроводности, который рассчитывался с использованием турбулентного числа Прандтля $\operatorname{Pr}_t = \frac{\mu_t c_p}{\tau_t}$; Q_V – мощность тепловыделения, обусловленного диссипативными процессами и нагревом от внешних источников энергии.

Уравнение сохранения энергии здесь записано в неконсервативной форме относительно температуры (в форме уравнения Фурье – Кирхгофа). Система уравнений (9)–(12) используется совместно с термическим уравнением состояния идеального газа

$$p = \rho \frac{R_0}{M_\Sigma} T, \quad (13)$$

где $R_0 = 8.314 \times 10^7$ эрг/(моль \times К) – универсальная газовая постоянная; M_Σ – молекулярный вес газа.

Граничные условия задают невозмущенный набегающий поток

$$\begin{aligned} x = 0: \quad & u = V_\infty, \quad v = 0, \quad T = T_\infty, \quad p = p_\infty, \quad \rho = \rho_\infty; \\ y = H: \quad & u = V_\infty, \quad v = 0, \quad T = T_\infty, \quad p = p_\infty, \quad \rho = \rho_\infty; \end{aligned} \quad (14)$$

и неотражающие граничные условия на выходе из расчетной области

$$x = L: \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

На поверхности обтекаемого тела задаются условия прилипания

$$x = 0: \quad u = v = 0 \quad (16)$$

Расчетная схема решаемой задачи показана на рис. 1.

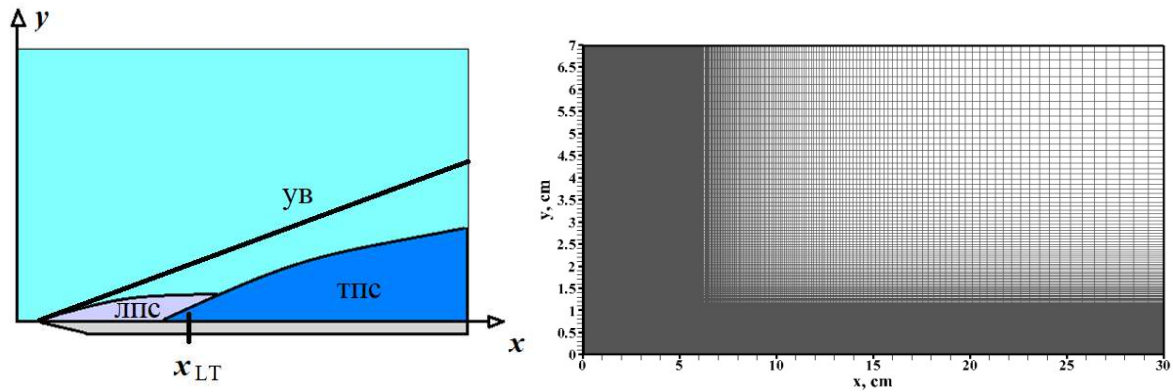


Рис. 1. Схема задачи (слева) и расчетная сетка 701×401 (вдоль и поперек пластины). На схеме показаны ударная волна (УВ), ламинарный (ЛПС) и турбулентный (ТПС) пограничный слой, а также координата ламинарно-турбулентного перехода x_{LT}

4. Алгебраические модели турбулентности

Использовались две алгебраические модели турбулентного нагрева и трения плоской поверхности. Ламинарно-турбулентный переход определялся заданием критического числа Рейнольдса

$$Re_{x,LT} = \frac{\rho_{\infty} V_{\infty} x_{LT}}{\mu_{\infty}},$$

где x_{LT} – продольная координата, при которой начинался ламинарно-турбулентный переход.

4.1. Модель турбулентного смешения Прандтля

Это одна из первых и наиболее исследованных моделей. В разных вариациях данная модель излагается, например, в [21–23].

Турбулентная вязкость определяется по хорошо известному феноменологическому соотношению [15]

$$\mu_t = \rho L_m^2 |\Omega|, \quad (17)$$

где L_m – длина смешения Прандтля; Ω – функция завихренности скорости.

В случае простейшего течения вблизи пластины без градиента давления во внешнем потоке приближенно полагают

$$|\Omega| = \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (18)$$

Рассматривается двухслойная модель, в соответствии с которой длина пути смешения Прандтля определяется по формуле

$$L_m = \begin{cases} L_m^{in} = \kappa y \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \right], & \text{при } \frac{y}{\delta} < 0.2; \\ L_m^{out} = 0.085\delta, & \text{при } \frac{y}{\delta} > 0.2, \end{cases} \quad (19)$$

где δ – толщина динамического пограничного слоя; $\kappa = 0.43$ – эмпирическая константа; $A^+ = 26$;

$$y^+ = \frac{y}{\nu_w} u_\tau, \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_w}}, \quad \tau_w = \mu_w \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w, \quad (20)$$

где ν_w – кинематическая вязкость вблизи поверхности.

Воспользуемся связью между кинематической и динамической вязкостью $\mu = \rho \nu$, тогда

$$y^+ = \frac{y}{\mu_w} \rho_w u_\tau = \frac{y}{\mu_w} \sqrt{\rho_w \tau_w} = y \sqrt{\frac{\rho_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w} \quad (21)$$

4.2. Модель Болдуина – Ломакса [14]

Рассматривается двухслойная модель. В каждом слое определяется своя турбулентная вязкость. Во внутреннем (ближе к поверхности слое)

$$\mu_{t,in} = \kappa \rho y D |\Omega|, \quad (22)$$

где $\kappa = 0.4$; D – демпфирующая функция Ван-Дрифта:

$$D = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right), \quad A^+ = 26;$$

функция завихренности в двумерном случае (проекция вектора $\text{rot} \mathbf{V}$ на ось z)

$$\Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

Во внешнем слое

$$\mu_{t,out} = K C_{cp} \rho F_{wake} F_{Kleb}(y), \quad (23)$$

где $K = 0.018$, $C_{cp} = 1.6$;

$$F_{Kleb}(y) = \left[1 + 5.5 \left(y \frac{C_{Kleb}}{y_{max}} \right)^6 \right]^{-1},$$

$$F_{wake} = y_{max} F_{max}, \quad F(y) = y |\Omega| D, \quad C_{Kleb} = 0.3, \quad (24)$$

где y_{max} – определяется координатой y , где $F(y)$ достигает своего максимума, а $F_{max} = F(y_{max})$.

Турбулентная вязкость, подставляемая в уравнения (10)–(12), находится следующим образом:

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_{t,in}, & y \leq y_{cross} \\ \mu_{t,out}, & y > y_{cross} \end{cases},$$

где y_{cross} – координата y , при которой $\mu_{t,in} = \mu_{t,out}$ первый раз по мере увеличения y .

Используются также другие критерии для перехода от внутреннего к внешнему слою в гиперзвуковом потоке (см., например, [24–26]).

Особо подчеркнем, что использование алгебраических моделей турбулентности совместно с полной моделью Навье – Стокса сталкивается с рядом проблем, которые отсутствуют при решении задачи в классической пограничной постановке. Например, вопрос о выборе

толщины пограничного слоя в сверхзвуковом течении с ударными волнами обсуждается в [26].

5. Результаты численного моделирования

Полученные расчетные данные будем анализировать в следующем порядке. Сначала проведем сравнение расчетных и экспериментальных данных. Расчеты выполнены по корреляционным соотношениям (1)–(7) и с использованием кода NERAT-2D с двумя моделями турбулентного смешения. Затем будут обсуждаться специфические особенности распределений газодинамических функций в ламинарном и турбулентном пограничных слоях.

В соответствии с [1] задавались следующие условия в набегающем потоке (табл. 1):

Таблица 1

Исходные данные

Расчетный вариант/ссылка на эксперимент	$\frac{T_w}{T_i}$	M_∞	T_∞, K	T_w, K	$\rho_\infty, \text{г/см}^3$	$p_\infty, \text{эрг/см}^3$	$V_\infty, \text{см/с}$
1/[10]	0.2	6	65.04	106.67	1.185×10^{-4}	2.209×10^4	9.696×10^4
2/[10]	0.6	6	65.04	320.0	1.185×10^{-4}	2.209×10^4	9.696×10^4
3/[11]	0.65	6	63.01	336.7	1.160×10^{-4}	2.100×10^4	9.540×10^4
4/[12]	0.11	7.12	240	299	1.120×10^{-4}	7.730×10^4	2.210×10^5
5/[12]	0.19	8.8	93.99	296.3	2.290×10^{-4}	6.170×10^4	1.710×10^5
6/[12]	0.26	7.0	105.0	296.0	4.290×10^{-4}	1.290×10^5	1.440×10^5

Указанные исходные данные для расчетов определялись по данным таблицы 1 в работе [9] (по значениям $M_\infty, T_\infty, \text{Re}_\infty, T_w$) последовательным применением соотношений

$$\mu_\infty = 1.458 \times 10^{-5} \frac{T_\infty^{3/2}}{110.4 + T_\infty}, \text{ г/(см} \times \text{с)};$$

$$a_\infty = \sqrt{\gamma \frac{T_\infty R_0}{M_\Sigma}} \text{ см/с}, \quad R_0 = 8.3145 \times 10^7 \text{ эрг/(моль} \times \text{К)}, \quad \gamma = 1.4, \quad M_\Sigma = 29 \text{ г/моль},$$

$$V_\infty = M_\infty a_\infty \text{ см/с}, \quad \rho_\infty = \frac{\text{Re}_\infty \mu_\infty}{V_\infty}, \text{ г/см}^3.$$

Температура торможения оценивалась из соотношений

$$T_0 = T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2c_{p,\infty}}, \quad c_{p,\infty} = \gamma c_{V,\infty}, \quad c_{V,\infty} = \frac{R_0}{M_\Sigma (\gamma - 1)}, \quad \text{Re}_\infty = \frac{\rho_\infty V_\infty}{\mu_\infty} \frac{1}{L_{scale}}, \quad L_{scale} = 100 \text{ см}.$$

Для справки условия в набегающем потоке приведены в табл. 2.

Таблица 2

Вариант	$\mu_\infty, \text{г/(см} \times \text{с)}$	$\lambda_\infty, \text{эрг/(см} \times \text{К} \times \text{с)}$	$\text{Re}_\infty, 1/\text{см}$
1	0.436×10^{-4}	0.608×10^3	2.64×10^7
2	0.436×10^{-4}	0.608×10^3	2.64×10^7
3	0.421×10^{-4}	0.486×10^3	2.64×10^7
4	0.155×10^{-3}	0.214×10^4	1.60×10^7
5	0.650×10^{-4}	0.789×10^3	6.02×10^7
6	0.728×10^{-4}	0.898×10^3	8.46×10^7

На рис. 2 показано распределение чисел St (12), рассчитанных по корреляционным соотношениям (1), (5), а также с использованием авторского кода NERAT-2D с тремя разными числами $Pr_t = 0.6, 0.7$ и 1.0 для условий 1-го расчетного варианта. Здесь использовалась модель смешения Прандтля. В рассматриваемом случае полагалось $Re_x = 4 \times 10^6$ и переход от ламинарного режима течения к турбулентному предполагался мгновенным. Отметим хорошее согласие рассчитанных плотностей конвективных тепловых потоков как при ламинарном, так и при турбулентном режиме течения с экспериментальными данными [10]. Влияние задаваемых чисел Pr_t на плотность конвективных тепловых потоков для данного варианта незначительно.

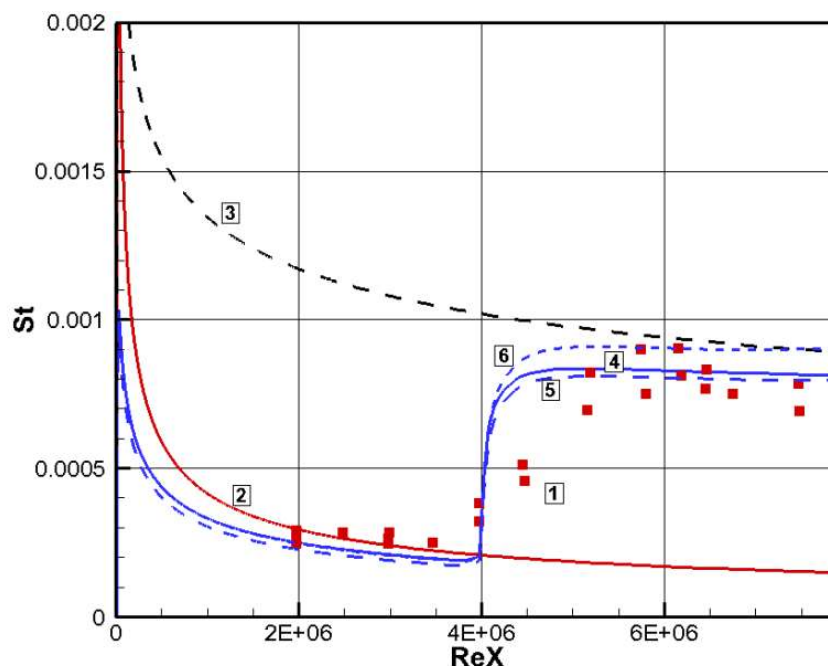


Рис. 2. Распределение чисел St вдоль поверхности обтекаемой пластины в первом варианте расчета: 1 – эксперимент [2]; 2, 3 – расчет с использованием корреляционных соотношений (1) и (5); 4, 5, 6 – расчеты данной работы при $Pr_t = 0.6, 0.7$ и 1.0 соответственно (код NERAT-2D с моделью смешения Прандтля)

На рис. 3 показаны аналогичные данные для 2-го расчетного варианта. Главное отличие 1-го и 2-го вариантов состоит в том, что во втором случае поверхность пластины заметно нагрета, что в большей степени соответствует реальной ситуации полета сверхзвукового аппарата при $M \sim 6$. Во втором случае наблюдается весьма сильное влияние числа Pr_t на интенсивность нагрева пластины.

На рис. 4 и 5 показаны результаты моделирования теплообмена с использованием модели Болдуина – Ломакса. Отметим, что для нагретой поверхности указанная модель дает заниженные значения чисел St при $Pr_t = 0.72$.

Третий вариант расчета практически подобен первым двум. Однако он отвечает другой серии экспериментов и несколько более высокой температуре поверхности. Расчетные данные на рис. 6 и 7 показывают несколько худшее совпадение с экспериментальными данными [11] при использовании обеих моделей турбулентного смешения. При этом заметим, что и расчетные данные [9] также отклоняются от этих экспериментальных данных.

Результаты сравнения с экспериментальными данными [12] по теплообмену с обтекаемой пластиной в диапазоне чисел Маха $M = 7 \div 8.8$ показаны на рис. 8–10, соответственно для расчетных случаев 4–6.

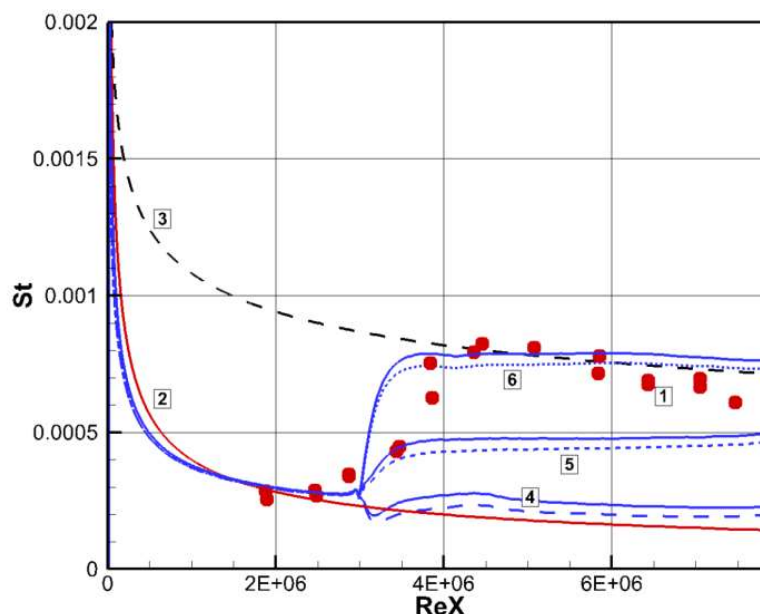


Рис. 3. Распределение чисел St вдоль поверхности обтекаемой пластины во втором варианте расчета: 1 – эксперимент [2]; 2, 3 – расчет с использованием корреляционных соотношений (1) и (5); 4, 5, 6 – расчеты данной работы при $Pr_t = 0.6, 0.7$ и 1.0 соответственно (код NERAT-2D с моделью смешения Прандтля). Сплошные кривые – конвективный нагрев, штриховые – с учетом нагрева трением

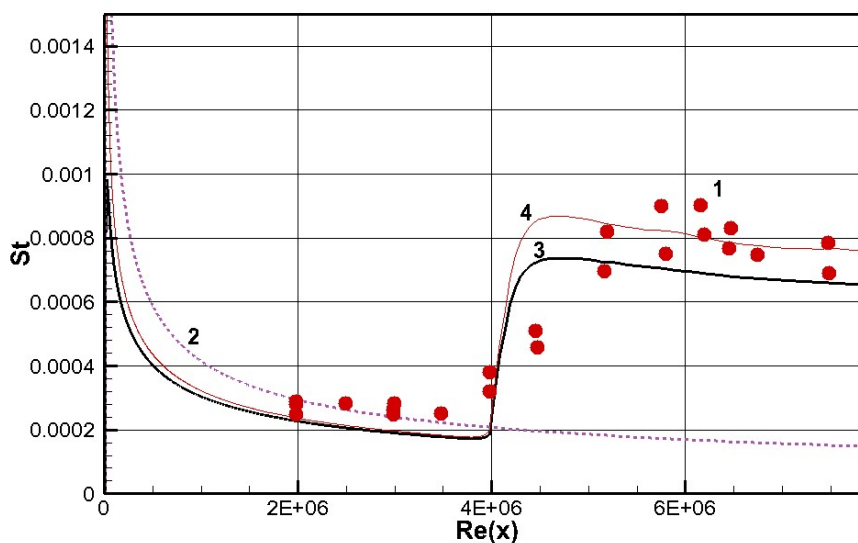


Рис. 4. Распределение чисел St вдоль поверхности обтекаемой пластины в первом варианте расчета: 1 – эксперимент [2]; 2 – расчет с использованием корреляционных соотношений (1) для ламинарного пограничного слоя; 3, 4 – расчеты данной работы по коду NERAT-2D с моделью Болдуина – Ломакса; 4 – полная плотность теплового потока за счет теплопроводности и трения. $Pr_t = 0.72$

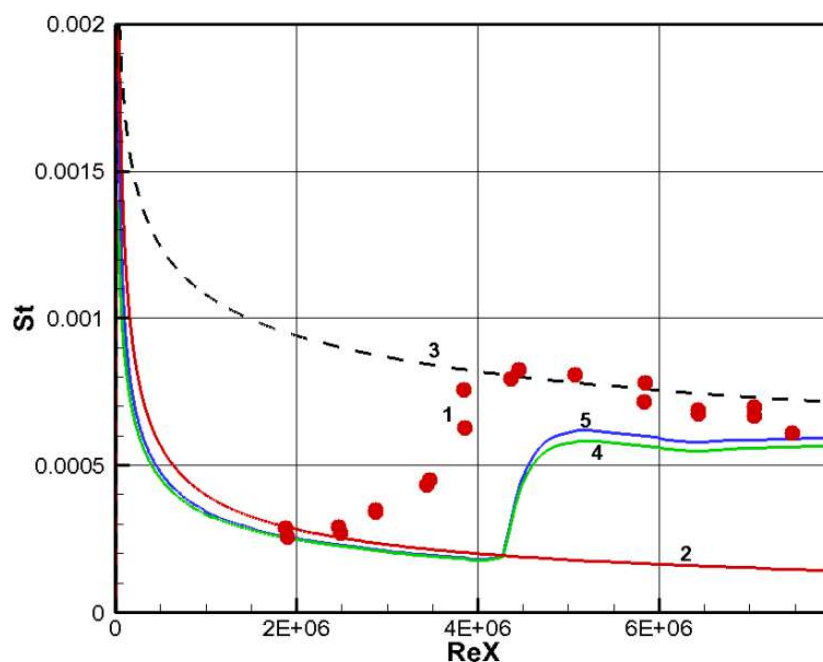


Рис. 5. Распределение чисел St вдоль поверхности обтекаемой пластины во втором варианте расчета: 1 – эксперимент [2]; 2, 3 – расчет с использованием корреляционных соотношений (1) и (5); 4, 5 – расчеты данной работы по коду NERAT-2D с моделью Болдуина – Ломакса; 5 – полная плотность теплового потока за счет теплопроводности и трения

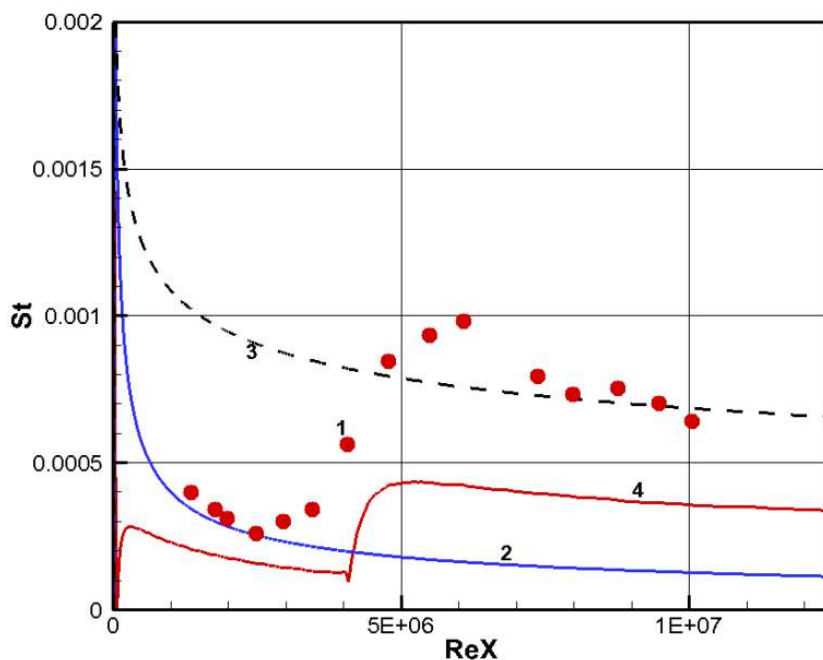


Рис. 6. Распределение чисел St вдоль поверхности обтекаемой пластины в третьем варианте расчета: 1 – эксперимент [3]; 2, 3 – расчет с использованием корреляционных соотношений для ламинарного (1) и турбулентного (5) пограничного слоя; 4 – расчеты данной работы по коду NERAT-2D с моделью Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

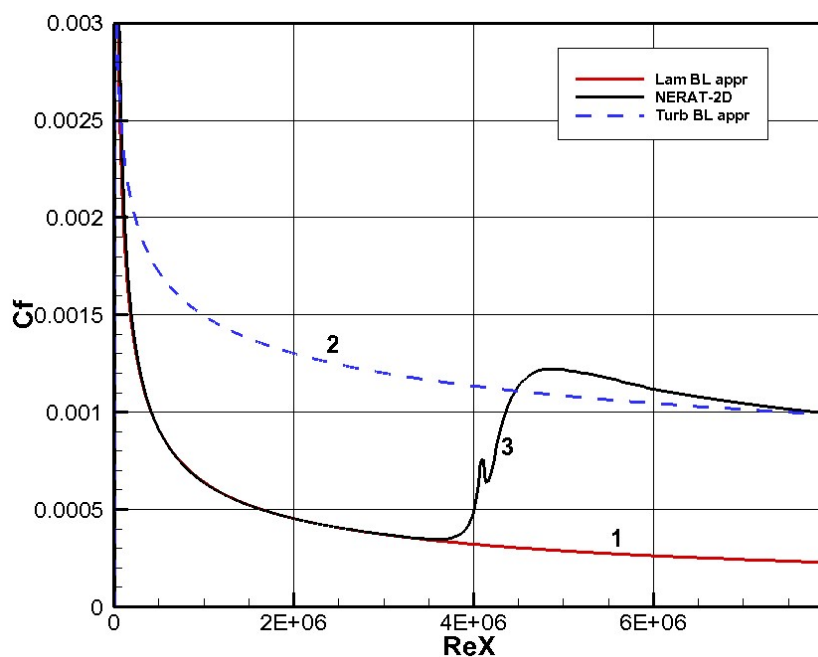


Рис. 7. Распределение коэффициента поверхностного трения C_f вдоль поверхности обтекаемой пластины в третьем варианте расчета: 1, 2 – расчет с использованием корреляционных соотношений для ламинарного (1) и турбулентного (5) пограничного слоя; 3 – расчеты данной работы по коду NERAT-2D с моделью Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

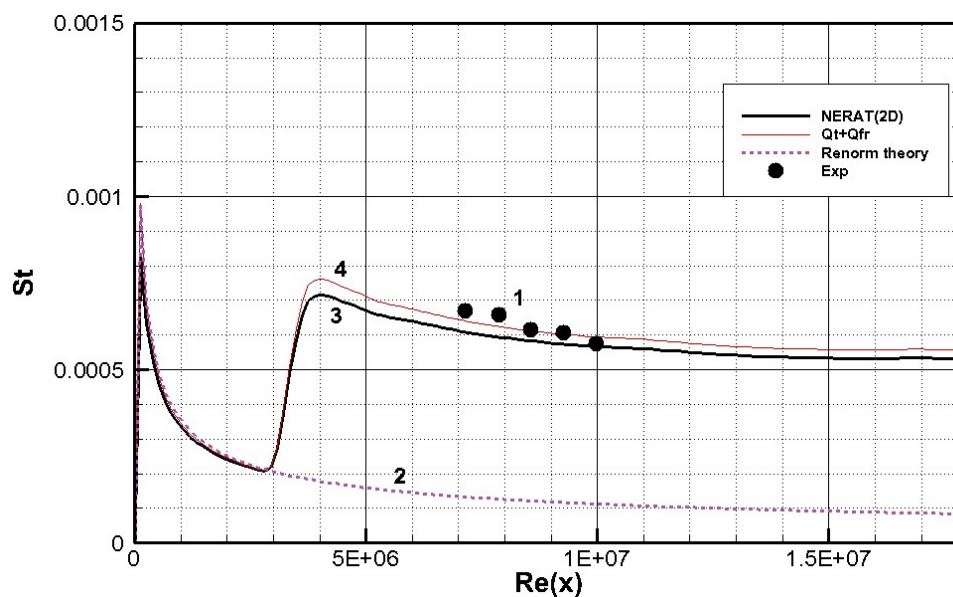


Рис. 8. Распределение чисел St вдоль поверхности обтекаемой пластины в 4-м варианте расчета: 1 – эксперимент [4]; 2 – расчет с использованием корреляционных соотношений (1) для ламинарного пограничного слоя; 3, 4 – расчеты данной работы по коду NERAT-2D конвективной составляющей и с учетом нагрева трением (4) с моделью Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

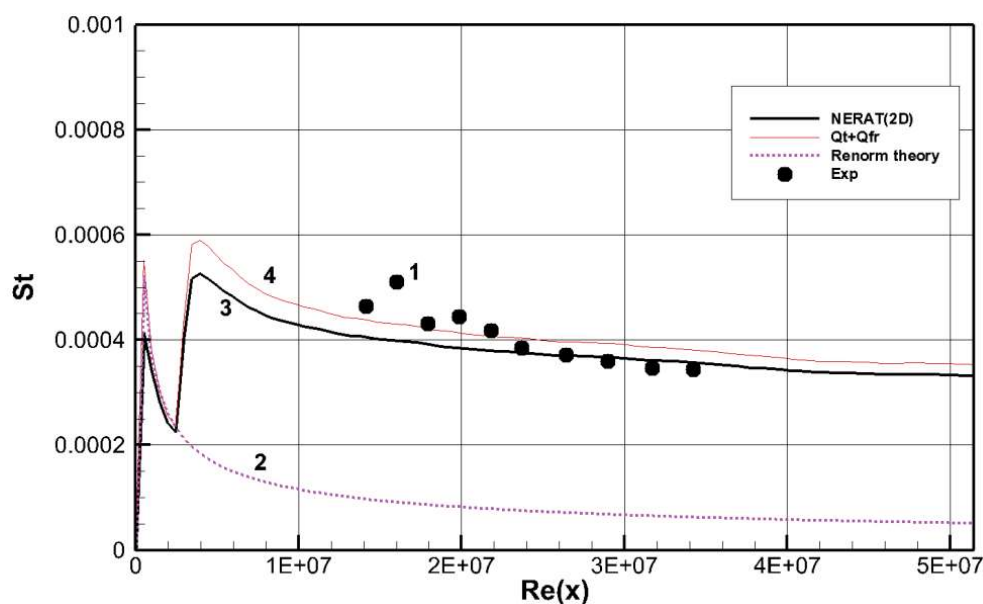


Рис. 9. Распределение чисел St вдоль поверхности обтекаемой пластины в 5-м варианте расчета: 1 – эксперимент [4]; 2 – расчет с использованием корреляционных соотношений (1) для ламинарного пограничного слоя; 3, 4 – расчеты данной работы по коду NERAT-2D конвективной составляющей и с учетом нагрева трением с моделью Болдуина – Ломакса

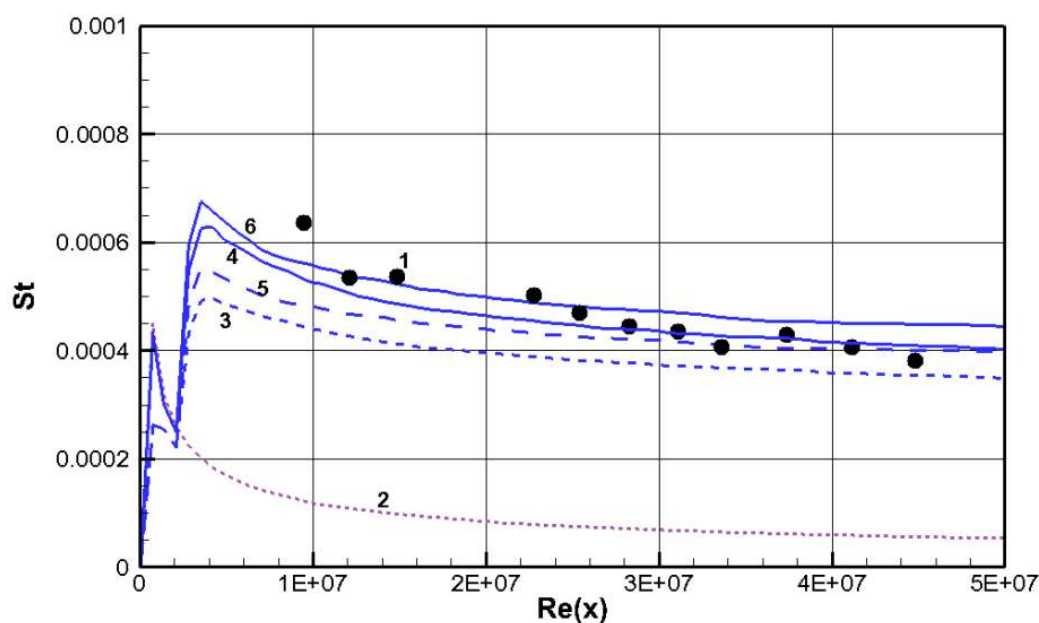


Рис. 10. Распределение чисел St вдоль поверхности обтекаемой пластины в 6-м варианте расчета: 1 – эксперимент [4]; 2 – расчет с использованием корреляционных соотношений (1) для ламинарного пограничного слоя; 3–6 – расчеты данной работы по коду NERAT-2D конвективной составляющей (3, 5) и с учетом нагрева трением с моделью (4, 6) Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.7$ (3, 4) и $Pr_t = 1.0$ (5, 6)

Помимо сравнения данных по нагреву обтекаемой пластины (числа St) выполнялось сопоставление доступных данных по коэффициенту поверхностного трения. На рис. 11, 12 даны результаты расчета C_f для 1-го и 2-го вариантов по корреляционным соотношениям и по коду NERAT-2D с использованием модели смещения Прандтля. На рис. 13, 14 дано сравнение аналогичных данных с экспериментом [11] для 1-го и 2-го расчетных случаев с использованием

модели Болдуина – Ломакса. В целом отметим удовлетворительное совпадение расчетных данных с корреляционными данными и экспериментом.

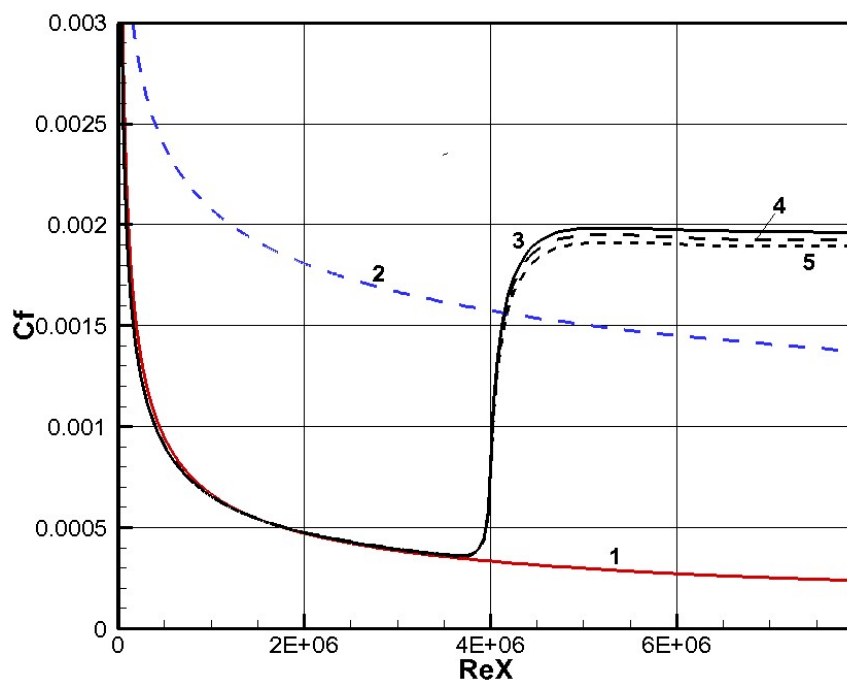


Рис. 11. Распределение коэффициента поверхностного трения C_f вдоль поверхности обтекаемой пластины в первом варианте расчета: 1, 2 – расчет с использованием корреляционных соотношений для ламинарного (1) и турбулентного (5) пограничного слоя; 3, 4, 5 – расчеты данной работы по коду NERAT-2D с моделью пути смешения Прандтля; $Pr_t = 0.6, 0.72, 1.0$

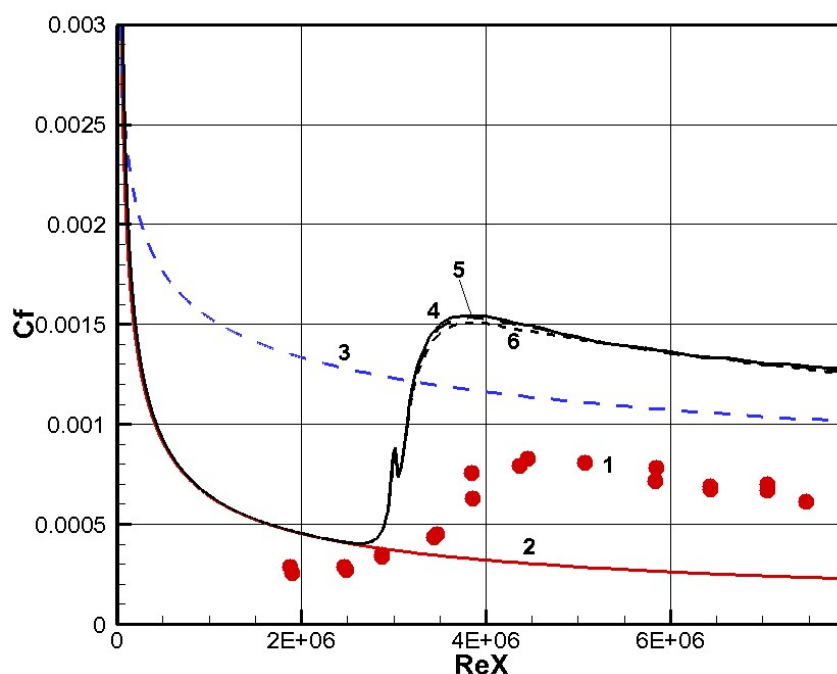


Рис. 12. Распределение коэффициента поверхностного трения C_f вдоль поверхности обтекаемой пластины во втором варианте расчета: 1, 2 – расчет с использованием корреляционных соотношений для ламинарного (1) и турбулентного (5) пограничного слоя; 3, 4, 5 – расчеты данной работы по коду NERAT-2D с моделью пути смешения Прандтля; $Pr_t = 0.6, 0.72, 1.0$

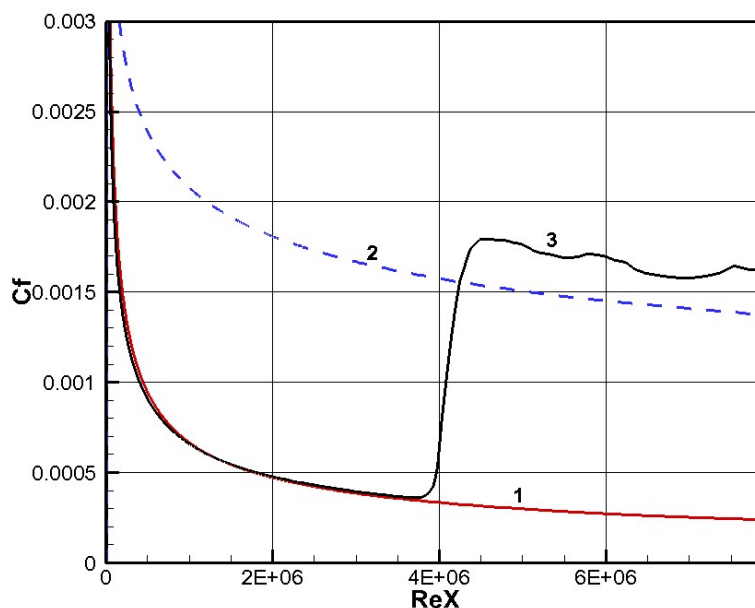


Рис. 13. Распределение коэффициента поверхностного трения C_f вдоль поверхности обтекаемой пластины в первом варианте расчета: 1, 2 – расчет с использованием корреляционных соотношений для ламинарного (1) и турбулентного (5) пограничного слоя; 3 – расчеты данной работы по коду NE-RAT-2D с моделью Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

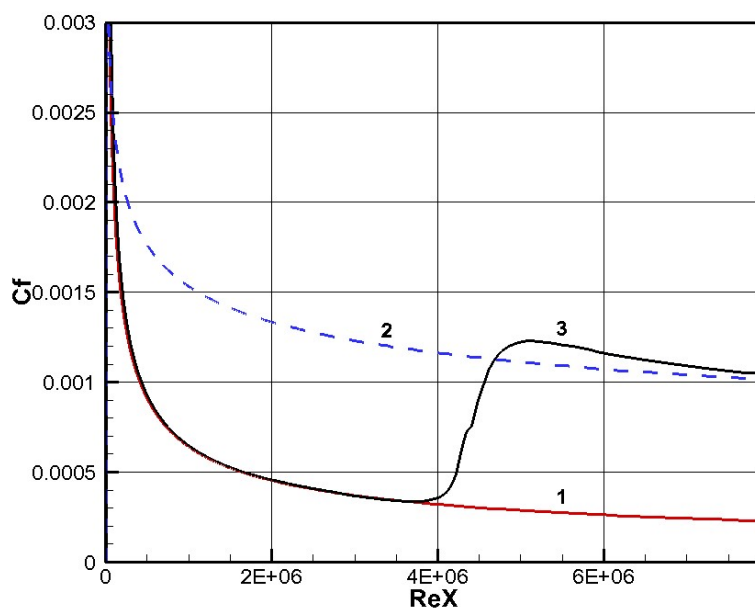


Рис. 14. Распределение коэффициента поверхностного трения C_f вдоль поверхности обтекаемой пластины во втором варианте расчета: 1, 2 – расчет с использованием корреляционных соотношений для ламинарного (1) и турбулентного (5) пограничного слоя; 3 – расчеты данной работы по коду NE-RAT-2D с моделью Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

Теперь рассмотрим некоторые особенности распределения газодинамических функций. На рис. 15 показано двухмерное поле давления над поверхностью обтекаемой пластины. Ее острая кромка имеет координату $x_0 = 0.01$ см. Распределения газодинамических функций по нормали к поверхности строились в сечениях с координатами: $x_1 = 10$ см, $x_2 = 18$ см, $x_3 = 21$ см, $x_4 = 24$ см, $x_5 = 27$ см, $x_6 = 29.9$ см.

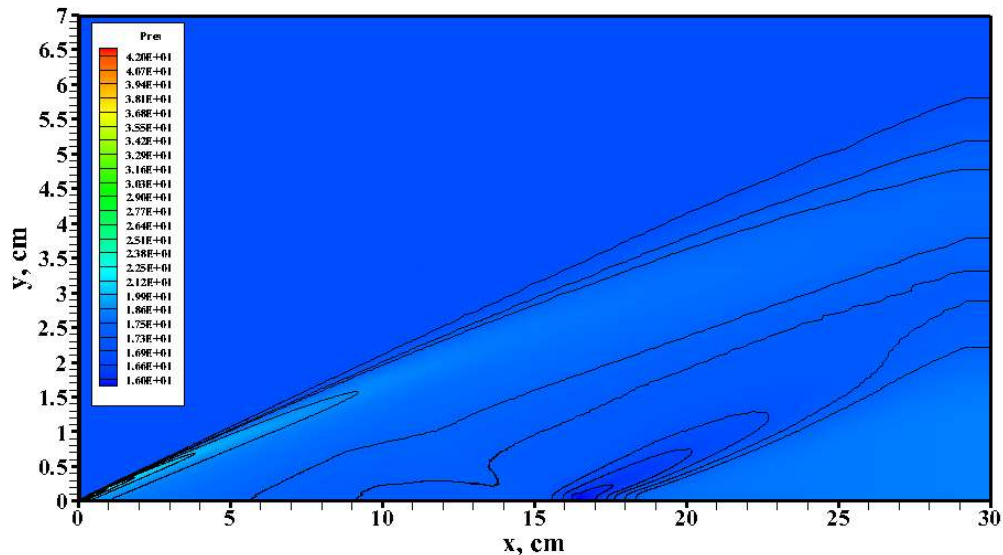
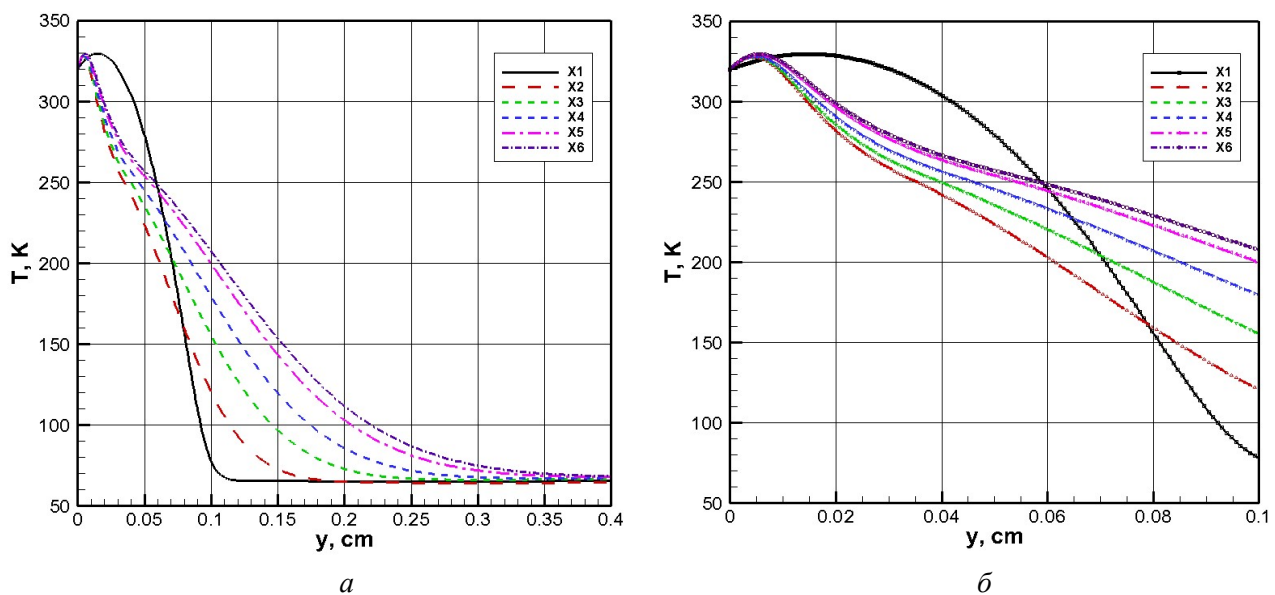


Рис. 15. Поле давления над поверхностью пластины для 2-го расчетного варианта

На рис. 16, *а* показаны температурные распределения в 6-ти сечениях вдоль поверхности пластин. Первый температурный профиль отвечает ламинарному режиму течения, а последующие 5 распределений – турбулентному пограничному слою. На рис. 16, *б* показаны те же распределения, но ближе к поверхности. Хорошо видно, как в турбулентном пограничном слое увеличиваются температурные градиенты, а по мере перемещения вдоль поверхности толщина температурного пограничного слоя увеличивается.

Рис. 16. Распределение температуры по нормали к поверхности в 6-ти сечениях вдоль поверхности пластины для 2-го расчетного варианта. Модель Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$ (на правом рисунке показаны распределения функций вблизи поверхности)

При этом температурные профили подобны распределениям продольной скорости (рис. 17) с хорошо исследованными в литературе участками вязкого подслоя, буферной зоны, зоны развитого турбулентного пограничного слоя с логарифмическим распределением скорости и внешней частью пограничного слоя. Заметим, что в данном случае наибольшая температура в пограничном слое незначительно превосходит температуру поверхности.

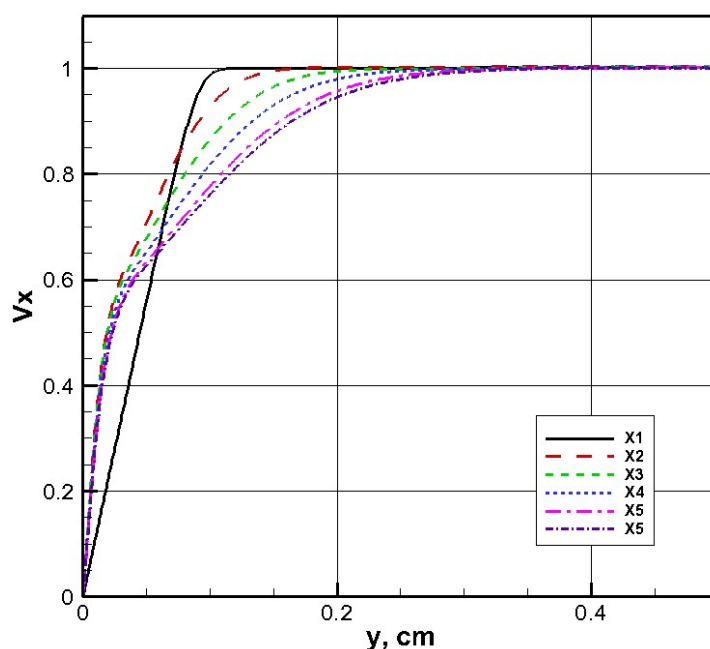


Рис. 17. Распределение продольной скорости в нормальном к поверхности направлении в 6-ти сечениях вдоль оси x . Второй расчетный вариант. Модель Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

На рис.18 показаны профили молекулярной и турбулентной вязкости в 6-ти сечениях вдоль оси x . При $y < 2 \times 10^{-2}$ см в вязком подслое превалирует молекулярная вязкость, а при больших расстояниях от стенки – турбулентная вязкость. При этом в вязком подслое $\mu_{t,in}$ турбулентная вязкость определяется по формуле (22), а выше от поверхности – по модели $\mu_{t,out}$ по формуле (23).

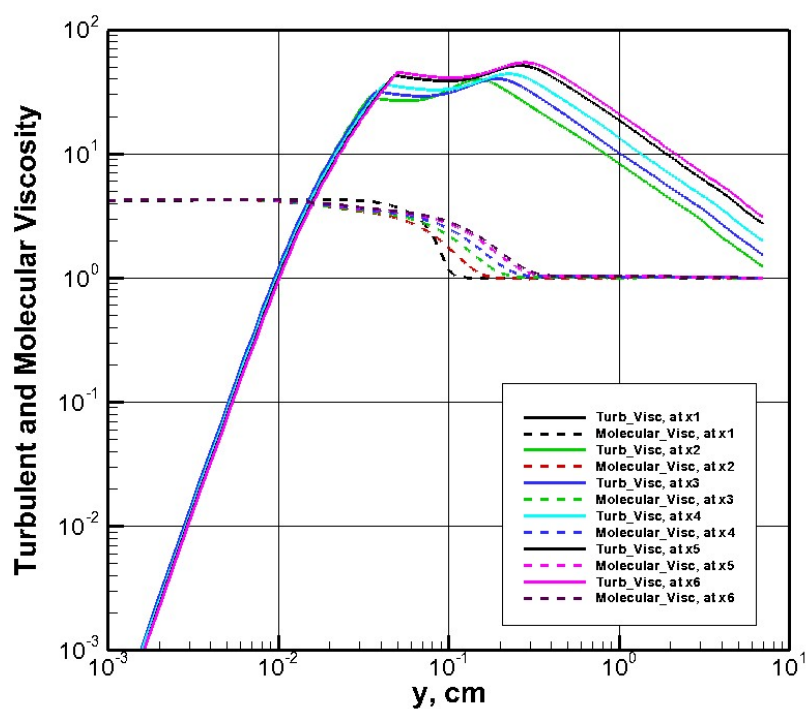


Рис. 18. Распределения молекулярной и турбулентной вязкости по нормали к пластине в 6-ти сечениях по x . Второй расчетный вариант. Модель Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

Соответствующие распределения показаны на рис. 19.

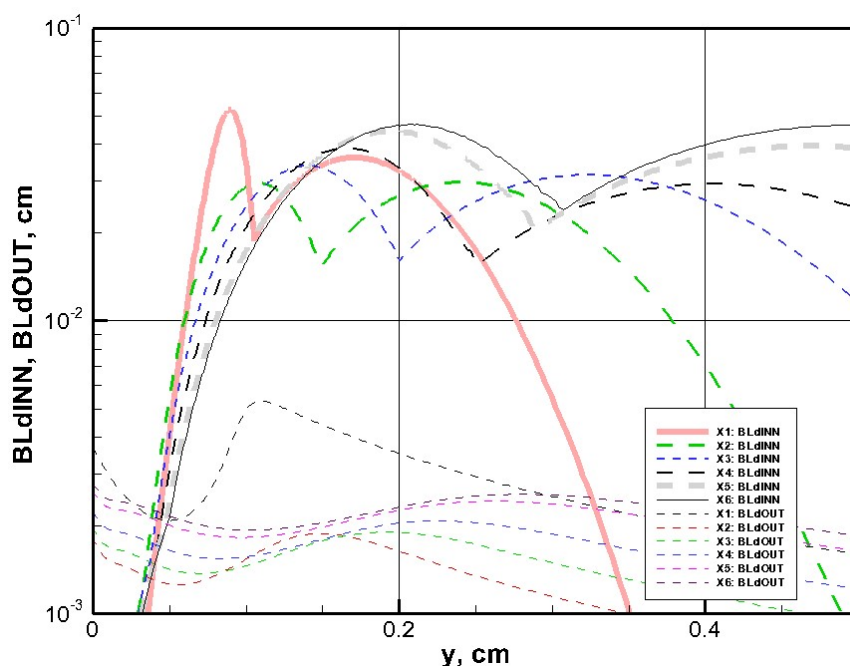


Рис. 19. Распределения двух компонент турбулентной вязкости $\mu_{t,in}$, $\mu_{t,out}$ по нормали к пластине в 6-ти сечениях по x . Второй расчетный вариант. Модель Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

Из указанных соотношений видно, что определяющей функцией является $|\Omega|$, профили которой показаны на рис. 20. Отметим области не монотонности этих функций, обусловленных спецификой течения у поверхности с ударной волной. Профили функции $F(y)$ $F(y)$ (29), определяющей турбулентную вязкость $\mu_{t,out}$ в модели Болдуина – Ломакса показаны на рис. 21.

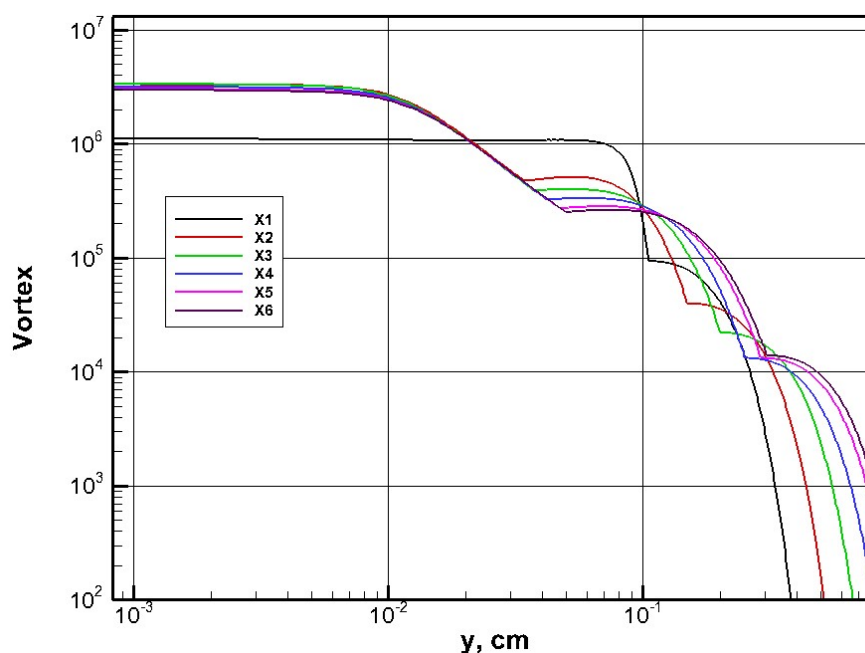


Рис. 20. Распределения функций вихря по нормали к пластине в 6-ти сечениях по x . Второй расчетный вариант. Модель Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

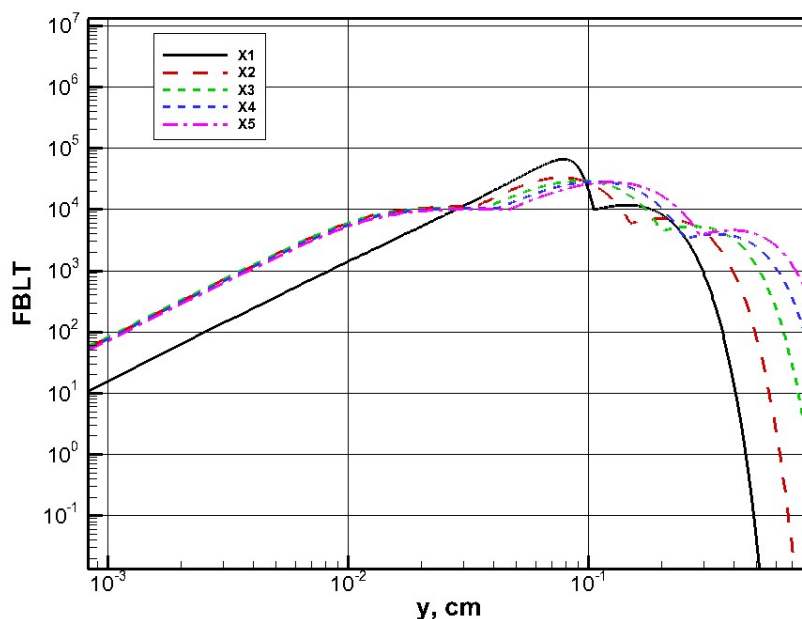


Рис. 21. Распределения функций $F(y) = y|\Omega|D$ по нормали к пластине в 6-ти сечениях по x . Второй расчетный вариант. Модель Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

К вопросу об отличии моделирования турбулентного смешения в рамках модели пограничного слоя от решения полных уравнений Навье – Стокса укажем на распределения нормальных к поверхности компонент скорости $V_y = v/V_\infty$ в разных сечениях по x и градиента давления, показанные на рис. 22 и 23. Несмотря на то, что абсолютные величины V_y примерно в 100 раз меньше характерной величины $V_x = u/V_\infty \approx 1$, следует принять во внимание, что производные $\frac{\partial v}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$ во внешней области могут оказаться соизмеримыми, что скажется на определении функции вихря Ω .

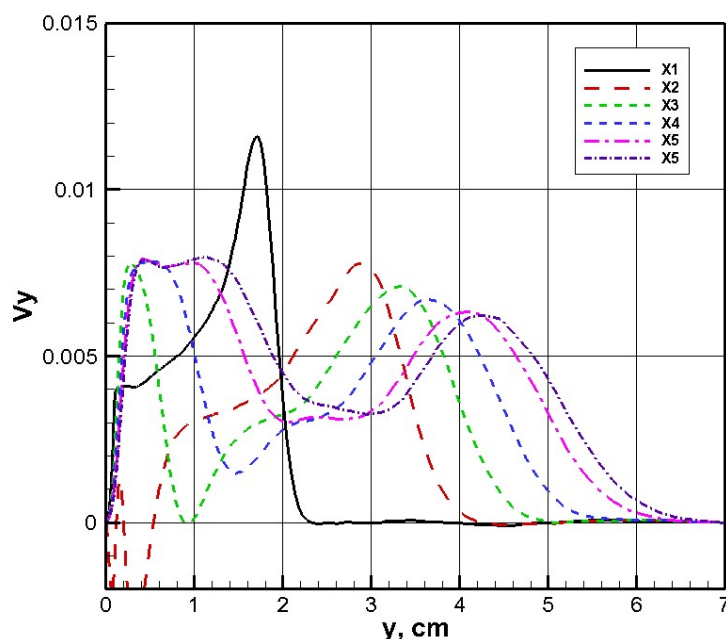


Рис. 22. Поперечные к потоку скорости $V_y = v/V_\infty$ в разных сечениях вдоль оси x . Второй расчетный вариант. Модель Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

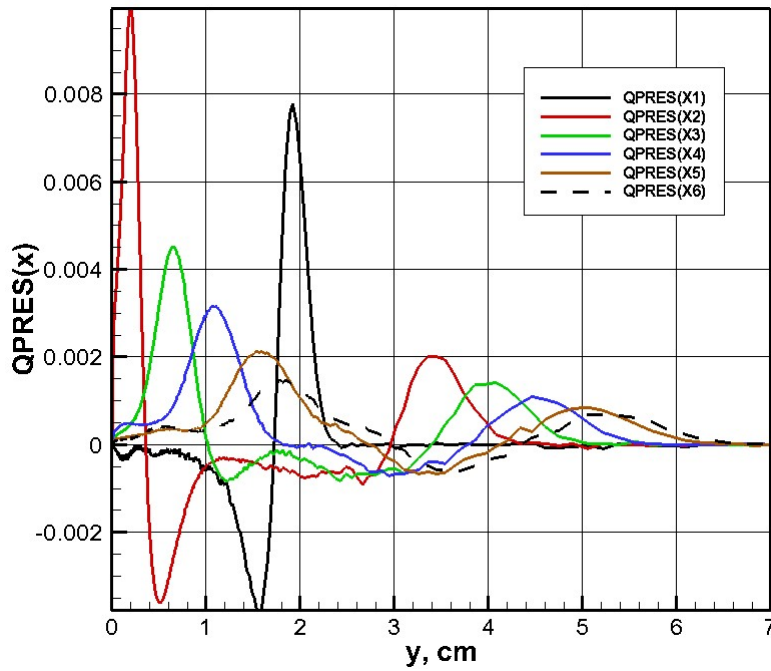


Рис. 23. Распределение функций $\text{grad}(p)$ в разных сечениях вдоль оси x . Второй расчетный вариант. Модель Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

Распределения функции y^+ (24) в разных сечениях вдоль поверхности пластины показаны на рис. 24. Наименьшая величина y^+ вблизи поверхности равна $y_{\min}^+ = 0.3$ см.

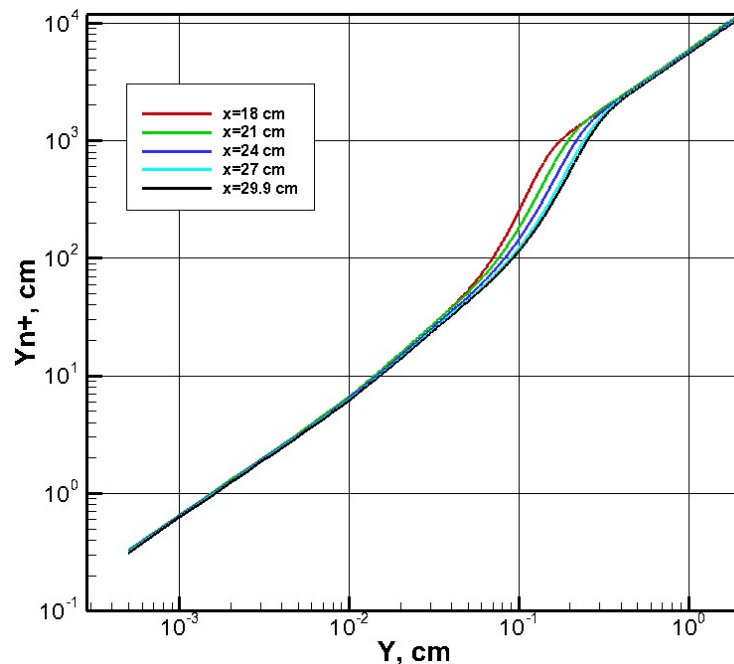


Рис. 24. Распределение функций y^+ в разных сечениях вдоль оси x . Второй расчетный вариант. Модель Болдуина – Ломакса; $Pr_t = 0.72$

Распределения аналогичных функций в пограничном слое при использовании модели длины смешения Прандтля показаны на рис. 25–31. Заметим, что представленные на этих рисунках данные отвечают случаю холодной поверхности ($T_w/T_t = 0.2$). Особо обращает на себя внимание осциллирующий характер поведения турбулентной вязкости (рис. 27) и функции $|\Omega|$ (рис. 29). Распределения температуры (рис. 25), продольной (рис. 26) и поперечной (рис. 30) скоростей подобны предыдущему случаю.

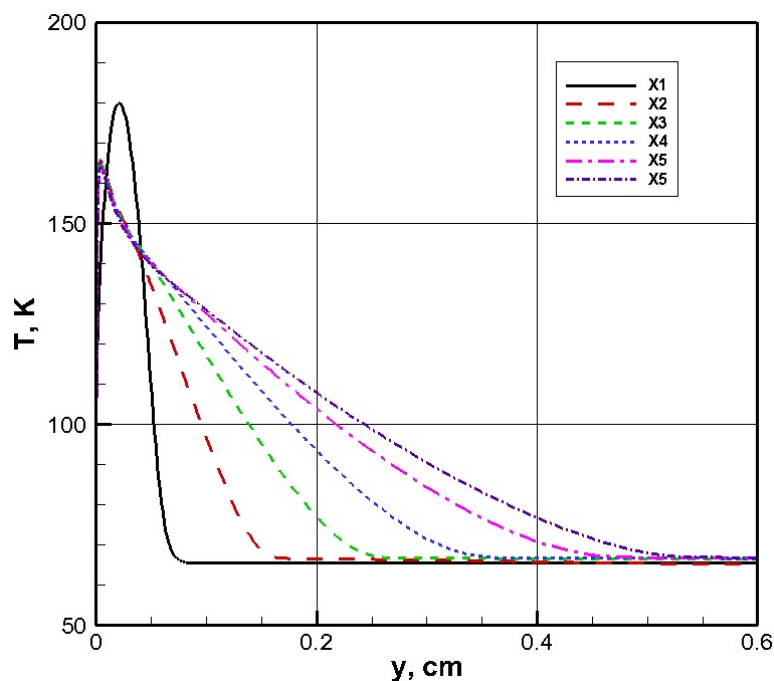


Рис. 25. Распределение температуры по нормали к поверхности в 6-ти сечениях вдоль поверхности пластины для 1-го расчетного варианта. Модель пути смешения Прандтля. $Pr_t = 0.6$

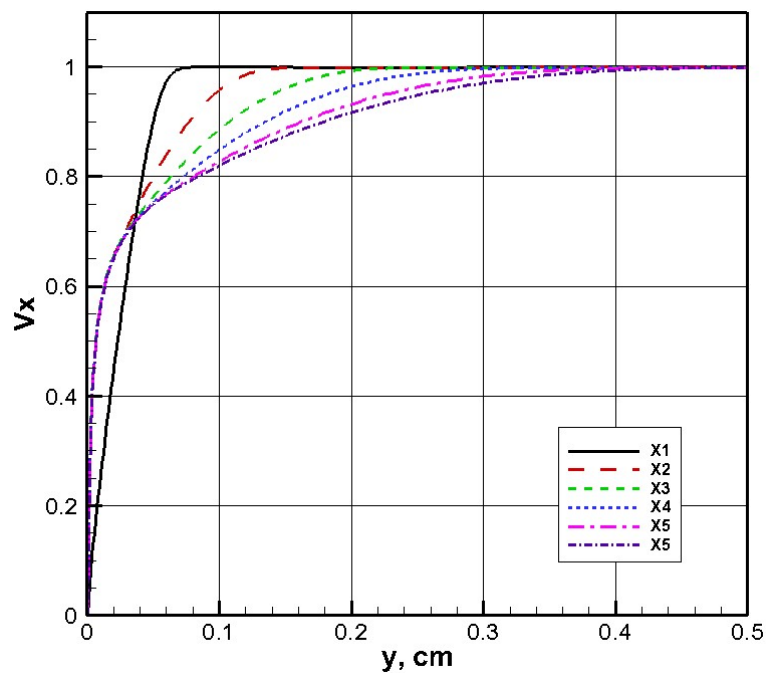


Рис. 26. Распределение продольной скорости по нормали к поверхности в 6-ти сечениях вдоль поверхности пластины для 1-го расчетного варианта. Модель пути смешения Прандтля. $Pr_t = 0.6$

Указанные осцилляции функции вихря связаны с реально более сложным течением над пластиной, чем это моделируется в моделях пограничного слоя. Возможным способом борьбы с этими осцилляциями, которые могут привести к общей неустойчивости вычислительного процесса, может быть ограничение снизу величины $|\Omega|$.

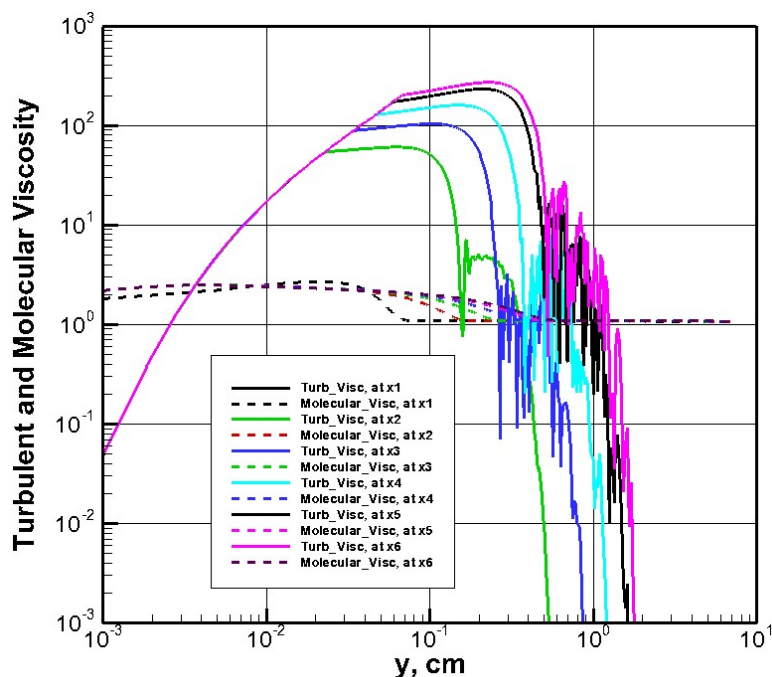


Рис. 27. Распределение турбулентной и молекулярной вязкости по нормали к поверхности в 6-ти сечениях вдоль поверхности пластины для 1-го расчетного варианта. Модель пути смешения Прандтля. $Pr_t = 0.6$

Еще одной особенностью использования модели длины смешения Прандтля является условие (23), которое в графическом виде представлено на рис. 28. Отсюда следует, что при $y/\delta > 0.2$ длина пути смешения остается постоянной во внешней части пограничного слоя.

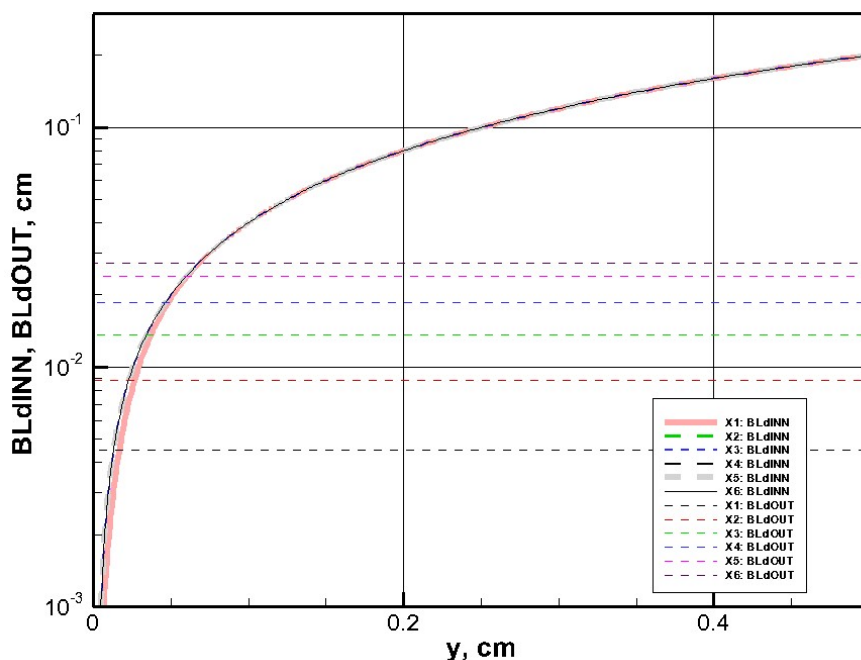


Рис. 28. Распределение функций L_m^{in} , L_m^{out} по нормали к поверхности в 6-ти сечениях вдоль поверхности пластины для 1-го расчетного варианта. Модель пути смешения Прандтля. $Pr_t = 0.6$

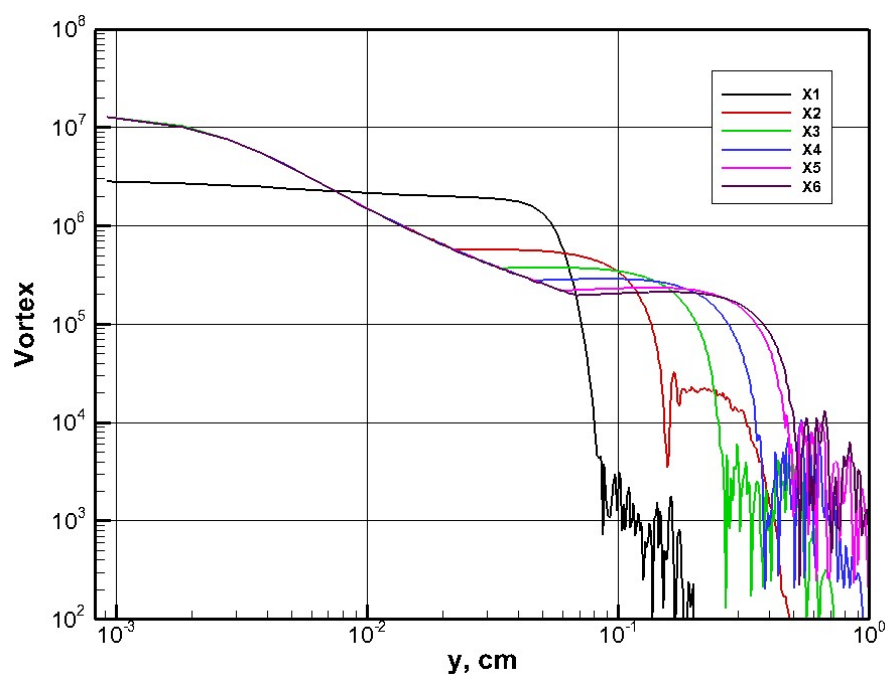


Рис. 29. Распределение вихря скорости по нормали к поверхности в 6-ти сечениях вдоль поверхности пластины для 1-го расчетного варианта. Модель пути смешения Прандтля. $Pr_t = 0.6$

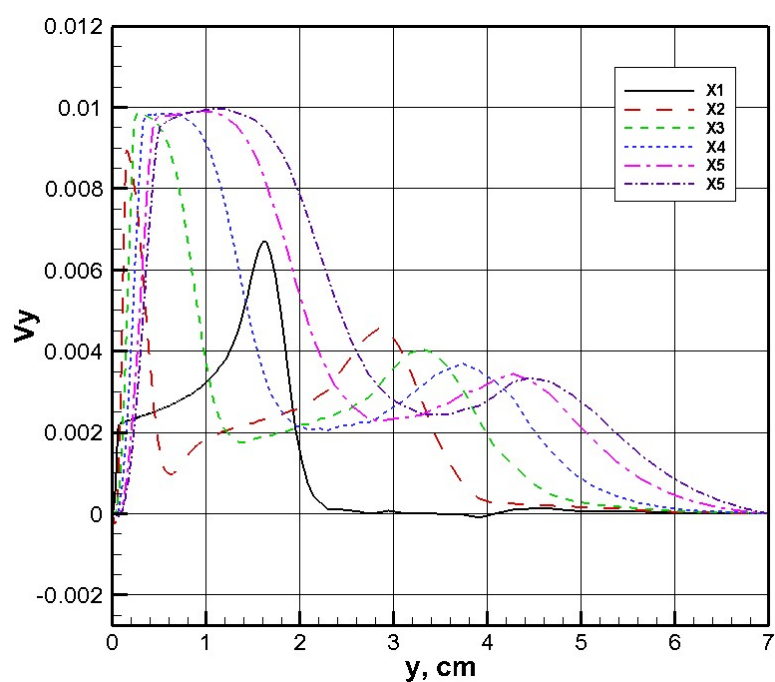


Рис. 30. Распределение поперечной компоненты скорости u по нормали к поверхности в 6-ти сечениях вдоль поверхности пластины для 1-го расчетного варианта. Модель пути смешения Прандтля. $Pr_t = 0.6$

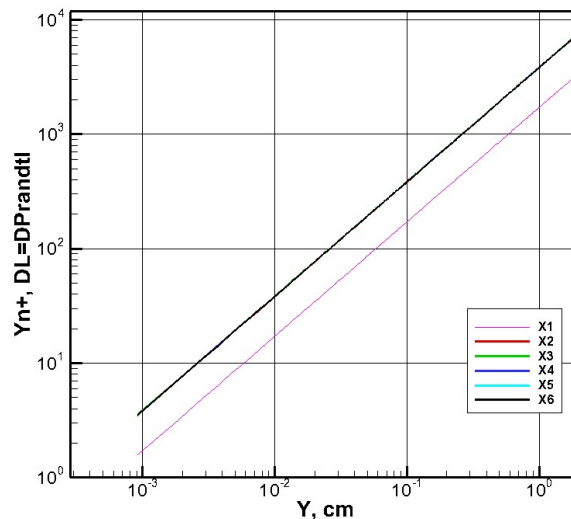


Рис. 31. Распределение функции y^+ по нормали к поверхности в 6-ти сечениях вдоль поверхности пластины для 1-го расчетного варианта. Модель пути смешения Прандтля. $Pr_t = 0.6$

6. Заключение

Выполнено сравнение экспериментальных данных по теплообмену пластины в сверхзвуковых потоках воздуха при числах Маха $M = 6 \div 8$ с расчетными данными, полученными с использованием модели течения Навье – Стокса совместно с аналитическими моделями турбулентного смешения длины смешения Прандтля и модели Болдуина – Ломакса. В расчетах использовался авторский компьютерный код NERAT-2D. Получено удовлетворительное согласие с экспериментальными данными, что дает основание рекомендовать использование указанных алгебраических моделей турбулентного смешения совместно с моделью Навье – Стокса для более сложных конфигураций гиперзвукового обтекания, что также рекомендовалось в других работах (см., например, [27, 28]).

Вместе с этим, обращено внимание на необходимость аккуратного применения пограничных моделей турбулентного смешения к анализу полных моделей течения. Полученные результаты позволили выполнить расчеты конвективного нагрева модели марсианского аппарата и провести сравнение с соответствующими экспериментальными данными [29, 30].

Работа выполнена по теме государственного задания РАН (№ гос. регистрации АААА-А20-120011690135-5) и частично при поддержке РФФИ (грант № 19-01-00515).

Литература

1. Черный Г.Г. 1988 Газовая динамика. М.: Наука. 424 с.
2. Агафонов В.П., Вертушкин В.К., Гладков А.А., Поляков О.Ю. 1972. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М.: Машиностроение. С. 226.
3. Землянский Б.А., Лунев В.В., Власов В.И. и др. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. М.: Физматлит. 2014. 330 с.
4. Лойцянский Л.Г. 2003. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа. 840 с.
5. Шлихтинг Г. 1974. Теория пограничного слоя. М.: Главная редакция физико-математической литературы. 711 с.
6. Гинзбург И.П. 1979. Теория сопротивления и теплопередачи. Л.: Изд-во Ленинградского университета. 375 с.
7. Тугазаков Р.Я. Турбулентное течение при сверхзвуковом пространственном обтекании пластины // Изв. РАН. МЖГ. 2019. № 5. С. 117–124.

8. Никитин Н.В., Пиманов В.О. О поддержании колебаний в локализованных турбулентных структурах в трубах // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 1. С. 68–76.
9. Dilley a. D. Evaluation of CFD Turbulent Prediction Techniques and Comparison with Hypersonic Experimental Data. NASA/CR–2001–210837. 2001. 26 p
10. Bertram M. H., Cary Jr., A. M., Whitehead Jr. A. H. Experiments with Hypersonic Turbulent Boundary Layers on Flat Plate and Delta Wings. AGARD Specialists' Meeting on Hypersonic Boundary Layers and Flow Fields. London. England. May 1968.
11. Bertram M. H., Neal Jr. L. Recent Experiments in Hypersonic Turbulent Boundary Layer. AGARD Specialists' Meeting on Recent Developments in Boundary Layer Research. Italy, 1965.
12. Wallace J. E. Hypersonic Turbulent Boundary Layer Studies at Cold Wall Conditions. Proc/ of the 1967 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute. Stanford University Press. 1967. pp. 427–451
13. Walters R.W., Reu T., McGrory W.D., Hicks J.W. A longitudinally Patched Approach with Application to High Speed Flows. AIAA Paper 88–0715. 1988. 13 p.
14. Baldwin B.S., Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. AIAA Paper 78–0257. 1978. 8 p.
15. Суржиков С.Т. Конвективный нагрев сферического затупления малого радиуса при относительно низких гиперзвуковых скоростях// ТВТ. 2013. Т. 51. № 2. С. 261–276.
16. Суржиков С.Т. Компьютерная аэрофизика спускаемых космических аппаратов. Двухмерные модели. М.: Физматлит, 2018. 543 с.
17. Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. 1962 Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во ИЛ. 607 с.
18. Авдеевский В.С., Галицейский Б.М., Глебов Г.А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М: Машиностроение. 1975. 624 с.
19. Исаев С. И., Кожин И.А., Коранов В.И. и др. Теория тепломассообмена. Под ред. Леонтьева А.И. – М.: Высшая школа. 1979. 495 с.
20. Болгарский, А.В. Термодинамика и теплопередача / А.В. Болгарский, Г.А. Мухачев, В.К. Щукин. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Москва: Высшая школа, 1975. – 496 с.
21. Tannehill J.C., Anderson D.A., Pletcher R.H. Computational Fluid Mechanics and Heat transfer. 1997. Taylor&Francis. 792 p.
22. Date A. W. Introduction to Computational Fluid Dynamics. Cambridge University Press. 2005. 377 p.
23. Cebeci T., Bradshaw P. Physical and Computational Aspects of Connective Heat Transfer. Springer-Verlag. 2012. 486 p.
24. Horstman C.C. Prediction of Hypersonic Shock-Wave/Turbulent-Boundary-Layer Interaction Flows. AIAA 87-1367. 1987. 10 p.
25. Shirazi S.A., Truman C.R. Comparison of Algebraic Turbulence Model for PNS Predictions of Supersonic Flow Past a Sphere-Cone. AIAA 87-0544. 1987. 12 p.
26. Shang J. S., Scherr S. J. Navier – Stokes Solution for a Complete Re-Entry Configuration. J. Aircraft. 1986. Vol. 23. #12. pp 881–888.
27. Cheatwood F.M., Thompson R.A. The addition of algebraic turbulence modelling to program LAURA. NASA TM 107 758. 1993. 30 p.
28. Visbal M., Knight D. The Baldwin – Lomax Turbulence Model for Two-Dimensional Shock-Wave/ Boundary-Layer Interaction// AIAA J. 1984. Vol. 22. No. 7. Pp. 921–928.
29. Суржиков С.Т. Радиационно-конвективный нагрев марсианского аппарата EDL MSL под углом атаки // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2015. Т. 16, вып. 2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-2/articles/604/>
30. Суржиков С.Т. Анализ экспериментальных данных по конвективному нагреву модели марсианского спускаемого аппарата с использованием алгебраических моделей турбулентности // МЖГ. 2019, № 6, с. 129–140.

References

1. Chernyj G.G., *Gazovaja dinamika* (Gasdynamics), M.: Nauka, 1988, 424 p.
2. Agafonov V.P., Vertushkin V.K., Gladkov A.A., Poljakov O.Ju., *Neravnovesnye fiziko-himicheskie processy v ajerodinamike* (Non-equilibrium physical-chemical processes in aerodynamics), M.: Mashinostroenie, 1972, 226 p.
3. Zemljanskij B.A., Lunev V.V., Vlasov V.I., *Konvektivnyj teploobmen letatel'nyh apparatov* (Convective heat transfer of aircrafts), M.: Fizmatlit, 2014, 330 p.
4. Lojčanskij L.G., *Mehanika zhidkosti i gaza* (Fluid dynamics), M.: Drofa, 2003, 840 p.
5. Schlichting H., *Boundary-Layer Theory*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2017, 805 p.
6. Ginzburg I.P., *Teorija soprotivlenija i teploperedachi* (Theory of resistance and heat transfer), L.: Izdatvo Leningradskogo universiteta, 1979, 375 p.
7. Tugazakov R.Ja. *Izv. RAN. MZhG*, No. 5, 2019, pp.117–124.
8. Nikitin N.V., Pimanov V.O. *Izv. RAN. MZhG*, No.1, 2018, pp. 68–76.
9. Dilley A. D., “Evaluation of CFD Turbulent Prediction Techniques and Comparison with Hypersonic Experimental Data,” NASA/CR-2001-210837, March 2001, 26 p.
10. Bertram M. H., Cary Jr., A. M., Whitehead Jr. A. H. *Experiments with Hypersonic Turbulent Boundary Layers on Flat Plate and Delta Wings*. AGARD Specialists’ Meeting on Hypersonic Boundary Layers and Flow Fields. London, England, May 1968.
11. Bertram M. H., Neal Jr. L. *Recent Experiments in Hypersonic Turbulent Boundary Layer*. AGARD Specialists’ Meeting on Recent Developments in Boundary Layer Research. Italy, 1965.
12. Wallace J. E. *Hypersonic Turbulent Boundary Layer Studies at Cold Wall Conditions*. Proc. of the 1967 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute. Stanford University Press. 1967, pp. 427–451
13. Walters R.W., Reu T., McGrory W.D., Hicks J.W., “A Longitudinally Patched Approach with Application to High-Speed Flows,” AIAA Paper 88-0715, 1988, 13 p.
14. Baldwin B.S., Lomax H., “Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows,” AIAA Paper 78-0257, 1978, 8 p.
15. Surzhikov S.T., *Teplofizika vysokih temperature*, Vol. 51, No. 2, 2013, pp.261–276.
16. Surzhikov S.T., *Komp'yuternaja ajerofizika spuskaemyh kosmicheskikh apparatov. Dvuhmernye modeli*. (Computational models of reentry space crafts. Two-dimensional models), M.: Fizmatlit, 2018, 543 p.
17. Hayes, W., and Probstein, R., *Hypersonic Flow Theory*, Academic Press, New York, 1959, pp. 333–374.
18. Avduevskij V.S., Galicejskij B.M., Glebov G.A. *Osnovy teploperedachi v aviacionnoj i raketno-kosmicheskoy tehnike* (The basics of heat transfer in aviation and rocket and space technology), M: Mashinostroenie, 1975, 624 p.
19. Isaev S. I., Kozhinov I.A., Koranov V.I. *Teorija teplomassoobmena* (Heat transfer theory), M.: Vysshaja shkola, 1979, 495 p.
20. Bolgarskij A.V., Muhachev G.A., Shhukin V.K., *Termodinamika i teploperedacha* (Thermodynamics and heat transfer). Izd. 2-e, pererab. i dop., M: Vysshaja shkola, 1975, 496 p.
21. Tannehill J. C., Anderson D. A., Pletcher R. H., *Computational Fluid Mechanics and Heat transfer*, Taylor&Francis, 1997, 792 p.
22. Date A. W., *Introduction to Computational Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, 2005, 377 p.
23. Cebeci T., Bradshaw P., *Physical and Computational Aspects of Connective Heat Transfer*, Springer-Verlag, 2012, 486 p.
24. Horstman C. C., “Prediction of Hypersonic Shock-Wave/Turbulent-Boundary-Layer Interaction Flows,” AIAA Paper 87-1367, 1987, 10 p.
25. Shirazi S. A., Truman C. R., “Comparison of Algebraic Turbulence Model for PNS Predictions of Supersonic Flow Past a Sphere-Cone,” AIAA Paper 87-0544, 1987, 12 p.
26. Shang J. S., Scherr S. J., “Navier – Stokes Solution for a Complete Re-Entry Configuration,” *J. Aircraft*, Vol. 23, No. 12, 1986, pp. 881–888.

27. Cheatwood F.M., Thompson R.A., "The addition of algebraic turbulence modelling to program LAURA," NASA TM 107 758, 1993, 30 p.
28. Visbal M., Knight D., "The Baldwin – Lomax Turbulence Model for Two-Dimensional Shock-Wave/ Boundary-Layer Interaction," *AIAA Journal*, Vol. 22, No. 7, 1984, pp. 921–928.
29. Surzhikov S.T., *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 16, No. 2, 2015. <http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-2/articles/604/>
30. Surzhikov S.T., *MZhG*, No. 6, 2019, pp. 129–140.

Статья поступила в редакцию 11 июля 2020 г.