

Numerical Investigation of the Pulse Jet Flow of an Inhomogeneous Gas-Dispersed Mixture

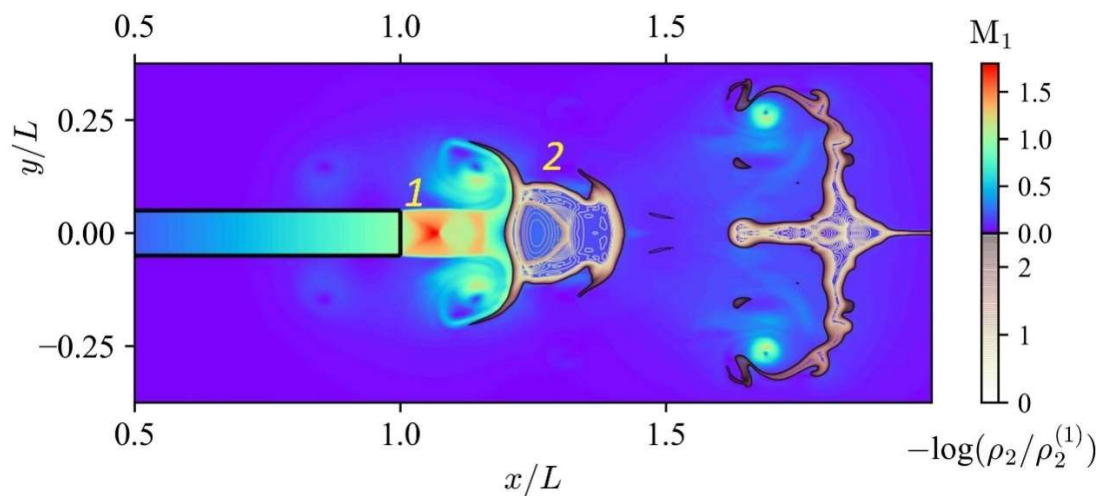
Elena N. Shirokova

*Mozhaisky Military Aerospace Academy,
Saint Petersburg, 197198, Russian Federation
shirokhelen-78@mail.ru*

Abstract

The paper presents the results of numerical simulation of the initial stage of the pulsed inhomogeneous flow of a gas-dispersed mixture as a prototype of the jet powder technology of fire extinguishing or pollution neutralization. New physical effects of a pulsed inhomogeneous jet are revealed: the simultaneous existence of anomalous subsonic and supersonic shock-wave structures, as well as a resonant increase in the mass flow rate of the mixture compared with a homogeneous flow.

Keywords: numerical modeling, jet powder technology.



The simultaneous existence of anomalous subsonic² and supersonic¹ shock-wave structures. Distributions in a continuous color scale of carrier gas Mach numbers M_1 and lines of equal values $-\log(\rho_2/\rho_2^{(1)})$ dispersed phase for time point 22 ms

УДК532.529.5

Численное исследование импульсного струйного течения неоднородной газодисперсной смеси

Е. Н. Широкова

*Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского,
Россия, Санкт-Петербург, 197198, ул. Ждановская, д. 13*

shirokhelen-78@mail.ru

Аннотация

В работе представлены результаты численного моделирования начального этапа импульсного неоднородного течения газодисперсной смеси, как прототипа струйной порошковой технологии пожаротушения или нейтрализации загрязнений. Выявлены новые физические эффекты импульсной неоднородной струи: одновременного существования аномальной дозвуковой и сверхзвуковой ударно-волновых структур, а также резонансного увеличения массового расхода смеси по сравнению с однородным потоком.

Ключевые слова: численное моделирование, импульсная неоднородная струя.

1. Введение

Струйные течения газодисперсных смесей имеют важное значение в химических технологиях, системах порошкового пожаротушения и нейтрализации загрязнений, процессах напыления покрытий в машиностроении и других приложениях. Для выбора рационального способа и технологических параметров процессов используются экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования. В последние годы возрастает роль математического моделирования, что обусловлено возможностями вычислительной техники при снижении временных и материальных затрат на стадиях поисковых исследований и ранних этапах проектирования.

В статье [1] приведен обзор современных расчетно-теоретических и экспериментальных работ, посвященных изучению различных видов двухфазных потоков, рассмотрены проблемы и методы их моделирования.

Наличие в газовом потоке частиц в виде примеси приводит к неочевидным физическим эффектам. Например, обнаруживаются эффекты, связанные с кластеризацией частиц в турбулентных и вихревых потоках[2], образованием областей повышенной концентрации частиц [3], аномальной группировкой частиц в ударно-волновую структуру на дозвуковом режиме течения несущего газа [4], формированием структуры прямой и косой волн уплотнения в газодисперсной среде при наличии испарения на поверхности капель[5]. В работе [6] изучены процессы струйного напыления полимерных порошковых композиций и формирования защитных покрытий. Вопросам разлета и импульсного истечения газозвесей посвящены работы [7–11].

Выбор математической модели и метода решения задач двухфазных потоков зависит от определяющих физических механизмов, характеризующих исследуемое явление. Наиболее общим подходом является прямое численное моделирование DNS (Direct Numerical Simulation) всего спектра турбулентных вихрей. Однако, как отмечено в [12], оценка размера сетки превосходит возможности современных суперкомпьютеров. Компромиссные подходы крупных вихрей LES (Large Eddy Simulation) и осредненные методы RANS (Reynolds-averaged

Navier-Stokes) связаны с явным разрешением больших энергонесущих вихрей и подсеточным замыканием малого масштаба.

Некоторые классы течений, их временные этапы или пространственные области, относящиеся к ударно-волновым структурам, явлениям адвекции и деформации, адекватно описываются в невязкой постановке. Например, группировка частиц с образованием первой «бочки» хорошо численно моделируется в рамках эйлерова подхода для каждой фазы газодисперсной среды и подтверждается экспериментально [4]. Для газовых смесей начальный этап деформации и развития неустойчивости неоднородности в спутном потоке проходящей ударной волны также правильно воспроизводится с использованием уравнений Эйлера. Для аккуратно поставленных экспериментов [13, 14] численные расчеты в невязкой постановке демонстрируют не только качественное соответствие, но и количественное (с точностью до нескольких процентов) совпадение расчетных и опытных характерных точек границы раздела сред [14, 15].

В настоящей работе рассматривается новая постановка задачи импульсного истечения газодисперсной среды, которая в начальный момент времени неравномерно заполняет цилиндрический канал. Изучается ранний временной интервал истечения, на котором доминируют ударно-волновые физические явления, а также адвекция и деформация энергонесущих объемов газозвеси.

2. Постановка задачи

2.1. Законы сохранения газодисперсной смеси

Запишем законы сохранения двухфазной смеси идеального газа и твердых несжимаемых частиц в двухскоростной двухтемпературной формулировке [16]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}_i) &= 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 \mathbf{v}_1) + \nabla (\rho_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1) + \alpha_1 \nabla p = -\mathbf{F}_\mu, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 \mathbf{v}_2) + \nabla (\rho_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2) + \alpha_2 \nabla p &= \mathbf{F}_\mu, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 e_2) + \nabla \cdot (\rho_2 e_2 \mathbf{v}_2) = Q, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \nabla \cdot (\rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 E_2 \mathbf{v}_2) + \nabla \cdot [p(\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2)] &= 0, \\ \rho_i &= \rho_i^\circ \alpha_i, \quad (i=1,2), \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2, \quad E_i = e_i + \frac{\mathbf{v}_i^2}{2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ_i, α_i – приведенная плотность и объемная доля газа ($i=1$) и частиц ($i=2$); p – давление газа; \mathbf{v}_i – вектор скорости i -й фазы; E_i, e_i – полная и внутренняя энергия единицы массы i -й составляющей двухфазной среды; \mathbf{F}_μ, Q – вектор силы межфазного трения и мощность теплообмена между газом и частицами в единице объема; t – время; символом « \circ » помечены истинные значения плотности фаз.

Для замыкания системы (1) используем уравнение состояния идеального калорически совершенного газа и несжимаемых твердых частиц

$$p = (\gamma_1 - 1) \rho_1^\circ e_1, \quad e_1 = c_v T_1, \quad e_2 = c_2 T_2, \quad \{\gamma_1, c_v, c_2, \rho_2^\circ\} \equiv \text{const},$$

где T_1, T_2 – температуры несущей фазы и частиц; γ_1, c_v – показатель адиабаты и удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; c_2 – удельная теплоемкость частиц. Межфазное трение и теплообмен \mathbf{F}_μ, Q определим из критериальных соотношений [8]

$$\mathbf{F}_\mu = \frac{3}{8} \frac{\alpha_2}{r} C_\mu (\text{Re}_{12}) \rho_1 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|,$$

$$C_\mu = \begin{cases} C_\mu^{(1)} = \frac{24}{\text{Re}_{12}} + \frac{4.4}{\text{Re}_{12}^{1/2}} + 0.42, & \alpha_2 \leq 0.08, \\ C_\mu^{(2)} = \frac{4}{3\alpha_1} \left(1.75 + \frac{150\alpha_2}{\alpha_1 \text{Re}_{12}} \right), & \alpha_2 \geq 0.45, \\ \frac{(\alpha_2 - 0.08)C_\mu^{(2)} + (0.45 - \alpha_2)C_\mu^{(1)}}{0.37}, & 0.08 < \alpha_2 < 0.45, \end{cases}$$

$$Q = \frac{3}{2} \frac{\alpha_2}{r^2} \lambda_1 \text{Nu}_1 (T_1 - T_2),$$

$$\text{Nu}_1 = \begin{cases} 2 + 0.106 \text{Re}_{12} \text{Pr}_1^{1/3} & (\text{Re}_{12} \leq 200), \\ 2.274 + 0.6 \text{Re}_{12}^{0.67} \text{Pr}_1^{1/3} & (\text{Re}_{12} > 200), \end{cases}$$

$$\text{Re}_{12} = 2r \rho_1^\circ \frac{|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|}{\mu_1}, \quad \text{Pr}_1 = \frac{c_v \gamma_1 \mu_1}{\lambda_1},$$

где $\text{Re}_{12}, \text{Nu}_1, \text{Pr}_1$ – числа Рейнольдса, Нуссельта и Прандтля соответственно; C_μ, μ_1, r – коэффициент межфазного трения, динамическая вязкость и радиус частицы.

2.2. Расчетная область, начальные и граничные условия

Рассматривается задача импульсного струйного течения двухфазной среды (газа и частиц) в осесимметричной постановке, расчетная область которой представлена на рис. 1. В начальный момент времени в цилиндрическом канале I длиной $L = 1$ м и радиусом $R = 0.05$ м находится воздух под давлением $p^{(1)} = 10^6$ Па. Канал разделен на две секции с координатами $(x_1, x_2) = (0.6, 0.7)$ и $(x_3, x_4) = (0.9, 1.0)$ м, заполненные порошком со сферическими частицами диаметром $d = 1$ мкм, плотностью $\rho_2^\circ = 2500$ кг/м³ и объемной долей $\alpha_2^{(1)} = 0.5$. Вне канала – невозмущенный воздух под давлением $p^{(0)} = 10^5$ Па. Во всей расчетной области при $t = 0$ газ и частицы находятся в состоянии покоя и термодинамического равновесия $T_i^{(0)} = T_i^{(1)} = 293$ К.

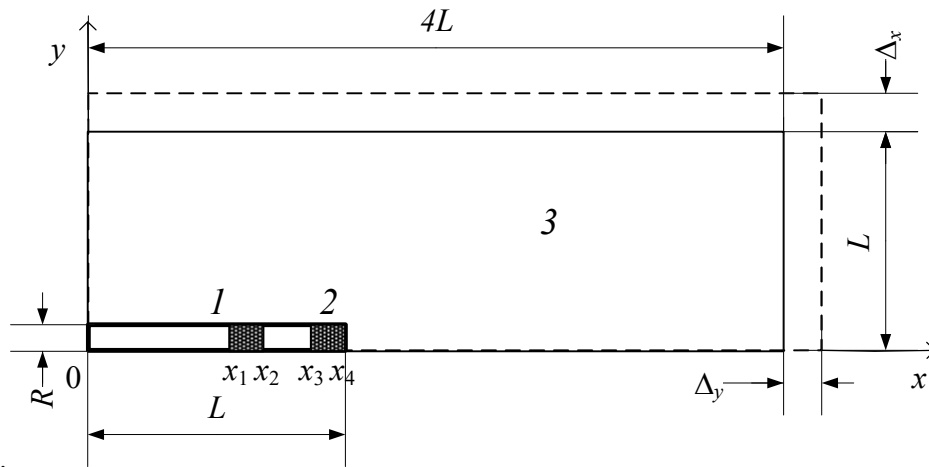


Рис. 1. Расчетная область задачи. Цилиндрический канал – I , секции, заполненные порошком – 2 , окружающая воздушная среда – 3

Задача решалась в цилиндрической системе координат с осью симметрии Ox и радиальным направлением Oy на равномерной сетке с шагом h . На стенках канала задавались граничные условия непротекания, а на внешних границах – «мягкие» краевые условия. Для уменьшения влияния последних на численное решение внутри расчетной области введены зоны с увеличением шагов по оси Δ_x и по радиусу Δ_y (см. рис. 1).

2.3. Метод расчета

Для численного моделирования использован гибридный метод крупных частиц второго порядка аппроксимации по пространству и времени [17], который подтвердил свою эффективность для данного класса задач [4, 10]. Расчеты выполнены с постоянным числом Куранта 0.4. Для обеспечения однородности вычислений в области, занятой газом, концентрация частиц задавалась пренебрежительно малой – $\alpha_2 = 10^{-10}$. Компьютерное моделирование изучаемого явления выполнено с использованием параллельного алгоритма и асинхронного кода на языке FreePascal. Постобработка и визуализация результатов реализована интеграцией с кодом на языке Python библиотекой Matplotlib.

3. Результаты численного моделирования

После мгновенного удаления мембраны в сечении x_4 , отделяющую камеру высокого давления от окружающего воздуха, происходит распад произвольного разрыва и начинается волновое течение неоднородной двухфазной среды. Качественная начальная волновая картина иллюстрируется $x-t$ диаграммой (рис. 2).

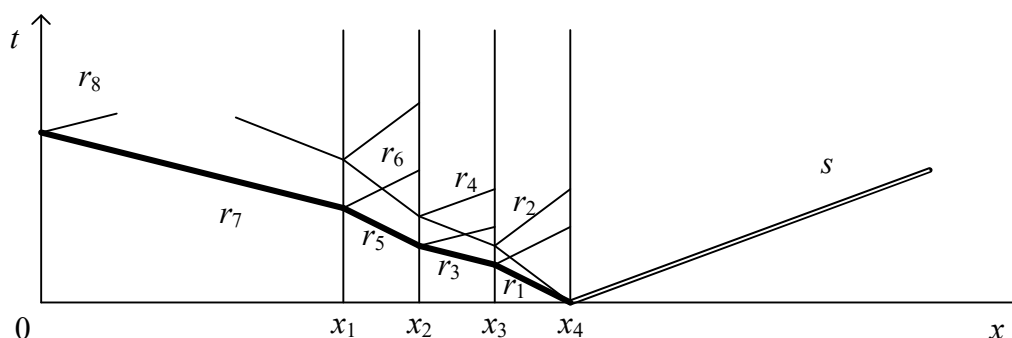


Рис. 2. Волновая картина распада разрыва и волнового течения неоднородной двухфазной среды. Ударная волна – s , падающие r_1, r_3, r_5, r_7 и отраженные r_2, r_4, r_6, r_8 от границ раздела сред волны разрежения

Вправо по газу движется ударная волна s . Ускорение смеси порошка и сжатого воздуха в слое (x_3, x_4) происходит в централизованной волне разрежения r_1 . При достижении первой волны r_1 границы раздела сред в точке x_3 возникает распад разрыва с отраженной r_2 и прошедшей r_3 в воздушный слой волнами разрежения. Далее ситуация качественно повторяется при движении и преломлении волны разрежения на интерфейсных границах x_2, x_1 . А при достижении волны r_7 дна канала, происходит ее отражение r_8 .

Оценим релаксационные свойства газодисперсной среды по параметрам в критическом сечении. Для чего определим характерное число Стокса

$$\text{Stk}^* = \frac{t_2^{(\mu)} v^*}{D}, \quad (2)$$

где $t_2^{(\mu)}$ – время динамической релаксации дисперсной фазы; v^* – критическая скорость двухфазной среды; D – диаметр канала.

Время динамической релаксации ансамбля частиц с объемной долей α_2^* для стокового режима обтекания определим из выражения [18]

$$t_2^{(\mu)} = \frac{2}{9} \frac{\rho_2^{\circ} r^2}{\mu_1 (1 - \alpha_2^*)} \quad (3)$$

Критические величины скорости v^* двухфазной смеси и ее объемной доли α_2^* рассчитываются из точных соотношений для волны разрежения [19] в слое (x_3, x_4) при значении автомодельной переменной $\xi^* = x/a^{(1)}\alpha_1^{(1)}t = 0$

$$\left(\frac{\alpha_2^{(1)} \alpha_1^*}{\alpha_2^* \alpha_1^{(1)}} \right)^{\omega} = \frac{\alpha_1^* + \omega}{\alpha_1^* (1 - \omega \xi^*)}, \quad \omega = \frac{\gamma^* - 1}{2}, \quad \gamma^* = \frac{1 + (\zeta_1 R_1)}{\zeta_1 c_v + \zeta_2 c_2},$$

$$v^* = \frac{2\alpha_1^{(1)} a^{(1)}}{\gamma^* + 2\alpha_1^* - 1} (\alpha_1^* \xi^* + 1), \quad \rho^* = \rho^{(1)} \frac{\alpha_1^*}{\alpha_1^{(1)}} \left(1 - \frac{\gamma^* - 1}{2\alpha_1^{(1)}} \frac{v^*}{a^{(1)}} \right)^{\frac{1}{\omega}}, \quad (4)$$

где γ^* – эффективный показатель адиабаты двухфазной среды; R_1 – газовая постоянная; $\zeta_i = \rho_i/\rho$ – массовые концентрации фаз; $a^{(1)} = (\gamma^* p^{(1)}/\rho^{(1)}\alpha_1^{(1)})^{1/2}$ – равновесная скорость звука в слое (x_3, x_4) .

Подставляя исходные данные задачи в формулы (2)–(4), получим критические значения объемной концентрации частиц $\alpha_2^* = 0.218$, скорости $v^* = 25.5$ м/с, плотности смеси $\rho^* = 547$ кг/м³, откуда определим время динамической релаксации дисперсной фазы $t_2^{(\mu)} = 9.87 \times 10^{-6}$ с и характерное число Стокса $Stk^* = 2.52 \times 10^{-3}$. Приведем также число Рейнольдса газодисперсной смеси в критическом сечении

$$Re = \frac{\rho^* v^* D}{\mu^*} = 4.88 \times 10^7$$

Здесь использована эффективная вязкость газодисперсной среды, уточняющая известную формулу Эйнштейна, для случая значительных концентраций частиц [20]

$$\mu^* = \mu_1 \exp\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{\alpha_2^*}{1 - \alpha_2^*}\right)$$

На рис. 3 для последовательных моментов времени приведены распределения в непрерывной цветовой шкале чисел Маха (отношения скорости несущего газа к его локальной скорости звука $M_1 = |\mathbf{v}_1|/a_1$). А на верхнем слое этого изображения наложены линии равных значений $-\log(\rho_2/\rho_2^{(1)})$ десятичного логарифма с обратным знаком приведенной плотности дисперсной фазы относительно ее начальной величины в секциях, заполненных порошком.

Начало процесса истечения в момент времени $t_1 = 5$ мс показано на рис. 3, а: левая граница первого слоя порошка x_3 движется внутри канала. За выходным сечением канала правая часть объема газодисперсной смеси истекает в неподвижную окружающую воздушную среду на дозвуковой по несущему газу скорости. Частицы порошка аномально группируются в ударно-волновую структуру с формированием первой «бочки» и диска Маха. Этот неочевидный физический эффект был ранее обнаружен, теоретически и экспериментально доказан в работах, например [4].

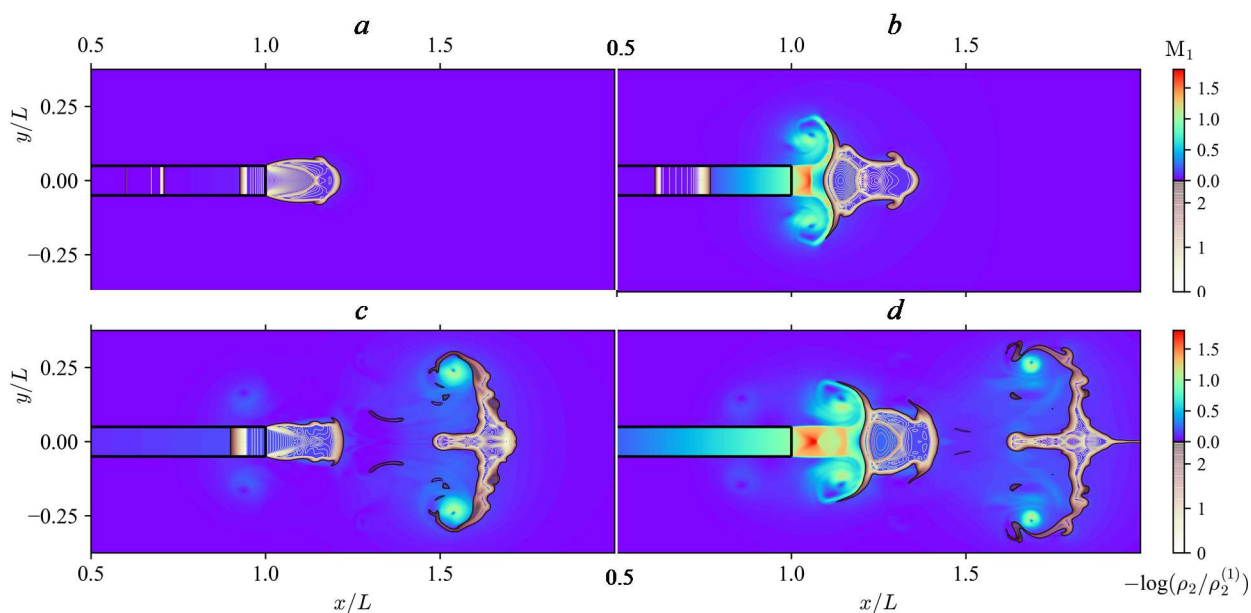


Рис. 3. Распределения в непрерывной цветовой шкале чисел Маха $M_1 = |\mathbf{v}_1|/a_1$ несущего газа и линии равных значений $-\log(\rho_2/\rho_2^{(1)})$ дисперсной фазы для моментов времени 5, 9, 18 и 22 мс соответственно (a–d)

Затем при $t_2 = 9$ мс граница раздела сред x_3 вышла из канала. При этом формируется сверхзвуковой неизобарический поток газа, который воздействует на первый слой газозвеси. Это приводит к деформации слоя и образованию тороидального вихря (рис. 3, b). В последующий момент времени $t_3 = 18$ мс второй слой газодисперсной среды истекает из канала на дозвуковой по несущему газу скорости (рис. 3, c). Наконец, при $t_4 = 22$ мс второй слой покинул канал. Интересно отметить, что в образовавшейся импульсной неоднородной струе одновременно существуют аномальная дозвуковая в слое двухфазной смеси и сверхзвуковая в ее хвостовой части ударно-волновые структуры (рис. 3, d).

Профили относительных величин давления газа $p/p^{(1)}$, приведенной плотности $\rho_2/\rho_2^{(1)}$ и скорости u_2/a_1 частиц для двух моментов времени $t_1 = 5$ и мс показаны на рис. 4, соответственно, (a)–(c) и (d)–(f). В качестве масштабов приняты начальные величины в камере высокого давления – верхний индекс (1), а скорость дисперсной фазы нормирована локальной скоростью звука в несущем газе.

Фронт волны разрежения движется по ломанной траектории (см. рис. 2, жирная линия), что объясняется различными скоростями звука в «чистом» газе $a_1^{(1)} = 343$ м/с и в слое газодисперсной смеси $a^{(1)} = 39.9$ м/с. К моменту времени $t_1 = 5$ мс композиционная волна разрежения прошла газодисперсный объем (x_3, x_4) , газовую прослойку (x_2, x_3) и аналитическое положение ее фронта находится вблизи левой границы секции порошка (x_1, x_2) : $x_r/L = 0.624$, что хорошо воспроизводится в расчете (рис. 4, a–c). Для распределения давления характерно его резкое изменение в области газодисперсной смеси и формирование «полки» в воздушных прослойках (рис. 4, a и d). Газопорошковая среда истекает из канала на существенно дозвуковой скорости по несущему газу (рис. 4, c). Причина аномалии объясняется тем, что мелкодисперсная двухфазная среда подчиняется закономерностям «тяжелого газа», с отличающимися от чистого газа уравнением состояния и эффективной скоростью звука. В работе [10] определена пороговая начальная концентрация частиц газозвеси, при которой происходит смена режима истечения с дозвукового на сверхзвуковой. При выходе газовой прослойки наблюдается ускорение недорасширенного потока за критическим сечением (рис. 4, f), который через прямой скачок уплотнения тормозится перед препятствием в виде газозвеси (см. рис. 3, b).

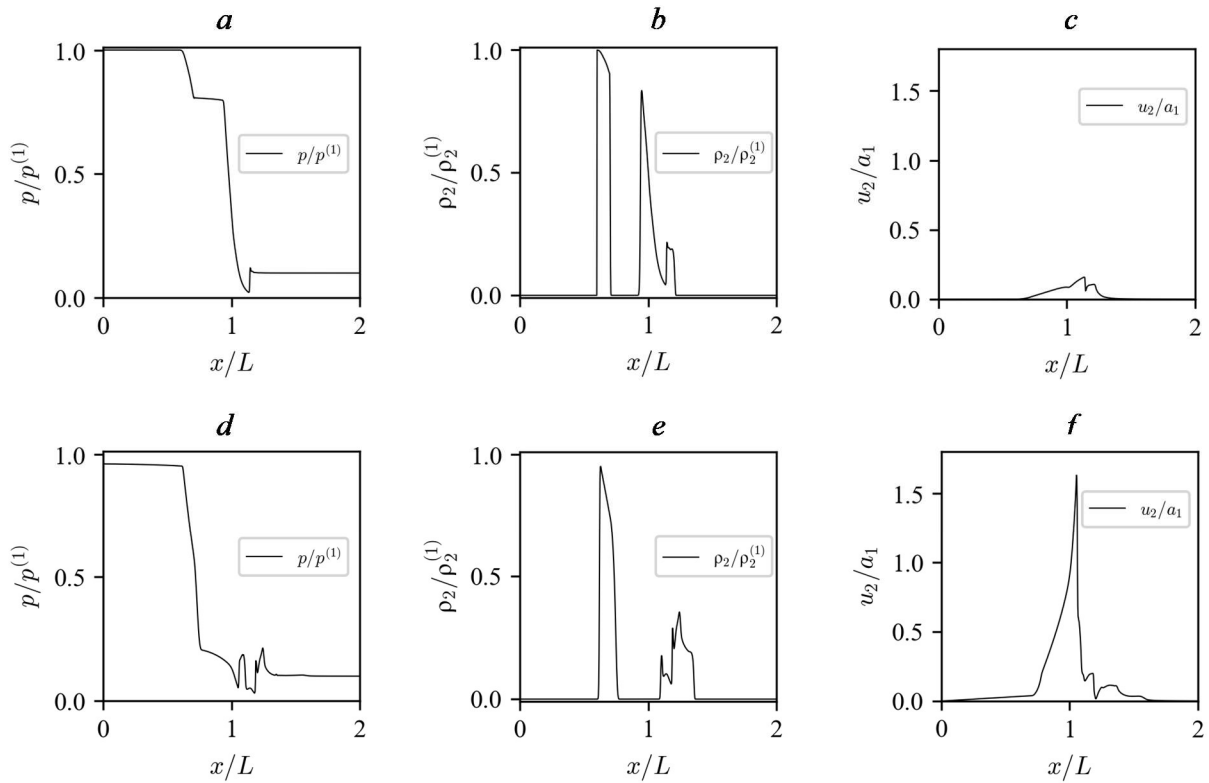


Рис. 4. Профили относительных величин давления газа $p/p^{(1)}$, приведенной плотности $\rho_2/\rho_2^{(1)}$ и скорости u_2/a_1 частиц на оси симметрии для двух моментов времени 5 мс (a)–(c) и 9 мс (d)–(f)

Для проверки влияния численной вязкости выполнены методические расчеты на сетках различного разрешения: при $h/L = 200$ и $h/L = 400$. Результаты пространственного распределения логарифмической функции относительной плотности дисперсной фазы в момент времени $t_4 = 22$ мс представлены на рис. 5, a и b. Поскольку численный метод имеет второй порядок аппроксимации, то сеточные числа Рейнольдса для этих вариантов отличаются в четыре раза. При существенном изменении схемной вязкости положения и формы энергонесущих объемов газодисперсной среды, содержащих большую часть массы частиц, близки. Это подтверждается сопоставлением границ энергонесущих объемов, условно выделенных на рис. 5, c изолинией $-\log(\rho_2/\rho_2^{(1)}) = 2$: синим цветом для сетки $h/L = 200$, красным цветом – $h/L = 400$.

Для практических приложений представляет интерес изменение массового расхода газодисперсной смеси в выходном сечении канала во времени. Его безразмерное значение на единицу площади поперечного сечения $q = (\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2) / (\rho_1^{(1)} + \rho_2^{(1)}) a^{(1)}$ показано на рис. 6 сплошной кривой: при неравномерном начальном заполнении канала порошком (a) и для сравнения при его полном заполнении (b). Штрихпунктирная прямая – это точное значение безразмерного расхода $q^* = \rho^* v^* / (\rho_1^{(1)} + \rho_2^{(1)}) a^{(1)}$, вычисленное по формулам (4) для критических величин плотности ρ^* и скорости v^* двухфазной среды.

На начальном этапе истечение газодисперсной смеси происходит на критическом режиме. Расчетные значения удельного безразмерного расхода q хорошо соответствуют аналитическим q^* . Затем в волне разрежения, отраженной от левой границы слоя (x_3, x_4) , происходит резонансное увеличение потока смеси более, чем в два раза. Выход из канала газовой прослойки сопровождается резким снижением массового расхода, что объясняется различием на два порядка приведенных плотностей газа и порошка. В дальнейшем картина качественно повторяется при резонансном возрастании массового расхода смеси примерно в три раза.

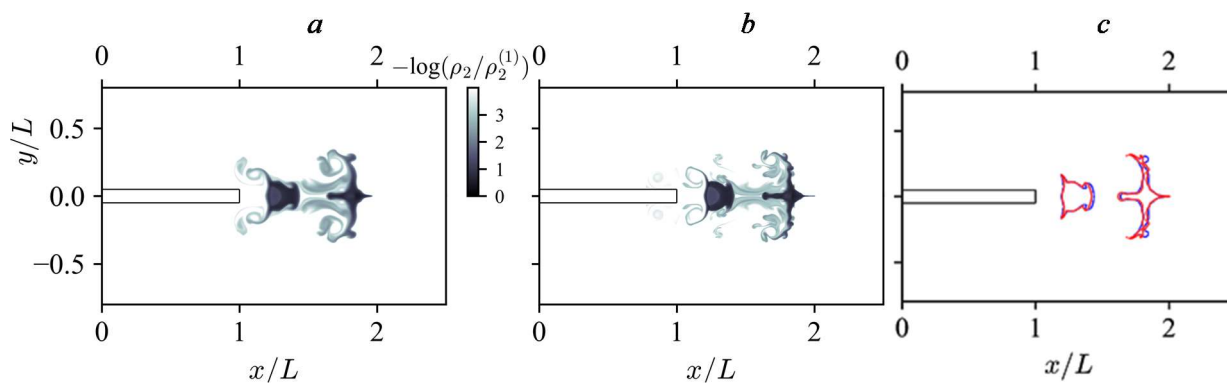


Рис. 5. Распределения в непрерывной шкале оттенков серого логарифмической функции относительной плотности дисперсной фазы $-\log(\rho_2/\rho_2^{(1)})$ в момент времени 22 мс на сетке $h/L=200$ (a) и $h/L=400$ (b). Условные границы энергонесущих объемов –синяя и красная линии соответствуют указанным сеткам

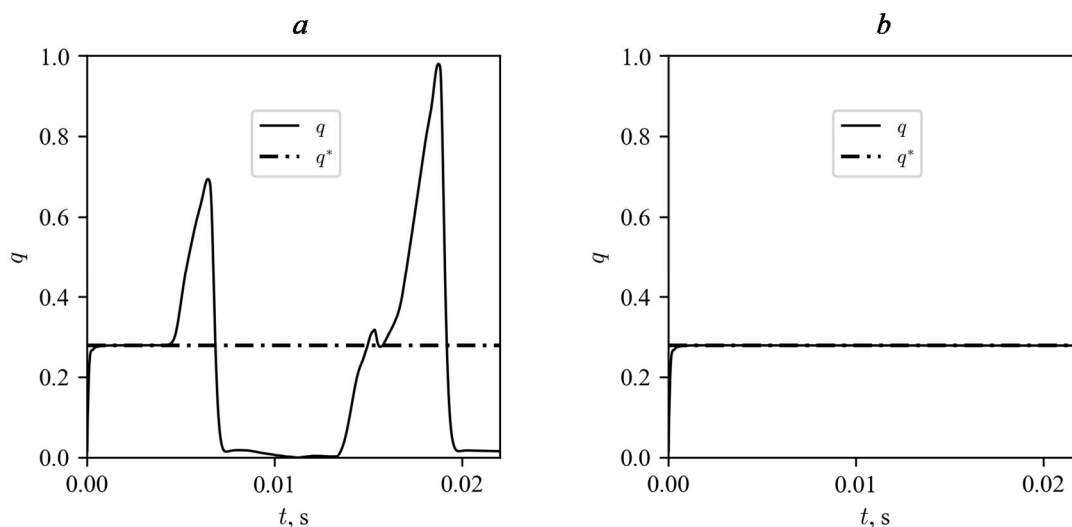


Рис. 6. Изменения во времени безразмерного массового расхода газодисперсной смеси q для случаев неоднородного (a) и однородного (b) начального заполнения канала. Штрих-пунктир – точные критические значения безразмерного массового расхода q^*

4. Заключение

Выполнено численное моделирование импульсного струйного истечения газодисперсной среды из цилиндрического канала с чередованием секций порошка и газовых слоев. Определяющим механизмом динамики неоднородной газозвеси внутри канала (внутренняя баллистика) является композиционная волна разрежения. Истечение смеси газа и частиц порошка в окружающее пространство (внешняя баллистика) происходит в виде пульсирующей недорасширенной струи. Выявлен эффект одновременного существования аномальной дозвуковой в слое двухфазной смеси и сверхзвуковой в ее хвостовой части ударно-волновых структур. Композиционная волна разрежения является причиной резонансного увеличения массового расхода неоднородной газопорошковой смеси по сравнению со случаем равномерного начального заполнения канала рабочей газодисперсной средой. Произведены методические расчеты поставленной задачи на сетках различной детализации. Установлена близость границ энергонесущих объемов газозвеси и их слабая зависимость от численной вязкости для рассматриваемого начального этапа решения задачи. Дальнейшее направление исследований связано с использованием моделей турбулентности с целью моделирования дальнего поля неоднородной струи газозвеси.

Литература

1. Вараксин А.Ю. Двухфазные потоки с твердыми частицами, каплями и пузырями: проблемы и результаты исследований (обзор)//Теплофизика высоких температур. 2020. Т. 58. № 4. С. 646–669.
2. Вараксин А.Ю. Кластеризация частиц в турбулентных и вихревых потоках//Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52. №5. С. 777.
3. Emelyanov V.N., Volkov K.N. Direct Numerical Simulation of Fully Developed Turbulent Gas-Particle Flow in a Duct//Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2022. Vol. 18, No. 3. Pp. 379–395.
4. Садин Д.В., Любарский С.Д., Гравченко Ю.А. Особенности недорасширенной импульсной компактной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц//Журнал технической физики. 2017. Т. 87. № 1. С. 22–26.
5. Голубкина И.В., Осипцов А.Н. Волны уплотнения с частичной и полной дисперсией в газокпельной среде с фазовыми переходами//Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2022. № 3. С. 44–55.
6. Губайдуллин Д. А., Федяев В. Л., Моренко И. В. Математическое моделирование неизотермических процессов струйного напыления полимерных порошковых композиций и формирования защитных покрытий//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2016. Т. 17, вып. 4. <http://chemphys.edu.ru/issues/2016-17-4/articles/656/>
7. Любарский С.Д., Иванов А.С. Движение сжатой двухфазной среды насыпной плотности при внезапном расширении//Физика горения и взрыва. 1989. № 3. С. 78–81.
8. Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Рудаков Д.А. Численное исследование метания слоя порошка сжатым газом//Физика горения и взрыва. 1995. № 4. С. 63–70.
9. Иванов А.С., Козлов В.В., Садин Д.В. Нестационарное истечение двухфазной дисперсной среды из цилиндрического канала конечных размеров в атмосферу//Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 3. С. 60–66.
10. Широкова Е. Н. Моделирование нестационарного течения и перемешивания мелкодисперсной газозвеси в замкнутом объеме гибридным методом крупных частиц//Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2022. Т. 15. № 3. С. 61–70.
11. Садин Д.В. Моделирование импульсного истечения смеси воздуха и мелкодисперсного порошка, частично заполняющего выбросной канал//Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22. № 1. С. 187–192.
12. Тишкин В.Ф., Гасилов В.А., Змитренко Н.В., Кучугов П.А., Ладонкина М.Е., Повещенко Ю.А. Современные методы математического моделирования развития гидродинамических неустойчивостей и турбулентного перемешивания//Математическое моделирование. 2020. Т. 32. № 8. С. 57–90.
13. Quirk J.J., and Karni S. On the Dynamics of a Shock-Bubble Interaction//J. Fluid Mech. 1996. Vol. 318. Pp. 129–163.
14. Wang M., Si T., Luo X. Experimental study on the interaction of planar shock wave with polygonal helium cylinders//Shock Waves. 2015. V. 25. No. 4. Pp. 347–355.
15. Marquina A., Mulet P. A flux-split algorithm applied to conservative models for multicomponent compressible flows//Journal of Computational Physics. 2003. V. 185, No 1. Pp. 120–138.
16. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. В 2 ч. М.: Наука, 1987.
17. Садин Д.В. Модификация метода крупных частиц до схемы второго порядка точности по пространству и времени для ударно-волновых течений газозвеси//Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Математическое моделирование и программирование. 2019. Т. 12. № 2. С. 112–122.

18. Садин Д.В. О жесткости систем дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих движения гетерогенных сред//Математическое моделирование. 2002. Т. 14, № 11, С. 43–53.
19. Садин Д. В. Решение жестких задач течений двухфазных сред со сложной волновой структурой//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2014. Т. 15, вып. 4.
<http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-4/articles/243/>
20. Броунштейн Б.И., Фишбейн Г.А. Гидродинамика, массо- и теплообмен в дисперсных системах. Л.: Химия, 1977. 279 с.

References

1. Varaksin A.Y., Two-Phase Flows with Solid Particles, Droplets, and Bubbles: Problems and Research Results (Review), *High Temp.*, 2020, vol. 58, pp. 595–614.
2. Varaksin A.Y., Clusterization of particles in turbulent and vortex two-phase flows, *High Temp.*, 2014, vol. 52, pp. 752–769.
3. Emelyanov V.N., Volkov K.N., Direct Numerical Simulation of Fully Developed Turbulent Gas–Particle Flow in a Duct, *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2022, vol. 18, no. 3, pp. 379–395.
4. Sadin D.V., Lyubarskii S.D., Gravchenko Y.A., Features of an underexpanded pulsed impact gas-dispersed jet with a high particle concentration, *Technical Physics*, 2017, vol. 62, no. 1, pp. 18–23.
5. Golubkina I.V., Osiptsov A.N., Partly and Fully Dispersed Compression Waves in a Gas-Droplet Mixture with Phase Transitions, *Fluid Dyn.*, 2022, vol. 57, pp. 261–272.
6. Gubaidullin D., Fedyaev V., Morenko I., Mathematical modeling of non-isothermal process of the jet spraying of powder polymeric compositions and the formation of protective coatings, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2016, vol. 17, iss. 4, <http://chemphys.edu.ru/issues/2016-17-4/articles/656/> [in Russian].
7. Lyubarskii S.D., Ivanov A.S., Motion of a compressed two-phase medium of bulk density upon sudden expansion, *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 1989, vol. 25, no. 3, pp. 335–337.
8. Ivandaev A.I., Kutushev A.G., Rudakov D.A., Numerical investigation of throwing a powder layer by a compressed gas, *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 1995, vol. 31, no. 4, pp. 459–465.
9. Ivanov A.S., Kozlov V.V., Sadin D.V., Unsteady flow of a two-phase disperse medium from a cylindrical channel of finite dimensions into the atmosphere, *Fluid Dynamics*, 1996, vol. 31, no. 3, pp. 386–391.
10. Shirokova E. N., Simulation of an unsteady flow and mixing of fine gas suspension in a closed volume by the hybrid method of large particles, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*, 2022, vol. 15, no. 3, pp. 61–70.
11. Sadin D.V., Simulation of the pulsed outflow of air and fine powder mixture, partially filling the discharge channel, *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 187–192. [in Russian].
12. Tishkin V.F., Gasilov V.A., Zmitrenko N.V., et al., Modern Methods of Mathematical Modeling of the Development of Hydrodynamic Instabilities and Turbulent Mixing, *Math Models Comput Simul.*, 2021, vol. 13, pp. 311–327.
13. Quirk J.J., and Karni S., On the Dynamics of a Shock-Bubble Interaction, *J. Fluid Mech*, 1996, Vol. 318, pp. 129–163.
14. Wang M., Si T., Luo X., Experimental study on the interaction of planar shock wave with polygonal helium cylinders, *Shock Waves*, 2015, vol. 25, no. 4, pp. 347–355.
15. Marquina A., Mulet P., A flux-split algorithm applied to conservative models for multicomponent compressible flows, *Journal of Computational Physics*, 2003, vol. 185, no 1, pp. 120–138.
16. Nigmatulin R.I., *Dynamics of multiphase media. In 2 Vols.*, New York, USA, Hemisphere Publ. Corp., 1990.

17. Sadin D.V., A modification of the large-particle method to a scheme having the second order of accuracy in space and time for shockwave flows in a gas suspension, *Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2019, vol. 12, no. 2, pp. 112–122. [in Russian].
18. Sadin D.V., On the stiffness of systems of partial differential equations describing the motion of heterogeneous media, *Mathematical Modelling*, 2002, vol.14, no. 11, pp.43–53. [in Russian].
19. Sadin D., Stiff problems of a two-phase flow with a complex wave structure, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2014, vol.15, iss. 4. <http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-4/articles/243/> [in Russian].
20. Brounshtejn B.I., Fishbejn G.A., *Hydrodynamics, mass and heat transfer in dispersed systems*, Leningrad, Himija, 1977, 279 p. [in Russian].

Статья поступила в редакцию 30 июля 2022 г.