

Modeling the Flow Around a Delta Wing Partially Made of Permeable Material

A. E. Lutsky, A. V. Severin

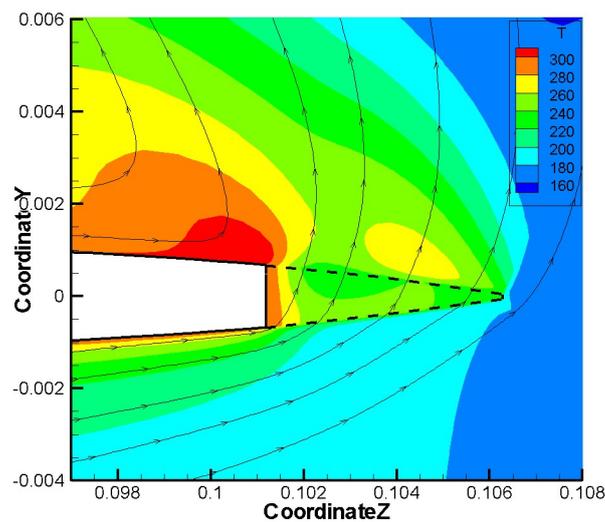
Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, 125047, Russia

alsewerin@yandex.ru

Abstract

Mathematical modeling of a supersonic gas flow around a delta wing at $M=2$ has been carried out. A wing made of a conventional solid material was compared with a wing whose leading edge was made of a porous material with a porosity coefficient of 0.6. The influence of a permeable edge on the flow structure and thermal regime is studied.

Keywords: delta wing, gas dynamics, computational aerodynamics, porous materials.



Temperature and vector lines of the transverse motion velocity field in section $x=0.5$

УДК 532.546, 533.69, 533.6.011.5

Моделирование обтекания треугольного крыла, частично изготовленного из пористого материала

А. Е. Луцкий, А. В. Северин

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
Россия, Москва, 125047, Миусская пл. 4,
alsewerin@yandex.ru*

Аннотация

Выполнено математическое моделирование обтекания треугольного крыла сверхзвуковым потоком газа при $M=2$. Сравнивались крыло, изготовленное из обычного сплошного материала, и крыло, передняя кромка которого выполнена из пористого материала с коэффициентом пористости 0.6. Исследовано влияние пористой кромки на структуру течения и тепловой режим.

Ключевые слова: треугольное крыло, газовая динамика, вычислительная аэродинамика, пористые материалы.

1. Введение

Треугольные (дельтавидные) крылья широко применяются в авиации с 50-х годов XX века. Одним из ярких примеров является истребитель МиГ-21. Дельтавидные крылья имеют и современные истребители Eurofighter Typhoon, Dassault Rafale, Saab JAS 39 Gripen. Также стабилизаторы, горизонтальные рули и другие элементы конструкции летательных аппаратов могут иметь треугольную форму. При различных углах атаки, углах стреловидности и числах Маха набегающего потока возможны десятки различных режимов обтекания подветренной стороны треугольных крыльев, отличающихся количеством и положением продольных вихрей, внутренних скачков уплотнения и других особенностей течения [1]. В частности, для ряда режимов помимо основного вихря наблюдается вторичный отрыв около поверхности крыла вблизи боковой кромки. Исследованию обтекания треугольного крыла посвящено много работ [1–4], и его различные режимы до сих пор не полностью изучены.

Применение новых материалов дает новый предмет для исследований. В последнее время в конструкции летательных аппаратов все шире используются вставки, покрытия и целые конструктивные элементы из пористых материалов. [5–10] Применяются как материалы, созданные на основе металлов (никель, бронза и т.д.), так и углеродные композиты, которые обладают высокой термостойкостью (2500 К) и малым удельным весом. Пористые материалы используются для стабилизации пограничного слоя [5–7], термоизоляции, уменьшения радиолокационной заметности, ослабления вихревого следа за элементами конструкции, прикрывают отверстия для забора воздуха.

Аэродинамика пористых материалов отличается от обычных и требует специальных методов расчета. Здесь существует два основных подхода: рассматривать пористый материал, заполненный воздухом, и воздух без твердой фазы как разные среды, моделируемые разными системами уравнений, или разработать общую математическую модель, описывающую чистый газ и двухфазную среду из газа и твердого пористого материала как частные случаи. В первом случае движение газа в пористом материале описывается законом Дарси, а чистого

газа – обычными уравнениями Навье – Стокса [10], во втором случае обе среды описываются модифицированными уравнениями Навье – Стокса, учитывающими механическое и термодинамическое взаимодействие газа с твердой фазой. В настоящей работе используется второй подход.

2. Математическая модель и численный алгоритм

Для проведения расчетов в данной работе использован пакет программ S3D [11], разработанный и программно реализованный в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Данный комплекс программ предназначен для решения 3-мерных задач аэродинамики. Используется неявная разностная схема, в которой для решения системы линейных уравнений применяется метод LU SGS. Потоки на гранях ячеек вычисляются с помощью интерполяционной схемы С.К. Годунова.

Для описания течений совершенного вязкого сжимаемого газа используется система нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса (URANS) с однопараметрической моделью турбулентности Спаларта – Аллмараса (SA) для сжимаемых течений. Один из расчетов для сплошного крыла был выполнен с использованием модели турбулентности SST Ментера. Для дискретизации уравнений используется метод конечных объемов, который, применим к любой геометрии, оперирует различными сетками и позволяет избежать проблем с метрическими сингулярностями обобщенных координат.

Модель течения газа в пористом материале основана на сужении модели Баера – Нунзиато [12], которая первоначально была разработана для описания процесса горения и детонации гранулированных взрывчатых веществ. Среда в этой модели рассматривается как двухфазный континуум, состоящий из твердого скелетона непрореагировавшего ВВ и газовой фазы продуктов горения. Модель, которую мы используем, является редукцией модели Баера – Нунзиато, состоящей в предположении, что твердый скелетон неподвижен.

Мгновенное состояние газа определяется плотностью ρ , вектором скорости u и давлением p . Газ считается сжимаемой, вязкой и теплопроводной средой. Скелетон считается обладающим теплоемкостью и теплопроводностью, температура газа и скелетона считается одинаковой.

Предполагается, что микроструктура скелетона является изотропной и характеризуется распределением объемной доли скелетона $\varphi = \varphi(x)$. Величина $\alpha = \alpha(x) = 1 - \varphi(x)$ представляет собой локальное распределение пустот (пористость).

Геометрическую форму сплошного твердого тела можно задавать двумя способами: положив $\alpha = 0$ и при помощи граничных условий прилипания. В данной работе поверхности сплошных тел определяются граничными условиями. Отличные от 1 значения α используются только для расчета течения в пористых частях крыла.

В результате мы приходим к следующей системе уравнений, которые в континуальном приближении описывают течение сжимаемой жидкости в стесненных условиях пористого пронцаемого скелетона

$$\frac{\partial \alpha \rho}{\partial t} + \frac{\partial \alpha \rho u_k}{\partial x_k} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \alpha \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \alpha (\rho u_i u_k + p \delta_{ik})}{\partial x_k} = p \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} + \frac{\partial \alpha \tau_{ik}}{\partial x_k} - g_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha \rho E}{\partial t} + \frac{\partial (1 - \alpha) E_s}{\partial t} + \frac{\partial \alpha \rho H u_k}{\partial x_k} = \frac{\partial \alpha \tau_{ik} u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial \theta_k}{\partial x_k} \quad (3)$$

Здесь используются общепринятые обозначения: ρ – плотность; u_k – компоненты вектора скорости; p – давление; $\tau_{ik} = 2\mu_{ef} e_{ik} - 2/3 \mu_{ef} e_{jj} \delta_{ik}$ – тензор вязких напряжений;

$e_{ik} = 0.5(\nabla_i u_k + \nabla_k u_i)$ – тензор скоростей деформаций; $\mu_{ef} = \mu_{mol} + \mu_{turb}$ – эффективная вязкость; $H = E + p/\rho$ – полная энтальпия; $E = E_t + W$ – полная энергия газовой фазы; $E_t = p/\rho(\gamma - 1)$ – внутренняя энергия единицы массы (определяется уравнением состояния идеального калорически совершенного газа); $W = 0.5u_k^2$ – кинетическая энергия единицы массы; $E_s = C_s T$ – тепловая энергия скелетона; C_s – теплоемкость единицы объема твердой фазы; $\theta_k = -\lambda \nabla_k T$ – молекулярный тепловой поток; λ – коэффициент теплопроводности двухфазной среды; T – температура; δ_{ij} – тензор Кронекера.

Коэффициент молекулярной вязкости предполагается функцией локальной температуры воздуха T и задается полуэмпирической формулой Сазерленда. Коэффициент теплопроводности газа λ_g связан с коэффициентом динамической вязкости μ числом Прандтля, которое предполагается постоянным и равным $Pr = 0.733$. Коэффициент теплопроводности твердой фазы λ_s считается постоянным и определяется свойствами материала. Коэффициент теплопроводности двухфазной среды $\lambda = \alpha \lambda_g + (1 - \alpha) \lambda_s$.

Объемная сила g_i в уравнении 2 представляет собой вязкую силу трения, действующую со стороны скелетона на газ. Она зависит от локальной скорости и плотности газа и микроструктуры скелетона (или микроструктуры пор). В общем случае вязкая сила трения может быть записана через коэффициент вязкого сопротивления в форме Эргана [13]

$$g_j = \frac{(1 - \alpha) s_p C_d \rho |\mathbf{u}|}{8},$$

где $s_p = S_{elem}/V_{elem}$ – дисперсность скелетона, равная отношению площади межфазной поверхности к объему скелетона в единице физического объема; C_d – коэффициент сопротивления, определяемый по эмпирическим формулам Эргана в зависимости от числа Рейнольдса и пористости (табл. 1).

Таблица 1

Формулы для вычисления коэффициентов сопротивления в пористом материале

Интервал α	Формула C_d
< 0.055	$C_1 = 396000/Re^{0.54045} + 2240$
$0.055 \div 0.12$	$C_2 = \frac{85.12}{\alpha - 0.054} \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha Re} \right)^{7.07\alpha + 0.1516} + \frac{2.24}{\alpha - 0.054}$
$0.12 \div 0.4$	$C_3 = \frac{66.4}{\alpha - 0.068} \times \frac{1 - \alpha}{\alpha Re} + \frac{0.696}{\alpha - 0.1}$
$0.4 \div 0.75$	$C_4 = 200 \frac{1 - \alpha}{\alpha Re} + 2.33$
$0.75 \div 0.92$	$C_5 = \frac{C_4(0.92 - \alpha) + C_6(\alpha - 0.75)}{0.92 - 0.75}$ (интерполяция C_4 и C_6)
> 0.92	$C_6 = \frac{24}{Re} + \frac{4.4}{\sqrt{Re}} + 0.42$

Более полное описание используемых численных алгоритмов и математической модели можно найти в [14].

Параллельные алгоритмы численного решения были реализованы на многопроцессорной системе К-100 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [15].

3. Постановка задачи

Исследовалось треугольное крыло со стреловидностью 78° . Профиль крыла симметричен и имеет форму параболы. Длина профиля 526 мм, толщина 15.8 мм. Кромки крыла имеют затупление 0.1 мм. Сравнивались крыло из обычного сплошного материала и крыло, у которого кромка вдоль переднего края изготовлена из пористого материала с коэффициентом пористости 0.6 и характерным размером пор 0.1 мм. Ширина кромки в поперечном направлении 5 мм. Также из пористого материала состоит передняя часть крыла на протяжении 52 мм от носа. (рис. 1.)

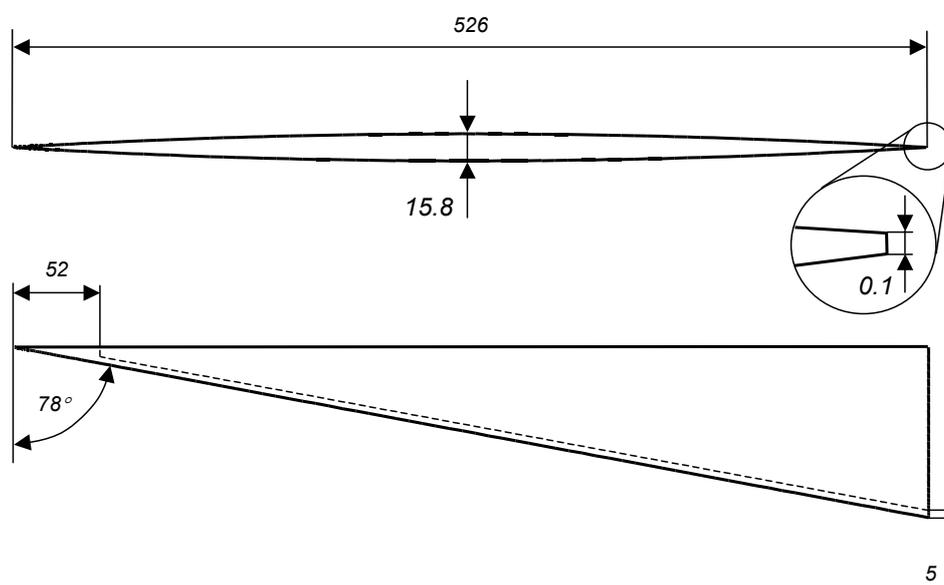


Рис. 1. Схема крыла. Пунктирная линия обозначает границу проницаемой части

Выполнены расчеты для 3 вариантов:

- 1) полностью сплошного крыла;
- 2) крыла с пористой кромкой из материала с низкой теплопроводностью;
- 3) крыла с пористой кромкой из материала с высокой теплопроводностью.

Во всех трех случаях $M = 2$, $Re = 2.6 \times 10^6$, угол атаки $\alpha = 14^\circ$.

Данное число Маха типично для летательных аппаратов, использующих дельтавидные крылья. Также эти параметры набегающего потока выбраны для сравнения с экспериментом из работы [1].

Во втором расчете теплопроводность считается равной $2 \text{ Вт}/(\text{м}^*\text{К})$, что соответствует теплопроводности стекла или керамики. В третьем – $400 \text{ Вт}/(\text{м}^*\text{К})$, что является типичным значением для металлов и некоторых других материалов с высокой теплопроводностью. Примерно такую теплопроводность имеет медь.

Расчет выполнялся на блочно-регулярных сетках разной размерности. Грубые сетки состояли из около 1 млн. гексаэдрических ячеек, подробные – из 5 млн. (рис. 2, 3.) Безразмерная координата y^+ ближайших к поверхности ячеек в первом случае 6.7, во втором 1.6.

На внешних границах заданы граничные условия сверхзвукового входа, истечения и плоскости симметрии. На поверхности крыла и на границе между сплошной и проницаемой частями крыла - изотермическое условие прилипания с температурой 300 К.

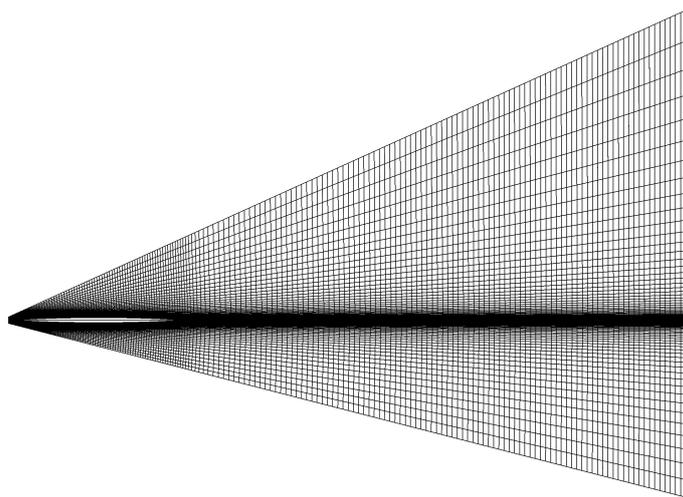


Рис. 2. Сетка в плоскости симметрии

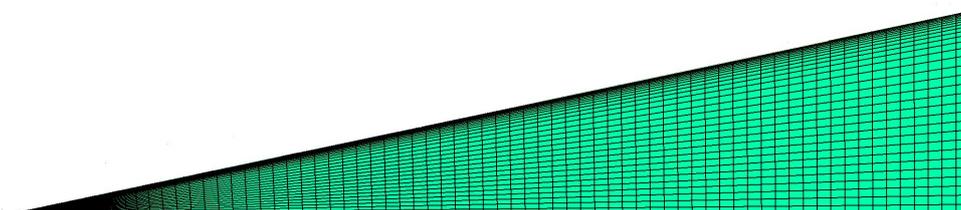


Рис. 3. Сетка на поверхности крыла

4. Результаты

В результате расчета получена типичная для треугольного крыла картина течения. На рис. 4 показаны число Маха в сечениях $x = 0.03, 0.1 \div 0.5$ для сплошного крыла. На рис. 5 – несколько линий тока и давление в сечении $x = 0.5$. Видны область сжатия, возникающая под крылом, пограничный слой и область разрежения над крылом. Над крылом возникает вихревое течение, но поперечная скорость значительно меньше продольной, поэтому большая часть воздуха за время движения над крылом совершает менее одного оборота. Течение в пограничном слое и вихревой зоне турбулентное.

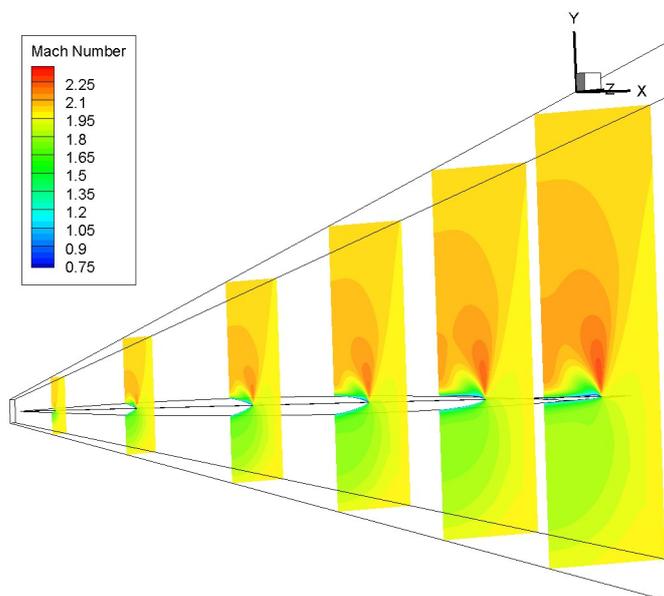


Рис. 4. Числа Маха при обтекании сплошного крыла

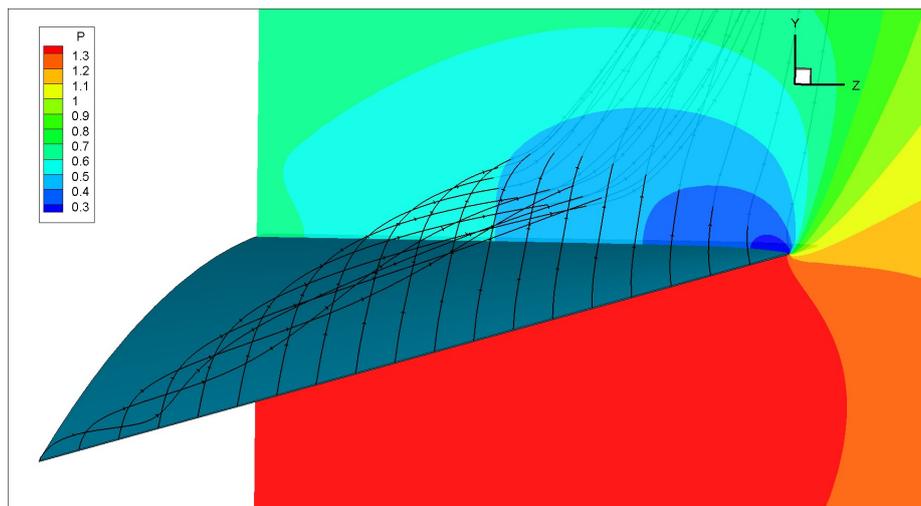


Рис. 5. Линии тока и относительное давление P/P_∞ в сечении $x=0.5$ при обтекании сплошного крыла

Получено качественное совпадение результатов с экспериментом из работы [1]. На рис. 6 показаны коэффициенты давления в сечении $x=0.468$ для сплошного крыла. На рисунке показаны результаты для моделей SST и Спаларта – Аллмараса в сравнении с экспериментом. Существенные отличия от эксперимента и результатов двух моделей наблюдаются в окрестности вторичного отрыва. Этот факт согласуется с выводом многих авторов [16] о том, что недостатки подхода RANS в сравнении с вихреразрешающими методами (LES, DES, IDDES и др.) проявляются именно при моделировании областей отрыва.

Отличия давления между сплошным крылом и сплошной частью крыла с проницаемой кромкой в данном сечении незначительны.

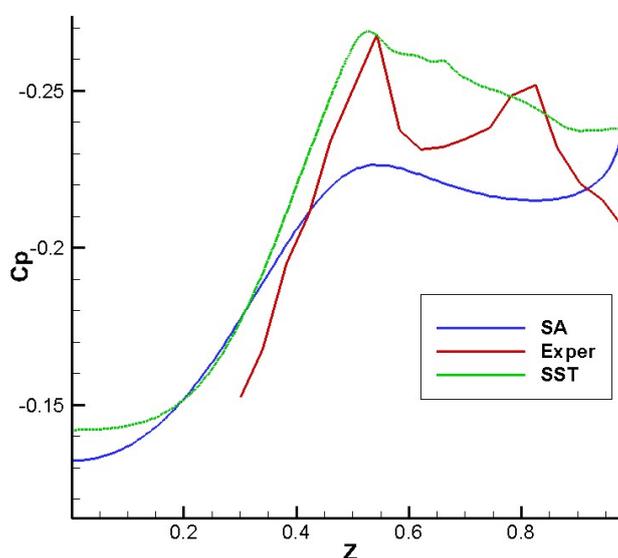


Рис. 6. Коэффициенты давления в сечении $x=0.468$ для двух моделей турбулентности в сравнении с экспериментом

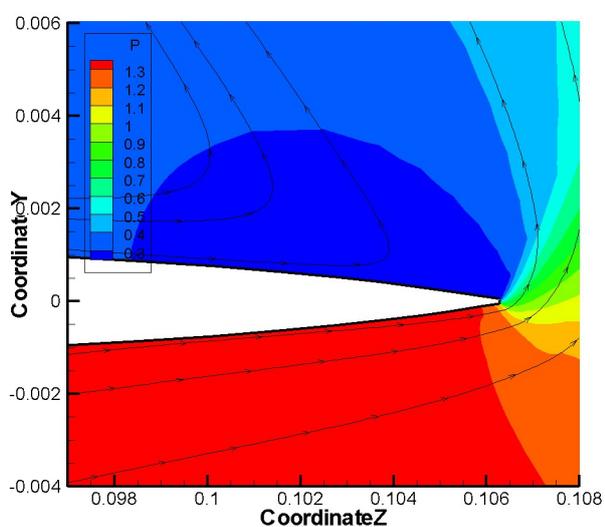
Течение вокруг крыльев с пористыми кромками качественно похоже, но интегральные характеристики заметно отличаются. Отличия для материала с высокой теплопроводностью – порядка 1 %, что не очень много, но показывает, что теплопроводность в принципе влияет на такие течения. В таблице 2 приведены коэффициенты сопротивления и подъемной силы для трех вариантов расчета с учетом сил, действующих на проницаемый материал.

Таблица 2

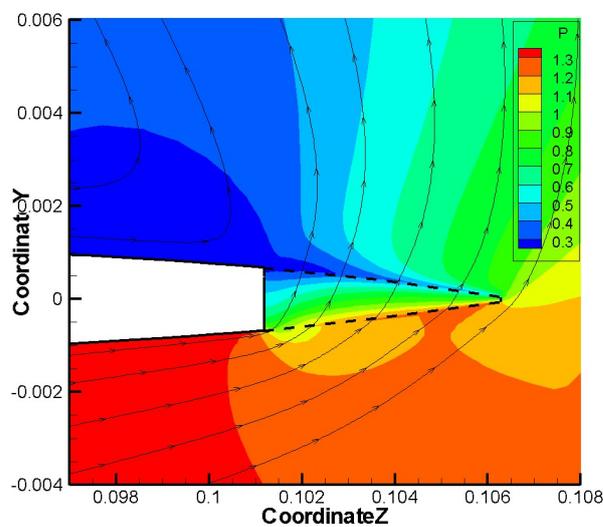
Коэффициенты сопротивления и подъемной силы для трех вариантов расчета

	Сплошное крыло	Низкая теплопроводность	Высокая теплопроводность
C_D	0.103	0.096	0.095
C_L	0.342	0.318	0.314

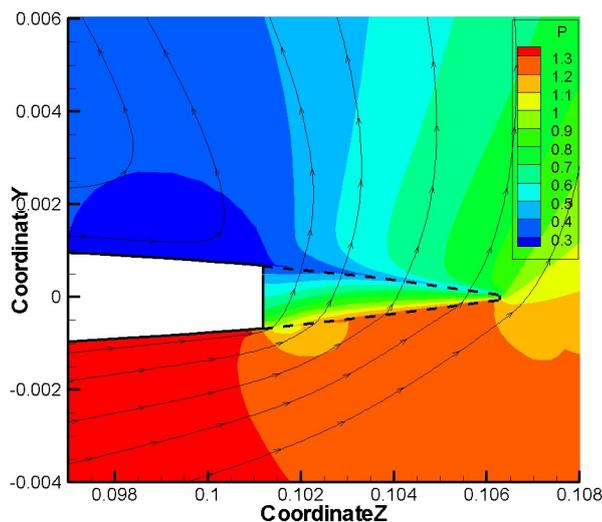
На рис. 7 показана картина течения у внешнего края крыла для трех случаев. Изображены давление и векторные линии поля скоростей поперечного движения в сечении $x = 0.5$. (Векторные линии поля скоростей представляют собой аналог линий тока, но построены только по поперечным компонентам скорости v_y и v_z , без v_x .)



1) сплошное крыло



2) проницаемая кромка с низкой теплопроводностью

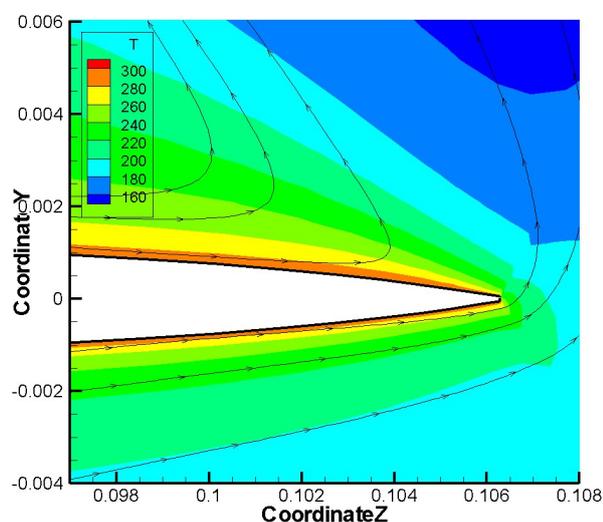


3) проницаемая кромка с высокой теплопроводностью

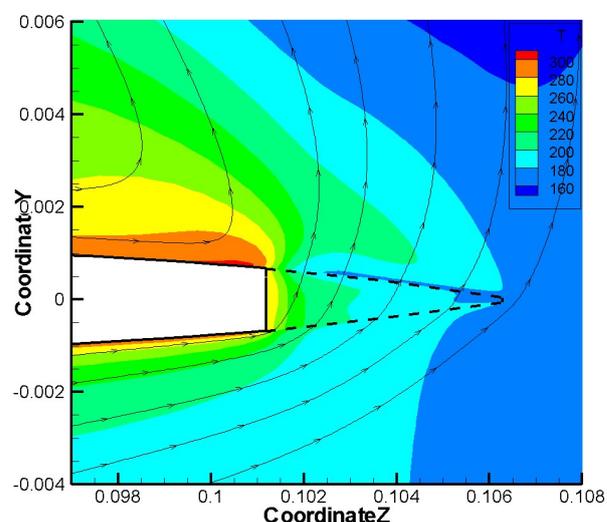
Рис. 7. Давление и векторные линии поля скоростей поперечного движения в сечении $x = 0.5$ у внешнего края крыла

Видно, как воздух протекает сквозь проницаемый материал и распределение давления внутри материала. Интересен локальный минимум давления на нижней поверхности вблизи границы между проницаемой кромкой и сплошной частью крыла. По-видимому, он вызван тем, что над крылом в этом месте находится область разрежения, и воздух более интенсивно перетекает сквозь проницаемый материал, тогда как ближе к краю давление над крылом выше, и это приводит к тому, что и под крылом давление повышается. Материал с высокой теплопроводностью оказывает большее сопротивление протекающему сквозь него воздуху за счет более высокой молекулярной вязкости газа при большей температуре, поэтому давление на нижней поверхности проницаемой кромки выше. Но это не оказывает большого влияния на подъемную силу, потому что площадь проницаемой кромки мала.

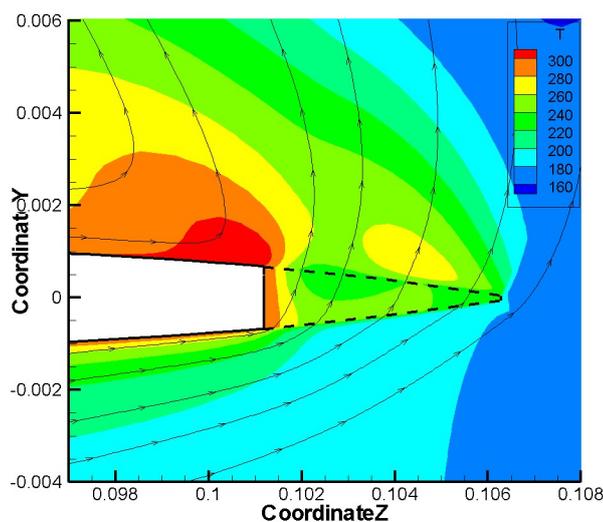
На рис. 8 показано распределение температур в тех же местах, которые показаны на рис. 7. Как и следовало ожидать, воздух нагревается, проходя сквозь проницаемый материал, поэтому даже при низкой теплопроводности материала слой подогретого воздуха над крылом становится толще. Еще сильнее этот эффект проявляется при высокой теплопроводности, поскольку температура внутри материала здесь выше.



1) сплошное крыло



2) проницаемая кромка с низкой теплопроводностью



3) проницаемая кромка с высокой теплопроводностью

Рис. 8. Температура и векторные линии поля скоростей поперечного движения в сечении $x = 0.5$ у внешнего края крыла

Изменение теплового режима состоит как в появлении локальных областей повышенной температуры (см. рис. 8), так и в повышении температуры во всей зоне разрежения над крылом (рис. 9). Локальные области повышенной температуры находятся вблизи края крыла – месте, которое играет ключевую роль в генерации турбулентности. На рис. 10 показана турбулентная вязкость, отнесенная к молекулярной, вычисленная при помощи модели Спаларта – Аллмараса. Проницаемая кромка, как и любая неоднородность поверхности, является генератором турбулентности, поэтому турбулентная вязкость у крыла с проницаемой кромкой и низкой теплопроводностью несколько выше ($\mu_t/\mu_m = 120$ вместо 100). Но в третьем варианте из-за большей температуры и большей молекулярной вязкости, турбулентная вязкость генерируется значительно меньше и максимальное значение в вихревой зоне над крылом $\mu_t/\mu_m = 47$.

На рис. 9 показаны профили распределения температуры в плоскости симметрии в точках $x = 0.1, 0.3, 0.5$. Расстояние до поверхности в метрах. Видно, что наличие проницаемой кромки приводит к существенному прогреву газа. Интересно, что для материала с высокой теплопроводностью температура выше только в средней части крыла ($x = 0.3$), в начале и у задней кромки температура либо практически одинаковая, либо выше для материала с низкой теплопроводностью.

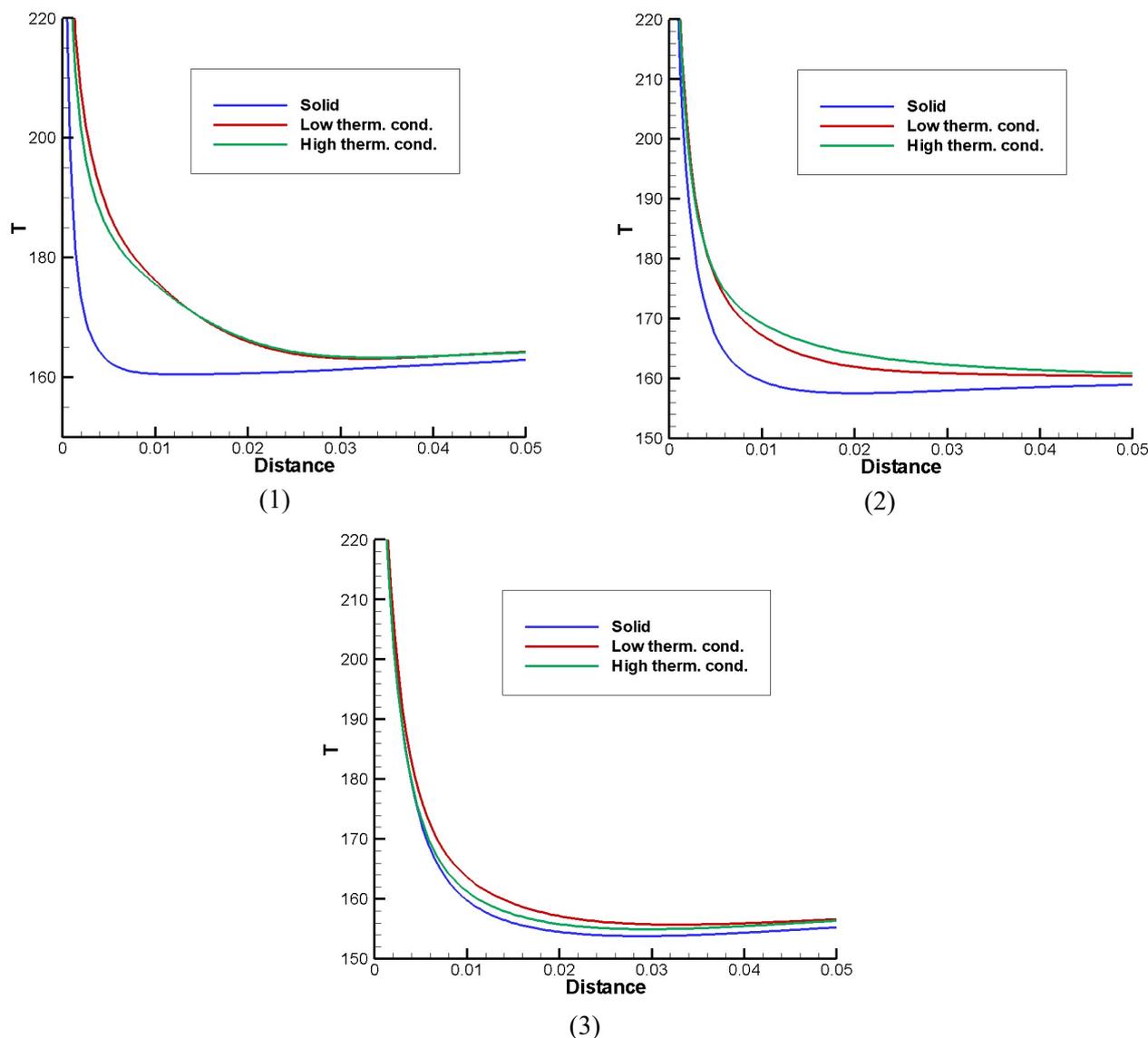


Рис. 9. Профили температур в зависимости от расстояния до поверхности в точках $x = 0.1$ (1), $x = 0.3$ (2), $x = 0.5$ (3) в плоскости симметрии

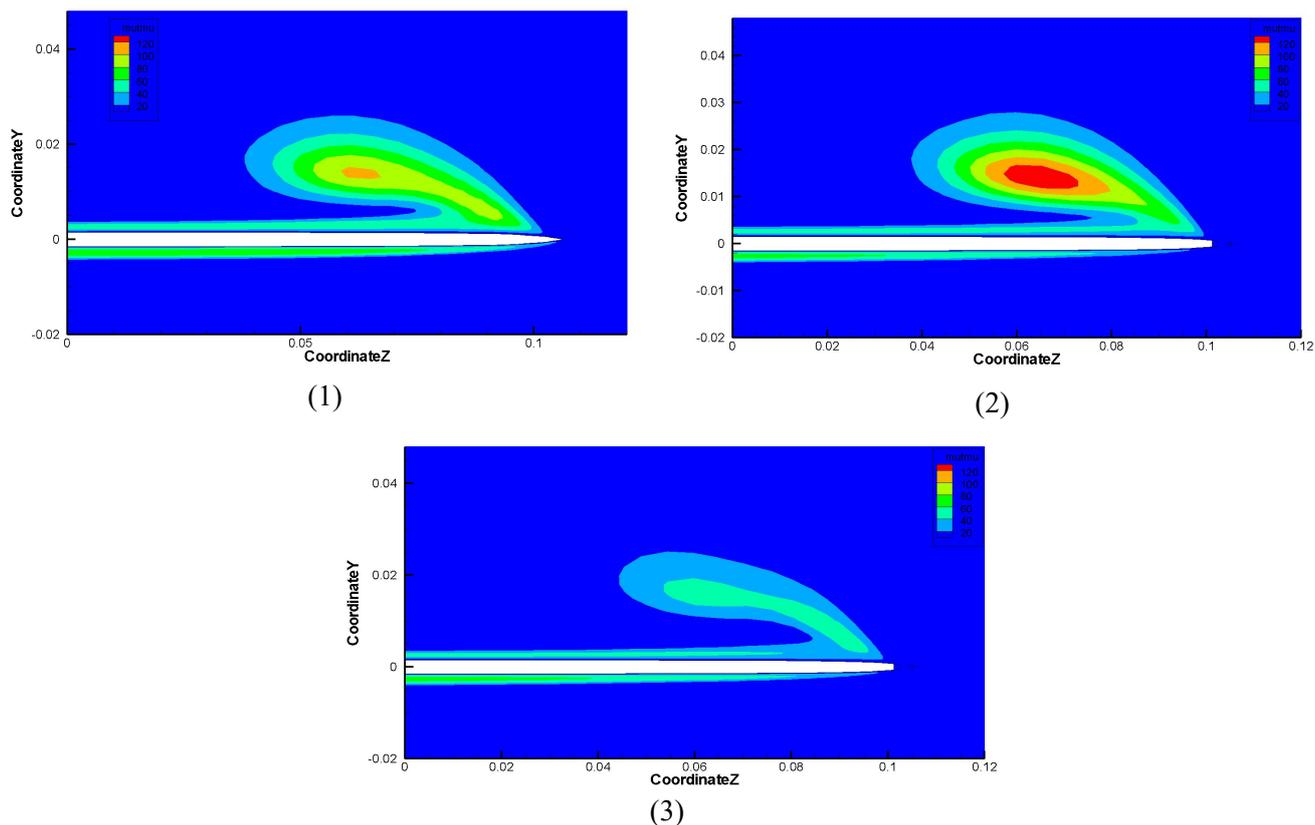


Рис. 10. Турбулентная вязкость, отнесенная к молекулярной, в сечении $x=0.5$. 1) сплошное крыло, 2) крыло с проницаемой кромкой низкой теплопроводности, 3) то же высокой теплопроводности.

Следствием наличия проницаемой кромки является увеличение интенсивности вихревого течения (рис. 11). Показана поперечная скорость v_z (10^3 м/с) в сечении $x=0.5$ на вертикальной линии, проходящей через центр вихря. Центр вихря определялся как точка, в которой поперечные компоненты скорости v_y и v_z равны нулю. Видно, что для случаев проницаемой кромки поперечная скорость выше, причем этот эффект сильнее выражен при низкой теплопроводности.

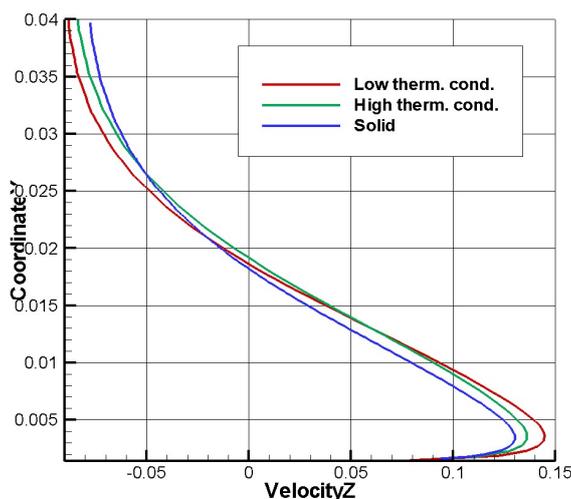
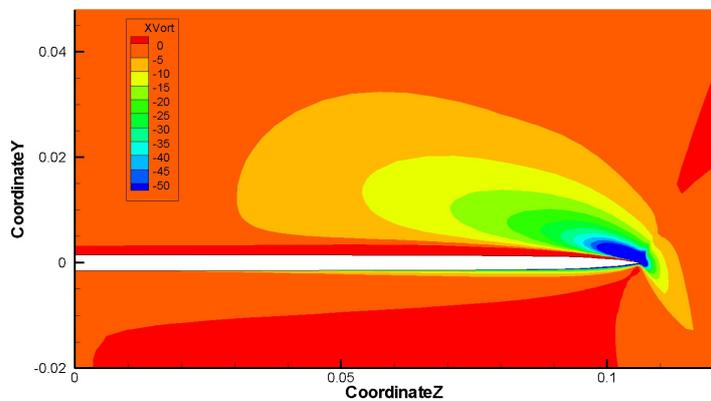


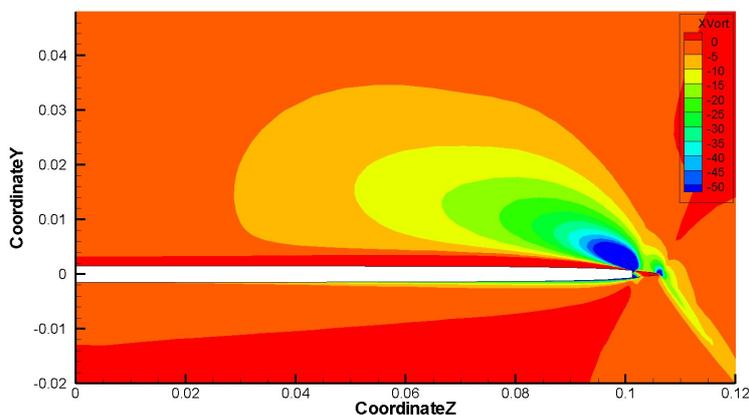
Рис. 11. Поперечная скорость на линии, проходящей через центр вихря, $x=0.5$

На рис. 12 показано распределение продольной завихренности $\Omega_x = \partial u_z / \partial y - \partial u_y / \partial z$ в сечении $x=0.5$ для сплошного крыла (вариант 1) и крыла с проницаемой кромкой низкой теплопроводности (вариант 2). (Варианты низкой и высокой теплопроводностью в данном

случае практически идентичны.) Видно, что в случае сплошного крыла существует одна область большой отрицательной завихренности вблизи края, а в случае проницаемой кромки – две: у границы между сплошной и проницаемой частями крыла и у края проницаемой. Также область отрицательных значений завихренности больше по y .



(1)



(2)

Рис. 12. Распределение завихренности. 1) сплошное крыло, 2) крыло с проницаемой кромкой.

5. Выводы

Структура течения вокруг треугольного крыла с проницаемой кромкой качественно похожа на течение вокруг такого же крыла из сплошного материала. Сила сопротивления и подъемная сила уменьшаются. Теплопроводность материала, из которого изготовлена проницаемая кромка влияет на аэродинамические характеристики. Эффект не очень большой, но заметный – различие порядка 1 % между материалами с низкой и высокой теплопроводностью. Эффект уменьшения силы сопротивления и подъемной силы больше у материалов с высокой теплопроводностью.

Благодарности и ссылки на гранты

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-21-00470.

Литература

1. Бродецкий М. Д., Краузе Э., Никифоров С. Б., Павлов А. А., Харитонов А. М., Шевченко А. М. Развитие вихревых структур на подветренной стороне треугольного крыла // Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 42. № 2. С. 68–80.

2. Сильвестров П. В., Крюков И. А., Обносов Б. В. Численное моделирование гиперзвукового обтекания треугольного крыла // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2018. Т. 19, вып.1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-1/articles/733/>. <http://doi.org/10.33257/PhChGD.19.1.733>
3. Горенбух П. И., Носов В. В. Совместное влияние вязкости и затупления на аэродинамическое качество треугольного крыла в потоке с большой сверхзвуковой скоростью // Ученые записки ЦАГИ. 1989. Т. 20. № 3. С. 30–36.
4. Luckring J. M. The discovery and prediction of vortex flow aerodynamics // The Aeronautical Journal, June 2019, Vol. 123. No 1264, pp. 729–804.
5. Корнилов В. И., Бойко А. В. Экспериментальное моделирование вдува воздуха в турбулентный пограничный слой при помощи внешнего напорного потока // Журнал технической физики. 2016. Т. 86, вып. 10. С. 8–46.
6. Лысенко В. И., Смородский Б. В., Ермолаев Ю. Г., Гапонов С. А., Косинов А. Д., Семенов Н. В., Яцких А. А. Влияние инъекции тяжелого газа в пристеночный слой сверхзвукового пограничного слоя на его переход // Сибирский физический журнал. 2017. Т. 12, № 1. С. 50–56.
7. Шиплюк А. Н., Буров Е. В., Маслов А. А., Фомин В. М. Влияние пористых покрытий на устойчивость гиперзвуковых пограничных слоев // Прикладная Механика и Техническая Физика (ПМТФ). 2004. Т. 45, № 2. С. 169–176.
8. Фомин В. М., Запрягаев В. И., Локотко А. В., Волков В. Ф., Луцкий А. Е., Меньшов И. С., Максимов Ю. М., Кирдяшкин А. И. Аэродинамические характеристики тела вращения с газопроницаемыми участками поверхности // Прикладная Механика и Техническая Физика (ПМТФ). 2010. Т. 51, № 1. С. 79–88.
9. Фомин В. М., Миронов С. Г., Сердюк К. М. Снижение волнового сопротивления тел в сверхзвуковом потоке с помощью пористых материалов // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35, вып. 3.
10. Постников Б. В., Ломанович К. А., Пономаренко Р. А., Воздействие газопроницаемых материалов с изменяемой пористостью на отрывное течение при сверхзвуковом обтекании прямого уступа // Теплофизика и аэромеханика, 2018. Т. 25, № 2.
11. Меньшов И. С., Северин А. В. Программный комплекс S3D. https://cfd.imamod.ru/FILES/2015/2015_CFDWeekend_Abstracts.pdf
12. Baer M. R., Nunziato J. W. A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (DDT) in reactive granular materials // Int. J. Multiphase Flow. 1986. V. 12, issue 6, pp. 861–889. [https://doi.org/10.1016/0301-9322\(86\)90033-9](https://doi.org/10.1016/0301-9322(86)90033-9)
13. Ergun S. Fluid flow through packed columns // Chem. Eng. Prog. 1952. V. 48, issue 2, pp. 89–94.
14. Северин А. В., Луцкий А. Е., Меньшов И. С. Управление высокоскоростным течением в канале при помощи пористых вставок // Матем. моделирование. 2022. Т. 34, № 4, С. 100–112. <https://doi.org/10.20948/mm-2022-04-07>
15. Вычислительные комплексы МВС-Экспресс, К-100 и К-60 ИПМ РАН. <http://www.kiam.ru>
16. Гарбарук А. В. Современные подходы к моделированию турбулентности: учеб. пособие / А. В. Гарбарук [и др.]. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2016. 234 с.

References

1. Brodetsky M. D., Krause E., Nikiforov S. B., Pavlov A. A., Kharitonov A. M., Shevchenko A. M., Evolution of Vortex Structures on the Leeward Side of a Delta Wing, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2001, vol. 42, pp. 243–254. <https://doi.org/10.1023/A:1018819717933>
2. Silvestrov P. V., Kryukov I. A., Обносов B. V., Numerical simulation of hypersonic flow around a triangular wing, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2018, vol. 19, no. 1. [in Russian]. <http://doi.org/10.33257/PhChGD.19.1.733>

3. Gorenbukh P. I., Nosov V. V., Combined influence of viscosity and bluntness on the aerodynamic quality of a delta wing in a flow with high supersonic speed, *Uchenye zapiski TsAGI*, 1989, vol. 20, no. 3, pp. 30–36 [in Russian].
4. Luckring J. M., The discovery and prediction of vortex flow aerodynamics, *The Aeronautical Journal*, 2019, vol. 123, no. 1264, pp. 729–804. <https://doi.org/10.1017/aer.2019.43>
5. Kornilov V. I., Boiko A. V., Experimental modeling of air blowing into a turbulent boundary layer using an external pressure flow, *Tech. Phys.*, 2016, vol. 61, pp. 1480–1488. <https://doi.org/10.1134/S1063784216100170>
6. Gaponov S. A., Ermolaev Y. G., Zubkov N. N., et al., Investigation of the effect of heavy gas injection into a supersonic boundary layer on laminar-turbulent transition, *Fluid Dyn.*, 2017, vol. 52, pp. 769–776. <https://doi.org/10.1134/S0015462817060052>
7. Shiplyuk A. N., Burov E. V., Maslov A. A., et al., Effect of Porous Coatings on Stability of Hypersonic Boundary Layers, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2004, vol. 45, pp. 286–291. <https://doi.org/10.1023/B:JAMT.0000017593.33499.c4>
8. Fomin V. M., Zapryagaev V. I., Lokotko A. V., et al., Aerodynamic characteristics of a body of revolution with gas-permeable surface areas, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2010, vol. 51, pp. 65–73. <https://doi.org/10.1007/s10808-010-0010-5>
9. Fomin V. M., Mironov S. G. & Serdyuk K. M., Reducing the wave drag of bodies in supersonic flows using porous materials, *Tech. Phys. Lett.*, 2009, vol. 35, iss. 3, pp. 117–119. <https://doi.org/10.1134/S1063785009020060>
10. Postnikov B. V., Lomanovich K. A. & Ponomarenko R. A., Action of gas-permeable materials of varied porosity on the supersonic separated flow over a forward-facing step, *Thermophys. Aeromech.*, 2018, vol. 25, pp. 191–197. <https://doi.org/10.1134/S086986431802004X>
11. Menshov I. S., Severin A. V., *Software complex S3D*. [in Russian]. https://cfd.imamod.ru/FILES/2015/2015_CFDWeekend_Abstracts.pdf
12. Baer M. R., Nunziato J. W., A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (DDT) in reactive granular materials, *Int. J. Multiphase Flow*, 1986, vol. 12, issue 6, pp. 861–889. [https://doi.org/10.1016/0301-9322\(86\)90033-9](https://doi.org/10.1016/0301-9322(86)90033-9)
13. Ergun S., Fluid flow through packed columns, *Chem. Eng. Prog.*, 1952, vol. 48, issue 2, pp. 89–94.
14. Severin A. V., Lutsky A. E., Menshov I. S., High-Speed Channel Flow Control with Porous Inserts, *Math. Models Comput. Simul.*, 2022, vol. 14, pp. 937–945. <https://doi.org/10.1134/S2070048222060151>
15. *Computing complexes MVS-Express, K-100 and K-60 KIAM RAS*. [in Russian]. <http://www.kiam.ru>
16. Garbaruk A. V., *Modern approaches to turbulence modeling: textbook*. allowance / A.V. Garbaruk [etc.]. St. Petersburg : Publishing House Polytechnic. Univ., 2016. 234 p. [in Russian]

Статья поступила в редакцию 14 сентября 2023 г.