

# Three-dimensional calculation of double cone 25°/55° aerothermodynamics using a family of computer codes UST3D

Koryukov I.A.<sup>1</sup>, Silvestrov P.V.<sup>1</sup>, Ishin D.V.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>JSC "Tactical Missile Corporation", Korolev, Moscow region, 141080, Russian.

<sup>2</sup>Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian academy of Sciences, Moscow, 119526, Russian.

[iakoryukov@mail.ru](mailto:iakoryukov@mail.ru)

## Annotation

A numerical modeling of the three-dimensional flow around a 25°/55° double cone by a high-velocity gas flow on an unstructured grid is carried out. Numerical simulation was carried out in N<sub>2</sub> (nitrogen) gas. For numerical simulation, the author's computer codes UST3D-AUSMUP2, UST3D-AUSMPW and USTFEN, developed at IPMech RAS, were used. These computer codes are based on the model of the complete system of Navier-Stokes equations for a perfect gas, which is solved by different methods on an unstructured grid. Validation and verification of the obtained results were carried out. For numerical simulation of the flow, a geometric model of a double cone 25°/55° was constructed.

Keywords: Double cone, Navier-Stokes equations, UST3D, USTFEN, unstructured mesh, verification, validation.

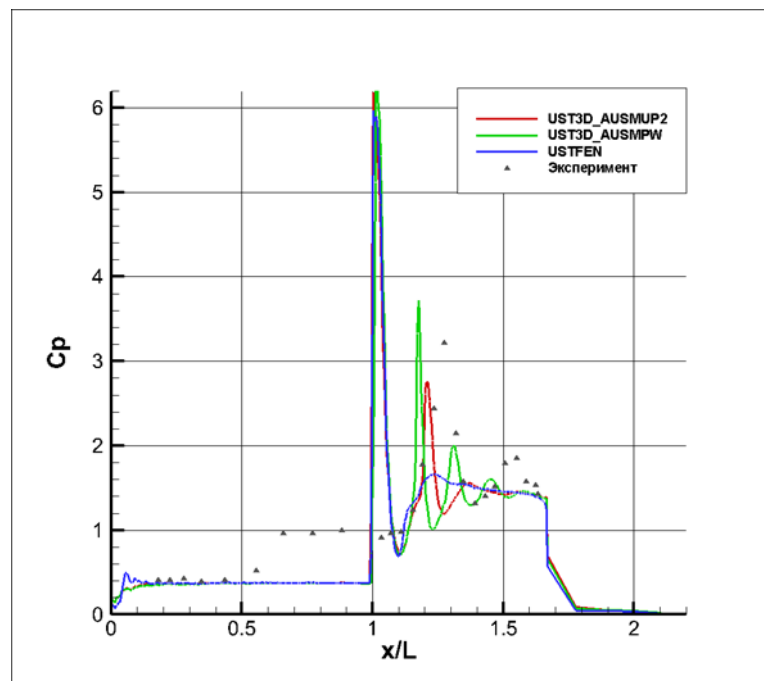


Figure 1. Comparison of pressure coefficient distribution with experiment

УДК 533.6.011.55

# Пространственный расчет аэротермодинамики двойного конуса $25^\circ/55^\circ$ с помощью семейства компьютерных кодов UST3D

Корюков И.А.<sup>1</sup>, Сильвестров П.В.<sup>1</sup>, Ишин Д.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>АО «Корпорация «Тактического ракетное вооружение»»,  
Россия, г. Королёв, Московская область, 141080, ул. Ильича, 7

<sup>2</sup>Институт проблем механики А.Ю. Ишлинского РАН,  
Россия, г. Москва, 119526, проспект Вернадского, д.101, корп.1  
[iakoryukov@mail.ru](mailto:iakoryukov@mail.ru)

## Аннотация

Выполнено численное моделирование пространственного обтекания двойного конуса  $25^\circ/55^\circ$  высокоскоростным потоком газа на неструктурированной сетке. Численное моделирование проводилось в газе  $N_2$  (азот). Для численного моделирования использовались авторские компьютерные коды UST3D-AUSMUP2, UST3D-AUSMPW, а также USTFEN, разработанный в ИПМех РАН. В основе данных компьютерных кодов лежит модель полной системы уравнений Навье-Стокса совершенного газа, решаемая различными методами на неструктурированной сетке. Проведены валидация и верификация полученных результатов. Для численного моделирования обтекания была построена геометрическая модель двойного конуса  $25^\circ/55^\circ$ .

Ключевые слова: Двойной конус, уравнение Навье-Стокса, UST3D, USTFEN, неструктурированная сетка, верификация, валидация.

## 1. Введение

Цель данной работы заключается в численном моделировании пространственного обтекания двойного конуса  $25^\circ/55^\circ$  высокоскоростным потоком газа. Особый интерес представляет взаимодействие ударной волны с пограничным слоем в зоне стыка двух конусов, моделирование которого является достаточно сложной задачей.

Центром исследований University of Buffalo Research Center (CUBRC) были проведены эксперименты [1], по результатам которых была создана значительная база экспериментальных данных в области обтекания полых цилиндров и моделей с двойным конусом высокоскоростными потоками газа. С использованием данных из [1] проведена валидация результатов численного моделирования, выполненного компьютерными кодами UST3D-AUSMUP2, UST3D-AUSMPW и USTFEN, являющихся развитием серии компьютерных кодов UST3D [2,3]. При проведении расчетов число Маха принималось равным 9,59. Верификация результатов численного моделирования обтекания двойного конуса  $25^\circ/55^\circ$  высокоскоростным потоком газа проведена с использованием расчетных данных из [4,5].

## 2. Вычислительная модель течения

В основе рассматриваемых компьютерных кодов лежит система уравнений неразрывности, Навье-Стокса и сохранения полной энергии термически совершенного газа.

Для компьютерных кодов UST3D\_AUSMUP2 и UST3D\_AUSMPW система уравнений записывается в векторном виде (1) [6]:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial F^x(w)}{\partial x} + \frac{\partial F^y(w)}{\partial y} + \frac{\partial F^z(w)}{\partial z} = \frac{\partial G^x(w)}{\partial x} + \frac{\partial G^y(w)}{\partial y} + \frac{\partial G^z(w)}{\partial z} \quad (1.1)$$

где  $F^x, F^y, F^z$  – проекции вектора конвективного потока;  $G^x, G^y, G^z$  – проекции вектора вязкого потока;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $u, v, \omega$  – компоненты вектора скорости;  $E$  – удельная полная энергия газа;  $\tau_{\alpha\beta}$  – компоненты тензора вязких напряжений ( $\alpha = x, y, z; \beta = x, y, z$ );  $q_x, q_y, q_z$  – компоненты вектора теплового потока.

Приведенные выше компоненты в виде столбцов консервативных переменных записываются следующим образом:

$$w = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \omega \\ \rho E \end{pmatrix} \quad F^x = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho u \omega \\ \rho u E + pu \end{pmatrix} \quad F^y = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho v \omega \\ \rho v E + pv \end{pmatrix} \quad F^z = \begin{pmatrix} \rho \omega \\ \rho \omega u \\ \rho \omega v \\ \rho \omega^2 + p \\ \rho \omega E + p \omega \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

$$G^x = \begin{pmatrix} \tau \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{yx} + \omega\tau_{zx} - q_x \end{pmatrix}, \quad G^y = \begin{pmatrix} \tau \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{zy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + \omega\tau_{zy} - q_y \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

$$G^z = \begin{pmatrix} \tau \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + \omega\tau_{zz} - q_z \end{pmatrix}$$

Уравнение состояния совершенного газа:

$$p = (\gamma - 1)\rho U = (\gamma - 1)\rho \left[ E - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + \omega^2) \right] \quad (1.4)$$

где  $\gamma = c_p/c_v$ ;  $c_p, c_v$  – удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме соответственно;  $U = c_v T$  – удельные внутренняя и полная энергии газа,  $T$  – температура.

Для компьютерного кода USTFEN система уравнений в векторно-матричном виде записывается следующим образом (1.5)-(1.9) [7]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(F_{\rho v}^x + F_p^x - T_x^x) + \frac{\partial}{\partial y}(F_{\rho v}^y + F_p^y - T_x^y) + \frac{\partial}{\partial z}(F_{\rho v}^z + F_p^z - T_x^z) = R, \quad (1.5)$$

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \omega \\ \rho E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \omega \\ \rho [e + 0,5(u^2 + v^2 + \omega^2)] \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho f_x \\ \rho f_y \\ \rho f_z \\ Q_z \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

$$F_{\rho V}^x = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho uE \end{pmatrix}, F_{\rho V}^y = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho vu \\ \rho v^2 \\ \rho vw \\ \rho vE \end{pmatrix}, F_{\rho V}^z = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 \\ \rho wE \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

$$F_p^x = \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ 0 \\ \rho u + q_x \end{pmatrix}, F_p^y = \begin{pmatrix} \rho \\ 0 \\ p \\ 0 \\ \rho v + q_y \end{pmatrix}, F_p^z = \begin{pmatrix} \rho \\ 0 \\ 0 \\ p \\ \rho w + q_z \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

$$T_\tau^x = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} \end{pmatrix}, T_\tau^y = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} \end{pmatrix}, T_\tau^z = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

Где  $u, v, w$  - проекции вектора скорости  $\vec{V}$  на координатные оси  $x, y, z$ ;  $\rho$  - плотность;  $p$  - давление;  $E = \rho(+V^2/2)$  - полная внутренняя энергия единицы объема;  $e$  - удельная внутренняя энергия;  $f_x, f_y, f_z$  - массовые объемные силы;  $q_x, q_y, q_z$  - проекции вектора плотности теплового потока  $\vec{q}$  на координатные оси;  $Q_\Sigma$  - объемные источники тепловыделения;  $\tau_{ij}$  - компоненты тензора вязких напряжений, имеющие вид (1.10):

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu \left[ 2\frac{\partial u}{\partial x} - \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right], \tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu \left[ 2\frac{\partial v}{\partial y} - \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right], \tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu \left[ 2\frac{\partial w}{\partial z} - \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right],$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad (1.10)$$

Термическое и калорическое уравнения состояния совершенного газа имеют вид:

$$p = (\gamma - 1)\rho e, e = c_V T, \quad (1.11)$$

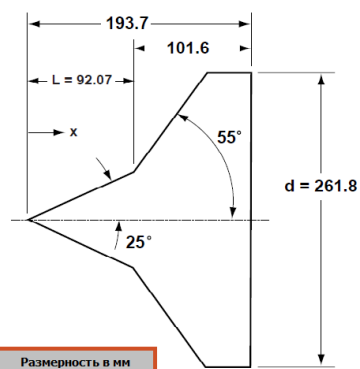
где  $T$  - температура;  $C_V$  - удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Отличия разработанных компьютерных кодов от исходного компьютерного кода UST3D [8] состоят в следующем. В компьютерном коде UST3D\_AUSMUP2 система уравнений решается методом расщепления по физическим процессам AUSM $\pm$ up2, основной идеей которого является расщепление потоков за счет числа Маха и перенос «пассивных» величин из ячейки-«источка» [9]. В компьютерном коде UST3D\_AUSMPW реализован метод AUSM-PW, который позволяет устранить численные неустойчивости в областях сильных возмущений посредством применения зависящих от давления весовых функций [10]. Особенность компьютерного кода USTFEN заключается в применении уравнения для полной удельной энергии газового потока при численном моделировании схем расщепления в различных вариациях его реализации [7]. Каждый из представленных компьютерных кодов позволяет проводить расчеты при больших числах Маха и углах атаки.

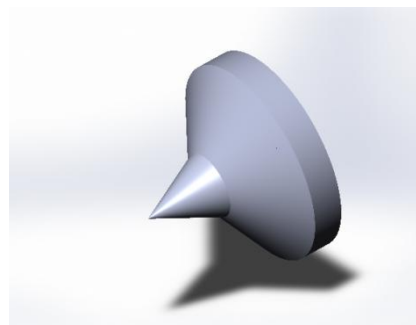
### 3. Постановка задачи обтекания модели сверхзвуковым потоком

Цифровая модель двойного конуса 25°/55° (Рисунок 1 а,б) создана в САПР SolidWorks на основе данных из открытых источников [4,5]. Для расчета в качестве

исходных данных использованы параметры набегающего потока, представленные в работе [5] по эксперименту Run 28.



а)



б)

Рисунок 1. а) Геометрические параметры модели [5];  
б) Общий вид модели двойного конуса 25°/55° в SolidWorks.

#### 4. Сеточные модели

С помощью программного комплекса GMSH построена неструктурированная тетраэдральная расчетная сетка размером 7,7 миллионов ячеек (Рисунок 2) со сгущением к поверхности геометрической модели (Рисунки 3-5). Выбор неструктурированной сетки обусловлен меньшим временем построения по сравнению со структурированной.

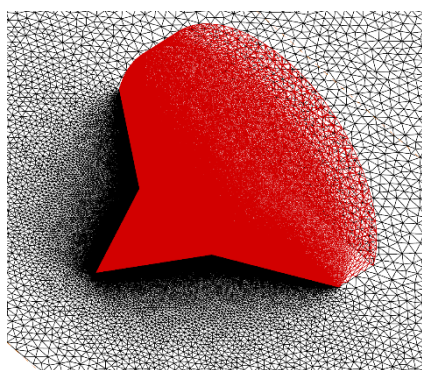


Рисунок 2. Общий вид расчетной сетки.

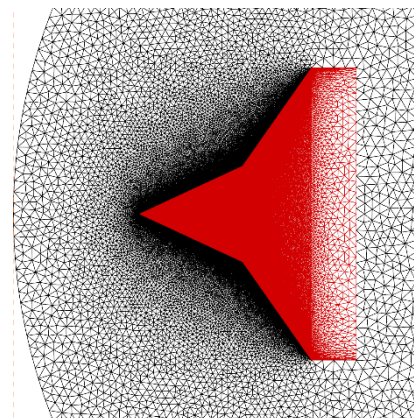


Рисунок 3. Сгущение сетки по всей поверхности геометрической модели.

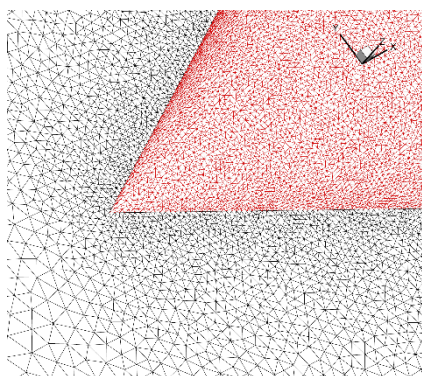


Рисунок 4. Сгущение сетки на поверхности первого конуса 25°.

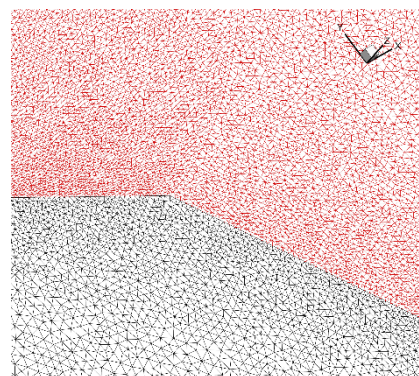


Рисунок 5. Сгущение сетки на поверхности второго конуса 55°.

Качество расчетной сетки оценивалось по ряду критериев [9,10]. Построенная расчетная сетка обеспечивает корректную и эффективную работу рассматриваемых компьютерных кодов расчета аэротермодинамики. Для применения явных методов конечного объема проведена обработка файла сетки формата \*.NEU с помощью препроцессора, в ходе которой вычислены площади граней и направляющие косинусы нормалей к ним, объем и прочие параметры для каждой ячейки.

## 5. Результаты численного моделирования

В результате выполнения расчетов с помощью различных компьютерных кодов получены распределения газодинамических параметров при нулевом угле атаки. В качестве примера приведены распределения чисел Маха (Рисунок 6 а,б,в), давления (Рисунок 7 а,б,в) и температуры (Рисунок 8 а,б,в). Проведено сравнение коэффициентов давления с экспериментом [1].

На рисунках 6-8 показан результат работы использованных компьютерных кодов. Как следует из представленных изображений, картины распределения чисел Маха, давления и температуры по результатам работы кодов в исследуемой области одинаковы. Необходимо заметить, что в зоне отрывного течения, не являющейся объектом данного исследования, распределения указанных параметров, полученные с использованием компьютерного кода USTFEN, отличаются от распределений, полученных с использованием компьютерных кодов UST3D\_AUSMUP2 и UST3D\_AUSMPW.

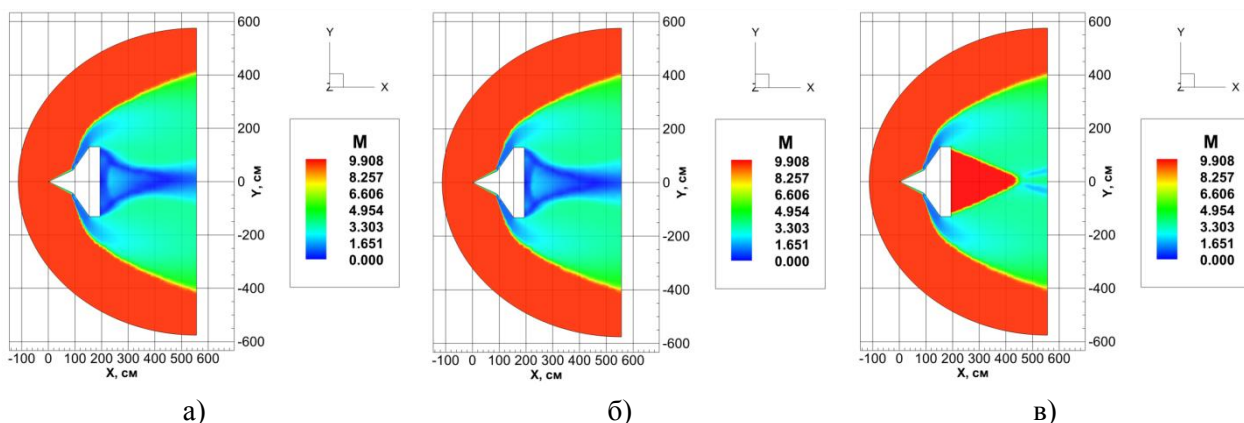


Рисунок 6. Распределение чисел Маха в результате работы компьютерного кода: а) UST3D\_AUSM\_UP2; б) UST3D\_AUSMPW; в) USTFEN.

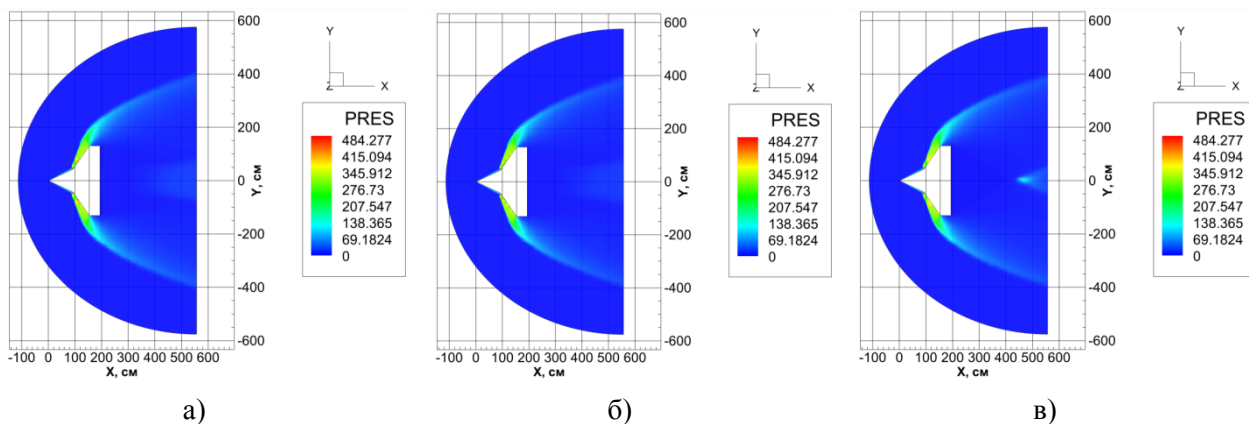


Рисунок 7. Распределение давления в результате работы компьютерного кода: а) UST3D\_AUSM\_UP2; б) UST3D\_AUSMPW; в) USTFEN.

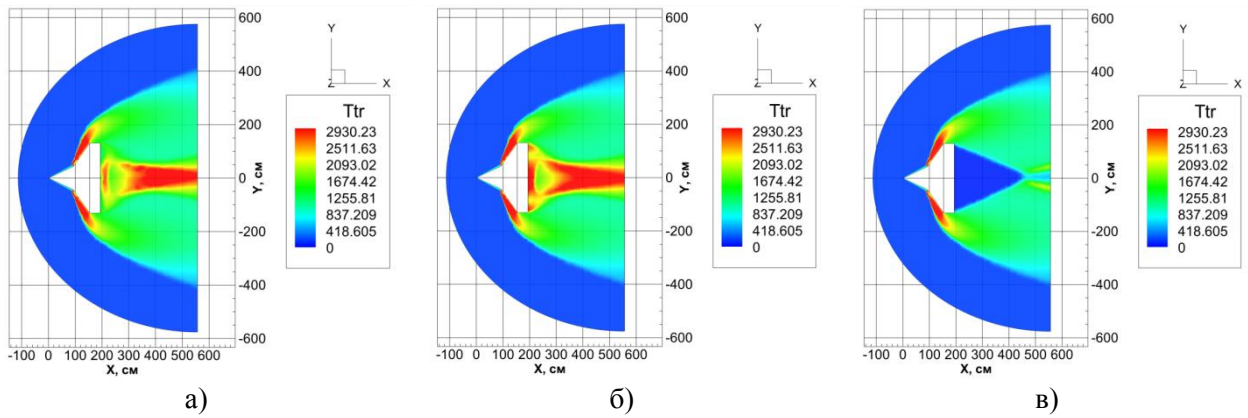


Рисунок 8. Распределение температуры в результате работы компьютерного кода: а) UST3D\_AUSM\_UP2; б) UST3D\_AUSMPW; в) USTFEN.

На Рисунке 9 показано сравнение коэффициентов давления, полученных с использованием компьютерных кодов UST3D\_AUSMUP2, UST3D\_AUSMPW и USTFEN, с данными, полученными в ходе эксперимента [1]. Характер распределений коэффициента давления, полученных с использованием указанных компьютерных кодов, совпадает с распределением экспериментальных данных, однако наблюдается смещение пиков в области взаимодействия ударной волны с пограничным слоем второго конуса, а также отсутствие «ступеньки» в зоне ударно-волнового взаимодействия на стыке конусов.

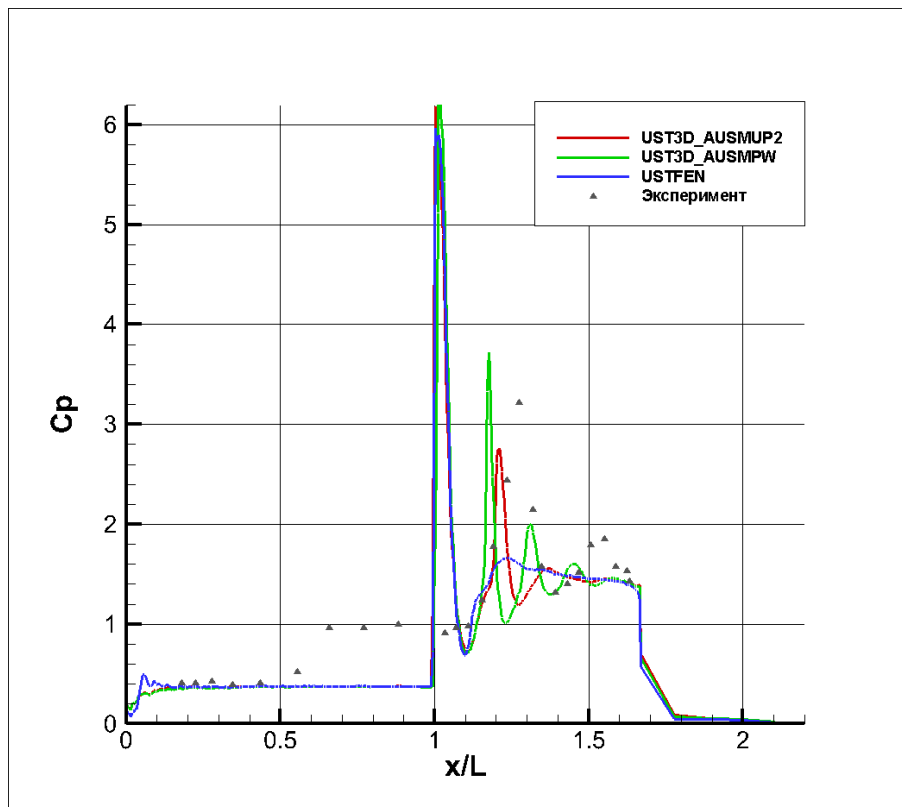


Рисунок 9. Сравнение распределения коэффициента давления  $C_p$  с экспериментом.

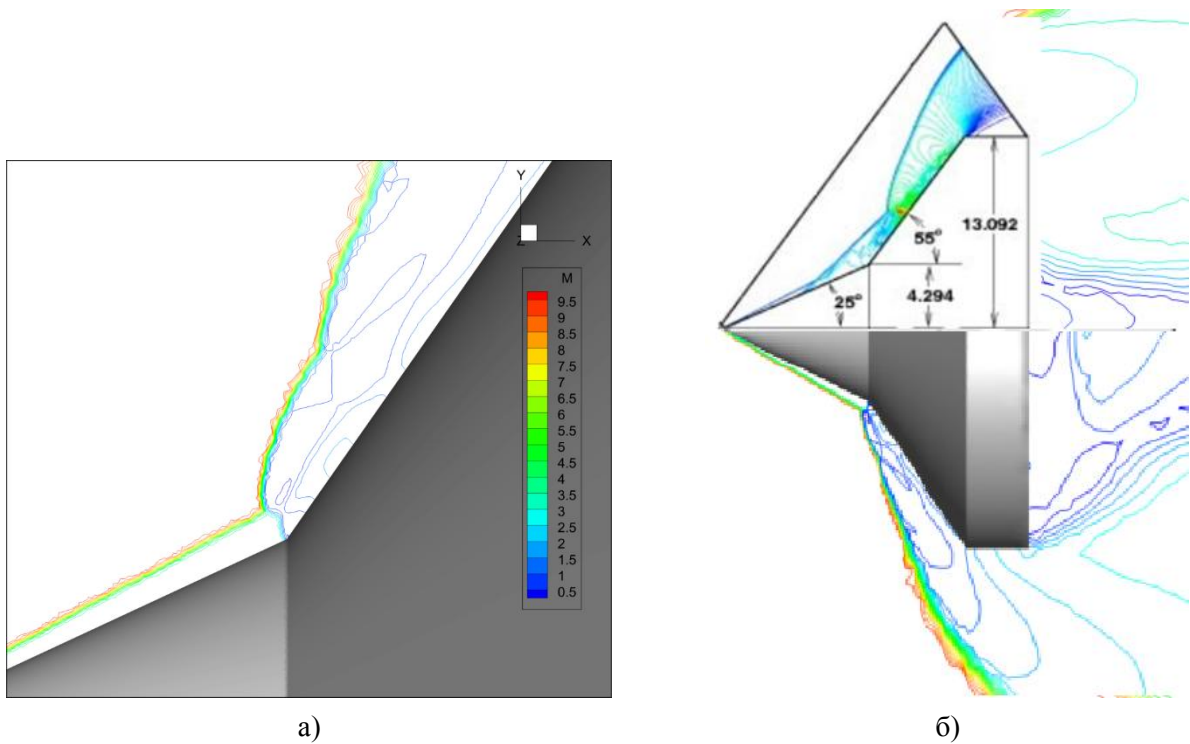


Рисунок 10. а) Зона ударно-волновых взаимодействий; б) Результат сравнения распределения плотности по поверхности модели (нижняя часть) с результатами Gnoffo P. A. [4] (верхняя часть). Расчетный код: UST3D\_AUSMUP2.

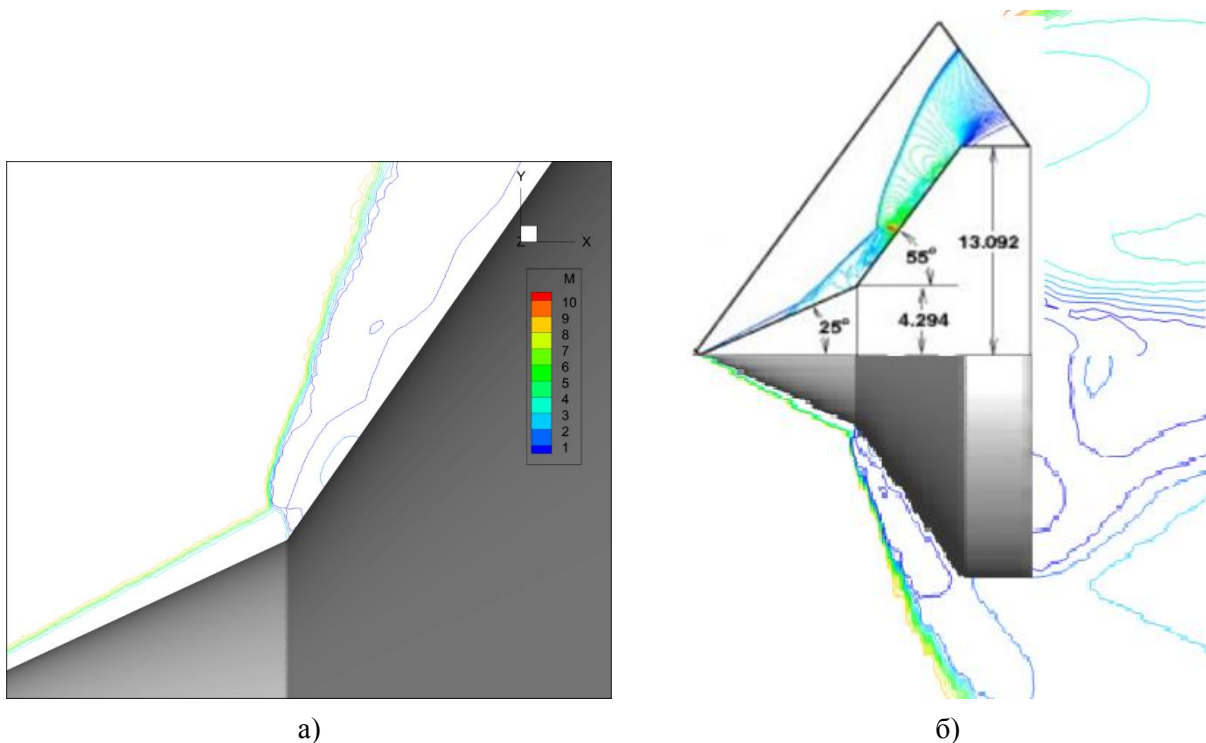


Рисунок 11. а) Зона ударно-волновых взаимодействий; б) Результат сравнения распределения плотности по поверхности модели (нижняя часть) с результатами Gnoffo P. A. [4] (верхняя часть). Расчетный код: UST3D\_AUSMPW.



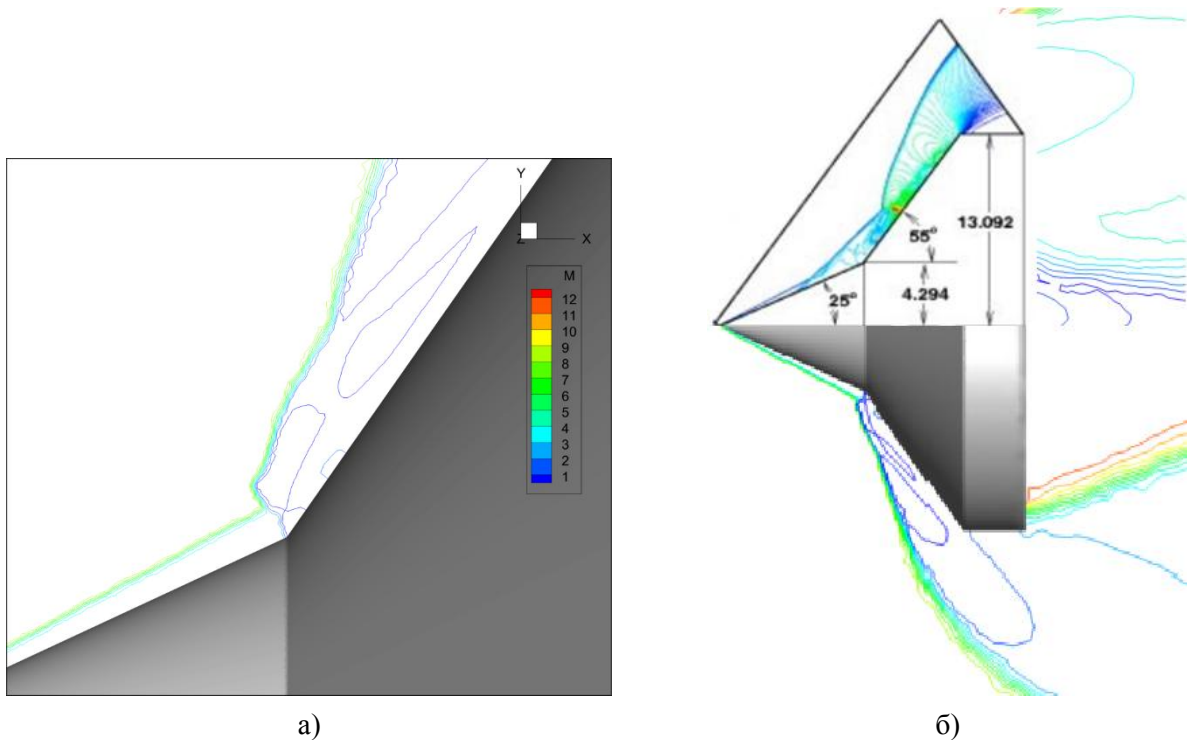


Рисунок 12. а) Зона ударно-волновых взаимодействий; б) Результат сравнения распределения плотности по поверхности модели (нижняя часть) с результатами Gpoffo P. A. [4] (верхняя часть). Расчетный код: USTFEN.

Полученные результаты показывают ожидаемое увеличение давления в интересующей зоне – области взаимодействия ударной волны с пограничным слоем конуса  $55^\circ$ , однако характер распределения несколько отличается от полученного в [4]. Подобный результат, как и отличие в распределении коэффициента давления (Рисунок 9) может быть связан с использованием в ходе расчетов модели невязкого газа, а также с применением недостаточно подробной расчетной сетки в зоне пограничного слоя и области ударно-волновых взаимодействий. Из сравнения результатов вычислений с [4] видно, что точка максимальной плотности на поверхности модели смещена ниже и находится ближе к переходу от одного конуса к другому.

## 6. Заключение

В ходе выполнения работы была построена геометрическая модель и проведено численное моделирование обтекания двойного конуса  $25^\circ/55^\circ$  высокоскоростным потоком газа. Для численного моделирования использовались компьютерные коды UST3D\_AUSM\_UP2, UST3D\_AUSMPW и USTFEN. В основе указанных компьютерных кодов лежит модель системы уравнений неразрывности, Навье-Стокса и сохранения полной энергии термически совершенного газа, решаемая различными методами на неструктурированной расчетной конечноэлементной сетке.

Были проведены верификация и валидация полученных результатов.

В дальнейших работах планируется проведение численного моделирования пространственного обтекания двойного конуса  $25^\circ/55^\circ$  высокоскоростным потоком вязкого газа на более подробной сетке с учетом пограничного слоя для достижения большего совпадения результатов расчетов с экспериментальными данными.

## Литература

1. Holden, M. S., and Wadhams, T. P., "Code Validation Study of Laminar Shock/Boundary Layer and Shock/Shock Interactions in Hypersonic Flow Part A: Experimental Measurements," AIAA Paper 2001-1031, Jan. 2001.
2. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Применение метода расщепления по физическим процессам для расчета гиперзвукового обтекания пространственной модели летательного аппарата сложной формы// ТВТ. 2013. Т. 51. №6. С. 897–911.
3. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Расчет гиперзвукового обтекания тел сложной формы на неструктурированных тетраэдральных сетках с использованием схемы AUSM// ТВТ. 2014. Т. 52. №2. С. 283–293.
4. Gnoffo, P. A., "Computational Fluid Dynamics Technology For Hypersonic Applications," NASA Langley Research Center Hampton, VA 23681-0001.
5. James N. Moss, "Hypersonic Flows About a 25° Sharp Cone," NASA Langley Research Center, MS 408A, Hampton, VA 23681-2199.
6. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. «На пути к созданию модели виртуального ГЛА. I» – М.: ИПМех РАН, 2013. – 160с. – ISBN 978-5-91741-084-5.
7. Суржиков С.Т. Численная интерпретация экспериментальных данных по аэродинамике модели НВ-2 с использованием компьютерных кодов USTFEN и PERAT-3D//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. Т.21, вып. 1. <https://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/900/>
8. Surzhikov S.T. Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 815. No. 012023. doi:10.1088/1742-6596/815/1/012023.
9. Kitamura K., Liou M.S., and Chang C.H. Extension and Comparative Study of AUSM-Family Schemes for Compressible Multiphase Flow September 2014. Vol. 16. No. 3. pp. 632-674.
10. Суржиков С.Т. Расчет аэротермодинамики высокоскоростного летательного аппарата Х-43 с использованием компьютерных кодов UST3D и UST3D-AUSMPW // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т.20, вып. 4. <https://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-4/articles/865/>
11. Liseikin V.D. Grid Generation Methods. – Berlin: Springer, 1999.
12. Thompson J.F., Soni B.K., Weatherill N.P. Handbook of Grid Generation. CRC Press, 1998.
13. Anderson, J.D., Jr. Hypersonic and high temperature gas dynamics. NY: McGraw-Hill Book Company, 1989.
14. Koryukov I.A., Kryukov I.A. Three-dimensional calculation of the aerothermodynamics of a double cone 25°/55° on an unstructured grid // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1009. No. 012003. doi:10.1088/1742-6596/1009/1/012003.

## References

1. Holden, M. S., and Wadhams, T. P., "Code Validation Study of Laminar Shock/Boundary Layer and Shock/Shock Interactions in Hypersonic Flow Part A: Experimental Measurements," AIAA Paper 2001-1031, Jan. 2001.
2. Zheleznyakova A.L., Surzhikov S.T. Application of the method of splitting by physical processes for the computation of a hypersonic flow over an aircraft model of complex configuration. High Temperature, 2013, Vol. 51, no 6, pp. 816–829.
3. Zheleznyakova A.L., Surzhikov S.T. Calculation of a hypersonic flow over bodies of complex configuration on unstructured tetrahedral meshes using the AUSM scheme High Temperature, 2014, Vol. 52, no 2, pp. 271–281.
4. Gnoffo, P. A., "Computational Fluid Dynamics Technology For Hypersonic Applications," NASA Langley Research Center Hampton, VA 23681-0001.

5. James N. Moss, "Hypersonic Flows About a 25° Sharp Cone," NASA Langley Research Center, MS 408A, Hampton, VA 23681-2199.
6. Zheleznyakova A.L., Surzhikov S.T. «On the way to creating a virtual GLA model. I». – М.: IPMech RAN, 2013. – P 160. – ISBN 978-5-91741-084-5.
7. Surzhikov S.T. Numerical interpretation of experimental data on aerodynamics of the HB-2 model using computer codes USTFEN and PERAT-3D // Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics, Vol. 21, no 1, 2020.
8. Surzhikov S.T. Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 815. No. 012023. doi:10.1088/1742-6596/815/1/012023.
9. Kitamura K., Liou M.S., and Chang C.H. Extension and Comparative Study of AUSM-Family Schemes for Compressible Multiphase Flow September 2014. Vol. 16. No. 3. pp. 632-674.
10. Silvestrov P.V., Surzhikov S.T. Calculation of aerothermodynamics for high-speed X-43 using computer code UST3D and UST3D-AUSMPW // Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics, Vol. 20, no 4, 2019.
11. Liseikin V.D. Grid Generation Methods. – Berlin: Springer, 1999.
12. Thompson J.F., Soni B.K., Weatherill N.P. Handbook of Grid Generation. CRC Press, 1998.
13. Anderson, J.D., Jr. Hypersonic and high temperature gas dynamics. NY: McGraw-Hill Book Company, 1989.
14. Koryukov I.A., Kryukov I.A. Three-dimensional calculation of the aerothermodynamics of a double cone 25°/55° on an unstructured grid // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1009. No. 012003. doi:10.1088/1742-6596/1009/1/012003.

Статья поступила в редакцию 22 марта 2022 г.