

Propagation of a Pressure Wave in a Channel Filled with Liquid Containing a Toroidal Bubble Cluster

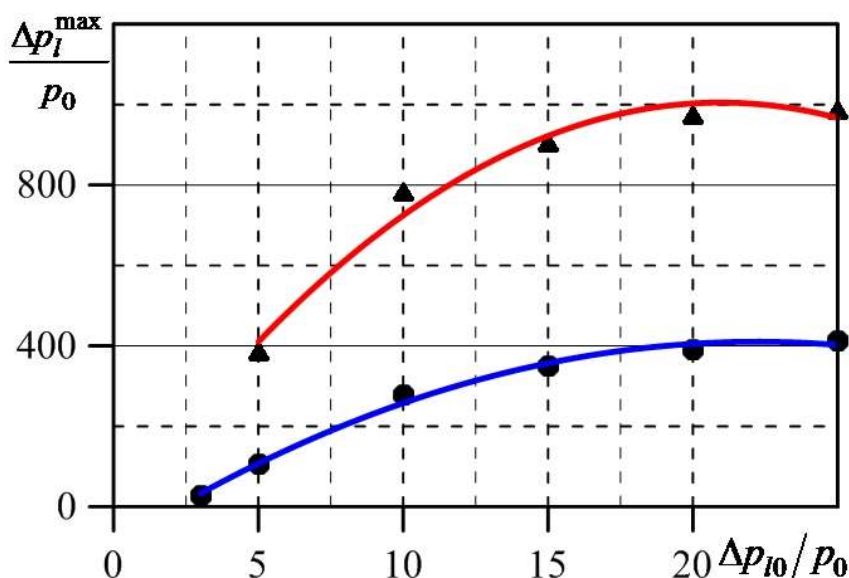
M. N. Galimzyanov, U. O. Agisheva

*Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC of RAS,
Ufa, 450054, Russia
monk@anrb.ru*

Abstract

The paper studies the dynamics of pressure waves in a channel with water containing a water-air bubble cluster in the form of a torus. A system of macroscopic equations of masses, number of bubbles, pulses and pressure in bubbles in the approximation of cylindrical symmetry was used. This system of equations was solved according to an explicit scheme. The dependence of the maximum pressure amplitude formed in the channel on the geometric parameters of the cluster and channel, as well as on the amplitude of the initial impact, was analyzed. It is shown that in the case of a continuous cylindrical cluster, the amplitude of the wave signal behind the bubble zone is several times higher than the amplitude for the case of a cylindrical toroidal cluster.

Keywords: cylindrical channel, bubble cluster, pressure wave, toroidal bubble cluster.



Dependence of the maximum pressure on the pipe axis on the amplitude of the initial pressure. The symbols ● correspond to a toroidal bubble cluster, ▲ to a solid disk filled with a bubble mixture

УДК 532.546

Распространение волны давления в канале, заполненном жидкостью при наличии в ней пузырькового кластера тороидальной формы

М. Н. Галимзянов, У. О. Агишева

*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН,
Россия, 450054, Уфа, пр. Октября, 71*

monk@anrb.ru

Аннотация

В работе изучены динамика волн давления в канале с водой, содержащей водовоздушный пузырьковый кластер в форме тора. Была использована система макроскопических уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в приближении цилиндрической симметрии. Данная система уравнений решалась по явной схеме. Была проанализирована зависимость максимальной амплитуды давления, формирующейся в канале, от геометрических параметров кластера и канала, а также от амплитуды первоначального воздействия. Показано, что в случае сплошного цилиндрического кластера амплитуда волнового сигнала за пузырьковой зоной в несколько раз превышает амплитуду для случая цилиндрического тороидального кластера.

Ключевые слова: канал цилиндрической формы, пузырьковый кластер, волна давления, тороидальный пузырьковый кластер.

1. Введение

В жидкости с пузырьками свойства практически несжимаемой жидкости, являющейся несущей фазой, кардинально меняются при небольшом по объему (а тем более по массе) добавлении газа (пузырьков), являющегося дисперсной фазой. Особенность пузырьковых жидкостей обусловлена их высокой статической сжимаемостью при сохранении высокой плотности, близкой к плотности жидкости, что в свою очередь приводит к малой равновесной скорости звука. К настоящему времени одномерные волны в пузырьковой жидкости хорошо изучены [1–3] и на данный момент активно исследуются двумерные волны. Одной из интереснейших задач волновой динамики пузырьковой жидкости, в которой ярко проявляются многомерные эффекты является взаимодействие ударной волны с пузырьковым кластером в жидкости. Интерес к этой задаче обусловлен, в частности, созданием гидроакустических аналогов лазерных систем, которые сначала могут поглощать внешнее воздействие, а потом переизлучать эту энергию с существенным увеличением амплитуды и возможной концентрацией энергии в заданном направлении [4, 5]. Отметим работы, посвященные анализу фокусировки энергии волн пузырьковыми кластерами, расположенными в жидкости. Экспериментальному изучению взаимодействия плоской ударной волны со сферическим пузырьковым кластером в жидкости посвящена работа [6]. Показано, что взаимодействие плоской ударной волны со сферическим пузырьковым кластером в жидкости приводит к генерации уединенной волны давления с амплитудой, значительно превышающей амплитуду ударной волны. В работе [7] экспериментально исследованы эволюция и структура ударной волны умеренной амплитуды в жидкости, содержащей пузырьковые кластеры. В этой работе получены опытные данные по скорости и структуре ударных волн умеренной амплитуды в жид-

кости, содержащей сферические пузырьковые кластеры, и проведено сравнение с теоретическими моделями. Показано, что для волн малой амплитуды уравнение Буссинеска хорошо описывает структуру переднего фронта осциллирующей ударной волны. В [8] численно исследована структура и динамика волнового поля, излучаемого пузырьковой системой в виде аксиального пузырькового цилиндра (шнура) в результате его возбуждения плоской ударной волной, распространяющейся вдоль оси в осесимметричной ударной трубе. Показано, что в результате последовательного возбуждения пульсаций пузырьковой зоны в шнуре и в окружающей жидкости формируется квазистационарная ударная волна. В работе [9] изучена динамика распространения импульсных сигналов в жидкости, содержащей пузырьковую завесу конечных размеров. Показано, что в зависимости от временной протяженности первоначального импульса внутри завесы может происходить нарастание амплитуды давления больше, чем амплитуда исходного сигнала. Расчет поля давления в канале, содержащем несколько пузырьковых кластеров, приведено в [10]. Показано, что если радиус кластера меньше половины радиуса трубы, то усиление амплитуды волны давления происходит из-за фокусировки волны внутри кластера, а если больше, то увеличение амплитуды связано с многократным отражением волны от границ кластера и расчетной области, в которой поддерживается граничное давление.

2. Постановка задачи

Рассмотрим двумерные осесимметричные волновые возмущения в канале с водой, содержащей тороидальный коаксиальный кластер, заполненный водовоздушной пузырьковой смесью, рис. 1. Волновое движение в канале инициируется мгновенным повышением давления на границе $z = 0$ на некоторое амплитудное значение $\Delta p_{\ell 0}$ и поддерживается все время расчета. Требуется определить динамику волнового процесса в канале при $t > 0$.

Для описания волнового движения, принимая общие допущения для пузырьковых жидкостей, запишем систему макроскопических уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в приближении цилиндрической симметрии [1]

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \frac{v_r}{r} + \rho_i \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0, \quad (i = \ell, g), \\ \frac{dn}{dt} + n \frac{v_r}{r} + n \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0, \\ \rho_\ell^0 \frac{dv_r}{dt} + \frac{\partial p_\ell}{\partial r} &= 0, \quad \rho_\ell^0 \frac{dv_z}{dt} + \frac{\partial p_\ell}{\partial z} = 0, \quad \frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma-1)}{a} q, \\ w &= \frac{da}{dt}, \quad \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_r \frac{\partial}{\partial r} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right), \\ \alpha_\ell + \alpha_g &= 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3} \pi n a^3, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \rho = \rho_g + \rho_\ell, \end{aligned}$$

где a – радиус пузырьков; γ – показатель адиабаты для газа; p_i – давления фаз; ρ_i^0 – истинные плотности фаз; α_i – объемные содержания фаз; q – интенсивность теплообмена; n – число пузырьков в единице объема; w – радиальная скорость пузырьков; v_r и v_z – радиальная и осевая составляющие скорости. Нижними индексами $i = \ell, g$ отмечены параметры жидкой и газовой фаз.

При описании радиального движения, будем полагать, что $w = w_A + w_R$, где w_R определяется из уравнения Релея – Ламба, w_A определяется из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении:

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4\nu_\ell \frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_\ell}{\rho_\ell^0}, \quad w_A = \frac{p_g - p_\ell}{\rho_\ell^0 C_\ell \alpha_g^{1/3}},$$

где ν_ℓ – вязкость жидкости, C_ℓ – скорость звука в «чистой» жидкости.

Жидкость берется акустически сжимаемой, а газ калорически совершенным

$$p_\ell = p_0 + C_\ell^2 (\rho_\ell^0 - \rho_{\ell 0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 B T_g,$$

где B – газовая постоянная. Здесь и в дальнейшем индекс 0 внизу относится к начальному невозмущенному состоянию.

Тепловой поток q_g задается приближенным конечным соотношением [1]

$$q_g = \text{Nu}_g \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^3,$$

$$\text{Nu}_g = \begin{cases} \sqrt{\text{Pe}_g}, & \text{Pe}_g \geq 100 \\ 10, & \text{Pe}_g < 100, \end{cases} \quad \text{Pe}_g = 12(\gamma_g - 1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a |w|}{\kappa_g}, \quad k_g = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_g}$$

Здесь $T_0 = \text{const}$ – температура жидкости; Nu и Pe – числа Нуссельта и Пекле; k_g – коэффициенты температуропроводности газов; c_g и λ_g – теплоемкости и теплопроводности газов.

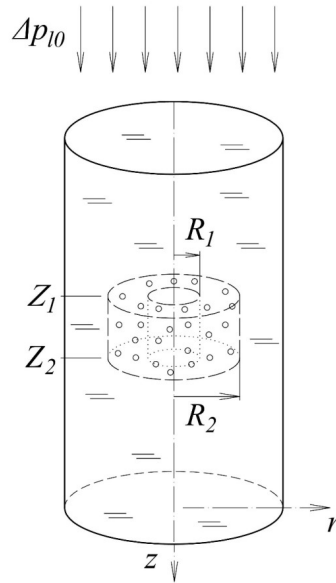


Рис. 1. Схема задачи. L_z , R_C – длина и радиус канала, Z_1 и Z_2 – координаты кластера, R_1 и R_2 внутренний и внешний радиусы кластера

3. Начальные и граничные условия

Начальные условия ($t = 0$), соответствующие исходному состоянию в канале, запишутся в виде

$$p = p_0, \quad v_r = v_z = 0, \quad \rho = \rho_0 \quad \text{при } z > 0$$

$$\begin{cases} Z_1 \leq z_0 \leq Z_2 \wedge R_1 \leq r_0 \leq R_2 : \alpha_g = \alpha_{g0}, \rho = \rho_{\ell 0}^0 (1 - \alpha_{g0}), p_g = p_0, a = a_0, w = 0, \\ 0 \leq z_0 < Z_1 \wedge z_0 > Z_2 \wedge 0 < r_0 < R_1 \wedge r_0 > R_2 : \rho = \rho_{\ell 0}^0 \end{cases}$$

Граничные условия: на оси симметрии ($r_0 = 0$) и стенке трубы ($r_0 = R_c$) – условие непротекания жидкости $v_r = 0$, на торцевой границе ($z_0 = 0$) задается граничное давление в виде ступеньки

$$z_0 = 0: \quad p_\ell(r_0, t) = p_0 + \Delta p_{\ell 0} \quad 0 < r_0 < R_c$$

Отметим, что случай задания давления на границе соответствует разрыву мембраны между камерой высокого давления, заполненной газом, и рабочей камерой, заполненной исследуемой системой.

На другой торцевой границе ($z_0 = L_z$) чтобы возмущения «уходили» из области расчетов, не отражаясь от этой границы используется импедансное соотношение, связывающее амплитуды давления и скорости $\Delta p_\ell = \Delta v_z \rho_\ell^0 C_\ell$ [10].

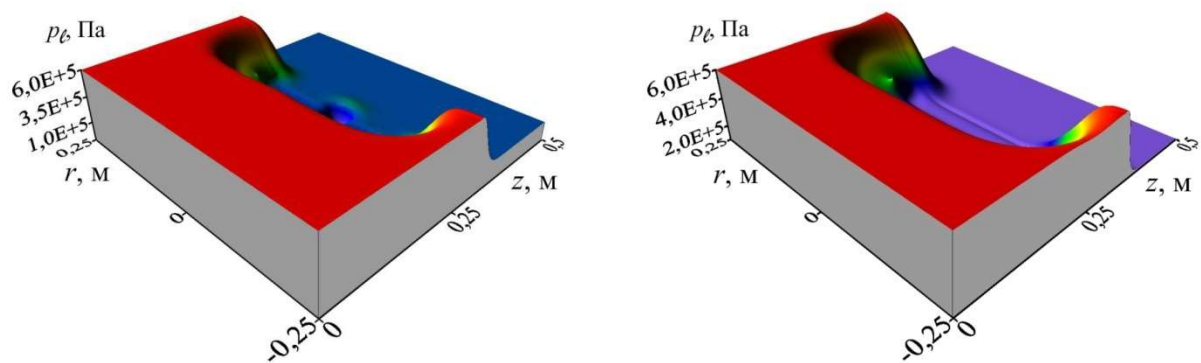
4. Результаты расчетов

Рассмотрим следующую физическую задачу. В канале цилиндрической формы, заполненном жидкостью (в данном случае водой), находится пузырьковый кластер тороидальной формы (см. рис. 1). В некоторый момент времени на нашу систему воздействуют импульсным давлением по направлению образующей канала. Интересно, как деформируется импульс при прохождении через пузырьковую область и как поведет себя импульс за самой областью. Также будет полезным анализ влияния параметров импульса и области на динамику импульсного сигнала. Для сравнения рассматривается пузырьковая область в форме «шайбы» (сплошная завеса).

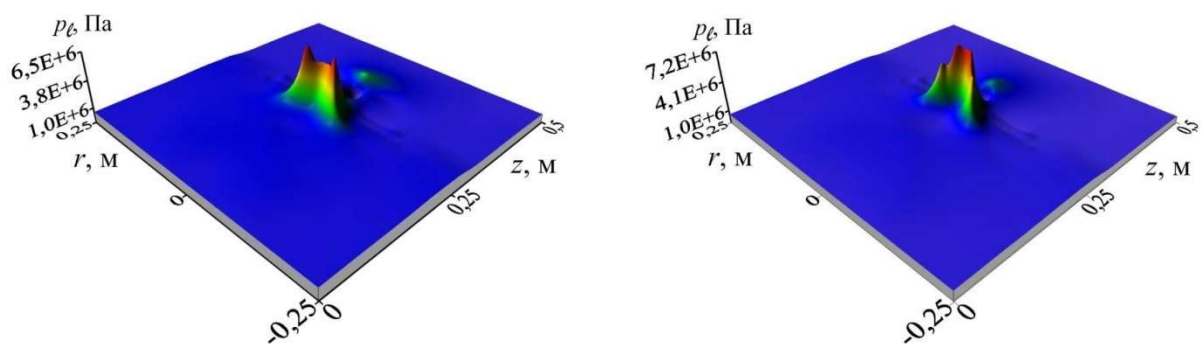
Примем следующие параметры для пузырьковой области: $Z_1 = 0.25$ м, $Z_2 = 0.3$ м, $R_1 = 0.025$ м, $R_2 = 0.15$ м, $\alpha_{g0} = 10^{-2}$, $a_0 = 10^{-3}$ м. Амплитуда волнового импульса $\Delta p_{\ell 0} = 0.5$ МПа.

На рис. 2 представлены поля давлений в виде изобар в различные моменты времени для случая тороидального кластера (левая колонка) и для случая сплошного кластера (правая колонка). Из представленных графиков видно, что пиковые значения давления наблюдаются на оси канала, что определяется геометрией задачи. Для случая сплошного диска максимальное значение достигается на более ранних этапах, по сравнению со случаем тороидального кластера (см. фрагменты **б** справа и **в** слева). Это связано с тем, что в случае тороидального кластера максимальное значение достигается в результате «схождения» двух волн от тора к центру, а для случая сплошного диска – при «схождении» волны внутри завесы. Времена достижения отличаются из-за геометрии задачи, но максимальные значения и примерное расположение пика давления для данного примера практически одинаковые. Также стоит обратить внимание, что в данной постановке возникает существенная волна разгрузки, что может привести к откольным эффектам на стенках канала.

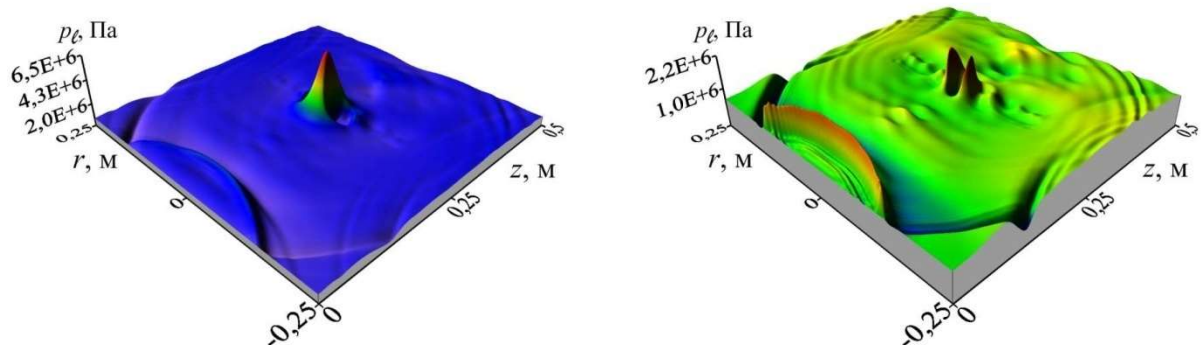
На рис. 3 представлены эпюры давления для численных датчиков, расположенных на оси (D_1, D_2, D_3) и на стенке канала (D_4, D_5, D_6) на расстояниях $l_{D_1} = l_{D_4} = 0.2$ м, $l_{D_2} = l_{D_5} = 0.275$ м, $l_{D_3} = l_{D_6} = 0.35$ м от плоскости $z = 0$, соответственно (см. рис. 1.). В случае тороидального кластера внутренний радиус составлял $R_1 = 0.025$ м. Протяженность по координате z была взята равной 0.05 м. Линии черного цвета соответствуют тороидальному кластеру с внешним радиусом $R_2 = 0.075$ м, красного – 0.1 м, синего – 0.0125 м и зеленого – 0.15 м. Из представленных графиков видно, что максимальное давление фиксируется датчиком, который расположен «внутри» тороидального кластера на оси канала (см. датчик D_2). Далее пиковое значение давления уменьшается и смещается в сторону распространения волны давления (см. датчик D_3). Из показаний датчика D_1 видно, что увеличения внешнего радиуса кластера приводит к увеличению максимального давления, которое может быть «сгенерировано» кластером. Что в последствии приводит к сильной волне разгрузки, фиксируемой тем же датчиком.



а) момент времени 0.301 мс



б) момент времени 0.581 мс



в) момент времени 0.792 мс

Рис. 2. Поля давления в виде системы изобар, представленные для трех моментов времени. Левая колонка соответствует тороидальному кластеру, а правая – сплошному диску

В дальнейшем данный пик сносится в сторону распространения основного фронта волны, что зафиксировано датчиком D_2 . Показания датчика D_2 носят немонотонный характер в разрезе увеличения размеров кластера. Видим, что увеличения размеров не приводит к увеличению сфокусированного сигнала «внутри» кластера. Существует некоторое предельное значение, для выбранного случая, когда увеличение внешнего радиуса уже не приводит к увеличению амплитуды проходящего сигнала. Данная ситуация объясняется тем, что волна, прошедшая через границу пузырькового кластера не успевают сфокусироваться внутри и не происходит «идеального» кумулятивного эффекта. Появляются вторичные волны внутри области, что приводит к расслоению и некоторой потере амплитуды. Далее датчик D_3 фиксирует уже прошедший сигнал. На нем видно, что чем больше поперечные размеры кластера, тем меньше амплитуда прошедшей волны. Датчики D_4 – D_6 фиксируют увеличение амплитуды начального импульса порядка 2-х раз, что связано с переизлучением тороидальной кластера в центре канала. Также отметим, что по данным этих датчиков видно, что чем больше геометрические размеры кластера, тем большую амплитуду имеет волна разгрузки. Третичные

всплески давления на данных графиках (датчики D_4 – D_6) связаны с численными расчетами (за счет переизлучения от входной границы) и не носят информативный характер.

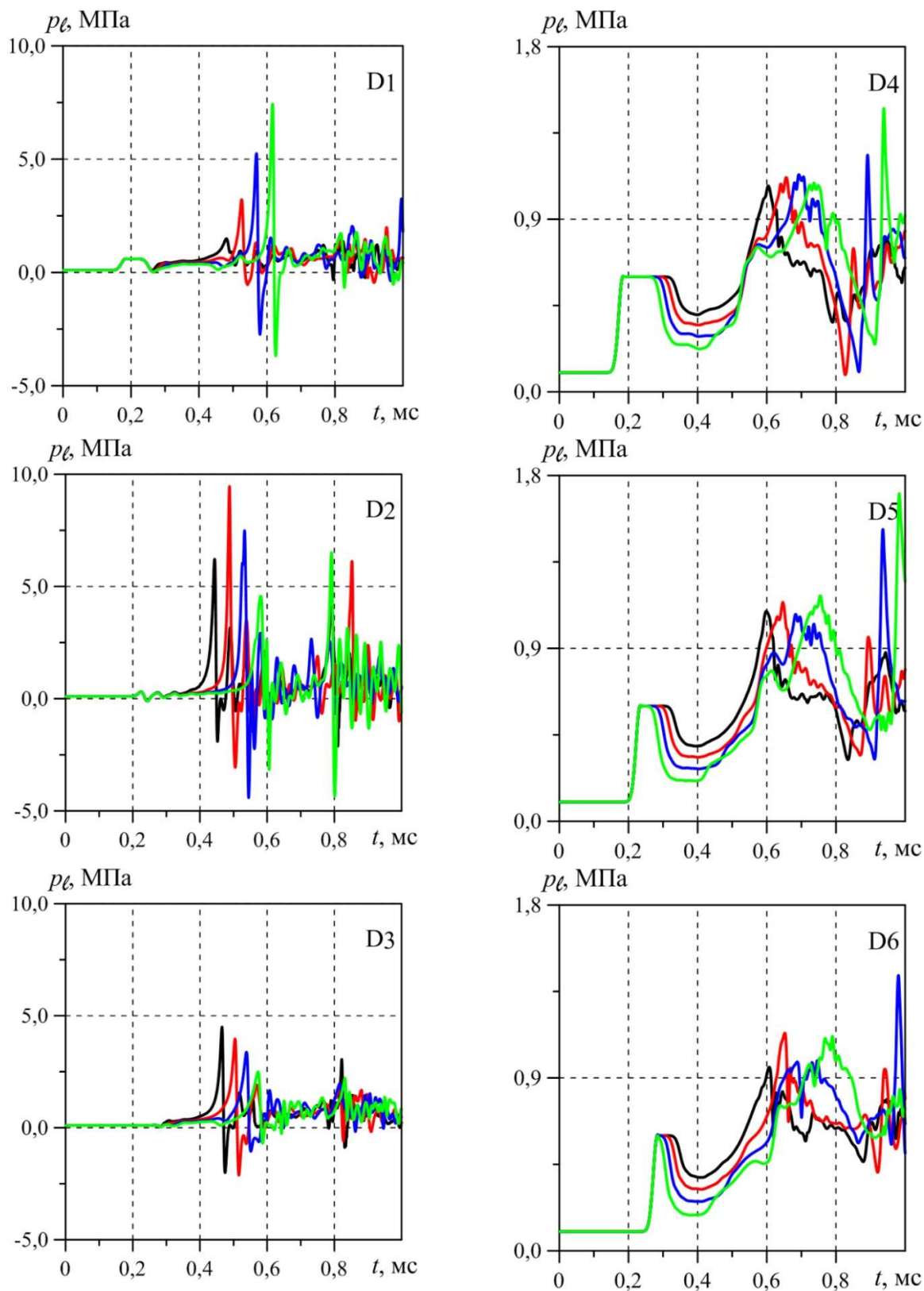


Рис. 3. Показания датчиков, расположенных на оси (D_1 , D_2 , D_3) и на стенке канала (D_4 , D_5 , D_6). Линии черного цвета соответствуют тороидальному кластеру с внешним радиусом $R_2 = 0.075$ м, красного – 0.1 м, синего – 0.0125 м и зеленого – 0.15 м

На рис. 4 представлена зависимость максимального давления на оси трубы от первоначальной амплитуды давления. Из результатов численного расчета видно, что когда амплитуда первоначальной волны типа «ступенька» меньше 0.2 МПа фокусировка волны на оси канала не происходит. Далее, с увеличением амплитуды первоначальной волны от 0.3 до 1.5 МПа происходит увеличение амплитуды результирующей волны от 27 до 35 МПа. Дальнейшее увеличение амплитуды волны приводит к незначительному увеличению амплитуды результирующей волны. Данный результат связан со сносом образовавшегося внутри кластера башнеобразного распределения давления по направлению координаты z . В этом случае, фокусировка на оси канала происходит позже и сформировавшиеся в кластере башнеобразные всплески амплитуды успевают рассеяться при движении к оси канала.

Для сравнения на этом же рисунке представлена аналогичная зависимость для пузырькового кластера имеющей форму диска, геометрические параметры которого Z_1, Z_2, R_2 одинаковы с параметрами тороидального кластера, а $R_1 = 0$ м. В этом случае из рис. 4 видно, что амплитуда волны фокусирующейся в пузырьковом кластере имеющей форму однородного диска в диапазоне начальной амплитуды $\Delta p_i \in (0.3 - 3)$ МПа более чем в два раза превышает амплитуду волны сфокусированной тороидальным пузырьковым кластером.

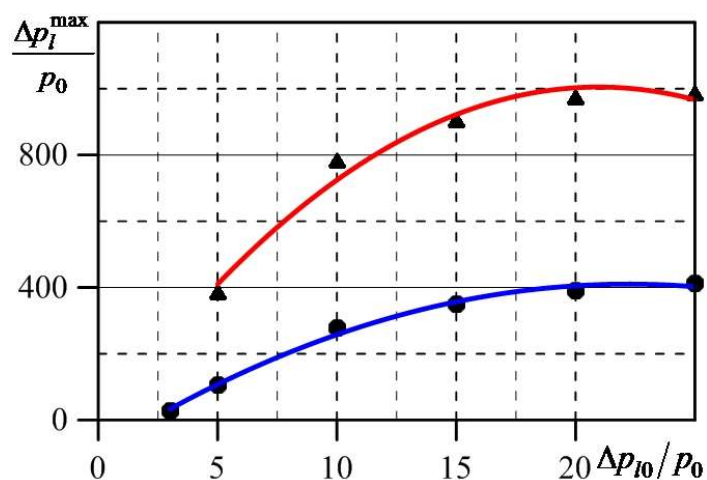


Рис. 4. Зависимость максимального давления на оси трубы от амплитуды начального давления Δp_{i0} . Символы \bullet соответствуют тороидальному пузырьковому кластеру, \blacktriangle – сплошному диску, заполненному пузырьковой смесью

Численные расчеты показали, что при определенных геометрических параметрах канала и пузырькового кластера, а также параметрах пузырьковой смеси (дисперсности пузырьков их объемного содержания) максимальное значение амплитуды давления формируется в осевой зоне окруженной пузырьковым кластером.

5. Заключение

Исследована динамика волн типа «ступенька» в канал с водой, содержащей соосный пузырьковый кластер в виде тороида. На основе численных расчетов установлены следующие закономерности:

- при определенных параметрах кластера происходит фокусировка волны давления на оси цилиндрического канала;
- увеличение амплитуды первоначальной волны до некоторого значения приводит к увеличению амплитуды результирующей волны сфокусированной на оси канала более десяти раз, дальнейшее увеличение амплитуды первоначальной волны приводит к насыщению амплитуды результирующей волны.

Благодарности и ссылки на гранты

Работа авторов выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России в сфере научной деятельности, номер для публикаций АААА-А19-119022190031-5 «Численные, аналитические и экспериментальные методы в многофазных, термовязких и микродисперсных системах газогидродинамики».

Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2, М.: Наука, 1987. 386 с.
2. Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
3. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 248 с: ил.
4. Кедринский В.К., Шокин Ю.И., Вшивков В.А., Дудникова Г.И., Лазарева Г.Г. Генерация ударных волн в жидкости сферическими пузырьковыми кластерами // Доклады Академии наук. 2001. Т. 381. № 6. С. 773–776.
5. Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Гималтдинов И.К., Галимзянов М.Н. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны // Доклады Академии наук. 2001. Т. 378. № 6. С. 763–768.
6. Донцов В.Е. Взаимодействие ударной волны со сферическим газожидкостным кластером // Прикладная механика и техническая физика. 2004. Т. 45. № 1 (263). С. 3–11.
7. Донцов В.Е. Распространение волн давления в газожидкостной среде кластерной структуры // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46. № 3 (271). С. 50–60.
8. Кедринский В.К., Вшивков В.А., Лазарева Г.Г. Формирование и усиление ударных волн в пузырьковом "шнуре" // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46. № 5. С. 46–52.
9. Галимзянов М.Н., Гималтдинов И.К., Шагапов В.Ш. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьки // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2002. № 2. С. 139–147.
10. Ильгамов М.А. Гильманов А.Н. Неотражающие условия на границах расчетной области. М.: Физматлит, 2003. - 240 с.

References

1. Nigmatulin R. I., *Dynamics of multiphase media, Pt. 1, 2*, Moscow: Nauka, 1987. [in Russian].
2. Kedrinskii V. K., *Explosion hydrodynamics: experiment and models*, Novosibirsk: Izd-vo SO RAN, 2000. [in Russian].
3. Nakoryakov V. E., Pokusaev B. G., and Shreiber I. R., *Wave Propagation in Gas-Liquid Media*, London: CRC Press, 1993.
4. Kedrinskii V. K., Shokin Yu. I., Vshivkov V. A., Dudnikova G. I., Lazareva G. G., Shock Wave Generation in Fluid by Spherical Bubble Clusters, *Doklady Akademii nauk*, 2001, vol. 381, no. 6, pp. 773–776. [in Russian].
5. Nigmatulin R. I., Shagapov V. Sh., Gimaltdinov I. K., Galimzyanov M. N., Two-dimensional pressure waves in a liquid containing bubble zones, *Doklady Physics*, 2001, vol. 46, no. 6, pp. 445–451. DOI: 10.1134/1.1384945
6. Dontsov V. E., Interaction of a shock-wave with a spherical gas-liquid cluster, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2004, vol. 45, no. 1, pp. 1–7. DOI: 10.1023/B:JAMT.0000009167.17790.d5
7. Dontsov V. E., Propagation of pressure waves in a gas-liquid medium with a cluster structure, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2005, vol. 46, no. 3, pp. 346–354. DOI: 10.1007/s10808-005-0084-7

8. Kedrinskii V. K., Vshivkov V. A., Lazareva G. G., Formation and amplification of shock waves in a bubble "cord", *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2005, vol. 46, no. 5, pp. 652–657. DOI: 10.1007/s10808-005-0119-0
9. Galimzyanov M. N., Gimaltdinov I. K., and Shagapov V. Sh., Two-dimensional pressure waves in a fluid with bubbles, *Fluid Dynamics*, 2002, vol. 37, no. 2, pp. 294–301. DOI: 10.1023/A:1015818602291
10. П'гамов М. А., Гил'манов А. Н., *Nonreflecting Conditions at the Boundaries of the Computational Region*, Fizmatlit, Moscow, 2003. [in Russian].

Статья поступила в редакцию 20 декабря 2022 г.