Chemical Kinetics in Air Flows in Nozzles

E.A. Nagnibeda, K.V. Papina

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, 198504, Russia papakurt@mail.ru

Abstract

Non-equilibrium flows of the 5-component air mixture $N_2/O_2/NO/N/O$ in nozzles are studied taking into account dissociation, recombination and exchange reactions. In the frame of the onetemperature description, variation of the gas temperature, velocity and air composition along a nozzle axis is studied numerically for different conditions in a reservoir. The influence of models for reaction rate coefficients and a nozzle profile on gas flow parameters is shown as well as the role of exchange reactions and recombination. The gas temperature and velocity calculated for 5-component air mixture are compared with ones found for binary mixtures N_2/N and O_2/O .

Keywords: nozzle flows, chemical kinetics, dissociation, recombination, exchange reactions.

УДК 533.6.011.8

Химическая релаксация в потоках воздуха в соплах

Е.А. Нагнибеда, К.В. Папина

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, Санкт-Петербург, 198504 papakurt@mail.ru

Аннотация

Исследуются течения пятикомпонентного воздуха N₂/O₂/NO/N/O в соплах с учетом неравновесных химических реакций диссоциации, рекомбинации, обмена атомами при возбуждении колебательных степеней свободы молекул. На основе однотемпературного описания численно изучено изменение состава смеси, температуры и скорости вдоль оси сопла при разных условиях в форкамере. Показано влияние моделей скорости химических реакций рекомбинации и обмена и формы сопла на параметры течения. Представлено сравнение температуры и скорости в потоках пятикомпонентного воздуха и бинарных смесей N₂/N и O₂/O.

Ключевые слова: течения в соплах, химическая кинетика, диссоциация, рекомбинация, обменные реакции.

1. Введение

Исследование релаксационных процессов в расширяющихся реагирующих газовых смесях представляет значительный интерес в практических приложениях: при моделировании параметров течения на высокоэнтальпийных установках, в разрядах, при разработке газодинамических лазеров и реактивных двигателей, рассчитанных на полет с большими сверхзвуковыми скоростями. Течения двухкомпонентных смесей N₂/N, O₂/O в соплах широко изучены в литературе на основе разных моделей кинетики (см., например, [1–3]). Химическая и колебательная релаксация потоков воздуха в соплах на основе поуровневого описания исследована в работах [4–7]. Применение поуровневого подхода требует решения большого числа уравнений для заселенностей колебательных уровней молекул смеси. Для практических применений полезны упрощенные модели кинетики, основанные на многотемпературных колебательных распределениях (см., например, [8]). В настоящей работе численно изучены течения термически равновесного пятикомпонентного воздуха в соплах на основе однотемпературных колебательных распределениях (см., например, [8]). В настоящей работе численно изучены течения термически равновесного пятикомпонентного воздуха в соплах на основе однотемпературной модели. Показано влияние химических реакций обмена и рекомбинации, моделей скорости реакций, формы сопла и условий в форкамере на параметры течения.

2. Система уравнений для макропараметров

Рассматриваются течения воздуха $N_2/O_2/NO/N/O$ в соплах с учетом реакций обмена, диссоциации и рекомбинации:

$$N_2 + O \rightleftharpoons NO + N,$$
 (1)

$$O_2 + N \rightleftharpoons NO + O$$
, (2)

$$N_2 + M \rightleftharpoons N + N + M, \tag{3}$$

$$O_2 + M \rightleftharpoons O + O + M, \tag{4}$$

$$NO+M \rightleftharpoons N+O+M$$
, (5)

$$M = N_2, O_2, NO, N, O$$
.

Предполагается, что времена релаксации поступательных и внутренних степеней свободы τ_{el} и τ_{int} значительно меньше характерного времени химических реакций τ_{react} , протекающих в газодинамическом временном масштабе θ :

$$\tau_{el} < \tau_{int} \ll \tau_{react} \sim \theta, \tag{6}$$

Такие условия характерны для высокопороговых или медленных химических реакций в термически равновесном газе.

В рамках данного подхода распределения молекул по скоростям и внутренним энергиям описываются распределениями Максвелла-Больцмана с общей температурой, и определяющими макропараметрами течения являются числовые плотности молекул и атомов n_{N2} $n_{0, n}, n_{NO}, n_{N}, n_{O}$, температура T и макроскопическая скорость **v** [8, 9]. Замкнутая система уравнений для макропараметров содержит уравнения однотемпературной неравновесной химической кинетики, уравнения сохранения импульса и полной энергии. В предположении, что поток является стационарным и квазиодномерным, а газ невязким и нетеплопроводным, уравнения, описывающие течение рассматриваемой смеси в сопле, имеют вид (см., например, [8, 6]):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(n_c vS) = S\left(R_c^{2\leftrightarrow 2} + R_c^{2\leftrightarrow 3}\right), \quad c = N_2, O_2, \mathrm{NO}, \mathrm{N}, \mathrm{O}, \tag{7}$$

$$\rho v \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = 0, \qquad (8)$$

$$Sv\frac{dE}{dx} + (p+E)\frac{d(Sv)}{dx} = 0, \qquad (9)$$

где *x* – расстояние от критического сечения вдоль оси сопла; *v* – проекция скорости газа на ось x; S(x) – площадь сечения сопла; $R_c^{2\leftrightarrow 2}$, $R_c^{2\leftrightarrow 3}$ – релаксационные члены, описывающие реакции (1)–(5); $\rho = \sum_{c=N_2,O_2,NO,N,O} m_c n_c$ – плотность; m_c – масса частицы сорта c; p = nkT – давление; $n = \sum_{c=N_2,O_2,NO,N,O} n_c$; k – постоянная Больцмана; E – полная энергия единицы объема:

$$E = E_{tr} + E_{vibr} + E_{rot} + E_f.$$

Здесь $E_{tr} = \frac{3}{2}nkT$, $E_{vibr} = \sum_{c=N_2O_2,NO} \frac{n_c}{Z_c^{vibr}} \sum_{i=0}^{l_c} \varepsilon_i^c \exp\left(-\frac{\varepsilon_i^c}{kT}\right)$, $E_{rot} = \sum_{c=N_2O_2,NO} n_c kT$,

 $E_f = \varepsilon_{\rm NO} n_{\rm NO} + \varepsilon_{\rm N} n_{\rm N} + \varepsilon_{\rm O} n_{\rm O}$ – поступательная, колебательная, вращательная энергии и энергия образования в расчете на единицу объема; Z_c^{vibr} – колебательная статистическая сумма; ε^c_i – колебательная энергия молекулы сорта c на i-м уровне; ε_c – энергия образования частицы сорта с. Колебательные спектры молекул рассчитывались на основе модели ангармонического осциллятора Морзе [10]. Релаксационные члены $R_c^{2\leftrightarrow 3}$ и $R_c^{2\leftrightarrow 3}$ в уравнениях (7) имеют вид [9]

$$R_{\mathrm{N}_{2}}^{2\leftrightarrow2} = n_{\mathrm{NO}}n_{\mathrm{N}}k_{\mathrm{NO}\rightarrow\mathrm{N}_{2}}^{\mathrm{N}\rightarrow\mathrm{O}}\left(T\right) - n_{\mathrm{N}_{2}}n_{\mathrm{O}}k_{\mathrm{N}_{2}\rightarrow\mathrm{NO}}^{\mathrm{O}\rightarrow\mathrm{N}}\left(T\right),$$

$$R_{O_{2}}^{2\leftrightarrow2} = n_{NO}n_{O}k_{NO\toO_{2}}^{O\toN}(T) - n_{O_{2}}n_{N}k_{O_{2}\toNO}^{N\toO}(T),$$

$$R_{NO}^{2\leftrightarrow2} = -R_{N_{2}}^{2\leftrightarrow2} - R_{O_{2}}^{2\leftrightarrow2},$$

$$R_{N_{2}}^{2\leftrightarrow3} = \sum_{M=N_{2},O_{2},NO,N,O} n_{M} \left[n_{N}^{2}k_{rec,N_{2}}^{M}(T) - n_{N_{2}}k_{N_{2},diss}^{M}(T) \right],$$

$$R_{O_{2}}^{2\leftrightarrow3} = \sum_{M=N_{2},O_{2},NO,N,O} n_{M} \left[n_{O}^{2}k_{rec,O_{2}}^{M}(T) - n_{O_{2}}k_{O_{2},diss}^{M}(T) \right],$$

$$R_{NO}^{2\leftrightarrow3} = \sum_{M=N_{2},O_{2},NO,N,O} n_{M} \left[n_{N}n_{O}k_{rec,NO}^{M}(T) - n_{NO}k_{NO,diss}^{M}(T) \right],$$

$$R_{N}^{2\leftrightarrow2} = -R_{N_{2}}^{2\leftrightarrow2} + R_{O_{2}}^{2\leftrightarrow2}, \qquad R_{N}^{2\leftrightarrow3} = -2R_{N_{2}}^{2\leftrightarrow3} - R_{O_{2}}^{2\leftrightarrow3}.$$
(10)

Здесь $k_{c \to c'}^{d \to d'}(T)$ – коэффициенты скорости обменных реакций (1) и (2) (при столкновении частиц сортов *c* и *d* с образованием частиц сортов *c'* и *d'*); $k_{c,diss}^{M}(T)$ – коэффициенты скорости диссоциации молекул сорта *c* (*c* = N₂, O₂, NO) при столкновении с частицей *M*; $k_{rec,c}^{M}(T)$ – коэффициенты скорости рекомбинации атомов с образованием молекулы сорта *c*.

3. Коэффициенты скорости реакций

Коэффициенты скорости химических реакций в термически равновесном газе описываются законом Аррениуса (см., например, [11]):

$$k_{c,eq}^{M}\left(T\right) = A_{M}T^{n}\exp\left(-\frac{E_{\alpha}}{kT}\right),\tag{11}$$

где E_{α} – энергия активации реакции; A_M , n – постоянные величины. В настоящей работе коэффициенты скорости прямых обменных реакций и диссоциации были рассчитаны с учетом значений величин E_{α} , A_M , n, рекомендованных для реакций в воздухе на основе экспериментальных данных [12] (табл.1) и траекторных расчетов динамики столкновений [13] (табл.2), а также на основе аппроксимационных соотношений, приведенных в [14] (табл.3). Коэффициенты скорости обратных обменных реакций и рекомбинации вычислялись с помощью соотношений, следующих из закона действующих масс [9].

Таблица 1

Реакция	A_M , м/с	$E_{lpha} imes 10^{-19}$, Дж	п
$N_2 + O \rightarrow NO + N$	1.23×10^{-18}	5.24	0.5
$O_2 + N \rightarrow NO + O$	4.98×10^{-19}	2.69	0.5
$N_2 + M \longrightarrow N + N + M$	4.15×10 ⁻¹¹	15.67	- 1.0
$O_2 + M \rightarrow O + O + M$	1.51×10^{-11}	8.19	- 1.0
$NO + M \rightarrow N + O + M$	6.81×10 ⁻¹²	10.4	- 1.0

Параметры в формуле Аррениуса [12]

Таблица 2

Реакция	A_M , м/с	$E_{lpha}\! imes\!10^{-19}$, Дж	п
$N_2 + O \rightarrow NO + N$	0.8×10^{-16}	5.175	0
$O_2 + N \rightarrow NO + O$	4.0×10^{-15}	0.2	- 0.39
$N_2 + N_2 \rightarrow N + N + N_2$	4.1×10^{-12}	15.67	- 0.62
$\rm N_2 + O_2 \rightarrow \rm N + \rm N + O_2$	1.5×10 ⁻¹¹	15.67	- 0.68
$N_2 + NO \rightarrow N + N + NO$	1.5×10^{-11}	15.67	- 0.68
$N_2 + N \rightarrow N + N + N$	1.0×10^{-11}	15.67	- 0.68
$N_2 + O \rightarrow N + N + O$	4.0×10^{-12}	15.67	- 0.54
$O_2 + N_2 \rightarrow O + O + N_2$	1.3×10^{-10}	8.197	- 1.0
$O_2 + O_2 \rightarrow O + O + O_2$	5.33×10^{-11}	8.197	- 1.0
$O_2 + NO \rightarrow O + O + NO$	1.1×10^{-10}	8.197	- 1.0
$O_2 + N \rightarrow O + O + N$	1.0×10^{-10}	8.197	- 1.0
$O_2 + O \rightarrow O + O + O$	1.5×10^{-10}	8.197	- 1.05
$NO + N_2 \rightarrow N + O + N_2$	1.5×10^{-10}	10.43	- 1.0
$\rm NO + O_2 \rightarrow \rm N + O + O_2$	2.0×10^{-10}	10.43	- 1.0
$\rm NO + \rm NO \rightarrow \rm N + \rm O + \rm NO$	1.0×10^{-10}	10.43	- 1.0
$NO + N \rightarrow N + O + N$	4.0×10^{-10}	10.43	- 1.1
$NO + O \rightarrow N + O + O$	4.0×10^{-10}	10.43	- 1.1

Параметры в формуле Аррениуса [13]

Таблица 3

Аппроксимационные соотношения равновесных коэффициентов скорости реакций [14]

Реакция	k , ${ m M}^3/{ m c}$	Т,К
$N_2 + O \rightarrow NO + N$	$k = 3 \times 10^{-16} \exp\left(-\frac{38370}{T}\right)$	$(2 \div 5) \times 10^3$
$O_2 + N \rightarrow NO + O$	$k = 3.2 \times 10^{-18} \left(\frac{T}{300} \right) \exp \left(-\frac{3150}{T} \right)$	300÷3000
$N_2 + M \rightarrow N + N + M$	$k_{\rm N_2} = 5.4 \times 10^{-14} \left[1 - \exp\left(-\frac{3354}{T}\right) \right] \exp\left(-\frac{113200}{T}\right)$ $k_{\rm O_2} = k_{\rm NO} = k_{\rm N_2} , k_{\rm O} = k_{\rm N} = 6.6k_{\rm N_2}$	300÷1.5×10 ⁴
$O_2 + M \rightarrow O + O + M$	$k_{N_2} = 6.1 \times 10^{-15} [1 - \exp\left(-\frac{2240}{T}\right)] \exp\left(-\frac{59380}{T}\right)$ $k_{O_2} = 5.9k_{N_2}, k_O = 21k_{N_2}, k_N = k_{NO} = k_{N_2}$	$300 \div 10^{4}$
$NO + M \rightarrow N + O + M$	$k_{\text{N}_2} = 8.7 \times 10^{-15} \exp\left(-\frac{75994}{T}\right), \ k_{\text{O}_2} = k_{\text{N}_2}$ $k_{\text{O}} = k_{\text{N}} = k_{\text{NO}} = 20k_{\text{N}_2}$	$(4 \div 7.5) \times 10^3$

$NO + N \rightarrow N_2 + O$	$k = 1.8 \times 10^{-17} \left(\frac{T}{300}\right)^{0.5}$	200÷4000
$NO + O \rightarrow O_2 + N$	$k = 7.5 \times 10^{-18} \left(\frac{T}{300} \right) \exp \left(-\frac{19500}{T} \right)$	$(1 \div 3) \times 10^3$
Реакция	k , ${ m M}^6/{ m c}$	<i>Т</i> , К
$N + N + M \rightarrow N_2 + M$	$k_{\rm N_2}$ =1.9×10 ⁻⁴⁵	$600 \div 6300$
	$k_{O_2} = 1.8 \times 10^{-45} \exp\left(-\frac{435}{T}\right), \ k_{NO} = k_{O_2},$ $k_O = k_N = 3k_{O_2}$	290÷400
$O + O + M \rightarrow O_2 + M$	$k_{\rm N_2} = 10^{-45} \exp\left(-\frac{300}{T}\right)^{0.41}$	500÷4000
	$k_{\text{O}_2} = 4 \times 10^{-45} \exp\left(\frac{300}{T}\right)^{0.41}$ $k_{\text{N}} = 0.8k_{\text{O}_2}, \qquad k_{\text{O}} = 3.6k_{\text{O}_2}, \qquad k_{\text{NO}} = 0.17k_{\text{O}_2}$	290÷4000
$N + O + M \rightarrow NO + M$	$k_{\rm N_2} = 10^{-44} \left(\frac{300}{T}\right)^{0.5}, \qquad k_{\rm N} = 1.8 \times 10^{-43} \left(\frac{300}{T}\right)$ $k_{\rm O_2} = k_{\rm N_2}, \qquad k_{\rm O} = k_{\rm NO} = k_{\rm N}$	200÷4000

Продолжение таблицы 3

На рис.1, *a*, *b* представлена температурная зависимость коэффициентов скорости реакций, вычисленных с учетом параметров, приведенных в [13].



Рис. 1. Коэффициенты скорости обменных реакций, диссоциации (*a*) и рекомбинации (*b*) в зависимости от температуры

С ростом температуры увеличиваются коэффициенты скорости обменных реакций и диссоциации (рис.1, *a*), при этом коэффициенты скорости обменных реакций заметно превышают коэффициенты скорости диссоциации, наибольшую величину имеет коэффициент $k_{O_2 \rightarrow NO}^{N \rightarrow O}$, а наименьшую $k_{N_2,diss}^M$. Также следует отметить, что реакция (1) протекает значительно активнее в обратном направлении, чем в прямом. С увеличением температуры различие между коэффициентами уменьшается. Коэффициенты скорости рекомбинации (рис. 1, *b*) по величине оказываются значительно меньше, чем коэффициенты скорости диссоциации и

обмена. Как известно (см., например, [8, 14]), роль рекомбинации возрастает с уменьшением температуры, что также видно на рис. 1, *b*.

На рис. 2, *a,b,c,d* показано сравнение коэффициентов $k_{N_2 \to NO}^{O \to N}$, $k_{O_2,diss}^M$, k_{rec,N_2}^M , $k_{rec,NO}^M$, рассчитанных при учете значений параметров в законе Аррениуса, приведенных в [12, 13] и формул [14]. Расчеты коэффициентов скорости прямой реакции (2) и диссоциации молекул азота (3) показали, что все три модели дают близкие значения. Для реакции $N_2 + O \to NO + N$ (рис. 2, *a*) и рекомбинации молекул O_2 (рис. 2, *b*) и NO (рис. 2, *d*) на основе данных [12] и [14] получаем относительно близкие значения коэффициентов скорости (различие в результатах не превышает 7 %), а данные [13] приводят к завышению результатов до 10%. Рекомбинация N_2 протекает наиболее быстро при использовании параметров [14] (рис. 2, *c*).



Рис. 2. Температурная зависимость коэффициентов скорости реакций $k_{N_2 \to NO}^{O \to N}(a)$, $k_{O_2,diss}^M(b)$, $k_{rec,N_2}^M(c)$, $k_{rec,NO}^M(d)$

4. Результаты

Система уравнений (7)–(9) численно интегрировалась в расширяющейся части сопла, начиная с точки сразу за критическим сечением. В сужающейся части сопла течение считается равновесным. В критическом сечении задавались следующие условия: $T^* = 5000, 7000$ К ($T^0 = 5710.6, 7983.45$ K), $p^* = 1, 10, 100$ atm ($p^0 = 1.82, 18.2, 182$ atm). Предполагая, что величина $\kappa = C_p/C_v$ меняется слабо в равновесной области и может считаться постоянной от резервуара до критического сечения ($\kappa^* = \kappa^0$), значения температуры T^0 и давления p^0 в форкамере связаны соотношениями

$$\frac{T^*}{T^0} = \frac{2}{k^* + 1}, \qquad \frac{p^*}{p^0} = \left(\frac{2}{k^* + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

Были рассмотрены три формы сопел:

- 1) коническое сопло $r(x) = r^* + x tg \alpha$, $r^* = 1$ мм, $\alpha = 21^{\circ}$;
- 2) гиперболическое сопло $r(x) = r^* \left(1 + x^2 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{r^*} \right)^2 \right)^{1/2}$ (см. [1]);
- 3) сопло F4, расширяющаяся часть которого описывается функцией

$$r(x) = 0.3599 - 0.2277 \exp(-0.1884x^2) - \frac{0.0184}{x^2 + 0.1447}$$
 (cm. [3, 4]).

Безразмерные площади и профили сопел показаны на рис. 3, *а*, *b*.



Рис. 3. Безразмерные площади (a) и профили (b) сопел: 1 – коническое, 2 – гиперболическое, 3 – F4

В расчетах при моделировании использовался неявный метод Гира [15], построенный на формулах обратного дифференцирования (BDF) и дающий высокую точность и вычислительную эффективность. Результаты расчетов представлены на рис. 4–9. Сначала рассмотрим результаты, полученные для течений воздуха в коническом сопле.

4.1. Влияние моделей скорости реакций (1) – (5) на макропараметры потока

На рис. 4, *a*, *b*, *c* показано изменение температуры и числовых плотностей молекул азота и кислорода вдоль оси сопла, рассчитанных с учетом разных моделей реакций: параметров в законе Аррениуса, рекомендованных в [12, 13] и соотношений [14]. Расчеты с учетом данных [12], [14] приводят к близким значениям температуры (рис.4*a*), различие результатов не превышает 1.6%. Использование параметров [13] приводит к более резкому убыванию температуры, чем учет моделей [12] и [14], однако различие значений *T* не превосходит 14%. На рис. 4, *a*, *b* изображено влияние выбора параметров в формуле Аррениуса на изменения числовых плотностей. Как показано на рис. 2, *a*, *b*, коэффициентами $k_{N_2,diss}^{O \to N}$ имеет наибольшие значения при учете данных [13], а различие между коэффициентами $k_{N_2,diss}^M$ и k_{rec,N_2}^M найденными на основе различных моделей, уменьшается с убыванием температуры. Вследствие этого числовая плотность молекул N₂ убывает быстрее при использовании параметров [13]. Наибольшее различие между значениями n_c/n наблюдается при использовании данных [12].

и [13] и не превосходит 2.3 % для молекул N_2 и 13 % для молекул O_2 . В целом можно отметить, что рассмотренные модели приводят к близким значениям параметров течений воздуха в соплах.



Рис. 4. Изменение T(a), $n_{N_2}/n(b)$, $n_{O_2}/n(c)$ вдоль оси сопла с учетом разных представлений коэффициентов скорости реакций обмена и диссоциации, $p^* = 1$ atm, $T^* = 7000$ К

4.2. Роль разных реакций в процессе химической релаксации в соплах

Влияние химических реакций на изменение состава воздуха и температуры вдоль оси сопла показано на рис. 5, *a*, *b*, *c*, *d*. Расчеты выполнены в трех случаях: с учетом всех реакций (а); без учета рекомбинации (б); без учета обменных реакций (в). Числовые плотности молекул (рис. 5, *a*, *b*) в отсутствие рекомбинации (случай б) оказываются меньше по величине, чем в случаях а и в. В отсутствие обменных реакций быстро замораживаются все числовые плотности. Особенно это заметно для плотности n_N/n , так как в этом случае отсутствуют прямая реакция (1) и обратная реакция (2). Без обменных реакций плотность молекул NO имеет гораздо меньшую величину, чем в случае полной системы реакций, так как в этом случае они образуются только в результате рекомбинации.

Выполненные расчеты показали, что реакции обмена влияют на температуру газа сильнее, чем рекомбинация, особенно это проявляется вблизи критического сечения. Далее, с понижением температуры основную роль начинает играть рекомбинация. На выходе из сопла различие в значениях *T* при учете всех реакций и без учета рекомбинации достигает 30 %.

На рис. 5, *d* показано влияние прямых и обратных реакций обмена (1), (2) на изменение температуры газа при удалении от критического сечения. Видно, что расчеты без учета прямых (эндотермических) реакций обмена приводят к завышенным значениям температуры, а



без учета обратных (экзотермических) обменных реакций – к заниженным значениям *T* по сравнению с учетом всех реакций.

Рис. 5. Влияние рекомбинации и реакций обмена на числовые плотности смеси (*a*, *b*, *c*) и температуру газа (*d*), $p^* = 100$ atm, $T^* = 7000$ K: а – все реакции, б – без рекомбинации, в – без обменных реакций

4.3. Сравнение макропараметров в воздухе и в бинарных смесях

Ниже приводится сравнение результатов, полученных для течений в соплах пятикомпонентного воздуха и бинарных смесей N₂/N и O₂/O (рис. 6, *a*, *b*).



Рис. 6. Изменение скорости (*a*) и температуры (*b*) газа вдоль оси сопла $p^* = 1$ atm, $T^* = 7000$ K

Это связано с активной диссоциацией кислорода и значительным ее влиянием на параметры течения. Максимальное различие между значениями скорости потока в воздухе и в бинарных смесях достигает 38 %, а между значениями температуры 74 %.

4.4. Зависимость макропараметров от условий в критическом сечении

Влияние условий в критическом сечении на изменение температуры и скорости потока показано на рис.7*a*,*b*. При высокой температуре в критическом сечении $T^*=7000$ K (случаи 3, 4) увеличение начального давления от $p^*=1$ atm до $p^*=100$ atm приводит к более резкому падению температуры и уменьшению скорости, чем при $T^*=5000$ K (случаи 1, 2). Различие между значениями температуры для случаев 3 и 4 достигает 18 % и 7 % для случаев 1, 2.



Рис. 7. Изменение скорости (*a*) и температуры (*b*) вдоль оси сопла при различных условиях в критическом сечении: $1 - p^* = 1$ atm, $T^* = 5000$ K, $2 - p^* = 100$ atm, $T^* = 5000$ K, $3 - p^* = 1$ atm, $T^* = 7000$ K, $4 - p^* = 100$ atm, $T^* = 7000$ K

Рис. 8, *a*, *b*, *c*, *d* показывает изменение состава воздуха в зависимости от p^* при $T^* = 7000$ К. Немонотонность изменения числовых плотностей молекул кислорода и азота вдоль оси сопла (рис. 8, *a*, *b*) объясняется их уменьшением вблизи критического сечения в результате диссоциации, а затем увеличением за счет обратных реакций обмена и рекомбинацией, роль которой возрастает с падением температуры. Числовая плотность O_2 уменьшается быстрее, чем плотность N_2 , из-за большей скорости диссоциации (см. рис. 1, *a*).

При большем начальном давлении реакции происходят активнее, и значения числовых плотностей замораживаются позднее. Скорость прямой и обратной реакций, в которых связываются атомы азота, остается достаточно большой во всем диапазоне температур, и замораживание n_N/n практически не происходит (рис. 8, *d*).

4.5. Результаты, полученные для других форм сопел

Расчеты течений воздуха в соплах трех видов (см. рис. 3) показали, что форма сопла сильно влияет на характер химических реакций и изменение макропараметров. Сравнение результатов, полученных в соплах разной формы, представлено на рис. 9, *a*, *b*, *c*, *d*.

Различие в поведении температур (рис. 9, *a*) заметно уже на малых расстояниях от критического сечения. В коническом сопле 1 температура убывает наиболее резко, что объясняется более сильным расширением течения в этом сопле. Значения макропараметров при $x/r^* = 50$ в соплах 2 и 3 практически совпадают (см. табл. 4). Числовые плотности молекул (рис. 9, *b*, *c*) в сопле 1 меняются слабее и замораживаются быстрее, чем в соплах 2 и 3.



Рис. 8. Изменение числовых плотностей n_{N_2}/n (*a*), n_{O_2}/n (*b*), n_{NO}/n (*c*), n_N/n (*d*) при $T^* = 7000$ K: $l - p^* = 1$ atm, $2 - p^* = 10$ atm, $3 - p^* = 100$ atm

Сильное расширение потока в коническом сопле обуславливает наиболее резкое падение температуры, и вследствие этого химические реакции протекают менее активно, чем в гиперболическом сопле и сопле F4. Наибольшее изменение числовых плотностей молекул получено в сопле 3, в котором температура газа оказывается самой высокой, и химические реакции протекают быстрее.

5. Заключение

Воздух рассматривался как пятикомпонентная смесь, учитывались реакции диссоциации, рекомбинации и обмена. На основе полученных результатов показана роль разных реакций в химической релаксации смеси, даны оценки влияния моделей скорости химических реакций и условий в форкамере на изменение параметров потока вдоль оси сопла. Проведено сравнение результатов, полученных при рассмотрении течений воздуха в соплах с разными профилями. Сравнение результатов, полученных для потоков воздуха и бинарных смесей, показали недооценку температуры и переоценку скорости в потоках бинарной смеси O_2/O и противоположный эффект для смеси N_2/N по сравнению с результатами, полученными для пятикомпонентной смеси.



Рис. 9. Изменение температуры (*a*) и числовых плотностей n_{N_2}/n (*b*), n_{O_2}/n (*c*), n_N/n (*d*) в соплах разной формы при $p^* = 1$ atm, $T^* = 7000$ К: l – коническое сопло, 2 – гиперболическое сопло, 3 - F4

Таблица 4

		Т,К	$n_{\rm N_2}/n$	n_{O_2}/n	$n_{\rm NO}/n$	$n_{\rm N}/n$	$n_{\rm O}/n$
Коническое (1)	$p^* = 1$ atm, $T^* = 5000$ K	555.6	0.788	0.2	2.2×10 ⁻⁵	8.6×10 ⁻¹⁰	0.0048
	$p^* = 100$ atm, $T^* = 5000$ K	528.5	0.78	0.2	0.0114	6.3×10 ⁻¹⁶	0.006
	$p^* = 1$ atm, $T^* = 7000 \mathrm{K}$	829.5	0.77	0.17	0.0014	2.7×10 ⁻⁶	0.057
	$p^* = 100$ atm, $T^* = 7000$ K	728.7	0.75	0.16	0.06	3.1×10 ⁻¹¹	0.03
Гиперболическое (2)	$p^* = 1$ atm, $T^* = 7000 \mathrm{K}$	910	0.7	0.088	0.024	4.9×10 ⁻⁷	0.18
F4 (3)	$p^* = 1$ atm, $T^* = 7000$ K	851.2	0.69	0.079	0.03	2.4×10 ⁻⁷	0.19

Параметры газа при $x/r^* = 50$; разные профили сопел

Работа выполнена при поддержке СПбГУ (проект № 6.37.163.2014) и РФФИ (грант № 15-01-02373).

Литература

- 1. Shizgal B.D., Lordet. F. Vibrational nonequilibrium in a supersonic expansion with reactions. Application to O₂ /O // Chem. Phys. 1996. Vol. 104, №. 10. Pp. 3579–3597.
- Capitelli M., Colonna G., Giordano D., Kustova E.V., Nagnibeda E.A., Tuttafesta M. The influence of state-to-state kinetics on transport properties in a nozzle flow // Мат. моделирование. 1999. Т. 11. № 3. С. 45–59.
- 3. Kustova E.V., Nagnibeda E.A., Alexandrova T.Yu. et al. On the non-equilibrium kinetics and heat transfer in nozzle flows // Chem. Phys. 2002. Vol. 276. № 2. Pp. 139–154.
- 4. Colonna G. et al. Non-Arrhenius NO formation rate in one-dimensional nozzle airflow //Journal of thermophysics and heat transfer. 1999. T. 13. №. 3. C. 372–375.
- 5. Bazilevich S.S, Sinitsyn K.A., Nagnibeda E.A. Non-equilibrium Flows of Reacting Air Components in Nozzles // AIP Conference Proceedings, 2009. Vol. 1084, № 1. Pp. 843–848.
- Colonna G., Tuttafesta M., Giordano D. Numerical methods to solve Euler equations in one-dimensional steady nozzle flow // Computer physics communications. 2001. VI dissool. 138. –№ 3. Pp. 213–221.
- Colonna G., Pietanza L. D., Capitelli M. Macroscopic kinetic model for air in nozzle flow //28th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics 2012. AIP Publishing, 2012. T. 1501. № 1. C. 1071–1077.
- 8. Агафонов В.П., Вертушкин В.К., Гладков А.А., Полянский О.Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике / Под ред. Г.И. Майкапара. М.: Машиностроение, 1972. 344 с.
- 9. Нагнибеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов/ СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2003, 270 с.
- 10. Герцберг Г. Спектры и строение двухатомных молекул. М.: ИЛ, 1949. 403 с.
- Физико-химические процессы в газовой динамике / под ред. Черного Г.Г. и Лосева С.А. / М.: Изд-во МГУ 1995. Т. 1., 2002. Т. 2.
- 12. International Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry. Part II // 30 Sep. 10 Oct. 2004. Porquerolles, France.
- Scanlon T.J. et al. Open source DSMC chemistry modelling for hypersonic flows. // AIAA Journal. 2014.
- 14. Capitelli, M., Ferreira, C. M., Gordiets, B. F., Osipov, A. I. Plasma kinetics in atmospheric gases. // Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2000. Vol. 31. P. 302.
- 15. Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках бейсик, фортран и паскаль. Томск МПРАСКО, 1991. С. 272.

Статья поступила в редакцию 28 ноября 2016 г.