УДК 527.525

## МОДИФИЦИРОВАННАЯ ДИФФУЗИОННО-ДРЕЙФОВАЯ МОДЕЛЬ РАЗРЯДА ПЕННИНГА

## Суржиков С.Т.<sup>1</sup>, Куратов С.Е.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 119526, проспект Вернадского101-1 <sup>2</sup> Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л.Духова Москва, 127055, Сущевская ул., д.22

> surg@ipmnet.ru s e kuratov@mail.ru

#### Аннотация

Представлена модифицированная двухмерная диффузионно-дрейфовая модель разряда Пеннинга в молекулярном водороде при давлениях порядка 1 мТорр. Суть модификации классической диффузионно-дрейфовой модели состоит в ведении нелинейной зависимости подвижностей заряженных частиц от напряженности электрического поля, а также в использовании классических выражений для скорости ионизации при столкновении с электронами.

Рассмотрена двухмерная осесимметричная геометрия разряда с цилиндрическим анодом и плоскими катодами, расположенными перпендикулярно оси симметрии. Внешнее магнитное поле с индукцией порядка 0.1 Т приложено в осевом направлении. В одной из катодных секций имеется отверстие для вывода из разрядной камеры ускоренных ионов.

С использованием созданной расчетно-теоретической модели выполнено численное моделирование электродинамической структуры пеннинговского разряда при давлении 0.0012 Торр, при эдс источника тока 2500 В.

С использованием численных экспериментов изучена электродинамическая структура разряда в осевом магнитном поле (Пеннинговский разряд).

Ключевые слова: модифицированная диффузионно-дрейфовая модель, разряд Пеннинга, численное моделирование.

#### MODIFIED DRIFT-DIFFUSION MODEL OF THE PENNING DISCHARGE

# Sergey T. Surzhikov<sup>1</sup>, S.E. Kuratov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ishlinskyi Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS), <sup>2</sup> Dukhov All-Russian Scientific Research Institute of Automatics, Moscow, Russia,

> surg@ipmnet.ru s\_e\_kuratov@mail.ru

The modified two-dimensional drift-diffusion model is presented of a Penning discharge in molecular hydrogen at pressure of about 1 mTorr. The essence of the modification of the classical drift-diffusion model is in the introduction of the non-linear dependence of the mobility of the charged particles from the electric field.

A two-dimensional axisymmetric model is considered of the Penning discharge with a cylindrical anode and two flat cathodes located perpendicular to the axis of symmetry. An external magnetic field of 0.1 T is applied in the axial direction. In one of the cathodes sections there is an outlet opening from the discharge chamber for accelerated ions.

Using the developed computational model an investigation is performed of the electrodynamic structure of the Penning discharge at a pressure of 0.0012 Torr, emf of current source 2500 V, and axial magnetic field of Bz = 0.1 T.

Keywords: modified drift diffusion model, Penning discharge, numerical simulation.

### 1. Введение

Классический газовый разряд Пеннинга, схема которого показана на рис.1, имеет ряд отличительных особенностей. При стандартном давлении  $(10^{-2} \div 10^{-3} \text{ Topp})$  в разрядной камере длиной ~  $1 \div 2$  см длина пробега электронов до столкновения с атомами существенно больше длины камеры и вероятность ионизации атомов при однократном прохождении электрона вдоль камеры невелика даже при весьма высоком напряжении между электродами (~  $2 \div 5$  кВ). Существование разряда во многом определяется наличием осевого магнитного поля, типичная величина индукции которого составляет ~ 0.1 Т. Это магнитное поле захватывает первичные электроны, образующиеся путем вторичной электронной эмиссии на холодных катодах (катоде и анти-катоде) и ускоренные в приложенном электрическом поле, обеспечивая их многократное движение в разрядном объеме до тех пор, пока они не ионизуют нейтральные атомы или не попадут на цилиндрический анод, замыкая электрическую цепь разряда.

Пеннинговский разряд применяется в большом числе электронных устройств и в создании направленных пучков ионов для ускорительной физики благодаря тому, что положительные ионы могут вытягиваться из области плазмы электрическим полем вытягивающего электрода с последующим их ускорением в электронно-оптической системе. Дальнейшее развитие и оптимизация работы таких устройств требует создания предсказательных расчетно-теоретических моделей пеннинговских разрядов, используемых для генерации положительных ионов. Задача построения таких моделей относится к одной из актуальных задач компьютерной физики, которая должна решаться с использованием кинетически самосогласованных плазменных и плазмо-химических моделей. В данной работе предлагается развитие диффузионно-дрейфовой модели к описанию электродинамической структуры пеннинговского разряда.

#### 2. Расчетно-теоретическая модель

Основные положения диффузионно-дрейфовой модели (ДДМ) рассмотрены в работе [1]. Схема разряда Пеннинга, для которой исследуется модифицированная диффузионнодрейфовая модель, разработанная в данной работе, представлена на рис.1.



Рис.1. Схема Пеннинговского разряда с внешним магнитным полем

Уравнения МДДМ базируются на классической диффузионно-дрейфовой модели формулируются на основе уравнений неразрывности для концентраций электронов  $n_e$  и положительных ионов  $n_i$ , а так же для потенциала энергетического поля  $\varphi$ , который определяет вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi$ 

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_{e,x}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \Gamma_{e,r}}{\partial r} = \alpha \left( E \right) \left| \Gamma_e \right| - \beta n_i n_e, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_{i,x}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \Gamma_{i,r}}{\partial r} = \alpha \left( E \right) \left| \Gamma_e \right| - \beta n_i n_e, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 4\pi e(n_e - n_i), \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{e} = -D_{e} \operatorname{grad} n_{e} - n_{e} \mu_{e} \mathbf{E}, \quad \boldsymbol{\Gamma}_{i} = -D_{i} \operatorname{grad} n_{i} + n_{i} \mu_{i} \mathbf{E}, \quad \mathbf{j} = e \left( \boldsymbol{\Gamma}_{i} - \boldsymbol{\Gamma}_{e} \right), \tag{4}$$

 $\alpha(E)$  и  $\beta$  – коэффициенты ионизации и рекомбинации;  $\Gamma_e, \Gamma_i$  – плотности потоков электронов и положительных ионов;  $\mu_e, \mu_i$  – подвижности электронов и ионов;  $D_e, D_i$  – коэффициенты диффузии электронов и ионов.

При добавлении осевого магнитного поля указанные уравнения модифицируются:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_{e,x}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \Gamma_{e,r}}{\partial r} = \alpha \left( E \right) \left| \Gamma_e \right| - \beta n_i n_e, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_{i,x}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \Gamma_{i,r}}{\partial r} = \alpha \left( E \right) \left| \Gamma_e \right| - \beta n_i n_e, \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 4\pi e(n_e - n_i), \qquad (7)$$

где

$$\Gamma_{e,x} = -D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} - \mu_e n_e E_x, \quad \Gamma_{e,r} = -\frac{D_e}{1 + b_e^2} \frac{\partial n_e}{\partial r} - \frac{\mu_e}{1 + b_e^2} n_e E_r, \quad \Gamma_{e,\varphi} = -b_e \Gamma_{e,r}, \quad (8)$$

$$\Gamma_{i,x} = -D_i \frac{\partial n_i}{\partial x} + \mu_i n_i E_x, \quad \Gamma_{i,r} = -\frac{D_i}{1 + b_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial r} + \frac{\mu_e}{1 + b_i^2} n_i E_r, \quad \Gamma_{i,\varphi} = -b_i \Gamma_{i,r}, \quad (9)$$

$$b_e = \frac{\mu_e B_x}{c}, \ b_i = \frac{\mu_i B_x}{c}.$$

Подставляя значения плотностей потоков электронов и ионов в уравнения непрерывности электронной и ионной жидкостей (1) и (2), получим

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\mu_e n_e E_x - D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left( -\frac{\mu_e}{1 + b_e^2} n_e E_r - \frac{D_e}{1 + b_e^2} \frac{\partial n_e}{\partial y} \right) = \alpha \left| \Gamma_e \right| - \beta n_e n_i, \quad (10)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_i n_i E_x - \frac{D_i}{1 + b_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left( \frac{\mu_i}{1 + b_i^2} n_i E_r - \frac{D_i}{1 + b_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial y} \right) = \alpha \left| \Gamma_e \right| - \beta n_e n_i, \quad (11)$$

где

 $\left|\Gamma_{e}\right| = \sqrt{\Gamma_{e,x}^{2} + \Gamma_{e,r}^{2} + \Gamma_{e,\phi}^{2}}.$ (12)

Заметим, что введенные коэффициенты  $b_e$  и  $b_i$ , которые в модели (8) и (9), учитывающие влияние магнитного поля

$$b_e = \frac{\mu_e B_z}{c} = \frac{\omega_e}{v_e}, \quad b_i = \frac{\mu_i B_z}{c} = \frac{\omega_i}{v_{in}}, \tag{13}$$

хорошо известны в физике плазмы и называются параметрами Холла электронной и ионной жидкостей.

Коэффициенты  $\omega_e = eB_z/m_ec$  и  $\omega_i = eB_z/m_ic$  в (31) являются ларморовскими частотами вращения электронов и ионов в магнитном поле.

Граничные условия для определения концентраций ионов и электронов, а также электрического потенциала формулируются в следующем виде:

$$x = 0, r \in [0, R_c]:$$
  $\frac{\partial n_i}{\partial y} = 0, \Gamma_e = \gamma \Gamma_i, \varphi = 0$ , (14)

$$x = H : r \in [R_{AC_i}, R_{AC_e}] : \frac{\partial n_i}{\partial y} = 0, \ \Gamma_e = \gamma \Gamma_i, \varphi = 0 , \qquad (15)$$

$$x = H: r < R_{AC_i}: \frac{\partial n_i}{\partial y} = \frac{\partial n_e}{\partial y} = 0, \quad \varphi = 0 \quad , \tag{16}$$

$$r = 0, \quad \frac{\partial n_e}{\partial x} = \frac{\partial n_i}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0,$$
 (17)

$$r = R, \ x < X_{A_1}: \frac{\partial n_e}{\partial x} = \frac{\partial n_i}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0,$$
 (18)

$$r = R, \ X_{A_1} < x < X_{A_2} : \frac{\partial n_e}{\partial x} = 0, n_i = 0, \varphi = V,$$
 (19)

$$r = R, \ x > X_{A_2}: \frac{\partial n_e}{\partial x} = \frac{\partial n_i}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0.$$
 (20)

В рассматриваемой постановке задачи некоторые граничные условия должны корректироваться для учета более сложной геометрии реальной разрядной камеры.

В первую очередь это относится к условиям (16), в области т.н. «мениска» газоразрядной камеры. Требуют своего уточнения условия (18) и (19).

Задание начальных условий для решения задачи необходимо обсуждать особо. Грубые начальные условия могут привести не только к существенному замедлению численной процедуры отыскания решения, но также к его расходимости. Поэтому даже при аналитическом задании начальных приближений желательно использовать разумные значения концентраций заряженных частиц и правильную конфигурацию всего разряда. Очевидно, что решение задачи существенно ускоряется, если для расчета новых вариантов использовать предварительно полученные решения.

В классической диффузионно-дрейфовой модели без учета нагрева газа используются следующие традиционные замыкающие соотношения:

$$\mu_e(p) = \frac{4.2 \times 10^5}{p}, \, \text{cm}^2/(\text{B}\cdot\text{c}) \quad \mu_i(p) = \frac{2280}{p}, \, \text{cm}^2/(\text{B}\cdot\text{c})$$
(21)

$$D_e = \mu_e \left( p \right) T_e, \ \mathrm{cm}^2 / \mathrm{c} \tag{22}$$

$$D_i = \mu_i \left( p \right) T , \, \mathrm{cm}^2 / \mathrm{c} \tag{23}$$

где *р* – давление в тлеющем разряде.

Коэффициент ион-электронной рекомбинации и температура электронов приняты постоянными:

$$\beta = 2 \times 10^{-7} \text{ cm}3/\text{c}, T_{e} = 11610 \text{ K}.$$
 (24)

Коэффициент ионизации (так называемый 1-й коэффициент Таунсенда) задается в виде

$$\alpha(E) = pA \exp\left[-\frac{B}{\left(|\mathbf{E}|/p\right)}\right], \, \mathrm{CM}^{-1},$$
(25)

где для молекулярного азота  $A = 12 \frac{1}{\text{см} \cdot \text{Торр}}, B = 342 \frac{\text{B}}{\text{см} \cdot \text{Торр}}$  (26)

где для молекулярного водорода  $A = 5 \frac{1}{\text{см} \cdot \text{Торр}}, B = 130 \frac{\text{B}}{\text{см} \cdot \text{Торр}}.$  (27)

Аппроксимационные коэффициенты в первой формуле Таунсенда справедливы в диапазоне приведенных полей  $E/p \in [100,600]$  В/(см Торр) для молекулярного азота и в диапазоне приведенных полей  $E/p \in [150,600]$  В/(см Торр) для молекулярного водорода.

Уравнения решаются совместно с уравнением внешней электрической цепи, которое для постоянного тока имеет вид

$$E = V + IR_0$$
,

где V – падение напряжения на электродах; I – полный ток через разрядный промежуток; Е – ЭДС источника питания;  $R_0$  – сопротивление внешней цепи.

Попытка применения диффузионно-дрейфовой модели в условиях, реализуемых в типичных газо-наполненных нейтронных трубках (см., например, [2]) наталкивается на принципиальные проблемы, связанные, вообще говоря, с нарушением условий применимости диффузионно-дрейфовых моделей при низких давлениях (порядка 1 мТорр). В модифицированной диффузионно-дрейфовой модели вводятся новые функциональные зависимости для подвижностей ионов и электронов, а также новая функциональная зависимость для скорости ионизации в правой части уравнений (10),(11).

Учитывая, что скорость дрейфа ионов при больших приведенных полях может быть представлена в виде [3]

$$V_{dr,i} = \left(\frac{M_i}{M}\right)^{1/4} \left(1 + \frac{M_i}{M}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{eEl}{M_i}},$$
(28)

где *l* – длина свободного пробега; *M<sub>i</sub>*, *M* – масса иона и молекул фонового газа.

Переформулировка соотношения (28) показывает, что наблюдается коренная зависимость скорости дрейфа ионов от приведенного электрического поля

$$V_{dr,i} = 9.2 \times 10^4 \sqrt{\frac{E_V}{p_{Torr}}} \quad \text{cm/c},$$
(29)

(размерности указаны в нижних индексах напряженности поля и давления).

Однако, как известно, в пределе слабых полей

$$V_{dr,\mathrm{H}_{2}^{+}} = \left(\mu_{i} p_{Torr}\right)_{\mathrm{H}_{2}^{+}} \frac{E_{V}}{p_{Torr}}$$
(30)

Если для больших приведенных полей формально оставить прежнюю функциональную зависимость

$$V_{dr.i} = \mu_i \mathbf{E}$$
,

то окажется, что подвижность зависит нелинейно от поля:

$$\mu_i p_{Torr} = 9.2 \times 10^4 \sqrt{\frac{p_{Torr}}{E_V}} \tag{31}$$

Для совмещения двух предельных режимов подвижностей в расчетах используется эффективная подвижность:

$$\mu_{i,eff} = \min\left\{\frac{\mu_i p}{p}, \frac{9.2 \times 10^4}{\sqrt{p_{Torr} E_V}}\right\}$$
(32)

И

Соответственно, для коэффициентов диффузии:

$$D_{i,eff} = \mu_{i,eff} T_i$$

 $V_i = \mu_{i,eff} E_V$ 

По аналогии задаются соотношения для электронов:

$$\mu_{e,eff} = \min\left\{\frac{\mu_e p}{p}, \frac{2.4 \times 10^6}{\sqrt{p_{Torr} E_V}}\right\}$$
(34)

И

$$V_e = \mu_{e,eff} E_V \tag{35}$$

(33)

Соответственно, для коэффициентов диффузии:

$$D_{e.eff} = \mu_{e.eff} T_e \tag{36}$$

Теперь рассмотрим соотношения для расчета коэффициента ионизации в относительно малых и предельно больших (для данного типа разряда) приведенных полях.

В приближении малых полей

$$\alpha_e = p_{Torr} A_{1/cm \cdot Torr} \exp\left[-\frac{B_{V/(cm \cdot Torr)}}{E_V/p_{Torr}}\right]$$
(37)

В приближении больших полей

$$\alpha_e = N_n \sigma_i, \tag{38}$$

причем сечение ионизации рассчитывается по формуле Томсона

$$\sigma_i = 4\pi a_0^2 \left(\frac{I_H}{\varepsilon}\right) \frac{\varepsilon - I}{I}, \, \mathrm{cM}^2$$
(39)

Заметим, что при использовании формулы (35) можно учитывать связь энергии со скоростью

$$\mathcal{E}_{e,[eV]} = 2.84 \times 10^{-14} V_{e[cm/s]}^2 \tag{40}$$

Также полезно аналогичное соотношение для тяжелых частиц:

$$\varepsilon_{i,[eV]} = 1.05 \times 10^{-12} V_{A[cm/s]}^2, \tag{41}$$

где А – атомная масса тяжелых частиц.

С целью более подробного анализа процессов ионизации в рассматриваемом разряде Пеннинга рассчитываются поля и коэффициенты ионизации соответствующие движениям

зарядов вдоль координатных направлений ( $x, r, \varphi$ ). Энергия электронов по координатным направлениям:

$$E_{e,x} = 2.855 \times 10^{-16} V_{e,x}^2 + T_{e,eV}, \, \text{3B}$$
(42)

$$E_{e,r} = 2.855 \times 10^{-16} V_{e,r}^2 + T_{e,eV}, \, \text{3B}$$
(43)

$$E_{e,\phi} = 2.855 \times 10^{-16} V_{e,\phi}^2 + T_{e,eV}, \, \Im B,$$
(44)

где  $T_{e,eV}$  – энергия теплового движения электронов.

В расчетах скорости ионизации используются два соотношения.

При  $E_{e,x} > I_{H_2}$ , где  $I_{H_2}$  потенциал ионизации молекулярного водорода:

$$\alpha_e = N_n \sigma_i, \tag{45}$$

где

$$\sigma_i = 3.52 \times 10^{-16} \left( \frac{I_{H_2}}{E_{e,x}} \right) \left( \frac{E_{e,x} - I_{H_2}}{I_{H_2}} \right).$$
(46)

При  $E_{e,x} < I_{H_2}$  коэффициент ионизации рассчитывается по формуле (37).

В расчет был включен вклад ионов в ионизацию нейтрального газа:

$$\alpha_i = 3.52 \times 10^{-16} N_n.$$
 47)

Теперь, учитывая соотношения для слабых и сильных приведенных полей плотности потоков электронов в продольном магнитном поле приобретут следующий вид:

$$\Gamma_{e,x} = -D_{e,eff} \frac{\partial n_e}{\partial x} - \mu_{e,eff} n_e E_x, \quad \Gamma_{e,r} = -\frac{D_{e,eff}}{1 + b_{e,eff}^2} \frac{\partial n_e}{\partial r} - \frac{\mu_{e,eff}}{1 + b_{e,eff}^2} n_e E_r, \quad (48)$$

$$\Gamma_{e,\varphi} = -b_{e,eff} \Gamma_{e,r}, \quad b_{e,eff} = \frac{\mu_{e,eff} B_x}{c}.$$
(49)

Аналогично для ионов:

$$\Gamma_{i,x} = -D_{i,eff} \frac{\partial n_i}{\partial x} + \mu_{i,eff} n_i E_x, \ \Gamma_{i,r} = -\frac{D_{i,eff}}{1 + b_{i,eff}^2} \frac{\partial n_i}{\partial r} + \frac{\mu_{e,eff}}{1 + b_{i,eff}^2} n_i E_r,$$
(50)

$$\Gamma_{i,\varphi} = -b_{i,eff} \Gamma_{i,r}, \quad b_{i,eff} = \frac{\mu_{i,eff} B_x}{c}.$$
(51)

#### 3. Результаты численного моделирования

Расчеты проводились для следующих исходных данных: газ – H<sub>2</sub>; давление p = 1.2 мТорр; E = 2.5 кВ;  $R_0 = 3$  кОм;  $\gamma = 0.33$ ;  $B_x = 0.1$  Т,  $R_C = R_{AC_e} = 0.55$  см,  $R_{AC_i} = 0.4$  см,  $X_{A1} = 0.3$  см,  $X_{A2} = 0.8$  см,  $X_C = 1.1$  см,  $L = X_C = 1.1$  см (пространственный масштаб задачи).

Представленные на рис. 9-13 поля скоростей ионизации рассчитывались следующим образом:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{e,x} = \alpha_e \left| \boldsymbol{\Gamma}_{e,x} \right| \boldsymbol{Q}_{un \dim}, \ \left| \boldsymbol{\Gamma}_{e,x} \right| = n_e \left| \boldsymbol{V}_{e,x} \right|, \quad \boldsymbol{Q}_{un \dim} = \frac{L^2}{\mathrm{E}\mu_{e,0}N_{n,0}},$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{e,r} = \alpha_e \left| \boldsymbol{\Gamma}_{e,r} \right| \boldsymbol{Q}_{un \dim}, \ \left| \boldsymbol{\Gamma}_{e,r} \right| = n_e \left| \boldsymbol{V}_{e,r} \right|, \quad \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{e,\varphi} = \alpha_e \left| \boldsymbol{\Gamma}_{e,\varphi} \right| \boldsymbol{Q}_{un \dim}, \ \left| \boldsymbol{\Gamma}_{e,\varphi} \right| = n_e \left| \boldsymbol{V}_{e,\varphi} \right|,$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{i,x} = \alpha_i \left| \Gamma_{i,x} \right| \mathcal{Q}_{un \dim}, \ \left| \Gamma_{i,x} \right| = n_i \left| V_{i,x} \right|, \quad \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{i,r} = \alpha_i \left| \Gamma_{i,r} \right| \mathcal{Q}_{un \dim}, \ \left| \Gamma_{i,r} \right| = n_i \left| V_{i,r} \right|,$$
$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{i,\varphi} = \alpha_i \left| \Gamma_{i,\varphi} \right| \mathcal{Q}_{un \dim}, \ \left| \Gamma_{i,\varphi} \right| = n_i \left| V_{i,\varphi} \right|,$$

Подчеркнем, что указанные слагаемые дают лишь некоторое представление о том, какие потоки заряженных частиц являются наиболее важными для скорости ионизации нейтрального газа. Более достоверный способ расчета ионизации в рамках диффузионнодрейфовой модели для рассматриваемых условий планируется построить на следующем этапе работы.

На рис. 2–3 представлены поля концентраций электронов и ионов в электроразрядной камере. Главная особенность представленных распределений состоит в концентрации заряженных частиц в приосевом направлении. На рис. 4 показано радиальное распределение плотности тока на катоде, анти-катоде и в мениске анти-катода.



Рис. 2. Концентрация электронов (отнесена к  $10^{10}$  см<sup>-3</sup>)



Рис. 3. Концентрация ионов (отнесена к  $10^{10}$  см<sup>-3</sup>)



Рис. 4. Радиальное распределение плотности тока на катоде (DTK), на анти-катоде (DTAK) и в мениске анти-катода (DTAKM)

Видно, что в приосевой области плотность тока на несколько порядков выше, чем на остальной площади катода и анти-катода. Это означает, что в радиальном распределении плотности потока ионов, выходящих из разрядной камеры в область ионно-оптической системы, формируется пучок ионов. Распределение концентраций ионов и электронов вблизи поверхности катода дано на рис. 5, а радиальное распределение концентраций ионов в среднем сечении разрядной камеры при x = 0.55 см дано на рис. 6. Повышенная концентрация заряженных частиц наблюдается во всех поперечных сечениях разряда.



Рис. 5. Радиальное распределение концентраций электронов и ионов вблизи катода

В диффузионно-дрейфовой модели плазменная конфигурация определяется несколькими факторами: распределением электрического поля, плотностями усредненных потоков заряженных частиц, распределением скорости ионизации в разрядном пространстве. Распределение электрического потенциала приведено на рис. 7. В распределении электрического потенциала отметим невысокий потенциал в приосевых направлениях. Показательно распределение модуля электрического поля (рис. 8) в части концентрации напряженности поля у границ анода. Видно, что в локализованных областях у границ анода модуль напряженности поля возрастает более, чем на порядок.



Рис. 6. Радиальное распределение концентрации ионов в сечении x = 0.55 см



Рис. 7. Электрический потенциал ( $Fi = \phi/E$ )



Anomalous mobilities. E=2500 V, R=3000, p=0.001 Torr, Bx=0.1 T

Рис. 8 Модуль напряженности электрического поля, В/см

Аналогичные данные приведены на рис. 9, где показано распределение приведенного электрического поля |E|/p. На этом рисунке отчетливо видны области с максимальным приведенным полем (вблизи границ анода) и области с наименьшим приведенным электрическим полем вблизи оси симметрии, у поверхности анода и в приосевых областях у катода и анти-катода.



Рис. 9. Приведенное электрическое поле |E|/p,  $B/(см \cdot Topp)$ 

На рис. 10–11 показана напряженность электрического поля вдоль осевой и радиальной координат. Как и следовало ожидать, локальное возрастание осевого и радиального электрического поля наблюдается у границы анода.



Рис. 10. Осевая проекция напряженности электрического поля  $\tilde{E}_x = E_x / (E/L)$ 



Рис. 11. Радиальная проекция напряженности электрического поля  $\tilde{E}_r = E_r / (E/L)$ 

Несмотря на локальные неоднородности напряженности электрического поля у границ анода, в отличие от того, что наблюдается в тлеющем разряде при относительно высоких давлениях (от 1 Торр и выше), скорость ионизации в этих областях оказывается не самой большой. На рис. 12 и рис. 13 показана скорость ионизации электронным ударом, рассчитанная с использованием осредненных потоков электронов в осевом направлении оси симметрии  $\dot{\sigma}_{e,x}$  и в азимутальном направлении  $\dot{\sigma}_{e,\varphi}$ . Видно, что основным источником ионизации являются осевые потоки электронов вблизи оси симметрии газоразрядной камеры.



Рис. 12. Скорость ионизации электронным ударом  $\dot{\sigma}_{e,x}$  обусловленная движением частиц в осевом направлении



Рис. 13. Скорость ионизации электронным ударом  $\dot{\sigma}_{e,\varphi}$  обусловленная движением частиц в осевом направлении

Несколько удивительным оказался заметный вклад в скорость ионизации осевых потоков ионов в приосевых областях разряда (рис. 14–16). Вклад ионных потоков в радиальном и азимутальном направлении оказывается не столь значимым. Тем не менее, следует отметить, что азимутальное движение ионов и электронов является заметным источником ионизации. (Следует иметь в виду, что здесь речь идет об усредненных движениях, которые рассматриваются в диффузионно-дрейфовой модели. При кинетическом рассмотрении движение электронной и ионной компоненты газоразрядной плазмы является более сложным).



Рис. 14. Скорость ионизации ионным ударом  $\dot{\varpi}_{i,x}$  обусловленная движением частиц в осевом направлении



Рис. 15. Скорость ионизации ионным ударом  $\dot{\sigma}_{i,r}$  обусловленная движением частиц в радиальном направлении



Рис. 16. Скорость ионизации ионным ударом  $\dot{\sigma}_{i,\varphi}$  обусловленная движением частиц в азимутальном направлении

На рис. 17 и рис. 18 даны коэффициенты ионизации электронным ударом, рассчитанные по проекциям напряженности электрического поля или по потокам электронов в осевом и азимутальном направлениях.



Рис. 17. Коэффициент ионизации  $\alpha_e$ , рассчитанный по потоку электронов в осевом направлении (ALFE\_X= $\alpha_e$  в 1/см)



Рис. 18. Коэффициент ионизации  $\alpha_e$ , рассчитанный по потоку электронов в азимутальном направлении (ALFE F =  $\alpha_{\phi}$  в 1/см)

Рис. 19, на котором дана разность электронных и ионных концентраций, демонстрирует факт отсутствия квазинейтральности в разрядном объеме. На этом же рисунке хорошо видна область объемного заряда вблизи катода, на котором используются граничные условия вторичной электронной эмиссии.



Рис. 19. Разность концентраций электронов и ионов (UE и UI – концентрации электронов и ионов в 1010 см<sup>3</sup>)

На рис. 20 показано поле аксиальной проекции усредненной скорости электронов. Отчетливо видна корреляция между скоростью электронов и напряженностью электрического поля. Значительное локальное возрастание скорости электронов наблюдается в областях высоких значений |E|/p (см. рис. 9). Заметим, что усредненные скорости электронов и ионов, предсказываемые диффузионно-дрейфовой моделью, определяются моделью дрейфа заряженных частиц, заложенной в расчетные соотношения. Вблизи оси симметрии наблюдается осцилляция осевой скорости электронов.



Рис. 20. Скорость электронов в осевом направлении (VEX –  $V_{e,x}$  в см/с)

Лучше всего указанные осцилляции видны на осевом распределении скорости (рис. 21) и на распределении плотности потока электронов в *x*-ом направлении (рис. 22).



Рис. 21. Скорость электронов V<sub>е,х</sub> вдоль оси симметрии, см/с



Рис. 22. Плотность потока электронов в осевом направлении в 1/(см<sup>2</sup>с)

Поля проекций скорости электронов на осевую, радиальную и азимутальную координаты показаны на рис. 23–25. По аналогии с распределением осевой скорости электронов для ионов наблюдается их локальное ускорение вблизи границ анода, а также осцилляции вблизи оси симметрии. Распределение скоростей в радиальном и азимутальном направлении также подтверждает особые области вблизи границ анода и вблизи оси симметрии. Осевое распределение ионов на оси симметрии и осевая проекция плотности потока ионов показаны на рис. 26 и рис. 27.



Рис. 23. Скорость ионов в осевом направлении (VIX –  $V_{i,x}$  в см/с)



Рис. 24. Скорость ионов в радиальном направлении (VIR –  $V_{i,r}$  в см/с)



Рис. 25. Скорость ионов в азимутальном направлении (VIF –  $V_{i,\varphi}$  в см/с)

Приведенные на рис. 22 и рис. 27 плотности потоков электронов и ионов в соответствии с (48) и (50) содержат две компоненты, обусловленные, соответственно, переносом заряженных частиц и их диффузией. Видно, что диффузия электронов оказывается заметной лишь вблизи катода и анти-катода. Диффузия ионов оказывается незначительной.



Рис. 26. Скорость ионов  $V_{e,x}$  вдоль оси симметрии, см/с



Рис. 27. Плотность потока ионов в осевом направлении в 1/(см<sup>2</sup>с)

Особо обратим внимание на особенность полученного решения, связанного с тем, что в непосредственной близости к оси симметрии в плоскости анти-катода наблюдается инверсия скорости электронов и ионов. На рис. 28 показано радиальное распределение осевой проекции скорости электронов и ионов в плоскости анти-катода. Видно, что в непосредственной близости от оси симметрии скорость ионов становится отрицательной, а скорость электронов – положительной. Однако, радиальные размеры области инверсии скоростей незначительны. Вычислительные эксперименты показали, что факт наличия отмеченной инверсии скоростей сильно зависит от высоты анода. Также исключительно сильным параметром вычислительной модели является задание граничного условия для электрического потенциала в плоскости анти-катода в области мениска. По всей видимости, для получения надежного достоверного ре-

шения необходимо решение сопряженной задачи о газоразрядных процессах в ионизационной камере пеннинговского разряда и движения ионов в ионно-оптической системе.



Рис. 28. Скорость электронов  $V_{e,x}$  и ионов  $V_{i,x}$  вдоль оси симметрии в плоскости анти-катода, см/с. Радиальные размеры мениска  $R_{ACi} = 0.4$  см (см. рис.1)

На рис. 29–31 приведены радиальные распределения функций в плоскости с координатой x=0.55 см. Эти данные дают представление о распределении электродинамических параметров по радиусу в центре анода. Радиальные распределения плотностей потоков электронов, обусловленных подвижностью и диффузией, дано на рис. 29. В объеме разряда превалируют переносные потоки электронов. Однако вблизи оси симметрии на первый план выходит радиальная диффузия электронов. Аналогичные распределения для ионов показаны на рис. 30.



Рис. 29. Радиальное распределение плотности потоков электронов, обусловленных подвижностью (GerT) и диффузией (GerD) в сечении x = 0.55 с



Рис. 30. Радиальное распределение плотности потоков ионов, обусловленных подвижностью (GIrT) и диффузией (GIrD) в сечении x = 0.55 см



Рис. 31. Радиальное распределение концентраций электронов и ионов в сечении *x* = 0.55 см

Радиальные распределения концентраций электронов и ионов в сечении x = 0.55 см показаны на рис. 31. Хорошо видно возрастание концентраций вблизи оси симметрии разряда.

И, наконец, рис. 32 иллюстрирует радиальное распределение скорости ионизации при x = 0.55 см, рассчитанной с учетом ударной ионизации электронами и ионами. Видно, что если в приосевой области основной вклад дает ионизация осевыми потоками частиц, то в большей части разрядного объема важна ионизация азимутальными потоками частиц.

#### Заключение

В работе построена модифицированная диффузионно-дрейфовая модель, которая основана на нелинейной зависимости скорости заряженных частиц от напряженности электриче-

ского поля. Указанная нелинейная зависимость получается при учете особенностей подвижностей заряженных частиц при высоких приведенных полях.



Рис. 32. Радиальное распределение суммарной скорости ионизации (электронным и ионным ударом) в сечении x = 0.55 см

Использование модифицированной диффузионно-дрейфовой модели позволило получить данные о пространственной структуре пеннинговского разряда в камере газонаполненной нейтронной трубке при давлении p = 0.0012 Topp. В работе дан подробный анализ расчетных данных при E = 2500 B,  $R_0 = 3000$  кОм, коэффициенте вторичной электронной эмиссии  $\gamma = 0.3$ .

Показано, что при рассмотренных условиях электродинамическая структура разряда является существенно неоднородной. В объеме разряда не выполняется условие квазинейтральности. В приосевых областях разрядной камеры образуется повышенная концентрация заряженных частиц, а в области мениска формируется пучковая структура ионов.

Показана большая роль вращения заряженных частиц в объеме разряда, в первую очередь, на ионизацию нейтрального газа.

Несмотря на то, что использование разработанной модифицированной диффузионнодрейфовой модели позволило в расчетах получить двухмерную структуру пеннинговского разряда, необходимо отметить проблемные вопросы созданной расчетно-теоретической модели, которые требуют специального рассмотрения.

Во-первых, несмотря на наличие магнитного поля, оценки длин свободного пробега по столкновениям и по ионизации показывают, что использование диффузионно-дрейфового подхода является не вполне обоснованным.

Во-вторых, используемую модель смены превалирующего механизма зависимости дрейфовых скоростей от напряженности электрического поля следует рассматривать как предварительную.

В-третьих, использованная в данной работе модель ионизации требует своего уточнения в части учета ступенчатой ионизации, немаксвелловских функций распределения электронов и ионов.

Важным элементом дальнейшего развития модели должен стать более детальный учет плазмохимических процессов диссоциации и ионизации.

Представляется, что перечисленные проблемы можно решить постановкой специальных экспериментов с диагностикой объемной структуры разряда, и, может быть, после при-

менения к исследованию структуры пеннинговского разряда в исследованных условиях гибридных PIC-моделей или полностью кинетических моделей.

### Литература

- 1. Суржиков С.Т., Куратов С.Е. Диффузионно-дрейфовая модель Пеннинговского разряда при давлениях порядка 1 Торр// Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2014, Том.14, Вып.3. http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2014-11-29-007.pdf
- 2. Марков В.Г., Прохорович Д.Е., Садилкин А.Г., Щитов Н.Н. Определение энергетических характеристик корпускулярной эмиссии из ионных источников газонаполненных нейтронных трубок. Успехи прикладной физики. 2013. Т.1. №1. С.23–29.
- 3. Мак-Даниель И., Мэзон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. М.: Мир. 1976. 420 с.

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2014 г.