

УДК 532.5

ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ФРОНТА УДАРНЫХ ВОЛН И КОНТАКТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ РАСПАДЕ РАЗРЫВА НА ГРАНИЦЕ ДВУХ СРЕД

К.Е. Городничев, С.Е. Куратов, А.А. Серёжкин

ФГУП ВНИИА им. Н.Л. Духова, Москва, ул. Сущевская, 22
syrgo85@gmail.com

Аннотация

В работе анализируется двухмерная задача о прохождении ударно-волновых процессов в системе сталкивающихся пластин, одна из которых обладает начальным полем возмущений плотности. Исследуется случай достаточно больших скоростей соударения, при которых задачу можно рассматривать в гидродинамическом приближении. Показано, что в зависимости от начальных данных реализуются различные режимы переноса возмущений из пластины ударника в пластину-мишень. Найден новый вид неустойчивости контактного разрыва, обусловленный наличием начального распределения неоднородности плотности в ударнике. В работе используется подход, основанный на представлении решения в виде совоку пности звуковых и энтропийно-вихревых волн (см., например, [1]). Аналитические результаты качественно и количественно совпадают с численными. Использованная в работе методика была применена для описания случая классической неустойчивости Рихтмайера-Мешкова, получено согласие с экспериментальными данными.

Ключевые слова: гидродинамическая неустойчивость, неустойчивость РМ, энтропийно-вихревые волны, звуковые волны.

SHOCK WAVE AND CONTACT DISCONTINUITY INHOMOGENEITIES EVOLUTION DURING SHOCK WAVES PROCESSES

We analyzed propagation of shock waves in collapsed plates system, either have density inhomogeneities. In this work considered high velocity case therefor we use hydrodynamic approximation. Three different solutions of inhomogeneities propagation against initial conditions are realized. We describe new type of contact discontinuity instability due to presence initial density inhomogeneities in impactor. We use decomposition of solution in sound and entropy-vortex waves (see, for example, [1]). Analytical and numerical results are in good agreement. We use our method for consideration of RMI, our results are in good agreement with experimental dates.

Key words: hydrodynamic instabilities, Rychtmyer-Meshkov instability.

1. Введение

Анализ эволюции возмущений при ударно-волновых процессах важен при рассмотрении таких вопросов, как лазерный инерциальный термоядерный синтез (см., например, [2–4]), газодинамический термоядерный синтез [5], изучение свойств материалов в опытах по столкновению пластин [6] и т.д. При рассмотрении таких систем значительное место занимает изучение процессов высокоскоростного соударения тел и распространения ударных волн (УВ). Основными процессами, которые необходимо исследовать при анализе развития начальных возмущений, в этом случае являются, во-первых, временная эволюция формы фронта УВ при её распространении по среде с неоднородностями (см., например, [1], [7 – 11]). Во-вторых,

временная эволюция границы контактного разрыва (КР), имеющей начальное возмущение, после прохождения через неё УВ или, другими словами, неустойчивость Рихтмайера–Мешкова (РМ), изучению которой посвящены многочисленные статьи и монографии (см., например, [12 –

В отличие от работы [1], где рассмотрена устойчивость УВ в однородной среде, мы рассматриваем столкновение пластин из двух различных материалов, в одной из которых задано начальное поле возмущений плотности при отсутствии возмущения давления (энтропийное поле возмущений). Ранее в литературе рассмотрение задач, описывающих эволюцию возмущений при распространении УВ через КР двух граничащих газовых сред, проводилось только с использованием уравнения состояния (УРС) идеального газа (например, [7], [9], [17] и т.д.). В данной работе для описания свойств материалов ударника и мишени мы использовали УРС Ми–Грюнайзена [21], который позволяет учитывать упругие свойства веществ. Из-за высоких скоростей соударения при описании свойств материалов мы использовали гидродинамическое приближение.

Для решения задачи нами использовался подход, основанный на разделении решения на звуковую и энтропийно-вихревую часть (см., например, [1]). В результате проведенного анализа было получено, что характер поведения неустойчивостей в сжатой области ударника и мишени зависит от соотношения проекций волнового вектора начальных энтропийных возмущений в ударнике. Определены условия, при которых возмущения фронта УВ в мишени не затухают с течением времени.

В работе также исследовалась задача об эволюции возмущения границы КР. Показано, что наличие начального распределения плотности в ударнике приводит к возникновению нового типа неустойчивости КР, отличного от случая классической неустойчивости РМ. Найдены соответствующие возмущения скорости в зависимости от материала сталкивающихся пластин и скорости соударения.

Проведено рассмотрение задачи о классической неустойчивости Рихтмайера–Мешкова с использованием описанной выше методики. Получено согласие с экспериментальными и аналитическими результатами для скорости роста возмущения поверхности КР, представленными в [12], [13], [23], что подтверждает возможность использования методики для анализа эволюции возмущений при рассмотрении явления распада разрыва на границе двух сред.

Помимо аналитического рассмотрения было проведено численное моделирование с помощью программного комплекса TIS [24] с сравнением соответствующих результатов.

Полученное аналитическое решение задачи можно использовать также в качестве теста для верификации различных вычислительных комплексов.

2. Развитие возмущений при столкновении двух пластин. Линейное приближение.

В работе исследуется вопрос о переносе возмущений по системе сталкивающихся пластин, при наличии начального поля неоднородности плотности в одной из них (при условии отсутствия возмущения давления). Постановка задачи приведена на Рис. 1. Анализ задачи был проведен в системе отсчета такой, что ось x направлена в сторону движения вещества (вправо), ось y ей ортогональна и направлена вверх (лабораторная система отсчета). В качестве начала отсчета выбрано начальное положение КР. Мы будем рассматривать характерные скорости столкновения порядка нескольких километров в секунду, поэтому в данных условиях мы можем пренебречь упруго-пластическими свойствами веществ и можем рассматривать задачу в гидродинамическом приближении. Для определенности в качестве материалов пластин были выбраны железо (ударник) и алюминий (мишень).

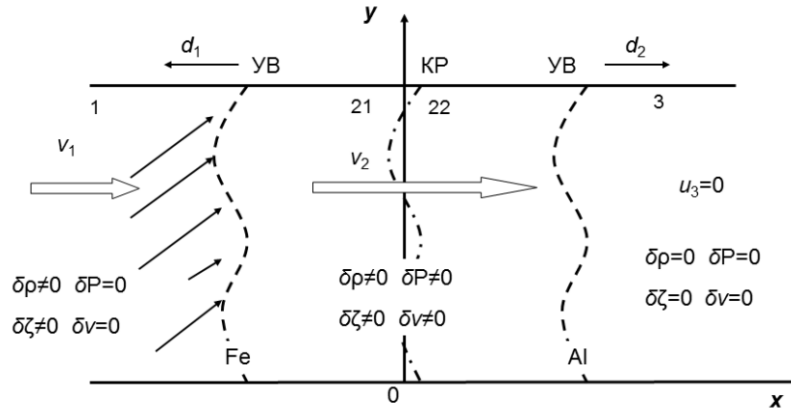


Рис. 1. Постановка задачи.

В работах [7] – [9] и др. задача об эволюции возмущений рассматривается для случая распространения УВ по двум граничащим средам, описываемым УРС идеального газа. Мы используем УРС Ми–Грюнайзена в форме, представленной, например, в [21].

Нам необходимо найти решение, удовлетворяющее как линеаризованной системе уравнений Рэнкина-Гюгоню, так и линеаризованным гидродинамическим уравнениям с выполнением условий непрерывности гидродинамических величин на КР.

В начале выведем соотношения для невозмущенной задачи. Согласно [21] УРС Ми–Грюнайзена записывается в следующем виде:

$$P = \frac{\rho_0 c_0^2}{n} \left(\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right) + \Gamma \rho \zeta, \quad (1)$$

где ρ_0 , c_0 – плотность и скорость звука несжатого холодного вещества; ρ – плотность сжатого вещества; Γ – коэффициент Грюнайзена; ζ – удельная тепловая энергия; n – константа УРСа (в данной работе будем рассматривать $n=3$).

Область в ударнике, сжатую УВ, будем обозначать индексом "21", а несжатую – индексом "1". Аналогично для мишени введем обозначения "22" и "3". На контактном разрыве продольная компонента скорости и величина давления сохраняются. Поэтому для области "2" можно записать $v_{21} = v_{22} \equiv v_2$, $P_{21} = P_{22} \equiv P_2$.

Полная удельная внутренняя энергия $\varepsilon = \zeta + \varepsilon_x$, где ε_x – удельная упругая ("холодная") энергия. В соответствии с [21] для упругой составляющей можно записать:

$$\varepsilon_x = -c_0^2 \int_1^\Delta \frac{\pi(\Delta)}{\Delta^2} d\Delta, \quad (2)$$

где $\Delta = \rho/\rho_0$, $\pi(\Delta) = \frac{\Delta^{n-1}}{n}$. Поскольку мы рассматриваем $n = 3$, то

$$\varepsilon_x = \frac{c_0^2}{3} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 + \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{3}{2} \right). \quad (3)$$

Условия Рэнкина-Гюгоню на обеих УВ, дополненные УРС для материала каждой из пластин имеют вид:

$$\begin{aligned}
\rho_1(d_{1x} - v_{1x}) - \rho_{21}(d_{1x} - v_{2x}) &= 0, \\
P_2 - P_1 - \rho_1(v_{2x} - v_{1x})(d_{1x} - v_{1x}) &= 0, \\
\frac{c_{01}^2}{3} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\rho_{21}}{\rho_{01}} \right)^2 + \frac{\rho_{01}}{\rho_{21}} - \frac{3}{2} \right) + \zeta_{21} - \varepsilon_1 - \frac{P_1 + P_2}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_{21}} \right) &= 0, \\
\rho_3(d_{2x} - v_{3x}) - \rho_{22}(d_{2x} - v_{2x}) &= 0, \\
P_2 - P_3 - \rho_3(v_{2x} - v_{3x})(d_{2x} - v_{3x}) &= 0, \\
\frac{c_{03}^2}{3} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\rho_{22}}{\rho_{03}} \right)^2 + \frac{\rho_{03}}{\rho_{22}} - \frac{3}{2} \right) + \zeta_{22} - \varepsilon_3 - \frac{P_3 + P_2}{2} \left(\frac{1}{\rho_3} - \frac{1}{\rho_{22}} \right) &= 0, \\
P_2 - \frac{\rho_{01} c_{01}^2}{3} \left(\left(\frac{\rho_{21}}{\rho_{01}} \right)^3 - 1 \right) - \Gamma \rho_{21} \zeta_{21} &= 0, \\
P_2 - \frac{\rho_{03} c_{03}^2}{3} \left(\left(\frac{\rho_{22}}{\rho_{03}} \right)^3 - 1 \right) - \Gamma \rho_{22} \zeta_{22} &= 0.
\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь индекс x означает проекцию на ось x . Решая систему (4) при заданной скорости ударника v_1 можно определить соответствующие значения невозмущенных гидродинамических величин v_2 , P_2 , ρ_{21} , ρ_{22} , ζ_{21} , ζ_{22} и скорости УВ d_1 в ударнике и d_2 в мишени.

Перейдем к исследованию процесса эволюции возмущений в рассматриваемой системе. Для этого необходимо описать их взаимодействие с фронтом УВ в ударнике и мишени, а также удовлетворить всем условиям непрерывности гидродинамических величин на границе КР.

Схема распространения волн в системе представлена на Рис. 2. После "падения" начального возмущения на фронт УВ в ударнике оно "проходит" в зафронтную область в виде совокупности звуковой и энтропийно-вихревой волн (данный процесс соответствует вершине A_1). В общем случае, при распространении в зафронтной области ударника эти волны "падают" на КР: вершине B_1 соответствует звуковая волна, B_2 – энтропийно-вихревая. Эти волны проходят в область мишени и происходит их "падение" на фронт УВ в ней: вершине C_1 соответствует звуковая волна, C_2 – энтропийно-вихревая. Далее, звуковая волна "отражается" от фронта УВ в мишени в звуковую и энтропийно-вихревую (вершина C_1). Они, в свою очередь, распространяются через границу КР к УВ в ударнике (вершина A_3 соответствует звуковой волне, A_4 – энтропийно-вихревой) и т.д.

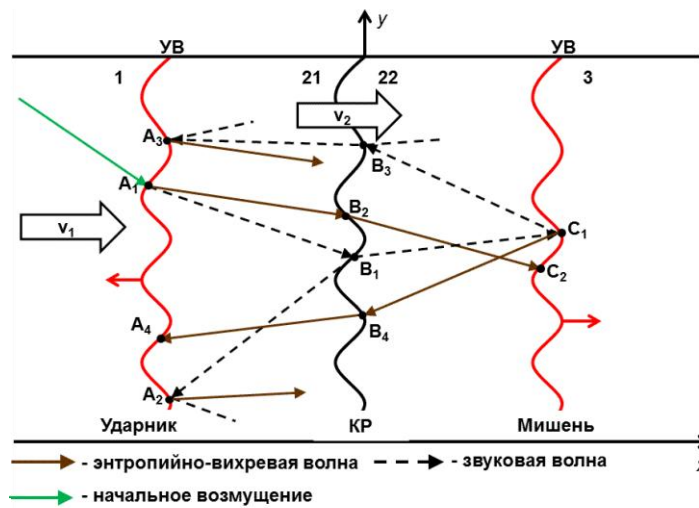


Рис. 2. Схема распространения волн в системе.

В итоге, решение представляет из себя совокупность всех полученных таким образом волн,

также из решения следует, что процесс переотражения волн в зафронтной области конечен. Величина амплитуды возмущений падает при отражении от поверхности КР или УВ. При рассмотрении энтропийно-вихревых волн необходимо учитывать, что они "вморожены" в среду и движутся со скоростью среды относительно лабораторной системы отсчёта.

Как будет показано далее, в зависимости от начальных условий возможно три типа решения для звуковой волны, в двух из которых она затухает и не "проходит" в мишень, а в третьем случае звук присутствует как в ударнике, так и в мишени. Энтропийно-вихревое решение в ударнике для всех трех случаев является гармонической волной. Другими словами, решение с затухающей звуковой волной представляет из себя совокупность процессов, соответствующих вершинам A_1 , B_2 , C_2 . В случае наличия гармонической звуковой волны в общем случае возможны процессы, соответствующие всем вершинам: взаимодействие звука и энтропийно-вихревой волн с фронтом УВ в ударнике (А), в мишени (С); их падение на границу КР (В). В итоге, в данном случае решение будет представлять из себя совокупность звуковых и энтропийно-вихревых волн в ударнике и мишени с учётом их переотражения от разрывов.

3. Распространение УВ в пластине-ударнике

Как уже говорилось выше, мы рассматриваем такие начальные условия, при которых в ударнике присутствует возмущение плотности и отсутствует возмущение давления. В этом случае из вида УРС (1) следует, что в ударнике должно присутствовать возмущение удельной тепловой энергии $\delta\zeta$. Для его нахождения рассмотрим выражение для $\delta P(\delta\rho, \delta\zeta)$, следующее из (1):

$$\delta P = c_0^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \delta\rho + \Gamma\zeta\delta\rho + \Gamma\rho\delta\zeta. \quad (5)$$

Используя условие $\delta P = 0$ можно найти величину начального возмущения удельной тепловой энергии в ударнике $\delta\zeta_1$ и, соответственно, возмущение удельной внутренней энергии $\delta\varepsilon_1 = \delta\zeta_1$ ($\delta\varepsilon_x = 0$).

Для областей "1" и "21" можно записать линеаризованную систему уравнений, объединяющую системы уравнений гидродинамики и уравнения Рэнкина-Гюгоньо. Для этого рассмотрим малые изменения гидродинамических величин $P = P' + \delta P$, $\rho = \rho' + \delta\rho$, $v = v' + \delta v$, $\varepsilon = \varepsilon' + \delta\varepsilon$, в дальнейшем штрихи мы будем опускать. Система уравнений гидродинамики для возмущенных значений записывается следующим образом (см., например, [10]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial\delta v}{\partial t} + (v\nabla)\delta v + \frac{1}{\rho}\nabla\delta P &= 0, \\ \frac{\partial\delta\rho}{\partial t} + (v\nabla)\delta\rho + \rho\operatorname{div}\delta v &= 0, \\ \frac{\partial\delta\varepsilon}{\partial t} + (v\nabla)\delta\varepsilon - \frac{P}{\rho^2}\left(\frac{\partial\delta\rho}{\partial t} + (v\nabla)\delta\rho\right) &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим теперь соотношения, связывающие гидродинамические величины перед и за фронтом УВ. Согласно [10], для невозмущенных значений в системе отсчета на УВ имеем:

$$v_{1\tau} = v_{2\tau}, \quad (7)$$

$$v_{1n} - v_{2n} = \sqrt{(P_2 - P_1)\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)}, \quad (8)$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)(P_1 + P_2), \quad (9)$$

$$j^2 = \rho_1 \rho_2 \frac{P_2 - P_1}{\rho_2 - \rho_1}, \quad (10)$$

где $v_{1\tau}$, v_{1n} – соответственно тангенциальная и нормальная компонента скорости перед фронтом УВ; $v_{2\tau}$, v_{2n} – соответственно тангенциальная и нормальная компонента скорости за фронтом УВ; $j = v_1 \rho_1 = v_2 \rho_2$ – поток вещества.

Нормальная v_n и тангенциальная v_τ компоненты скорости равны, соответственно:

$$v_n = \mathbf{v}\mathbf{n}, \quad v_\tau = \mathbf{v}\mathbf{t}, \quad (11)$$

где $\mathbf{t}$ и $\mathbf{n}$ – единичные векторы касательной и нормали к поверхности разрыва. С точностью до величин первого порядка малости, с учетом $\partial\xi/\partial y = ik_y\xi$ компоненты этих векторов равны $\mathbf{t}(ik_y\xi, 1)$ и $\mathbf{n}(1, -ik_y\xi)$. Направление осей соответствует представленному на Рис. 1.

Рассмотрим с учетом возмущений уравнения (7) – (10). В линейном приближении из уравнения (7) следует:

$$\delta v_{2y} - \delta v_{1y} = ik_y\xi(v_1 - v_2). \quad (12)$$

Аналогично, из уравнения (8)

$$2 \frac{\delta v_{2x} - \delta v_{1x}}{v_2 - v_1} = \frac{\delta P_2 - \delta P_1}{P_2 - P_1} + \frac{\frac{\rho_1}{\rho_2} \delta \rho_2 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \delta \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \quad (13)$$

Учитывая, что $\delta\varepsilon_x = \frac{c_0^2}{3} \left(\frac{\rho}{\rho_0^2} - \frac{\rho_0}{\rho^2} \right) \delta\rho$ (см. (3)), в линейном приближении из (9) следует:

$$\left[\frac{c_{01}^2}{3} \left(\frac{\rho_1}{\rho_{01}^2} - \frac{\rho_{01}}{\rho_1^2} \right) - \frac{P_1 + P_2}{2\rho_1^2} \right] \delta\rho_1 - \left[\frac{c_{02}^2}{3} \left(\frac{\rho_2}{\rho_{02}^2} - \frac{\rho_{02}}{\rho_2^2} \right) - \frac{P_1 + P_2}{2\rho_2^2} \right] \delta\rho_2 + \delta\zeta_1 - \delta\zeta_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) (\delta P_1 + \delta P_2) = 0. \quad (14)$$

Перейдем к рассмотрению уравнения (10). При записи выражения для потока j необходимо учитывать, что в лабораторной системе отсчета присутствует движение среды перед фронтом УВ и движение самого фронта с учетом возмущения его скорости. Тогда можно записать:

$$j = \rho_1((\mathbf{v}_1 - (\mathbf{u} + \mathbf{d}_1))\mathbf{n}), \quad (15)$$

где $\mathbf{u}$ – скорость границы, связанная с возмущением ($\mathbf{u} = d\xi/dt$), учитывая, что ξ не зависит от x , в линейном приближении получим $\mathbf{u} = \partial\xi/\partial t$. В итоге, в линейном приближении уравнение (10) запишется в следующем виде:

$$\frac{\delta\rho_1}{\rho_1} + \frac{\delta v_{1x}}{v_1 - d_{1x}} + \frac{i\omega\xi\xi}{v_1 - d_{1x}} + \frac{\frac{\rho_1}{\rho_2} \delta\rho_2 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \delta\rho_1}{2(\rho_2 - \rho_1)} - \frac{\delta P_2 - \delta P_1}{2(P_2 - P_1)} = 0. \quad (16)$$

Учитывая (6), (12) – (14), (16), выражение для УРС Ми–Грюнайзена (5) и соотношение $\varepsilon = \zeta + \varepsilon_x$, получим:

$$\frac{\partial\delta v_{2x}}{\partial t} + v_2 \frac{\partial\delta v_{2x}}{\partial x} + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial\delta P_2}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial\delta v_{2y}}{\partial t} + v_2 \frac{\partial\delta v_{2y}}{\partial x} + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial\delta P_2}{\partial y} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial\delta\rho_2}{\partial t} + v_2 \frac{\partial\delta\rho_2}{\partial x} + \rho_2 \left(\frac{\partial\delta v_{2x}}{\partial x} + \frac{\partial\delta v_{2y}}{\partial y} \right) = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial \delta \zeta_2}{\partial t} - \frac{\Gamma \zeta_2}{\rho_2} \frac{\partial \delta \rho_2}{\partial t} + v_2 \frac{\partial \delta \zeta_2}{\partial x} - \frac{\Gamma \zeta_2}{\rho_2} v_2 \frac{\partial \delta \rho_2}{\partial x} = 0 \quad (20)$$

$$[\delta v_{2y} - \delta v_{1y} - ik_y \xi (v_1 - v_2)]|_{x=-d_1 t} = 0 \quad (21)$$

$$\left[2 \frac{\delta v_{2x} - \delta v_{1x}}{v_2 - v_1} - \frac{\delta P_2 - \delta P_1}{P_2 - P_1} - \frac{\frac{\rho_1}{\rho_2} \delta \rho_2 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \delta \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \right] \Big|_{x=-d_1 t} = 0 \quad (22)$$

$$\left[\left\{ \frac{c_{01}^2}{3} \left(\frac{\rho_1}{\rho_{01}^2} - \frac{\rho_{01}}{\rho_1^2} \right) - \frac{P_1 + P_2}{2\rho_1^2} \right\} \delta \rho_1 \left\{ \frac{c_{02}^2}{3} \left(\frac{\rho_2}{\rho_{02}^2} - \frac{\rho_{02}}{\rho_2^2} \right) \frac{P_1 + P_2}{2\rho_2^2} \right\} \delta \rho_2 + \right. \\ \left. + \delta \zeta_2 - \delta \zeta_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) (\delta P_1 + \delta P_2) \right] \Big|_{x=-d_1 t} = 0 \quad (23)$$

$$\left[\frac{\delta \rho_1}{\rho_1} + \frac{\delta v_{1x}}{v_1 - d_{1x}} + \frac{i\omega_\xi \xi}{v_1 - d_{1x}} + \frac{\frac{\rho_1}{\rho_2} \delta \rho_2 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \delta \rho_1}{2(\rho_2 - \rho_1)} - \frac{\delta P_2 - \delta P_1}{2(P_2 - P_1)} \right] \Big|_{x=-d_1 t} = 0 \quad (24)$$

$$\delta P_2 - \left(\frac{\rho_2 c_{01}}{\rho_{01}} \right)^2 \delta \rho_2 - \Gamma \zeta_2 \delta \rho_2 - \Gamma \rho_2 \delta \zeta_2 = 0 \quad (25)$$

Выражения (17) – (20) – это линеаризованная система гидродинамических уравнений для области, обозначенной нами индексом "21". Уравнение (21) отвечает условию непрерывности тангенциальной составляющей скорости на УВ, выражение для скачка продольной составляющей скорости отражено в уравнении (22), УРС для среды "21" записан в (25), уравнение (24) отвечает условию непрерывности потока через фронт УВ. Выражения (21) – (24) – это линеаризованные соотношения Ренкина–Гюгонио на фронте УВ. Соотношения (21) – (24) выполняются при $x = -d_1 t$ (см. Рис. 2).

В дальнейшем нам понадобится выражение для скорости звука для УРС Ми–Грюнайзена. Воспользуемся выражением, которое приведено в [22]:

$$c = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho} + \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial P}{\partial \varepsilon}}, \quad (26)$$

где ε – полная удельная внутренняя энергия. Используя (3) и соотношение $\varepsilon = \varepsilon_x + \zeta$, из (1) следует:

$$P = \frac{\rho_0 c_0^2}{3} \left(\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^3 - 1 \right) + \Gamma \rho \left(\varepsilon - \frac{c_0^2}{3} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 + \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{3}{2} \right) \right), \quad (27)$$

В итоге, выражение для скорости звука для УРС Ми–Грюнайзена выглядит следующим образом:

$$c = \sqrt{c_0^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 + \Gamma(\Gamma + 1)\zeta}. \quad (28)$$

Отметим, что, второе слагаемое под корнем отвечает скорости звука для УРС идеального газа.

Функции δv_{2x} , δv_{2y} , δP_2 , ξ , $\delta \zeta_2$, $\delta \rho_2$ являются функциями от координат и времени

$f(x, y, t)$. Предположим, что эта зависимость гармоническая:

$$f(x, y, t): \exp\{ik_y y + ik_x x - i\omega t\}. \quad (29)$$

Далее под величинами δv_{2x} , δv_{2y} , δP_2 , ξ , $\delta \zeta_2$, $\delta \rho_2$ будем понимать соответствующие амплитуды. Показатель экспоненты для падающих и отраженных волн будем записывать единообразно, различные направления распространения учитываются знаками волнового вектора и частоты.

Рассмотрим уравнения (17) – (19). С учетом (29) получим:

$$\begin{aligned} (\omega - v_2 k_x) \delta v_x^{(21)} &= \frac{k_x}{\rho_{21}} \delta P^{(21)}, \\ (\omega - v_2 k_x) \delta v_y^{(21)} &= \frac{k_y}{\rho_{21}} \delta P^{(21)}, \\ (\omega - v_2 k_x) \delta P^{(21)} &= \rho_{21} c_{21}^2 (k_x \delta v_x^{(21)} + k_y \delta v_y^{(21)}). \end{aligned} \quad (30)$$

Следовательно,

$$[(\omega - v_2 k_x)^2 - c_{21}^2 k^2] \delta P^{(21)} = 0, \quad (31)$$

где $k^2 = k_x^2 + k_y^2$.

Возможны два решения уравнения (31): $\delta P^{(21)} = 0$ или $(\omega - v_2 k_x)^2 = c_{21}^2 k^2$. Первое решение отвечает энтропийно-вихревой волне, второе – звуковой (см., например, [10]). Из этого следует, что гидродинамические возмущения можно разложить на звуковую и энтропийно-вихревую составляющие и рассматривать их отдельно без учета взаимодействия (в рамках линейного приближения). Далее энтропийные решения будем обозначать индексом "э", а звуковые – индексом "з". Из уравнений (17) – (20) следует:

$$(\omega^{(3)} - v_2 k_x^{(3)}) \delta v_x^{(21)(3)} = \frac{k_x^{(3)}}{\rho_{21}} \delta P^{(21)(3)} \quad (32)$$

$$(\omega^{(3)} - v_2 k_x^{(3)}) \delta v_y^{(21)(3)} = \frac{k_y}{\rho_{21}} \delta P^{(21)(3)} \quad (33)$$

$$(\omega^{(3)} - v_2 k_x^{(3)})^2 = c_{21}^2 \left((k_x^{(3)})^2 + k_y^2 \right) \quad (34)$$

$$\delta P^{(3)} = 0 \quad (35)$$

$$\omega^{(3)} = k_x^{(3)} v_2 \quad (36)$$

$$k_x^{(3)} \delta v_x^{(21)(3)} + k_y \delta v_y^{(21)(3)} = 0 \quad (37)$$

$$\delta \zeta^{(21)(3)} = \frac{\Gamma \zeta_{21}}{\rho_{21}} \delta \rho^{(21)(3)} \quad (38)$$

В силу отсутствия возмущения давления в энтропийно-вихревой волне (см. равенство (35)), $\delta P^{(21)(3)} \equiv \delta P^{(21)}$. При написании уравнений (32) – (38) учтено, что в энтропийно-вихревой и звуковой волнах различны показатели экспонент. По этой причине из УРС (1) следуют следующие равенства:

$$\delta P^{(21)(3)} - c_{01}^2 \left(\frac{\rho_{21}}{\rho_{01}} \right)^2 \delta \rho^{(21)(3)} - \Gamma \rho^{(21)} \delta \zeta^{(21)(3)} - \Gamma \zeta^{(21)} \delta \rho^{(21)(3)} = 0 \quad (39)$$

$$c_{01}^2 \left(\frac{\rho_{21}}{\rho_{01}} \right)^2 \delta \rho^{(21)(3)} + \Gamma \zeta^{(21)} \delta \rho^{(21)(3)} + \Gamma \rho_{21} \delta \zeta^{(21)(3)} = 0 \quad (40)$$

Отметим, что равенства (38) – (39) тождественно удовлетворяют соотношению $\delta P = c^2 \delta \rho$ (см., например, [10]).

Рассмотрим систему уравнений Рэнкина–Гюгонио. Поскольку она справедлива на УВ, движущейся со скоростью d_1 в направлении, противоположном оси x , то систему необходимо рассматривать при $x = -d_1 t$. В ней присутствуют слагаемые, содержащие экспоненциальные множители с тремя различными показателями (фазами). В лабораторной системе отсчета фазе энтропийно-вихревой волны соответствует $(-ik_x^{(3)} d_1 t - i\omega^{(3)} t)$, фазе звуковой – $(-ik_x^{(3)} d_1 t - i\omega^{(3)} t)$, фазе начального возмущения – $(-ik_{0x}(d_1 + v_1)t)$.

Рассмотрен случай соударения железной и алюминиевой пластин со скоростью 5 км/с. Следовательно, для выполнения условий на фронте УВ необходимо, чтобы показатель экспоненты для начального возмущения равнялся либо показателю экспоненты в звуковой волне, либо в энтропийно-вихревой, либо все экспоненты имели одинаковые показатели. Первые два условия в общем случае невыполнимы, поэтому мы приходим к следующему соотношению:

$$k_x^{(3)} d_1 + \omega^{(3)} = k_x^{(3)} d_1 + \omega^{(3)} = k_{0x}(d_1 + v_1). \quad (41)$$

С учётом данного соотношения линеаризованная система уравнений Рэнкина–Гюгонио для амплитуд возмущений запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \delta v_y^{(21)(3)} + \delta v_y^{(21)(3)} - \delta v_y^{(1)} - i(v_1 - v_2)k_y \xi^{(21)} = 0 \\ & \delta v_x^{(21)(3)} + \delta v_x^{(21)(3)} - \delta v_x^{(1)} = \\ & = \frac{v_2 - v_1}{2} \left[\frac{\delta P^{(21)} - \delta P^{(1)}}{P_2 - P_1} - \frac{\frac{\rho_{21}}{\rho_1} \delta \rho_1 - \frac{\rho_1}{\rho_{21}} (\delta \rho^{(21)(3)} + \delta \rho^{(21)(3)})}{\rho_{21} - \rho_1} \right] \\ & \frac{2\delta \rho_1}{\rho_1} + \frac{2\delta v_1}{v_1 - d_{1x}} + \frac{2}{v_1 - d_{1x}} i\omega_\xi \xi^{(21)} = \\ & = \frac{\delta P^{(21)} - \delta P^{(1)}}{P_2 - P_1} + \frac{\frac{\rho_{21}}{\rho_1} \delta \rho_1 - \frac{\rho_1}{\rho_{21}} (\delta \rho^{(21)(3)} + \delta \rho^{(21)(3)})}{\rho_{21} - \rho_1} \\ & \left[\frac{c_{01}^2}{3} \left(\frac{\rho_1}{\rho_{01}} - \frac{\rho_{01}}{\rho_1^2} \right) - \frac{P_1 + P_2}{2\rho_1^2} \right] \delta \rho_1 - \left[\frac{c_{02}^2}{3} \left(\frac{\rho_{21}}{\rho_{02}} - \frac{\rho_{02}}{\rho_{21}^2} \right) - \frac{P_1 + P_2}{2\rho_{21}^2} \right] \times \\ & \times (\delta \rho^{(21)(3)} + \delta \rho^{(21)(3)}) + \delta \zeta_1 - (\delta \zeta^{(21)(3)} + \delta \zeta^{(21)(3)}) + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_{21}} \right) (\delta P_1 + \delta P^{(21)}) = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

Уравнения (32) – (34), (36) – (42) образуют систему из 14 уравнений с 14 неизвестными $\delta v_x^{(21)(3)}$, $\delta v_x^{(21)(3)}$, $\delta v_y^{(21)(3)}$, $\delta v_y^{(21)(3)}$, $\delta \rho^{(21)(3)}$, $\delta \rho^{(21)(3)}$, $\xi^{(21)}$, $k_x^{(3)}$, $k_x^{(3)}$, $\delta \zeta^{(21)(3)}$, $\delta \zeta^{(21)(3)}$, $\omega^{(3)}$, $\omega^{(3)}$, $\delta P_2^{(21)}$. Далее мы будем рассматривать поведение отдельно звуковых и энтропийных волн. В начале изучим поведение звуковых волн. Из уравнений (41) следует:

$$\omega^{(3)} = (k_{0x} - k_x^{(3)}) d_1 + k_{0x} v_1, \quad (43)$$

$$\omega^{(3)} = (k_{0x} - k_x^{(3)}) d_1 + k_{0x} v_1. \quad (44)$$

Из уравнений (34), (43) следует, что для звукового волнового вектора $k_x^{(3)}$ можно записать:

$$\left(k_x^{(3)} \right)_\pm = \frac{k_{0x}(d_1 + v_1)(d_1 + v_2) \pm c_{21}^2 \sqrt{k_{0x}^2(d_1 + v_1)^2 - (c_{21}^2 - (d_1 + v_2)^2)k_y^2}}{(d_1 + v_2)^2 - c_{21}^2}. \quad (45)$$

Соответствующие графики зависимости мнимой и действительной части для волнового

вектора и частоты звуковой волны приведены на Рис. 3 – Рис. 6 для случая столкновения железной и алюминиевой пластин со скоростью 5 км/с.

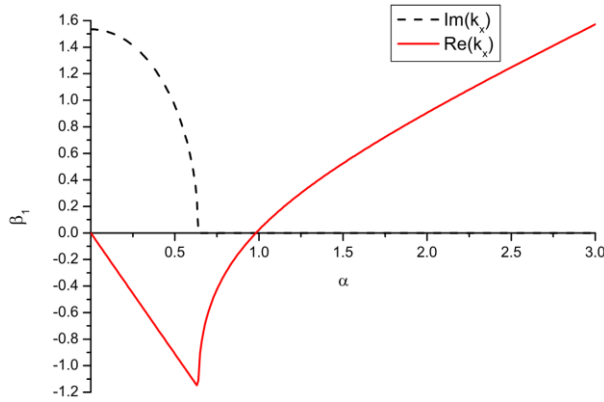


Рис. 3. Зависимость безразмерного звукового волнового вектора в зафронтной области ударника $\beta_1 = (k^{(3)})_+/k_y$ от параметра $\alpha = k_{0x}/k_y$.

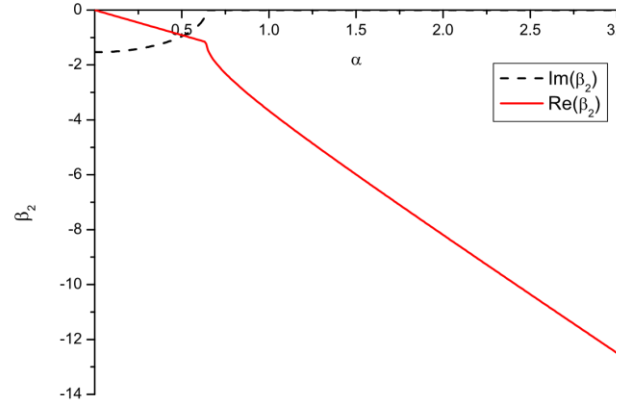


Рис. 4. Зависимость безразмерного звукового волнового вектора в зафронтной области ударника $\beta_2 = (k^{(3)})_-/k_y$ от параметра $\alpha = k_{0x}/k_y$.

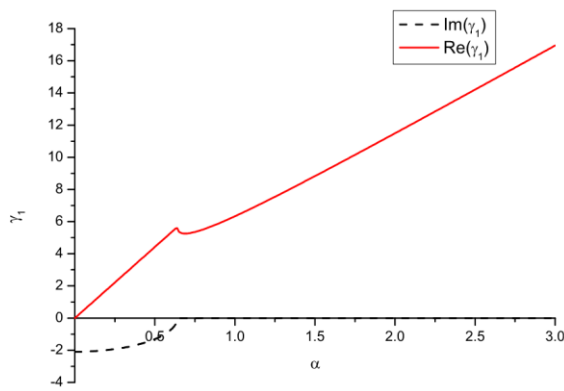


Рис. 5. Зависимость безразмерной частоты звуковой волны в зафронтной области ударника $\gamma_1 = (\omega^{(3)})_+/k_y d_1$ от параметра $\alpha = k_{0x}/k_y$.

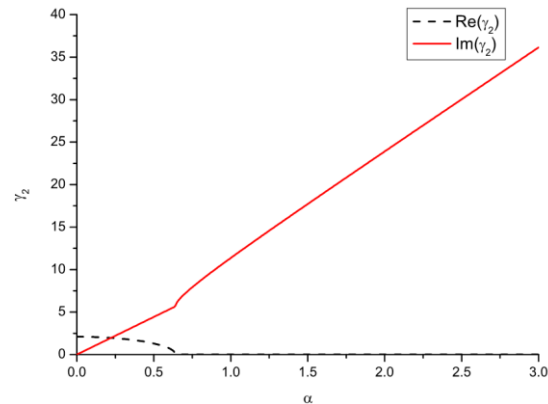


Рис. 6. Зависимость безразмерной частоты звуковой волны в зафронтной области ударника $\gamma_2 = (\omega^{(3)})_-/k_y d_1$ от параметра $\alpha = k_{0x}/k_y$.

Из анализа графиков видно, что существует точка, обозначим её k_{0x}^* , в которой характер зависимости меняется и в ней происходит обращение в ноль мнимой части волнового вектора $k_x^{(3)}$ ($\text{Im}(k_x^{(3)}) = 0$) при обращении в ноль подкоренного выражения в (45):

$$k_{0x}^* = \frac{k_y}{d_1 + v_1} \sqrt{c_{21}^2 - (d_1 + v_2)^2} \quad (46)$$

Изменение знака в решении $(k_x^{(3)})_+$ происходит при $k_{0x}^{**} = k_y c_{21} / (v_1 + d_1)$. Черная пунктирная линия – мнимая часть, красная сплошная – действительная. Рассмотрен случай соударения железной и алюминиевой пластин со скоростью 5 км/с.

Действительные значения соответствующих частот звуковых волн всегда положительны. Исходя из решения для волновых векторов, можно выделить три подобласти: при значениях

$0 < k_{0x} < k_{0x}^*$ волновые вектора звуковой волны комплексны (назовём её "темной" зоной); при значениях $k_{0x}^* < k_{0x} < k_{0x}^{**}$ оба решения для волнового вектора звуковой волны гармонические и отрицательны (назовём её "серой" зоной); при значениях $k_{0x} > k_{0x}^{**}$ оба решения для волнового вектора звуковой волны гармонические и имеют противоположные знаки (назовём её "светлой" зоной).

Вектора k_{0x} и k_y являются проекциями волнового вектора, определяющего направление распространения волны начальных возмущений. Следовательно, угол падения начальных энтропийных возмущений из несжатой области на фронт УВ определяет характер физических процессов в зафронтной области. Необходимо отметить, что падение возмущений из области сжатого вещества на фронт УВ описывается аналогично приведенному анализу.

Из (45) для случая $0 < k_{0x} < k_{0x}^*$ ("темная" зона) следует, что звуковая волна распространяется в сторону фронта УВ с амплитудой, затухающей по мере удаления от него в сжатую область. На самом фронте УВ её фаза в силу "сшивки" с энтропийным возмущением предфронтной области не имеет мнимой части. Другими словами, звуковое решение существует в ограниченной области пространства за фронтом УВ с постоянным значением амплитуды на фронте УВ и быстро затухает вглубь области. По этой причине в мишени звуковых волн распространяться не будет. Энтропийно-вихревые возмущения присутствуют во всей зафронтной области ударника. На Рис. 2 данному случаю соответствует рассмотрение волновых процессов только в вершинах A_1 (падение начального энтропийного возмущения на фронт УВ) с учетом изменения направления распространения звука и B_2 (падение энтропийно-вихревой волны на КР со стороны ударника). Описание сшивки энтропийно-вихревого решения на КР представлено ниже. Результаты численного анализа данного случая приведены на Рис. 8, Рис. 13а, рис. 13b.

Из (45) для случая $k_{0x}^* < k_{0x} < k_{0x}^{**}$ ("серая" зона) следует, что аналитическое решение для звука в области сжатого вещества представимо в виде двух гармонических звуковых волн, распространяющихся в направлении фронта УВ. Энтропийно-вихревые возмущения присутствуют во всей зафронтной области ударника. На Рис. 2 данному случаю соответствует рассмотрение волновых процессов только в вершинах A_1 (падение начального энтропийного возмущения на фронт УВ) с учетом изменения направления распространения звука и B_2 (падение энтропийно-вихревой волны на КР со стороны ударника). Описание сшивки энтропийно-вихревого решения на КР представлено ниже. В результате численного анализа получено падающее на УВ, затухающее вглубь среды звуковое решение (см. Рис. 9, Рис. 13с, Рис. 13d). Отсутствие данного результата при аналитическом рассмотрении задачи в линейном приближении указывает на влияние процессов взаимодействия в зафронтной области волн между собой на качественное поведение решения.

Из (45) для случая $k_{0x} > k_{0x}^{**}$ ("светлая" зона) в зафронтной области получаем распространяющийся от фронта УВ звуковое решение. Из анализа его дальнейшего распространения следует, что после серии переотражений, значения волнового вектора и частоты звуковой волны уменьшаются и мы попадем в "серую" зону. Как будет показано далее, энтропийно-вихревые возмущения присутствуют во всей зафронтной области ударника и мишени, причём в данном случае в мишени присутствуют как энтропийно-вихревые волны, соответствующие однородному решению, так и возникшие в результате падения звуковой волны на фронт УВ. На Рис. 2 данному случаю соответствуют в общем случае все вершины А, В, С. Стоит отметить, что при рассмотрении процессов для звука в вершинах В возможно наличие его полного внутреннего отражения от границы КР (вершина B_1). Результаты численного анализа приведены на Рис. 10, Рис. 13е, Рис. 13f.

В результате анализа задачи в линейном приближении показано, что существует три

качественно разных решения в зависимости от начальных данных (параметр $\alpha = k_{0x}/k_y$). Существуют режимы, при которых происходит перенос возмущений из ударника в мишень, но также возможны случаи, когда возмущения присутствуют только в ударнике и в мишень не "переносятся" (быстро затухают).

4. Распространение возмущений в мишени

Рассмотрев взаимодействие поля возмущений с фронтом УВ в ударнике, перейдем к анализу распространения возмущений через границу КР в область мишени (на Рис. 2 процессы, соответствующие вершинам В и С).

Рассмотрим падение на контактную границу звуковой волны со стороны ударника. В этом случае в ударнике будут присутствовать как падающая, так и отраженная звуковые волны, а в мишени только прошедшая. Порождение звуком энтропийно-вихревой волны в данном случае невозможно, поскольку её фаза $\varphi^{(a)}$ на контактной границе равна нулю $\varphi^{(a)} = k_x^{(a)}u_2 - \omega^{(a)} = 0$, а звуковая волна, в силу выражения (34), нулевой фазой на контактной границе обладать не может. Обозначим величины, отвечающие падающей волне, индексом i , отраженной – r , прошедшей – t . На контактной границе должны выполняться условия равенства давлений и величины смещения границы раздела ξ . Поскольку мы рассматриваем волновые процессы, будем искать решение в виде пропорциональном $\exp\{ik_x x + ik_y y - i\omega t\}$.

Для возмущения давления можно записать:

$$\delta P^{(i)} = C_i \exp\{ik_y y + ik_x^{(i)} x - i\omega^{(i)} t\}, \quad (47)$$

$$\delta P^{(r)} = C_r \exp\{ik_y y + ik_x^{(r)} x - i\omega^{(r)} t\}, \quad (48)$$

$$\delta P^{(t)} = C_t \exp\{ik_y y + ik_x^{(t)} x - i\omega^{(t)} t\}. \quad (49)$$

Соответственно, в ударнике возмущение давления $\delta P_{21} = \delta P^{(i)} + \delta P^{(r)}$, а в мишени $\delta P_{22} = \delta P^{(t)}$. Из условия равенства давлений на контактном разрыве следует:

$$k_x^{(i)} v_2 - \omega^{(i)} = k_x^{(r)} v_2 - \omega^{(r)} = k_x^{(t)} v_2 - \omega^{(t)}, \quad (50)$$

$$1 + C_r = C_t. \quad (51)$$

Здесь для удобства принято, что $C_i = 1$, следовательно, тогда C_r , C_t – отвечают коэффициентам отражения и прохождения, соответственно. Запишем аналогичные (31) выражения для падающей, отраженной и прошедшей волн:

$$(\omega^{(i)} - v_2 k_x^{(i)})^2 = c_{21}^2 \left((k_x^{(i)})^2 + k_y^2 \right), \quad (52)$$

$$(\omega^{(r)} - v_2 k_x^{(r)})^2 = c_{21}^2 \left((k_x^{(r)})^2 + k_y^2 \right), \quad (53)$$

$$(\omega^{(t)} - v_2 k_x^{(t)})^2 = c_{22}^2 \left((k_x^{(t)})^2 + k_y^2 \right). \quad (54)$$

Из уравнений (50), (52), (53) следует, что $k_x^{(r)} = \pm k_x^{(i)}$. Решение со знаком плюс не подходит, т.к. из (50) тогда следует, что $\omega^{(r)} = -\omega^{(i)}$. Следовательно, отраженная волна должна быть сонаправлена с падающей, а этого быть не может, поэтому данной задаче удовлетворяет только решение со знаком минус. В итоге, получим для отраженной волны:

$$k_x^{(r)} = -k_x^{(i)}, \quad (55)$$

$$\omega^{(r)} = v_2 \left(k_x^{(r)} - k_x^{(i)} \right) + \omega^{(i)}. \quad (56)$$

Используя (52) и (54), выражение для волнового вектора $k_x^{(t)}$ можно записать следующим образом:

$$k_x^{(t)} = \sqrt{\frac{c_{21}^2}{c_{22}^2} \left((k_x^{(i)})^2 + k_y^2 \right) - k_y^2} \quad (57)$$

Рассмотрим теперь условие равенства смещений границы $\xi_{21}(y, t)$ и $\xi_{22}(y, t)$ при $x = v_2 t$. Учитывая, что временная зависимость для ξ_{21} и ξ_{22} представима в виде $e^{-i\omega_\xi t}$, можно записать:

$$\delta v_x^{(21)} = \frac{d\xi_{21}(y, t)}{dt} = -i\omega_\xi \xi_{21}(y, t), \quad 1$$

$$\delta v_x^{(22)} = -i\omega_\xi \xi_{22}(y, t), \quad 1$$

где введены обозначения $\delta v_x^{(21)} = \delta v_x^{(i)} + \delta v_x^{(r)}$, $\delta v_x^{(22)} = \delta v_x^{(t)}$. Для нахождения величин $\delta v_x^{(21)}$ и $\delta v_x^{(22)}$ рассмотрим уравнение Эйлера в линейном приближении (6). Зависимости скоростей от времени и координаты, аналогичны приведенным в (47) – (49), поэтому из (6) следует:

$$\delta v_x^{(i)} = \frac{k_x^{(i)}}{\rho_{21}(\omega^{(i)} - k_x^{(i)} v_2)} \delta P^{(i)}$$

$$\delta v_x^{(r)} = \frac{k_x^{(r)}}{\rho_{21}(\omega^{(r)} - k_x^{(r)} v_2)} \delta P^{(r)}$$

$$\delta v_x^{(t)} = \frac{k_x^{(t)}}{\rho_{22}(\omega^{(t)} - k_x^{(t)} v_2)} \delta P^{(t)}.$$

Используя (47), (48) и (50), получим из условия на КР $\xi_{21}(y, t)|_{x=v_2 t} = \xi_{22}(y, t)|_{x=v_2 t}$:

$$\frac{k_x^{(i)}(1 - C_r)}{\rho_{21}} = \frac{k_x^{(t)} C_t}{\rho_{22}} \quad (63)$$

Из (51) и (63) следует:

$$C_r = \left(\frac{k_x^{(i)}}{\rho_{21}} - \frac{k_x^{(t)}}{\rho_{22}} \right) / \left(\frac{k_x^{(i)}}{\rho_{21}} + \frac{k_x^{(t)}}{\rho_{22}} \right),$$

$$C_t = 2 \frac{k_x^{(i)}}{\rho_{21}} / \left(\frac{k_x^{(i)}}{\rho_{21}} + \frac{k_x^{(t)}}{\rho_{22}} \right)$$

Выпишем значения амплитуд гидродинамических величин для отраженной волны. Используя уравнения (38) и (39), можно записать:

$$\delta \rho^{(r)} = \frac{C_r}{c_{21}^2}, \quad \delta \zeta^{(r)} = C_r \frac{\Gamma \zeta_{21}}{\rho_{21} c_{21}^2}. \quad (66)$$

Из x и y – компонент уравнения Эйлера (32), (33) находим:

$$\delta v_x^{(r)} = \frac{C_r k_x^{(i)}}{\rho_{21}(\omega^{(i)} - k_x^{(i)} v_2)}, \quad \delta v_y^{(r)} = \frac{C_r k_y}{\rho_{21}(\omega^{(i)} - k_x^{(i)} v_2)}. \quad (67)$$

Для гидродинамических величин прошедшей волны получим аналогичные выражения с

заменой индексов r на t и "21" на "22".

Рассмотрим распространение в ударнике звуковой волны, отраженной от границы КР (см. Рис. 2 вершина B_1), падающей далее на фронт УВ. На УВ происходит ее "отражение" в звуковую и энтропийно-вихревую волны (см. Рис. 2 вершина A_2). Система уравнений, описывающая данный случай, похожа на рассмотренную ранее с заменой слагаемых, отвечающих за возмущение перед фронтом УВ, на слагаемые, соответствующие звуковой волне, отраженной от КР.

При рассмотрении распространения энтропийно-вихревой волны отметим, что она движется со скоростью среды, в которой она распространяется, поэтому для нее выражение "распространяющаяся от фронта УВ энтропийная волна" достаточно условно. Например, при рассмотрении в лабораторной системе отсчета отражения звуковой волны от УВ в мишени, направление распространения образовавшейся энтропийной волны не может быть направлено против оси x , но поскольку скорость УВ всегда превышает скорость вещества за ней, то энтропийно-вихревые возмущения будут удаляться от фронта УВ, на котором они возникли.

При изучении распространения звуковой волны, таких тонкостей не возникает. Ее распространение можно рассматривать как серию последовательных отражений от поверхности УВ и КР. Необходимо учитывать, что возможно явление полного внутреннего отражения звука от контактной границы. Расчеты показывают, что процесс переотражения развивается до тех пор, пока значения волнового вектора не попадут в область, которую мы обозначили как "серую" зону, и волна начнет затухать.

При сшивке смещения границы, давлений и фаз энтропийно-вихревых волн на КР количество неизвестных, превышает число уравнений, но это не вносит произвол в определение значения гидродинамических величин прошедшей волны. Это связано с тем, что возмущение давления в энтропийно-вихревой волне отсутствует, что обеспечивает автоматическое удовлетворение соответствующего условия "сшивки", фаза таких возмущений на контактном разрыве равна нулю, что также приводит к выполнению "сшивки" для любых значений волновых векторов и частот. Исходя из этого, "сшивка" производилась с энтропийно-вихревыми волнами, соответствующими однородному решению для смежной области относительно границы КР.

В однородном решении присутствуют затухающие, растущие и гармонические энтропийно-вихревые волны. Значение скорости распространения данного типа волн совпадает с значением скоростью среды, которая в свою очередь строго меньше скорости УВ в ней. Следовательно, энтропийно-вихревые возмущения, образовавшиеся в ударнике, не могут воздействовать на фронт УВ в мишени. Этим условиям удовлетворяет энтропийно-вихревая волна, затухающая при приближении к фронту УВ, но, поскольку ее амплитуда фиксирована на КР (благодаря "сшивке" с неоднородной энтропийно-вихревой волной в ударнике), неограниченного роста при удалении от фронта УВ не будет.

В однородном решении наряду с энтропийно-вихревыми волнами присутствуют звуковые. Для энтропийно-вихревых волн, затухающих при приближении к фронту УВ в мишени, соответствующая звуковая волна будет направлена к фронту с амплитудой, затухающей по мере удаления от УВ, также она затухает по времени. Из этого следует, что однородным звуковым решением можно пренебречь.

5. Численный анализ

Для сравнения теоретических результатов с численными был проведен расчет данной задачи с использованием пакета прикладных программ "ТИС". Его подробное описание приведено в [24], в данном разделе мы коротко остановимся на основных особенностях, которые позволяют проводить численное моделирование интересующей нас задачи. В комплексе

реализован численный метод разделения по физическим процессам, т.е. расчет на каждом шаге производится следующим способом: на первом этапе производится расчет гидродинамических процессов на подвижной эйлеровой сетке, а после сетка фиксируется в новом положении и решение на втором этапе корректируется индивидуально в каждой ячейке с учетом упругопластических и других характеристик среды. Рассматриваемая задача решается в гидродинамическом приближении, т.е. система определяющих соотношений может быть записана в векторном дивергентном виде:

$$\frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{f}_k}{\partial x_k} = 0, \quad (68)$$

здесь $\vec{q} = (\rho, \rho v_x, \rho v_y, \rho E)^T$ – вектор состояния среды, $\vec{f}_k$ – вектор потоков:

$$\vec{f}_x = \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x^2 + P \\ \rho v_x v_y \\ \rho E v_x + P v_x \end{pmatrix}, \quad \vec{f}_y = \begin{pmatrix} \rho v_y \\ \rho v_y^2 + P \\ \rho v_x v_y \\ \rho E v_y + P v_y \end{pmatrix}. \quad (69)$$

По этой причине для расчета очередного шага по времени используется лишь первый этап расчета, ниже приведено его описание.

Решение (68) будет строиться на подвижной эйлеровой расчетной сетке, дискретизация по пространственным переменным осуществляется с помощью метода конечного объема [26]. Другими словами, система (68) может быть записана в виде системы полудискретных уравнений вида:

$$\frac{d}{dt} (S_i \vec{q}) = - \sum_{\sigma} (\vec{f}_k n_k - \vec{q} V_n)_{\sigma} l_{\sigma}, \quad (70)$$

где индексы i и σ означают ячейку и ее грань, соответственно; S_i – площадь i -ой ячейки и l_{σ} – длина ее грани; $n_k, k = x, y$ – компоненты внешней к ячейке нормали; V_n – нормальная компонента скорости движения грани, которая должна удовлетворять геометрическому закону сохранения $dS_i/dt = \sum_{\sigma} (l_{\sigma} V_n)$. Для аппроксимации значений с центров ячеек на грань используется MUSCL подход [24].

Правая часть уравнений (70) может быть выражена с помощью вектора локально-одномерного потока $\vec{F} = (\rho v_n, \rho v_n^2 + P, \rho v_n v_t, \rho E v_n + P v_n)^T$, где v_n, v_t – нормальная и касательная к рассматриваемой грани σ составляющие массовой скорости:

$$\frac{d}{dt} (S_i \vec{q}) = - \sum_{\sigma} T^{-1} (\vec{F} - \vec{Q} V_n)_{\sigma} l_{\sigma}, \quad \vec{Q} = T \vec{q}, \quad (71)$$

где T – матрица поворота от лабораторной системы координат к системе координат, связанной с рассматриваемой гранью. Вектор локально-одномерного потока определяется как функция векторов состояния среды в ячейках, примыкающих к грани: $\vec{F} = \vec{F}(\vec{Q}_i^{\sigma}, \vec{Q}_{\sigma(i)}^{\sigma})$; $\sigma(i)$ обозначает ячейку, примыкающую к ячейке i со стороны грани σ .

Явное интегрирование по времени уравнения (71) приводит к монотонной схеме второго порядка по времени и пространству:

$$\vec{q}_i^{n+1} = \frac{1}{S_i^{n+1}} [S_i^n \vec{q}_i^n - \Delta t \sum_{\sigma} T_{\sigma}^{-1} (\vec{F} - \vec{Q} V_n)_{\sigma} S_{\sigma}]. \quad (72)$$

Устойчивость обеспечивается условием Куранта-Фридрихса-Леви:

$$\lambda(\vec{q}_i^n) = \frac{v_i}{\sum_{\sigma} \rho_{\sigma}^{\Phi} l_{\sigma}}, \quad \Delta t = \max_i [\lambda(\vec{q}_i^n)], \quad (73)$$

где ρ^Φ – спектральный радиус Якобиана $\partial(\vec{F} - \vec{Q}V_n)/\partial\vec{Q}$.

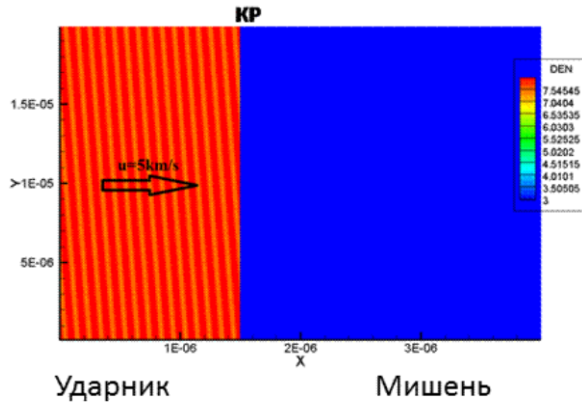


Рис. 7. Начальная постановка численного расчета об ударе железного ударника, обладающего начальным полем возмущения плотности с амплитудой 5%, со скоростью 5 км/с по алюминиевой мишени.

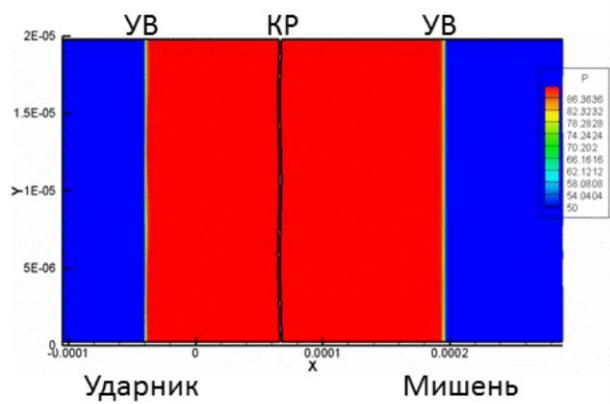


Рис. 8. Профиль давления в системе сталкивающихся пластин в случае рассмотрения "темной" зоны ($\alpha = 0,3$).

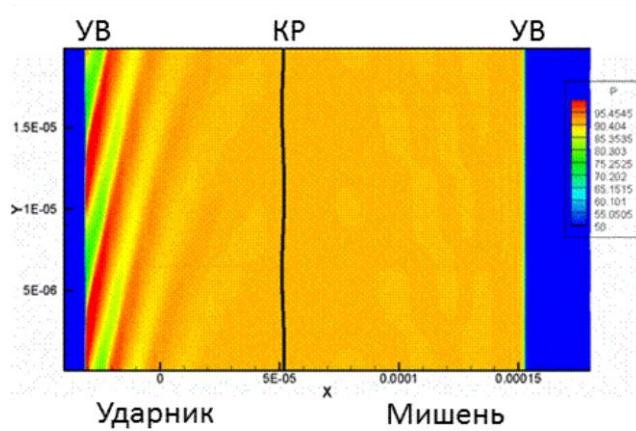


Рис. 9. Профиль давления в системе сталкивающихся пластин в случае рассмотрения "серой" зоны ($\alpha = 0,65$).

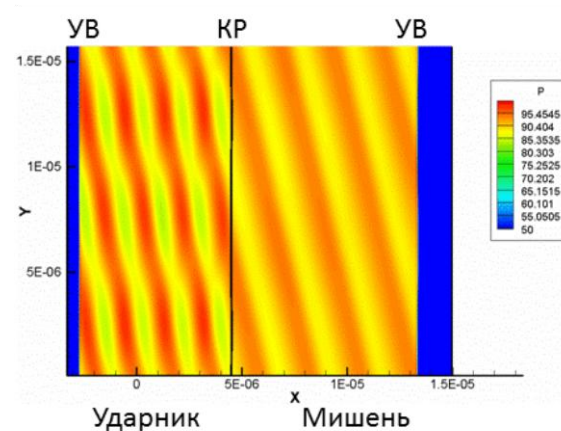


Рис. 10. Профиль давления в системе сталкивающихся пластин в случае рассмотрения "светлой" зоны ($\alpha = 10$).

Численная аппроксимация потока $\vec{F}$ осуществляется с помощью метода С.К. Годунова [25]. Для определения значений потока используются значения вектора $\vec{Q}^*$, который является точным решением задачи о распаде разрыва на грани ячейки, с начальными данными $\vec{Q}_i^\sigma$ и $\vec{Q}_{\sigma(i)}^\sigma$.

Поскольку аналитическое решение задачи о распаде произвольного разрыва для произвольного УРС, в том числе и Ми–Грюнайзена, не существует, будем аппроксимировать его с помощью двухпараметрического УРС:

$$e = \frac{P + \gamma P_0}{(\gamma - 1)\rho} - \frac{c_0^2}{\gamma - 1}. \quad (74)$$

Значения констант P_0, γ, c_0^2 подбираются таким образом, чтобы при заданных значениях

внутренней энергии e , давления P и плотности ρ величины производных de/dP и $de/d\rho$ равнялись соответствующим значениям, посчитанным по УРС Ми–Грюнайзена. Далее решение о распаде разрыва ищется с использованием УРС (74).

Расчетная область представляет собой два прямоугольника с общей стороной (ее положение соответствует положению контакта между пластинами). Левая и правая границы области соответствуют положению свободных граней пластин, в процессе расчета они смещаются параллельно смещению свободных граней. Высота области равна двум длинам волн в вертикальном направлении, а поскольку задача периодическая, на верхней и нижней границе ставятся периодические граничные условия, в процессе расчета они остаются строго горизонтальными. В каждом прямоугольнике задана прямоугольная структурированная расчетная сетка 800×100 ячеек. На каждом шаге по времени сетка перестраивается в соответствии со смещением границ и контрольных точек области таким образом, чтобы топология сетки – множество контрольных объемов и структура связей – не менялись с течением времени. Профиль начального распределения плотности для всех трех случаев подобен представленному на Рис. 7, отличие заключается в угле наклона возмущений относительно фронта УВ. Для случая "темной" зоны отношение проекций волнового вектора начальных возмущений $\alpha = k_{0x}/k_y = 0.3$; для "серой" зоны – $\alpha = 0.65$; для "светлой" зоны – $\alpha = 10$. Результаты расчетов для случая "темной", "серой" и "светлой" зон приведены на Рис. 8 – Рис. 13. При анализе рисунков необходимо учитывать, что возмущения давления могут быть обусловлены только наличием звуковой волны, в отличие от возмущения плотности, на которое влияет как звуковая волна, так и энтропийно-вихревая. Из рисунков видно, что в "темной" зоне возмущения плотности присутствуют только в ударнике, они обусловлены только наличием энтропийно-вихревой волны (т.к. отсутствует возмущения давления). В "серой" зоне звуковая волна присутствует только вблизи фронта УВ, легко заметить, что угол наклона возмущений, обусловленных ей, соответствует распространению к фронту УВ. Как и для случая "темной" зоны энтропийно-вихревые возмущения присутствуют только в ударнике. В "светлой" зоне звуковые и энтропийно-вихревые возмущения присутствуют как в нагруженной области ударника, так и в нагруженной области мишени.

Отметим, что основной интерес представляет случай, отвечающий переносу возмущений в мишень, т.е. случай "светлой" зоны. На Рис. 11 – Рис. 12 приведены графики зависимости возмущения давления и плотности для двух различных случаев отношения проекций волнового вектора начального возмущения в ударнике ($\alpha = 4,5$ и $\alpha = 40$). Оба случая соответствуют "светлой" зоне. По оси x отложена относительная координата, т.е. для $\alpha = 4,5$ координата $x = x \times 10^{-5}$ м, а для $\alpha = 40$ координата $x = x \times 10^{-6}$ м. Из рисунков заметно, что для обоих значений α амплитуды колебаний практически совпадают.

В итоге, получено качественное и количественное совпадение аналитических результатов с численным расчетом. Как уже говорилось ранее, сравнение с численными расчетами показывает, что рассмотрения только линейного приближения недостаточно для описания поведения системы в случае "серой" зоны.

6. Развитие неустойчивости контактного разрыва

Характер развития возмущений в задаче о столкновении двух пластин, рассматриваемой в данной работе, отличен от классической задачи о неустойчивости Рихтмайера–Мешкова (РМ) [12] границы КР. В нашем случае эволюция возмущения контактной границы обусловлена наличием возмущения плотности в среде, а не начальным искривлением поверхности. Это указывает на то, что, выводы, применимые при рассмотрении неустойчивости РМ, не будут справедливы в данном случае. Для исследования поведения системы в зависимости от начальных

данных были построены зависимости скорости роста неустойчивости границы КР от скорости столкновения пластин и от их материалов. Как видно из Рис. 15 при вариации скорости столкновения в случае начальных условий, соответствующих "темной" зоне, наблюдается практически линейная зависимость скорости возмущения границы от начальной скорости соударения. При рассмотрении "серой" и "светлой" зон обнаруживается более слабая зависимость значения скорости возмущения границы от начальной скорости соударения.

Для случая наличия возмущения плотности исследуем зависимость скорости возмущения границы КР от материалов сталкивающихся пластин, скорости их соударения и соотношения проекций начального волнового вектора $\alpha = k_{0x}/k_y$ в ударнике.

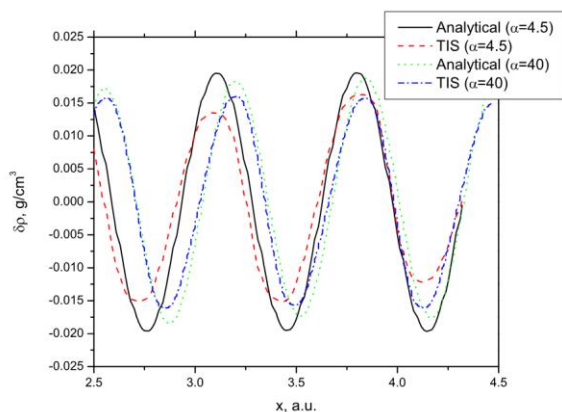


Рис. 11. Зависимости неоднородности плотности для различных значений параметра α возмущений перед фронтом УВ в ударнике, равных 4,5 и 40.

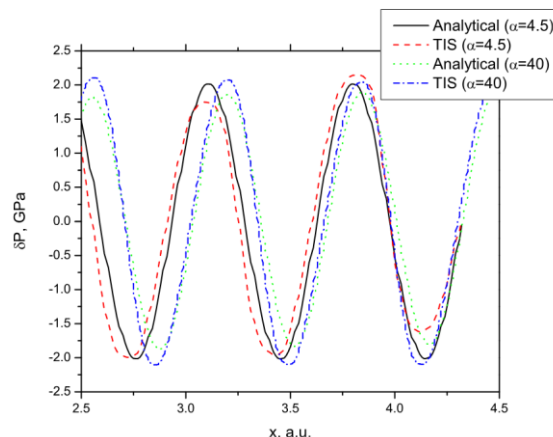


Рис. 12. Зависимости неоднородности давления для различных значений параметра α возмущений перед фронтом УВ в ударнике, равных 4,5 и 40.

При рассмотрении данной задачи необходимо учитывать, что из-за наличия в зафронтальной области ударника звуковой волны, в мишени могут возбуждаться энтропийно-вихревые и звуковые возмущения. Используя выражение, аналогичное (45), можно построить графики зависимости действительной части волнового вектора звукового решения в мишени от параметра $\alpha = k_{0x}/k_y$ (см. Рис. 16). На данном рисунке рассмотрен случай соударения железного ударника с алюминиевой мишенью со скоростью 5 км/с.

Область равенства нулю значений волнового вектора соответствует случаю полного внутреннего отражения звуковой волны от границы КР в ударнике. Кривая AOB отвечает зависимости значений волнового вектора звуковой волны, прошедшей через границу КР, от отношения α , значения амплитуд гидродинамических величин для звука в этом случае равны по модулю и противоположны по знаку соответствующим величинам в падающей волне, энтропийное решение отсутствует. Отметим, что, если в "отраженной" от фронта УВ звуковой волне действительная часть $k_x^{(3)}$ больше нуля, то мы находимся в "серой" зоне. Из расчетов следует, что в данном случае в фазе "отраженной" звуковой волны также присутствует слагаемое, ответственное за затухание и для значений α , находящихся в области OO^* , следовательно, "отраженной" от фронта УВ волны не будет.

На Рис. 14 приведены графики зависимости скорости роста неустойчивости границы КР δv_x^b от соотношения проекций волнового вектора α возмущений перед фронтом УВ в ударнике для различных материалов сталкивающихся пластин. Видно, что в отличие от случая РМ неустойчивости не наблюдается линейной зависимости скорости роста возмущения границы КР от числа Атвуда. Отметим, что возмущение границы КР обусловлено наличием

энтропийно-вихревых волн как в ударнике $\delta v_{21}^{(э)}$, так и в мишени $\delta v_{22}^{(э)}$.

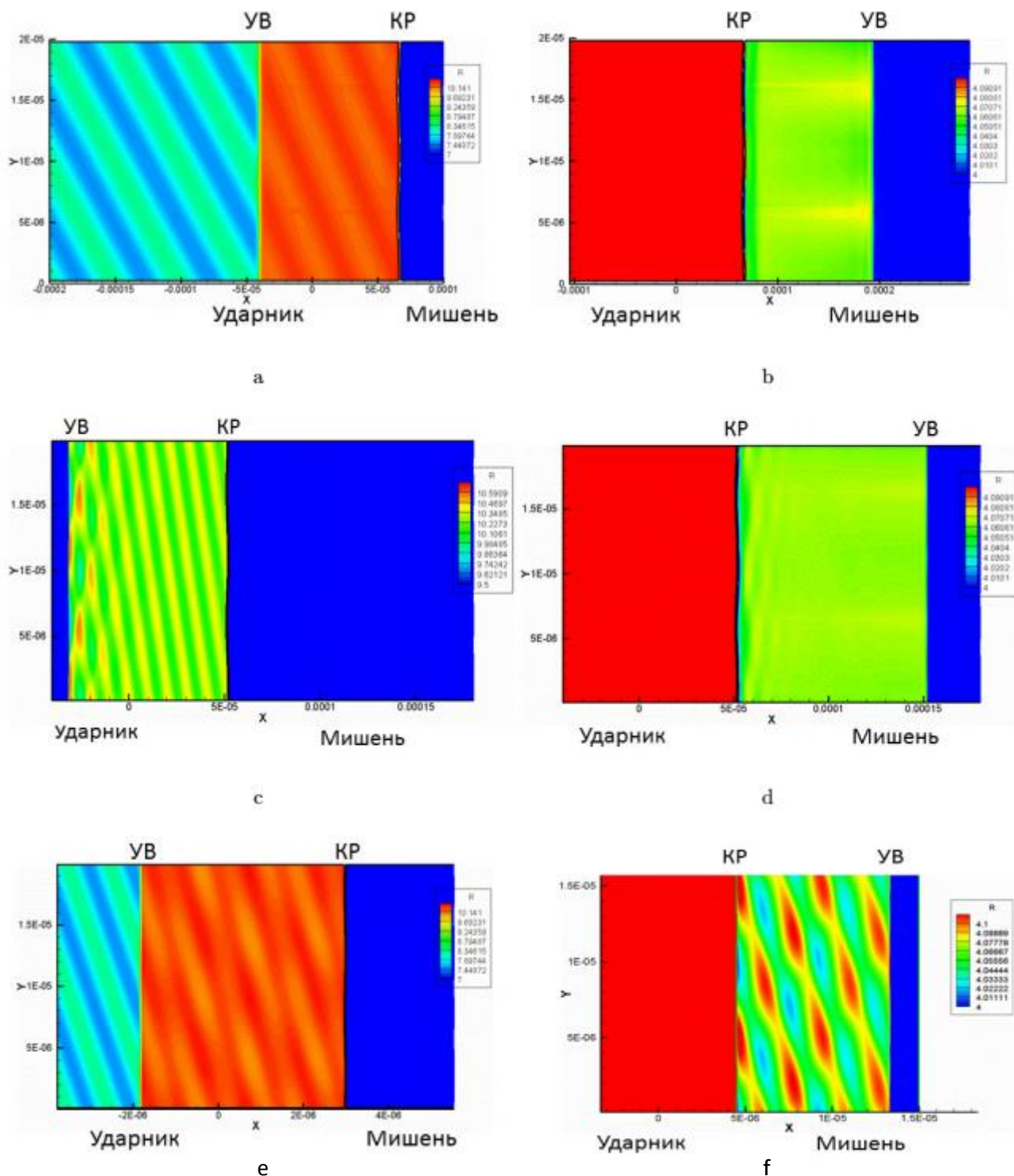


Рис. 13. Профили плотности для случая столкновения железной и алюминиевой пластин со скоростью 5 км/с: а – ударник, "темная" зона ($\alpha = 0,3$); б – мишень, "темная" зона ($\alpha = 0,3$); с – "серая" зона ($\alpha = 0,65$); д – мишень, "серая" зона ($\alpha = 0,65$); е – "светлая" зона ($\alpha = 10$); ф – мишень, "светлая" зона ($\alpha = 10$).

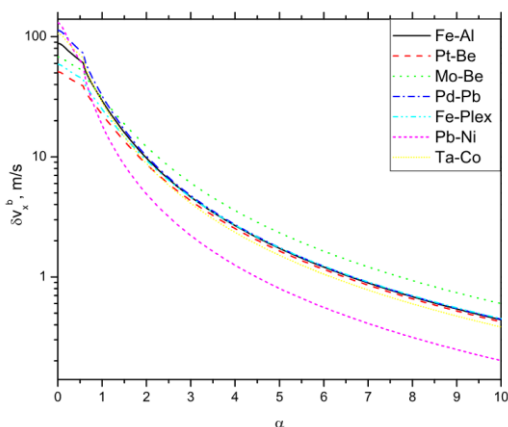


Рис. 14. Зависимости скорости роста неустойчивости КР от параметра α звуковой волны в зафронтной области ударника для различных материалов сталкивающихся пластин.

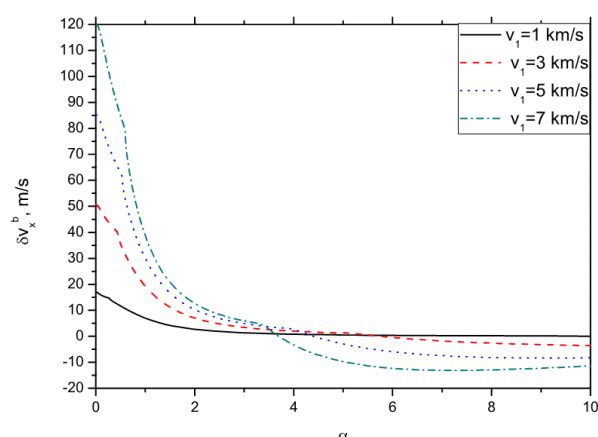


Рис. 15. Зависимости скорости роста неустойчивости КР от параметра α звуковой волны в зафронтной области ударника для различных скоростей соударения.

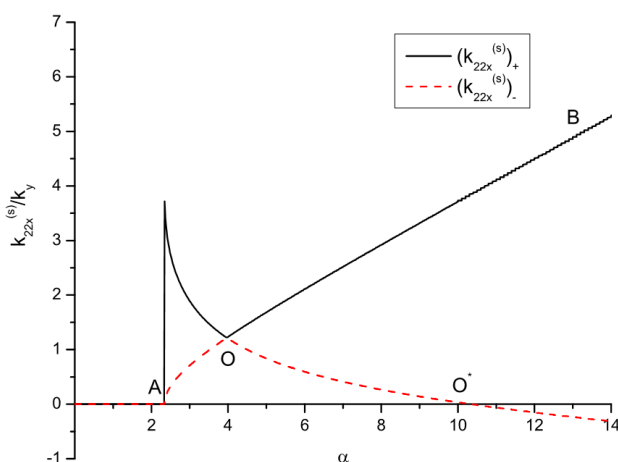


Рис. 16. Зависимость действительной части волнового вектора звуковой волны в мишени от отношения $\alpha = k_{0x}/k_y$ для случая столкновения железного ударника с алюминиевой мишенью со скоростью 5 км/с. Красной пунктирной линией обозначен $(k_{22x}^{(3)})_-$.

При значениях параметра α , соответствующего, "темной" и "серой" зоне, скорость роста возмущения границы КР обусловлена только наличием энтропийно-вихревой волны в ударнике $\delta v_{21}^{(3)}$, в мишени возмущения отсутствуют. При дальнейшем увеличении α несмотря на то, что мы попадаем в область начальных данных, соответствующих "светлой" зоне, энтропийно-вихревые возмущения в мишени отсутствуют из-за явления полного внутреннего отражения звуковой волны на границе КР. Дальнейший излом кривой связан с появлением прошедшей звуковой волны в мишень и, соответственно, появлением в ней энтропийно-вихревой.

В обоих рассматриваемых случаях значительное влияние на величину скорости оказывает уровень начальных возмущений (линейная зависимость).

7. Применение методики к анализу классической неустойчивости Рихтмайера-Мешкова

Рассмотрим классическую постановку задачи о РМ неустойчивости [12] в двухмерном случае. Имеется система из двух полубесконечных областей из различных материалов с общей контактной границей. Со стороны вещества с меньшей плотностью на КР падает УВ известной амплитуды. Контактная граница имеет начальные возмущения с заданной амплитудой $\xi_0 \exp\{ik_y y\}$. Необходимо определить скорость роста возмущения границы КР.

После прохождения УВ через КР система становится аналогичной, рассматриваемой ранее в данной работе. У нас имеются две пластины из разных материалов, по которым распространяются противоположно направленные УВ. Отличие заключается в отсутствии начального поля возмущений, вместо него присутствует начальное возмущение поверхности КР. В итоге, мы имеем уже рассмотренную в предыдущих разделах задачу в однородной постановке (отсутствуют начальные возмущения в ударнике и мишени) с заданной начальной амплитудой возмущений.

Необходимо учесть тот факт, что амплитуда колебаний УВ не будет строго равна амплитуде возмущений КР. Для ее нахождения рассмотрим процесс отражения УВ от границы КР (см. Рис. 17) в случае отсутствия скорости у вещества в дофронтной области (УВ падает слева направо).

Из геометрических соображений можно заключить, что для времени взаимодействия УВ с КР можно записать следующее оценочное соотношение:

$$\tau = \xi_0 \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_2} \right), \quad (75)$$

где ξ_0 – амплитуда возмущения поверхности КР; d_0 – скорость УВ, падающей на КР; d_2 – скорость прошедшей в мишень УВ. Скорость УВ, отраженной от поверхности КР, d_1 испытывает возмущение u , связанное с искривлением границы КР. Из соотношения $u = d\xi/dt$ следует, что узлы колебаний скорости будут соответствовать точкам экстремума колебаний границы. В силу того, что в узлах отсутствует возмущение скорости для амплитуды колебаний a_1 можно записать:

$$a_1 = \xi_0 \left(2 - d_1 \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_2} \right) \right). \quad (76)$$

Первое слагаемое соответствует прохождению УВ по области возмущенного КР, второе слагаемое следует из отражения УВ от максимумов границы КР. Соответственно, для амплитуды колебаний фронта прошедшей УВ a_2 , движущейся со скоростью d_2 , можно записать:

$$a_2 = (d_0 - d_2) \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_2} \right) \xi_0. \quad (77)$$

В итоге, мы имеем задачу о распространении двух УВ в однородных средах с заданными начальными возмущениями поверхности фронта. Метод решения подобной задачи изложен, например, в [1]. Нам необходимо записать совместную систему уравнений гидродинамики и условий Рэнкина–Гюгонио на УВ с учетом того, что амплитуда колебания фронта УВ нам известна. Для проведения сравнения с литературными данными будем пользоваться УРС идеального газа:

$$P = \Gamma \rho \zeta. \quad (78)$$

Для ударника систему аналогичную (32) – (34), (36) – (42) с заменой УРС Ми–Грюнайзена на УРС идеального газа. Подобную систему уравнений можно написать и для мишени. В работе [12] для оценки скорости роста неустойчивости границы КР используется формула, полученная в рамках импульсной модели:

$$v_{cd}^{imp} = k_y \xi_0(0-) v_2 A, \quad (79)$$

где $A = (\rho_{21} - \rho_1)/(\rho_{21} + \rho_1)$ – число Атвуда, а под начальной амплитудой возмущений понимается амплитуда возмущений границы КР после прохождения через нее УВ, т.е.

$$\xi_0(0-) = \xi_0 \left(1 - \frac{v_2}{d_0}\right). \quad (80)$$

Как уже упоминалось выше, решение в сжатой области распадется на звуковую и энтропийно-вихревую составляющие. За возмущения РМ границы КР ответственна энтропийно-вихревая волна. Это следует из того факта, что фаза энтропийно-вихревой волны на КР ($x = v_2 t$) равна нулю (в силу соотношения $\omega^{(э)} = k_x^{(э)} v_2$), т.е. энтропийно-вихревое возмущение раз возникнув в данной лагранжевой точке пространства сохраняется в ней.

Рассмотрим сравнение с экспериментальными данными. В работе [23] приведен график зависимости амплитуды возмущений границы КР от времени для системы воздух – гексафторид серы SF_6 , из анализа которого следует, что скорость возмущения границы КР $\delta' v_{cd}$ равна 11 м/с. Начальная постановка задачи следующая: скорость падающей УВ $d_0 = 1,2M$; $\xi_0 = 2,4$ мм; $\lambda_y = 37,5$ мм; $\Gamma_{\text{SF}_6} = 0,09$; $c_{\text{SF}_6} = 146$ м/с; $\Gamma_{\text{Air}} = 0,4$; $c_{\text{Air}} = 331$ м/с. Значение скорости возмущения границы КР, полученное по методике, описанной выше, равно 11,1 м/с.

В [13] приведен график зависимости амплитуды возмущений границы КР $\xi(t)$, отнесенной к ее начальному значению ξ_0 , от отношения пути S , пройденного КР, к длине волны начального возмущения λ_y для системы воздух – фреон-12. Отметим, что в данной работе сделано утверждение о подобии зависимостей $\xi(t)/\xi_0 = f(S/\lambda_y)$, где $\xi(t)$ – текущая амплитуда возмущений, S – путь, пройденный границей за время t . Следовательно, для сравнения с экспериментальными данными нам необходимо знать только параметры рассматриваемых веществ. Для воздуха они приведены выше, для фреона-12 следующие: плотность $\rho_F = 5,1$ кг/м³, скорость звука $c_F = 155$ м/с, показатель адиабаты $\gamma = 0,139$.

На Рис. 18 приведен график зависимости скорости возмущения поверхности КР от скорости падающей УВ, выраженной в числах Маха для системы воздух – фреон-12.

Данный график построен для возмущений с амплитудой ξ_0 на три порядка меньшей, чем величина λ_y . Значения возмущений гидродинамических величин в данном случае как для звуковой, так и для энтропийно-вихревой волн много меньше невозмущенных величин, следовательно, мы находимся в рамках теории возмущений. В силу того что, экспериментальная информация представлена в [13] в виде зависимости относительных величин, то её можно использовать для различных значений начальной амплитуды (важно только отношение $\xi(t)/\xi_0$ и относительный путь, пройденный КР).

Отметим, что различие результатов для больших чисел Маха может быть обусловлено некорректностью применения простых оценок (76) и (77) величины амплитуды колебания поверхности фронта УВ в данных условиях.

Таким образом в результате анализа развития возмущений границы КР в системе двух сталкивающихся пластин мы получили, что развитая нами методика, основанная на применении разложения возмущения на звуковую и энтропийно-вихревую составляющие, адекватно описывает данный процесс. Результаты, полученные нами, находятся в согласии с экспериментальными данными.

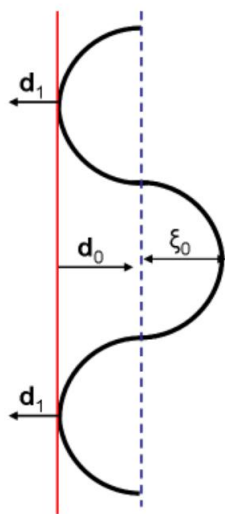


Рис. 17. Схема отражения УВ от КР.

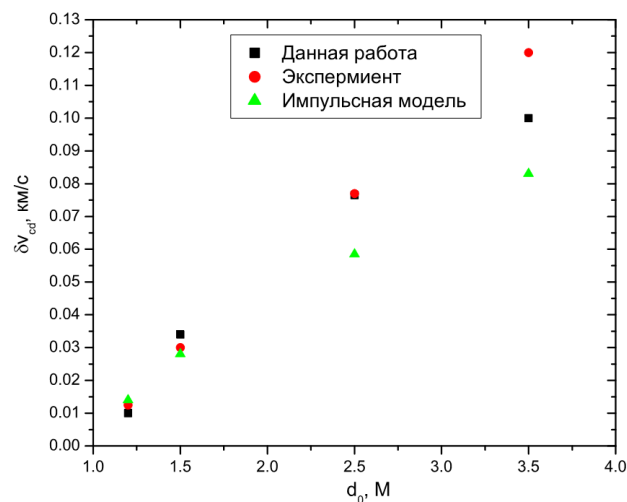


Рис. 18. Зависимость амплитуды возмущений границы КР от скорости падающей УВ, выраженной в числах Маха, в системе воздух – фреон-12 [13].

Заключение

В основе использованного нами метода анализа ударно-волновых процессов в системе сталкивающихся пластин лежит подход, основанный на представлении решения линеаризованной задачи в виде совокупности энтропийно-вихревых и звуковых волн [1]. Исследуемая нами задача о распаде разрыва на границе двух различных сред, описываемых УРС Ми–Грюнаизена, с использованием данной методики ранее в литературе не рассматривалась. Нами получено существование трех качественно различающихся решений в зависимости от соотношения проекций волновых векторов начального возмущения α . В двух из них отсутствует перенос возмущений из ударника в мишень ($\alpha < k_y c / (v_1 + d_1)$), "тёмная" и "серая" зоны). Существование данного режима может быть полезно для оптимизации работы систем инерциального термоядерного синтеза путем уменьшения развития возмущений при прохождении ударно-волновых процессов в системе. Качественные и количественные результаты аналитического рассмотрения находятся в согласии с численными расчетами, проведенными с использованием программного комплекса TIS [24].

Получены зависимости роста амплитуды границы КР для рассматриваемой задачи, проведено сравнение с классической неустойчивостью РМ. Показано, что присутствие начальной неоднородности плотности приводит к неустойчивости границы КР, отличной от РМ. Скорость возмущения границы КР выше при значениях параметра ($\alpha < k_y c / (v_1 + d_1)$).

Проведено исследование классической неустойчивости РМ с использованием развитой нами методики, результаты аналитических оценок скорости роста возмущения границы КР, полученные нами, с высокой степенью точности совпадают с экспериментальными данными, что подтверждает адекватность используемого подхода для описания данных процессов.

Литература

1. Дьяков С.П. Об устойчивости ударных волн// ЖЭТФ, 1954, Т. 27, №3(9), С. 288–295.

2. Lindl J., Landen O. at all. Review of the National Ignition Campaign 2009 – 2012// *Phys. Plasmas*, 2014, 21, 050201.
3. Dittrich T.R., Hurricane O.A. Design of a high-foot high-adiabat ICF capsule for the National Ignition Facility// *PRL*, 2014, 112, 055002.
4. Smalyuk V.A., Tipton R.E. at all. Measurements of an ablator-gas atomic mix in indirectly driven implosions at the National Ignition Facility// *PRL*, 2014, 112, 025002.
5. Попов Н.А., Щербаков В.А. и др. О термоядерном синтезе при взрыве сферического заряда (проблема газодинамического термоядерного синтеза)// *УФН*, 2008, т. № 178, № 10, С. 1087–1094.
6. Канель Г.И., Разоренов С.В. и др. Экспериментальные профили ударных волн в конденсированных веществах// М.: Физматлит, 2008.
7. Velikovich A.L., Wouchuk J.G. at all. Shock front distortion and Richtmyer-Meshkov-like growth caused by a small pre-shock non-uniformity// *Phys. Plasmas*, 2007, 14, 072706.
8. Huete Ruiz de Lira C., Velikovich A.L., Wouchuk J.G. Analytical linear theory for the interaction of a planar shock wave with a two- or three-dimensional random isotropic density field// *Phys.Rev.E*, 2011, 83, 056320.
9. Huete Ruiz de Lira C. Turbulence generation by a shock wave interacting with a random density inhomogeneity field// *arXiv:1006.1819v2 physics.flu-dyn*, 16 Nov 2010.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теоретическая физика, том VI, Гидродинамика, М.:Наука, 1986.
11. Кузнецов Н.М. Устойчивость ударных волн// *УФН*, 1989, т. 159, №3.
12. Richtmyer R.D. Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids// *Comm. on Pure and Appl. Math.*, 1960, Vol. XIII, Pp. 297–319.
13. Мешков Е.Е. Исследования гидродинамических неустойчивостей в лабораторных экспериментах, Саров, 2006.
14. Разин А.Н. Моделирование неустойчивости и турбулентного перемешивания в слоистых системах, Саров, 2010.
15. Иногамов Н.А., Демьянов А.Ю., Сон Э.Е. Гидродинамика перемешивания, М.:МФТИ, 1999.
16. Inogamov N.A. Statistics of Long-Wavelength Fluctuations and the Expansion Rate of Richtmyer–Meshkov Turbulence Zone// *JETP Letters*, 2002, Vol. 75, No. 11, Pp. 547–551.
17. Wouchuk J.G. Growth rate of the linear Richtmyer-Meshkov instability when a shock is reflected// *Phys.Rev.E*, 2001, Vol.63, 056303.
18. Yang Y., Zhang Q. Small amplitude theory of Richtmyer-Meshkov instability// *Phys. Fluids*, 1994, №6(5).
19. Nishihara K., Wouchuk J.G., Matsuoka C. et all. Richtmyer-Meshkov instability: theory of linear and nonlinear evolution// *Phil. Trans. R. Soc. A*, 2010, №368, Pp. 1769–1807.
20. Городничев К.Е., Куратов С.Е. Развитие возмущений в системе сталкивающихся пластин, ВАНТ сер. Мат. моделирование физ. процессов, 2013, №2, С. 37 – 47.
21. Забабахин Е.И. Некоторые вопросы газодинамики взрыва, Снежинск, 1997.
22. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений, М.:Физматлит, 2001.
23. Brouillette M. The Richtmyer-Meshkov Instability// *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2002, 34, Pp. 445–468.
24. Меньшов И.С., Мищенко А.В., Сerezкин А.А. Численное моделирование упругопластических течений методом Годунова на подвижных эйлеровых сетках// *Мат. Модел.*, 2013, т. 25, С. 89–108.
25. Годунов С. К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н. Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики/ Под ред. С.К. Годунова. М.: Наука, 1976. 400 с.
26. Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme, II. Monotonicity and conservation combined in a second order scheme// *Jour. of Comp. Phys.*, 1974, v.14, p. 361.

Статья поступила в редакцию 24 ноября 2014 г.