

Comparison of the Calculation Heat Flux with OREX Flight Data

A.L. Kusov

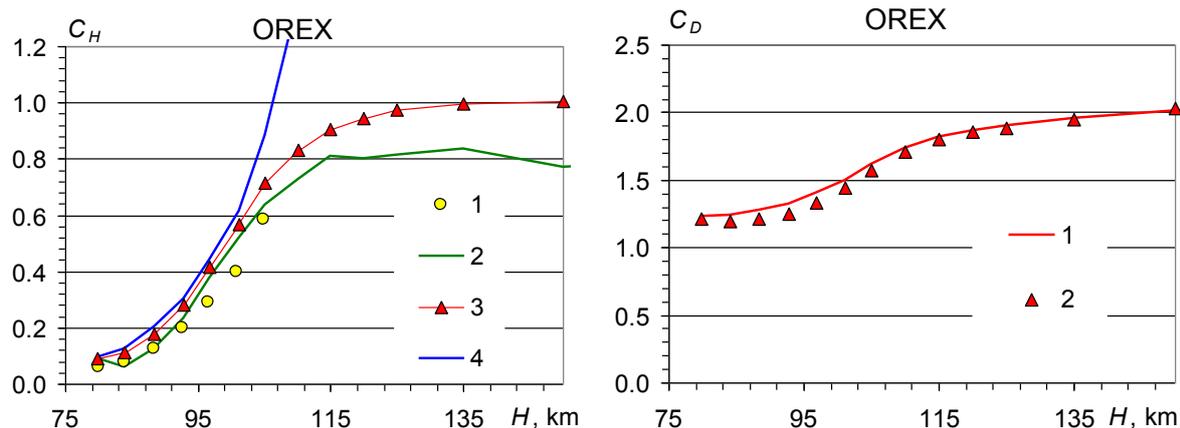
Central scientific research institute of machine building,
Korolev, Moscow region, 141074, Russia
kusov_al@mail.ru

Abstract

Direct simulation Monte Carlo method (DSMC) was adapted to the Earth atmosphere orbital entry problem. Molecular oxygen and nitrogen rotational and vibrational modes relaxation rates models parameters were selected from the available experimental data. Variable hard spheres (VHS) model parameters were derived from the Ω -integrals calculation taken from the literature sources. As an example OREX flight experiment was modeled. Good agreement between experimental flight data and calculated results of critical point heat flux was received. Also good agreement between present work calculation and others authors calculations of the resistance coefficient was achieved.

Keywords: direct simulation Monte Carlo method, rarefied gases, nonequilibrium flow, hypersonic aerodynamics, OREX.

There are OREX capsule unsized heat flux and resistance coefficient on the picture below. One can see good agreement between present calculation, flight data and others authors calculation. Classical DSMC method models such as (VHS, TCE, Larsen and Borgnakke algorithm, Boyd method of RT and VT exchange modeling) let achieve good agreement with critical point heat flux flight data for the segment-cone form capsule. Parameters for these models were choose from the relaxation rate and viscosity experimental data. It was shown that air chemical reactions constants that are usually used in Navier – Stokes equation solving could be used in the DSMC method.



Unsize heat flux in the OREX capsule critical point: 1 – flight data; 2 – calculation from work [Moss J.N., Gupta R.N., Price J.M. DSMC simulation of OREX entry conditions. NASA-TM-111621. 1996, pp. 1–6.]; 3 – present calculation; 4 – Fay–Riddell formula (from the left). OREX capsule resistance coefficient: 1 – calculation from work [Moss J.N....]; 2 – present calculation (from the right)

УДК 533.7

Сравнение расчётов теплового потока с данными лётного эксперимента OREX

А.Л. Кусов

*Центральный научно-исследовательский институт машиностроения,
Россия, Королёв, 141074, ул. Пионерская, 4
kusov_al@mail.ru*

Аннотация

Метод прямого статистического моделирования Монте-Карло адаптирован для решения задачи о входе летательного аппарата в атмосферу Земли с первой космической скоростью. Из имеющихся экспериментальных данных подобраны параметры в моделях скорости релаксации вращательных и колебательных степеней свободы молекулярных кислорода и азота. Исходя из расчётов Ω -интегралов из литературных источников, подобраны параметры модели твёрдых сфер переменного диаметра. В качестве примера рассмотрено обтекание аппарата OREX. Для критической точки аппарата сравнение расчётов тепловых потоков с имеющимися экспериментальными лётными данными даёт неплохое согласие. Также получено совпадение коэффициента сопротивления с расчётами других авторов.

Ключевые слова: метод прямого статистического моделирования Монте-Карло, разреженные газы, неравновесные течения, гиперзвуковая аэродинамика, OREX.

1. Введение

Для разработки теплозащиты гиперзвуковых летательных аппаратов, движущихся в атмосфере Земли, других планет и их спутников необходимо создание методики численного моделирования их обтекания. С точки зрения тепловых потоков и баллистики необходимы расчёты свободномолекулярного течения (1), переходного режима (2), ламинарного и (3) турбулентного режимов (4). Для входа в атмосферу с первой и второй космическими скоростями должны учитываться неравновесность внутренних степеней свободы, а также химические реакции. Расчёт в диапазоне от (1) до (3) может быть осуществлён с помощью метода прямого статистического моделирования Монте-Карло (ПСМ), который нуждается в валидации.

В настоящее время в России разрабатываются два спускаемых аппарата ЭкзоМарс-2018 и ППТС (перспективная пилотируемая транспортная система), модели и теплозащита которых экспериментально отрабатываются в ЦНИИмаш [1]. Для сопоставления результатов эксперимента с натурными условиями необходимо численное моделирование течения неравновесного газа.

В литературе описано несколько лётных экспериментов входа спускаемых аппаратов в атмосферу Земли с первой космической скоростью и один (FIRE II) со второй, в которых непосредственно измерялись тепловые потоки. Для валидации метода ПСМ был выбран лётный эксперимент OREX. В работе сравниваются тепловые потоки, полученные в критической точке аппарата с расчётами. В расчётах учтены вращательная, колебательная неравновесность потока, а также химические реакции в воздухе. Также приводится сравнение расчёта коэффициента сопротивления с расчётами других авторов.

2. Метод прямого статистического моделирования Монте-Карло

2.1. Моделирование поступательно-поступательного обмена энергии

Метод прямого статистического моделирования Монте-Карло основан на построении процесса, который имитирует движение молекул газа, столкновение их между собой и взаимодействие молекул с границами рассматриваемой области. Детали метода описаны в работах [2, 3, 4].

Используются следующие модели: модель твёрдых сфер переменного диаметра, метод мажорантной частоты, модель полной энергии, модель Ларсена – Боргнакке, модель Бойда для скорости релаксации энергии внутренних степеней свободы.

К зависимости вязкости от температуры вида $\mu \sim T^\omega$ приводит модель, согласно которой диаметр сталкивающихся частиц при столкновении частиц сортов i и j зависит от относительной скорости следующим образом [2]:

$$d_{ij} \sim d_{ij}^{ref} \sqrt{\left(\frac{2kT_{ref}}{m_{ij}g^2}\right)^{\omega_{ij}-1/2} \frac{1}{\Gamma(5/2 - \omega_{ij})}}, \quad (1)$$

где d_{ij}^{ref} , c_{ij}^{ref} постоянные для сортов i и j , но требующие определения величины;

$m_{ij} = m_i m_j / (m_i + m_j)$ – приведённая масса сталкивающихся частиц; $\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx$ – гамма-функция.

Рассеяние в модели VHS предполагается изотропным, т.е. дифференциальное сечение σ и угол рассеяния χ равны

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d^2}{4}, \quad \chi = 2 \arccos\left(\frac{b}{d}\right), \quad (2)$$

где b – прицельное расстояние; $d\Omega = \sin(\chi) d\chi d\varphi$ – элемент телесного угла.

Вязкость в модели твёрдых шаров переменного диаметра определяется как [2]

$$\mu_{ij} = \frac{15}{8} \sqrt{2\pi m_{ij} k T_{ref}} \frac{1}{\pi (d_{ij}^{ref})^2} \frac{1}{(3.5 - \omega_{ij})} \frac{1}{(2.5 - \omega_{ij})} \left(\frac{T}{T_{ref}}\right)^{\omega_{ij}} \quad (3)$$

Параметры VHS модели для некоторых чистых газов приведены в [5]. В работах [6, 7] вычислены Ω -интегралы для сталкивающихся молекул воздуха, а также компонент атмосферы Венеры и Марса. Вязкость определяется через Ω -интеграл как [8]

$$\mu = \frac{5kT}{8\Omega^{(2,2)}} \quad (4)$$

Но в работах [6, 7] использовалось несколько иное определение Ω -интеграла с выражением для вязкости

$$\mu = \frac{5kT}{8\Omega^{(2,2)}} \sqrt{\frac{m_{ij}}{4\pi kT}} \quad (5)$$

С помощью вычисленных вязкостей были подобраны параметры VHS модели для сталкивающихся пар частиц (табл. 1).

Таблица 1

Параметры VHS модели некоторых молекул

Пара частиц	O+O	O ₂ +O	O ₂ +O ₂	N ₂ +N ₂	N ₂ +N	N+N	N ₂ +O ₂	N ₂ +O	N+O ₂
ω	0.77	0.74	0.65	0.65	0.71	0.75	0.72	0.71	0.73
$d_{ref}, \text{Å}$	3.45	3.6	3.7	3.85	3.7	3.4	3.7	3.3	3.5
Пара частиц	NO–NO	NO–N	NO–O	NO–O ₂	NO–N ₂				
ω	0.71	0.75	0.73	0.7	0.72				
$d_{ref}, \text{Å}$	4	3.7	3.5	3.9	4.05				

2.2. Моделирование поступательно-вращательного обмена энергии

Согласно теории Паркера [9] время вращательной релаксации является функцией температуры вида

$$\frac{\tau_{RT}}{\tau_C} = Z_R = \frac{Z_R^\infty}{1 + \frac{\pi^{3/2}}{2} \left(\frac{T_*}{T}\right)^{1/2} + \frac{T_*}{T} \left(\frac{\pi^2}{4} + \pi\right)}, \quad (6)$$

где Z_R^∞ и T^* – константы; τ_C – время свободного пробега молекул; Z_R – среднее число столкновений, необходимое для релаксации вращательной температуры к поступательной.

В работах [10, 11] было предложен алгоритм, в котором лишь доля столкновений молекул равная P_{RT} приводит к изменению вращательной энергии молекул. Вероятность изменению вращательной энергии зависит от относительной скорости сталкивающихся частиц. В работе [10] предложена зависимость вида

$$P_{RT} = \frac{1}{Z_{R\infty}} \left[1 + \frac{\Gamma(2-\eta)}{\Gamma(1.5-\eta)} \sqrt{\frac{kT_*}{E_C}} \frac{\pi\sqrt{\pi}}{2} + (1-\eta) \frac{kT_*}{E_C} \left(\frac{\pi^2}{4} + \pi\right) \right], \quad \eta = \omega_{ij} - \frac{1}{2} - \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}, \quad (7)$$

где ξ_1 и ξ_2 – число внутренних степеней свободы первой и второй сталкивающихся молекул; E_C – полная энергия столкновения.

Таблица 2

Параметры поступательно-вращательной релаксации

молекула	$Z_{R\infty}$	T^*
N ₂	18.6	61
O ₂	22.	113.5

В табл. 2 приведены параметры $Z_{R\infty}$ и T^* , приведённые в работе [10] и рекомендованные в данной работе исходя из данных различных авторов по вращательно-поступательной релаксации.

2.3. Моделирование поступательно-колебательного обмена энергии

В работе [10] предложено ввести вероятность поступательно-колебательного (VT) обмена в виде

$$P_{VT} = \frac{1}{Z_0} g^{3+2(\omega_{ij}-1/2)} \exp\left(-\frac{g^*}{g}\right), \quad g = \sqrt{\frac{2E_C}{m_{ij}}}, \quad (8)$$

где параметр α выражен через параметр VHS модели как $\alpha = 3 + 2(\omega_{ij} - 1/2)$.

В работе [10] предложено считать, что при больших температурах $p\tau_{VT} \approx \text{const}$. К такой зависимости приводит вероятность VT обмена вида

$$P_{VT} = \frac{1}{Z_2} g^{2\omega_{ij}}, \quad g = \sqrt{\frac{2E_C}{m_{ij}}}, \quad (9)$$

Время VT релаксации с учётом высокотемпературной коррекции выражается в виде

$$P_{VT} = \min \left[\frac{1}{Z_0} g^{3+2(\omega_{ij}-1/2)} \exp\left(-\frac{g^*}{g}\right), \frac{1}{Z_2} g^{2\omega_{ij}} \right], \quad g = \sqrt{\frac{2E_C}{m_{ij}}} \quad (10)$$

Параметр g^* удобно выразить через параметр a потенциала взаимодействия Борна – Майера [8, 12] в виде

$$g^* = \frac{4\pi^2 \theta_V c a}{c_2}, \quad (11)$$

где θ_V – колебательный квант, выраженный в градусах Кельвина; c – скорость света; $c_2 = hc/k$ – вторая радиационная постоянная. Величина a в отличие от g^* имеет ясный физический смысл. В табл. 3 приведены параметры Z_0, Z_2 и a , рекомендованные в данной работе исходя из данных различных авторов по колебательно-поступательной релаксации. Также в табл. 3 приведена энергия диссоциации E_d в расчёте на одну молекулу.

Таблица 3

Параметры поступательно-колебательной релаксации

молекула	E_d , эВ	θ_V , К	a , Å	Z_0	Z_2
N ₂	9.74	3354	0.14	1.5×10^{13}	5×10^7
O ₂	5.12	2240	0.09	2×10^{13}	10^7
NO	6.51	2700	0	10^9	10^4

2.4. Моделирование химических реакций

Константу скорости принято выражать в виде

$$K_d = AT^n e^{-E_d/KT} \quad (12)$$

Для описания химической кинетики наиболее часто используется и хорошо себя зарекомендовала модель полной энергии столкновения (англ. TCE – Total Collision Energy) [2], в которой вероятность бинарной реакции выражается в виде

$$P = \frac{\text{AG}\left(\frac{\xi}{2} + \frac{5}{2} - \omega_{ij}\right)}{\Gamma\left(n + \frac{\xi}{2} + \frac{3}{2}\right) \pi (d_{ij}^{ref})^2 k^n} \sqrt{\frac{m_{ij}}{8\pi}} (kT_{ref})^{1/2 - \omega_{ij}} \left(1 - \frac{E_d}{E_C}\right)^{n + \xi/2 + 1/2} E_C^{\omega_{ij} + n - 1} \theta(E_C - E_d) \quad (13)$$

Если столкновение привело к диссоциации в соответствии с вероятностью P , производится столкновение молекулы с частицей по обычным правилам с перераспределением энергии в соответствии с методом Ларсена и Боргнакке. При этом из полной энергии столкновения вычитается (или прибавляется) энергия реакции. После столкновения проводится процедура разделения молекулы на два атома (в случае диссоциации) или изменения сортов сталкивающихся частиц (в случае обменной реакции).

Рекомбинация моделируется двумя последовательными бинарными столкновениями



где O_2^* – возбуждённая молекула, M – третья частица.

После того, как известно, что третья частица имеет сорт M , вероятность рекомбинации определяется выражением

$$P = \frac{An_M \Gamma(5/2 - \omega)}{\Gamma(n + 3/2) \pi d_{ref}^2 k^n} \sqrt{\frac{m}{16\pi}} (kT_{ref})^{1/2 - \omega} E_C^{\omega + n - 1}, \quad (14)$$

где ω соответствует столкновению двух атомов; m – масса атома; константа скорости рекомбинации записана в виде $K_r = AT^n$.

В табл. 4 даны константы скоростей реакций вида (12), использованные в расчётах, взятые из работы [13].

Таблица 4

Константы скоростей реакций

реакция	A	n	E_a , эВ	Размерность
$N_2 + M \rightarrow N + N + M$	5.8×10^{17}	-0.5	9.74	см ³ /моль
$N + N + M \rightarrow N_2 + M$	3.08×10^{16}	-0.5	0.	см ⁶ /моль ²
$O_2 + M \rightarrow O + O + M$	3.6×10^{19}	-1	5.12	см ³ /моль
$O + O + M \rightarrow O_2 + M$	3.12×10^{16}	-0.5	0.	см ⁶ /моль ²
$O_2 + O_2 \rightarrow O + O + O_2$	1.8×10^{19}	-1	5.12	см ³ /моль
$O + O + O_2 \rightarrow O_2 + O_2$	1.56×10^{16}	-0.5	0.	см ⁶ /моль ²
$O_2 + O \rightarrow O + O + O$	9×10^{19}	-1	5.12	см ³ /моль
$O + O + O \rightarrow O_2 + O$	7.8×10^{16}	-0.5	0.	см ⁶ /моль ²
$NO + M \rightarrow N + O + M$	1.2×10^{19}	-1	6.51	см ³ /моль
$N + O + M \rightarrow NO + M$	2.9×10^{18}	-1	0.	см ⁶ /моль ²
$N_2 + O \rightarrow NO + N$	1.8×10^{14}	0	3.31	см ³ /моль
$NO + N \rightarrow N_2 + O$	4.0×10^{13}	0	0.052	см ³ /моль
$NO + O \rightarrow O_2 + N$	4.0×10^9	1.	1.72	см ³ /моль
$O_2 + N \rightarrow NO + O$	1.1×10^{10}	1.0	0.345	см ³ /моль

3. Результаты

Геометрические параметры аппарата OREX приведены на рис. 1.

На рис. 2 показаны безразмерные тепловые потоки СН в критической точке аппарата OREX

$$C_H = \frac{2q_w}{\rho_\infty U_\infty^3}, \quad (15)$$

где q_w – тепловой поток на стенку; ρ_∞ и U_∞ – плотность и скорость набегающего потока.

На рис. 2 показаны, в том числе, тепловые потоки, вычисленные по формуле Фэя – Риддела [14]

$$q_w = 0.76 \text{Pr}^{-0.6} \left(\frac{\rho_w \mu_w}{\rho_e \mu_e} \right)^{0.1} \sqrt{\rho_e \mu_e} \frac{dU}{dn} (h_0 - h_w),$$

$$\frac{dU}{dn} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{2(P_e - P_\infty)}{\rho_e}}, \quad k = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \frac{2}{(\gamma+1)M_\infty^2},$$

$$\frac{P_e}{P_\infty} = \frac{2\gamma M_\infty^2}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad \frac{T_e}{T_\infty} = 1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)M_\infty^2(1-k^2), \quad \rho_e = \frac{\rho_\infty}{k}, \quad (16)$$

где R – радиус сферического притупления спереди аппарата ($R=1350$ мм в данном случае); γ – постоянная адиабаты; M_∞ – число Маха набегающего потока. При высотах ниже 90 км формула Фэя – Риддела вполне адекватно описывает тепловой поток.

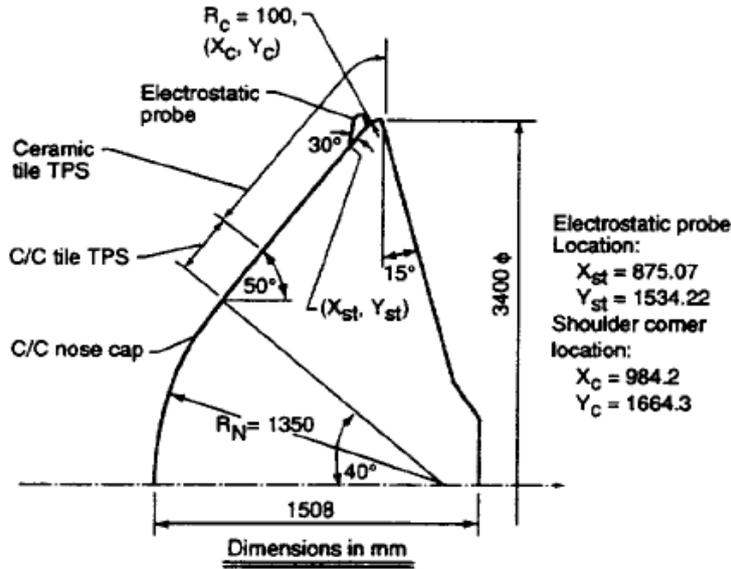


Рис. 1. Геометрические параметры аппарата OREX

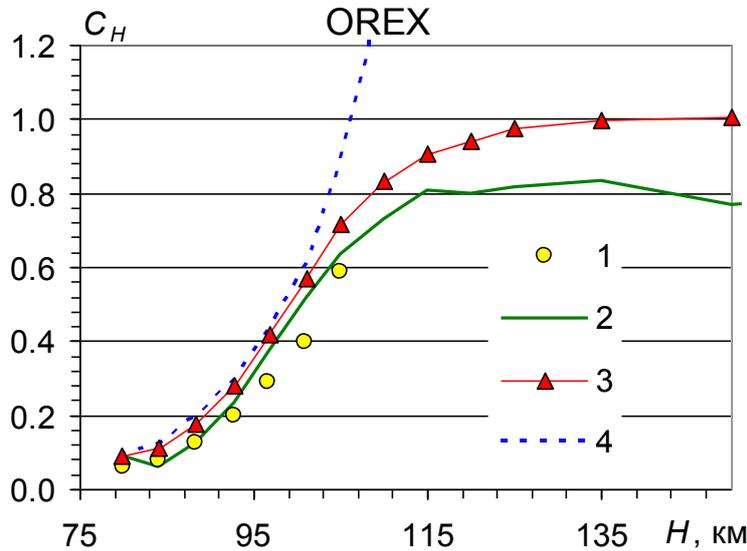


Рис. 2. Безразмерные тепловые потоки в критической точке аппарата OREX: 1 – лётные данные; 2 – расчёт, взятый из работы [15]; 3 – расчёт данной работы; 4 – расчёт по формуле Фэя – Риддела

На рис. 3 показан коэффициент сопротивления $\left(F = \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 C_D S \right)$.

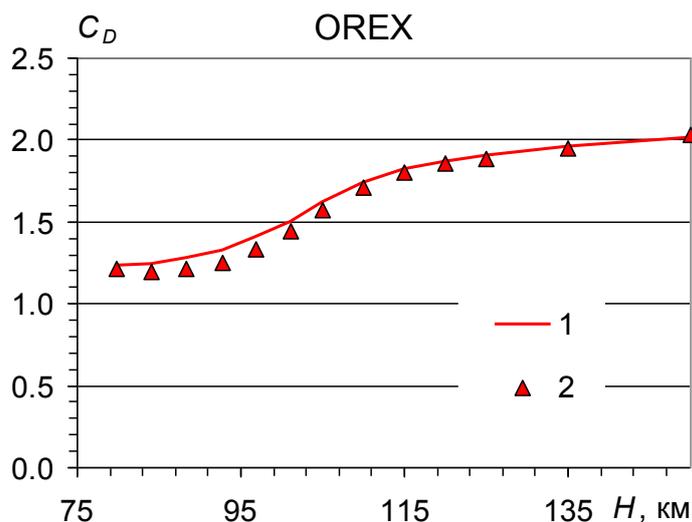


Рис. 3. Изменение коэффициента сопротивления аппарата OREX: 1 – расчёт, взятый из работы [15]; 2 – расчёт данной работы

Параметры траектории, по которым приведён расчёт, взяты из работы [15] и приведены в табл. 5.

Таблица 5

Параметры траектории аппарата OREX

H	V_{∞}	n_{∞}	ρ_{∞}	T_{∞}	X_{O_2}	X_{N_2}	X_O	P_{∞}	T_w
200	7400	9.00×10^{15}	3.28×10^{-10}	1025.8	0.0315	0.4548	0.5138	1.27×10^{-4}	331.8
170	7400	2.27×10^{16}	8.77×10^{-10}	891.5	0.0435	0.5482	0.4083	2.79×10^{-4}	331.8
150	7412	5.31×10^{16}	2.14×10^{-9}	733.4	0.0546	0.6156	0.3298	5.37×10^{-4}	331.8
135	7422	1.31×10^{17}	5.48×10^{-9}	546.2	0.0659	0.6716	0.2625	9.91×10^{-4}	331.8
125	7431	3.06×10^{17}	1.31×10^{-8}	433.4	0.0768	0.7117	0.2115	1.83×10^{-3}	331.8
120	7439	5.21×10^{17}	2.26×10^{-8}	367.8	0.0845	0.7327	0.1828	2.65×10^{-3}	331.8
115	7440	9.86×10^{17}	4.35×10^{-8}	304.4	0.0978	0.7539	0.1484	4.14×10^{-3}	331.8
110	7445	2.12×10^{18}	9.60×10^{-8}	247.4	0.1232	0.7704	0.1064	7.25×10^{-3}	331.8
105	7451	5.05×10^{18}	2.33×10^{-7}	211	0.1528	0.7815	0.0657	1.47×10^{-2}	331.8
101.1	7454.6	1.03×10^{19}	4.83×10^{-7}	196.9	0.1726	0.7839	0.0435	2.81×10^{-2}	401.5
96.8	7456.3	1.98×10^{19}	9.36×10^{-7}	190.3	0.1884	0.7863	0.0253	5.20×10^{-2}	485.2
92.8	7454.1	4.08×10^{19}	1.95×10^{-6}	188.3	0.2025	0.7881	0.0094	0.106	586.1
88.4	7444.3	8.99×10^{19}	4.30×10^{-6}	186.9	0.2125	0.7875	0	0.232	686.9
84	7415.9	2.28×10^{20}	1.09×10^{-5}	188.9	0.2375	0.7625	0	0.594	785.1
79.9	7360.2	3.84×10^{20}	1.84×10^{-5}	198.6	0.2375	0.7625	0	1.05	878.4

Расчётная сетка, использовавшаяся для высот $H \geq 101$ км показана на рис. 4. Расчётная сетка содержала 21760 ячеек, в расчётах использовалось 260000 молекул, использовалась схема с геометрическими весами [2]. Время расчёта на персональном компьютере с двухъядерным процессором Pentium 2.8 ГГц составляло около суток. Для высот от 97 до 80 км расчётная область уменьшалась. Время расчёта на том же компьютере составляло двое суток.

Распределение температуры, линии и аппарата OREX на высоте $H = 101$ км. Химические реакции на поверхности летательного аппарата (ЛА) не учитывались. Коэффициенты аккомодации для поступательной, вращательной и колебательной энергии полагались равными единице.

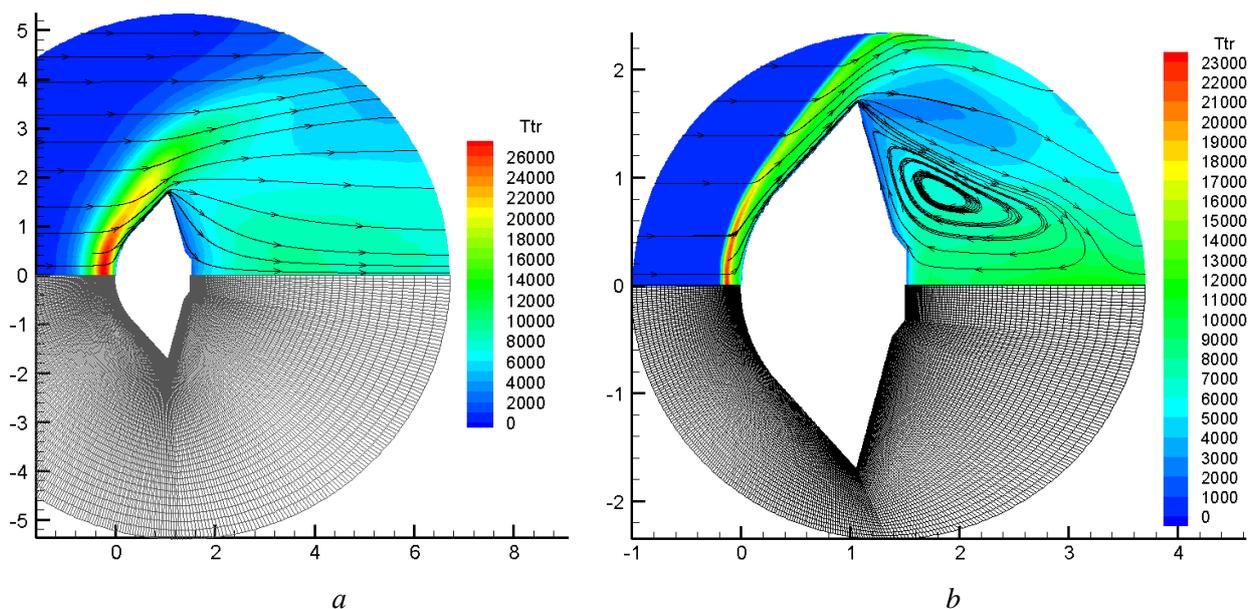


Рис. 4. Распределение температуры, линии и расчётная сетка для расчётов аппарата OREX на высоте $a - H = 101$ км, $b - H = 85$ км

4. Заключение

Проведенные расчеты входа аппарата OREX в атмосферу Земли показывают, что:

1. Классические модели метода ПСМ (VHS, TCE, алгоритм Ларсена и Боргнакке, метод Бойда моделирования вероятности VT и RT обменов) позволяют достичь хорошего совпадения с экспериментальными данными по тепловому потоку в критической точке и коэффициенту сопротивления аппарата сегментально-конической формы.

2. Подобраны параметры вероятности VT и RT обмена для молекул кислорода, азота и оксида азота.

3. Подобраны параметры VHS модели для компонент воздуха.

4. Предложена методика моделирования рекомбинации двумя последовательными бинарными столкновениями.

5. Показано, что хорошо зарекомендовавшие себя при решении уравнений Навье – Стокса константы скоростей диссоциации и рекомбинации для воздушной смеси позволяют достичь хорошего совпадения с экспериментальными данными (по крайней мере, в точке торможения на аппарате) при решении задачи о входе в атмосферу Земли методом ПСМ.

Литература

1. Землянский Б.А., Кусов А.Л., Рудин Н.Ф. Термовизионные измерения теплообмена на моделях в аэродинамическом эксперименте в условиях влияния фонового излучения. Космонавтика и ракетостроение, 2014, вып.2.
2. Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Clarendon Press, Oxford, 1994, 458p.
3. Bondar Ye.A., Shevyrin A.A., Chen Y.S., Shumakova A.N., Kashkovsky A.V., Ivanov M.S. Direct Monte Carlo simulation of high-temperature chemical reactions in air // Thermophysics and Aeromechanics, 2013, Vol. 20, № 5, pp. 553–564.
4. Кусов А.Л., Лунев В.В. Применение метода прямого статистического моделирования Монте-Карло при решении задачи о нестационарном разлёте разреженного газа в случае его испарения с перегретой поверхности материала в вакуум // Космонавтика и ракетостроение, 2010, №1(58), с. 36–45.

5. Кусов А.Л. Численное моделирование обтекания цилиндра со сферическим носком методом прямого статистического моделирования Монте-Карло // Математическое моделирование, 2015, Т. 27, №12, с. 33–47.
6. Wright M.J., Bose D., Palmer G.E., Levin E. Recommended Collision Integrals for Transport Property Computations, Part 1: Air Species // AIAA Journal, vol. 43, No. 12, 2005, pp. 2558–2564.
7. Wright M.J., Hwang H.H, Schwenke D.W. Recommended Collision Integrals for Transport Property Computations. Part 2: Mars and Venus Entries // AIAA Journal, vol. 45, No. 1, 2007, pp. 281–288.
8. Гирифельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р., Молекулярная теория газов и жидкостей, Изд-во иностранной литературы, 1961, 930 с.
Hirschfelder J.O., Curtiss C.F., Bird R.B. Molecular Theory of Gases and Liquids. - Wiley, NY, 1954.
9. Parker J.G. Rotational and vibrational relaxation in diatomic gases // Physics of Fluids, Vol. 2, No 4, 1959, pp. 449–462.
10. Boyd I.D. Rotational and vibrational nonequilibrium effects in rarefied hypersonic flow // J. Thermophysics, 1990, Vol. 4, № 4, pp. 478–484.
11. Boyd I.D. Rotational-translational energy transfer in rarefied nonequilibrium flows // Physics of Fluids A, Vol. 2, No 3, 1990, pp. 447–452.
12. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1973, 312с.
13. Власов В.И., Горшков А.Б. Сравнение результатов расчетов гиперзвукового обтекания затупленных тел с летным экспериментом OREX. Изв. РАН. МЖГ. 2001, № 5, с.160–168.
14. Лунев В.В. Течение реальных газов с большими скоростями. М.: Физматлит, 2007, 760 с.
V.V. Lunev, Real gas flows with high velocities. CRC Press, Boca Raton, USA, 2009, 751 p.
15. Moss J.N., Gupta R.N., Price J.M. DSMC simulation of OREX entry conditions. NASA-TM-111621. 1996, pp. 1–6.

Статья поступила в редакцию 13 февраля 2016 г.