

**РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ СОВЕРШЕННОГО ГАЗА ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ РЕАКТИВНОГО СНАРЯДА**

**В.В. Кузенов**

*Институт проблем механики Российской академии наук, Москва*

**Аннотация**

Рассматривается влияние головной ударной волны на теплофизические параметры истекающей из ракетного снаряда продуктов сгорания. Особенностью предлагаемого подхода является описание газодинамических процессов вне моноблока, внутри камеры сгорания, в сопловом блоке и в спутной струе продуктов сгорания на основе единой расчетной методики, которая реализована в виде расчетного кода, использующего трехмерные уравнения Навье – Стокса.

**THE CALCULATION OF PERFECT GAS' INTERRELATION WITH JET-PROPELLED PROJECTILE**

The influence of striking wave on thermophysics parameters of fluxes outflowing jet-propelled projectile is considered. The feature of considered approach is that it uses single calculation method based on Navie – Stocks equation.

**1. ВВЕДЕНИЕ**

В настоящей работе рассмотрен вопрос о влиянии ударной волны, появляющейся в результате взаимодействия набегающего невозмущенного сверхзвукового потока воздуха с головной частью моноблока, на теплофизические параметры спутной струи воздуха и продуктов горения, истекающих из соплового аппарата ракетного двигателя на твердом топливе.

**2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ВЛИЯНИЯ ГОЛОВНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СТРУИ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА**

Численное исследование такого рода течений может быть выполнено на основе решения уравнений Навье – Стокса. Для преобразования, которых использован случай перехода от декартовых координат  $x^\alpha$  к произвольным криволинейным координатам  $q^\alpha$  при учете отсутствия зависимости этого преобразования от времени  $t$ . В этом случае система уравнений Навье – Стокса сжимаемого теплопроводного газа в произвольных криволинейных координатах  $q_1, q_2, q_3$  принимает вид [1]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(J^{-1}\rho) + \frac{\partial}{\partial q^\alpha}(J^{-1}\rho v^\alpha) = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial t}(J^{-1}\rho v^i) + \frac{\partial}{\partial q^\alpha}(J^{-1}\rho v^\alpha v^i) + J^{-1}\Gamma_{\alpha\beta}^i \rho v^\alpha v^\beta + \\ & + J^{-1}g^{i\alpha} \frac{\partial p}{\partial q^\alpha} - J^{-1}g^{i\alpha} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} [\theta \operatorname{div}(\vec{v})] - \\ & - J^{-1}g^{i\beta} \left[ \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\sqrt{g} A_\beta^\alpha) - \Gamma_{\beta\ell}^\alpha A_\alpha^\ell \right] - \\ & - J^{-1}g^{\alpha\gamma} \left( \frac{\partial A_\gamma^i}{\partial q^\alpha} + \Gamma_{\ell\alpha}^i A_\gamma^\ell - \Gamma_{\gamma\alpha}^\ell A_\ell^i \right) = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial t}(J^{-1}\rho e) + \frac{\partial}{\partial q^\alpha} [J^{-1}(\rho v^\alpha e)] + \frac{J^{-1}P}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial q^i} (\sqrt{g} v^i) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - J^{-1}\theta \left\{ \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial q^i} (\sqrt{g} v^i) \right\}^2 - \frac{J^{-1}A_\ell^\alpha A_\alpha^\ell}{\mu} - \frac{J^{-1}g_{i\ell} g^{\alpha\gamma} A_\gamma^i A_\alpha^\ell}{\mu} - \\ & - g^{\alpha\beta} J^{-1} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\lambda \frac{\partial T}{\partial q^\beta}) + g^{\alpha\beta} J^{-1} \Gamma_{\beta\alpha}^\ell \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial q^\ell} \right) = 0, \\ & P^{i\alpha} = g^{i\alpha} P - g^{i\alpha} [\theta \operatorname{div}(\vec{v})] - g^{i\beta} A_\beta^\alpha - g^{\alpha\gamma} A_\gamma^i, \\ & A_\beta^\alpha = \mu (\partial v^\alpha / \partial x^\beta + \Gamma_{k\beta}^\alpha v^k), \end{aligned}$$

где  $P, \rho, T$  – давление, плотность и температура;  $e$ ,  $\sum_{i=1}^3 \frac{v_i^2}{2}$  – внутренняя и кинетическая энергия газа;  $P^{\alpha\beta} = (P - \theta \nabla_\alpha v^\alpha) g^{\alpha\beta} - \mu (g^{\alpha\gamma} \nabla_\gamma v^\beta + g^{\beta\gamma} \nabla_\gamma v^\alpha)$  – тензор напряжений;  $g^{\alpha\beta}$  – контравариантный метрический тензор;  $v^i$  – контравариантные составляющие вектора скорости;  $\theta = (-2/3)\mu$ ,  $\mu$  – сдвиговая вязкость,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности. В данных выражениях по повторяющимся индексам предполагается суммирование.

При известных в физическом пространстве  $x, y, z$  координатах узлов сетки в расчетной области  $q_1, q_2, q_3$  метрические коэффициенты в общем случае могут быть найдены путем численного дифференцирования по формулам [2]

$$\begin{aligned} J^{-1} &= \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(q^1, q^2, q^3)} = \frac{\partial x}{\partial q^1} \frac{\partial y}{\partial q^2} \frac{\partial z}{\partial q^3} + \frac{\partial x}{\partial q^3} \frac{\partial y}{\partial q^1} \frac{\partial z}{\partial q^2} + \\ & + \frac{\partial x}{\partial q^2} \frac{\partial y}{\partial q^3} \frac{\partial z}{\partial q^1} - \frac{\partial x}{\partial q^1} \frac{\partial y}{\partial q^3} \frac{\partial z}{\partial q^2} - \frac{\partial x}{\partial q^2} \frac{\partial y}{\partial q^1} \frac{\partial z}{\partial q^3} - \frac{\partial x}{\partial q^3} \frac{\partial y}{\partial q^2} \frac{\partial z}{\partial q^1}, \\ q_x^1 &= J \left( \frac{\partial y}{\partial q^2} \frac{\partial z}{\partial q^3} - \frac{\partial y}{\partial q^3} \frac{\partial z}{\partial q^2} \right), \quad q_x^2 = J \left( \frac{\partial z}{\partial q^1} \frac{\partial y}{\partial q^3} - \frac{\partial y}{\partial q^1} \frac{\partial z}{\partial q^3} \right), \\ q_y^1 &= J \left( \frac{\partial z}{\partial q^2} \frac{\partial x}{\partial q^3} - \frac{\partial x}{\partial q^2} \frac{\partial z}{\partial q^3} \right), \quad q_y^2 = J \left( \frac{\partial x}{\partial q^1} \frac{\partial z}{\partial q^3} - \frac{\partial x}{\partial q^3} \frac{\partial z}{\partial q^1} \right), \\ q_z^1 &= J \left( \frac{\partial x}{\partial q^2} \frac{\partial y}{\partial q^3} - \frac{\partial y}{\partial q^2} \frac{\partial x}{\partial q^3} \right), \quad q_z^2 = J \left( \frac{\partial y}{\partial q^1} \frac{\partial x}{\partial q^3} - \frac{\partial x}{\partial q^1} \frac{\partial y}{\partial q^3} \right), \\ q_x^3 &= J \left( \frac{\partial y}{\partial q^1} \frac{\partial z}{\partial q^2} - \frac{\partial z}{\partial q^1} \frac{\partial y}{\partial q^2} \right), \quad q_y^3 = J \left( \frac{\partial x}{\partial q^2} \frac{\partial z}{\partial q^1} - \frac{\partial x}{\partial q^1} \frac{\partial z}{\partial q^2} \right), \end{aligned}$$

$$q_z^3 = J \left( \frac{\partial x}{\partial q^1} \frac{\partial y}{\partial q^2} - \frac{\partial y}{\partial q^1} \frac{\partial x}{\partial q^2} \right).$$

Символы Кристоффеля 2-го рода находятся с помощью формулы  $\Gamma_{jk}^i = \sum_{\ell=1}^3 \frac{1}{2} g^{\ell i} \left( \frac{\partial g_{\ell j}}{\partial q^k} + \frac{\partial g_{\ell k}}{\partial q^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial q^\ell} \right)$ . При этом компоненты ковариантного и контравариантного метрического тензора определяются соотношениями

$$g_{ik} = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial x^\alpha}{\partial q^i} \frac{\partial x^\alpha}{\partial q^k}, \quad \sum_{k=1}^3 g_{ik} g^{kj} = \delta_i^j = \begin{cases} 1, & i = j; \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

а контравариантные компоненты метрического тензора находятся с помощью формул

$$g^{ik} = \Delta^{ik} / g,$$

где  $g$  – фундаментальный определитель  $\det \|g_{ik}\|$ ;  $\Delta^{ik}$  – алгебраическое дополнение элемента  $g_{ik}$  в этом определителе.

Особенностью предлагаемого подхода является описание газодинамических процессов вне моноблока, внутри камеры сгорания, в сопловом блоке и в спутной струе продуктов сгорания на основе единой расчетной методики, которая реализована в виде расчетного кода, использующего приведенные выше трехмерные уравнения Навье–Стокса. Для тестирования разработанной численной методики были проведены специальные расчеты смещения спутных струй, результаты которых были успешно сопоставлены с опубликованными ранее результатами работ [3,4]. Трехмерный характер, используемой системы уравнений, вызван необходимостью исследовать, в последующих работах, вопрос о влиянии на процесс смещения струй угла натекания на моноблок невозмущенного потока воздуха.

Конечно-разностный метод, используемый при разработке 3D численного кода, основан на модификации метода Годунова и пространственном расщеплении уравнений Навье–Стокса, записанных в произвольной криволинейной системе координат. При аппроксимации конвективной составляющей векторов потоков на границах расчетной ячейки применялась процедура расчета распада разрыва разработанная Годуновым с использованием реконструкции сеточной функции (внутри расчетной ячейки), которая была взята из работ [5,6]. Данная модификация метода Годунова позволяет повысить порядок аппроксимации конечно-разностной схемы до 4-го. При этом “вязкая” часть системы уравнений Навье–Стокса определялась также явным образом. Разработанные вычислительные коды используют многоблочную многосеточную технологию расчетов на неортогональных структурированных сетках.

На основе разработанных численных кодов было проведено численное моделирование двух точек траектории полета ракеты ARIAN V: (1)  $W_\infty = 0.72$  км/с,  $P_\infty = 0.036$  атм,  $T_\infty = 270$  К,  $\gamma = 1.4$  ( $h = 25$  км); (2)  $W_\infty = 1.473$  км/с,  $P_\infty = 0.00065$  атм,  $T_\infty = 270$  К,  $\gamma = 1.4$  ( $h = 55$  км). Здесь  $h$  расстояние от поверхности Земли.

В качестве двигателя-прототипа выбран ракетный двигатель на твердом топливе Р-85, относящийся к среднему классу твердотопливных ускорителей Европейского космического агентства [7]. То есть моно-

блок состоит из цилиндра с длиной  $Z_{\text{сопл}} = 1060$  см, диаметром равным диаметру среза сопла  $D_{\text{моноб}} = D_{\text{сопл}} = 215$  см и конической головной частью с углом раскрытия 54 градуса. Конденсированной фазой пренебрегали.

На рис.1–4 показаны пространственные распределения температуры  $T$  и чисел Маха для первой и второй точек траектории полета ракеты ARIAN V. Здесь использованы следующие обозначения: числа Маха на срезе сопла  $M_a = W_a / C_a$  и в невозмущенном потоке  $M_\infty = W_\infty / C_\infty$ , показатель адиабаты  $\gamma$ , степень нерасчетности  $n = P_a / P_\infty$  (где индексы  $a, \infty$  – соответствует газодинамическим параметрам на срезе сопла и невозмущенном потоке).

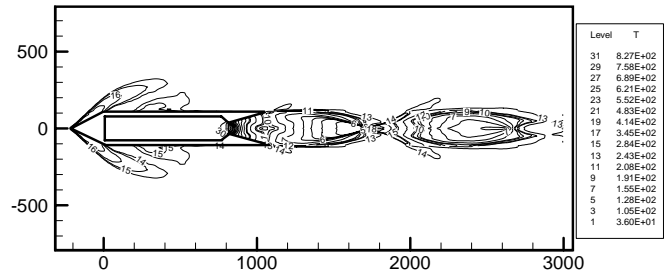


Рис.1. Пространственное распределение температуры  $T$  в продуктах горения и спутной струе воздуха ( $h = 25$  км,  $M_a \approx 4$ ,  $n \approx 1$ ,  $M_\infty \approx 2$ ,  $T_\infty = 270$  К)

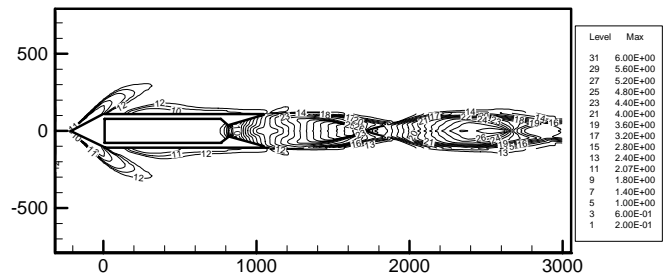


Рис.2. Пространственное распределение температуры  $M$  в продуктах горения и спутной струе воздуха ( $h = 25$  км,  $M_a \approx 4$ ,  $n \approx 1$ ,  $M_\infty \approx 2$ ,  $T_\infty = 270$  К)

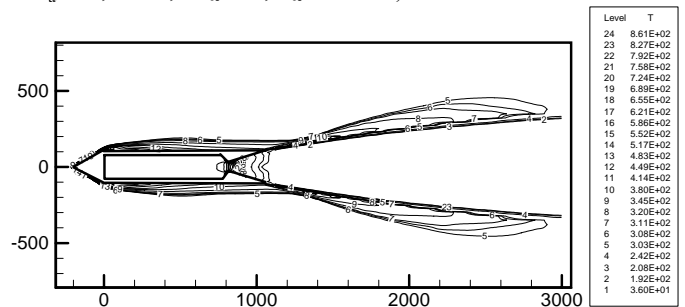


Рис.3. Пространственное распределение температуры  $T$  в продуктах горения и спутной струе воздуха ( $h = 55$  км,  $M_a \approx 4$ ,  $n \approx 80$ ,  $M_\infty \approx 4.4$ ,  $T_\infty = 270$  К)

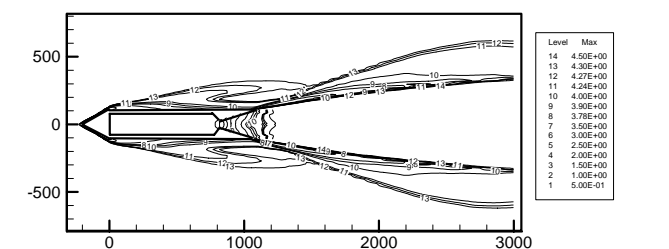


Рис.4. Пространственное распределение температуры  $M$  в продуктах горения и спутной струе воздуха ( $h = 55$  км,  $M_a \approx 4$ ,  $n \approx 80$ ,  $M_\infty \approx 4.4$ ,  $T_\infty = 270$  К)

Из приведенных результатов (см. рис.1-4) следует, что наиболее значительные изменения в исходно невозмущенный поток с параметрами  $W_\infty, P_\infty, T_\infty$  вносит головная ударная волна. Эти возмущения, в первом приближении могут быть оценены с помощью соотношений на косом скачке [8]:

$$\frac{P}{P_\infty} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_\infty^2 \sin^2 \varphi - \frac{\gamma-1}{\gamma+1},$$

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = \frac{\frac{(\gamma+1)}{2} M_\infty^2 \sin^2 \varphi}{1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M_\infty^2 \sin^2 \varphi}.$$

Здесь  $\varphi$  угол, образованный линией косоугольного скачка с направлением набегающего потока, изменяется в диапазоне значений  $\varphi \in [\arcsin(1/M_\infty), \pi/2]$ . Эти оценки и проведенные расчеты показывают, что влияние головной ударной волны на теплофизические параметры спутной струи воздуха наиболее значительно для  $h=55$  км ( $P/P_\infty \approx 1.8$ ,  $\rho/\rho_\infty \approx 1.6$  для первой (1) точки траектории полета и  $P/P_\infty \approx 4.5$ ,  $\rho/\rho_\infty \approx 2.7$  для второй (2)). При этом важно отметить, что в обоих случаях вблизи выходной кромки сопла в спутной струе ударно возмущенного воздуха из-за столкновения расширяющейся струи выхлопных газов РДТТ и спутного потока возникает косая ударная волна. Причем в случае (2) ( $h=55$  км) с косой ударной волной непосредственно взаимодействует головная ударная волна.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана численная методика решения системы уравнений Навье–Стокса сжимаемого теплопроводного газа в произвольных криволинейных координатах. С использованием разработанной численной методики исследован вопрос о влиянии головной ударной волны на теплофизические параметры спутной струи воздуха и продуктов горения, истекающих из реактивного снаряда на твердом топливе.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ 07-01-00133 и программы фундаментальных исследований Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления Российской академии наук (в части разработки программ для параллельных вычислений).

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$P, \rho, T$  — давление, плотность и температура

$M$  — число Маха

$q_1, q_2, q_3$  — система криволинейных координат

$g$  — фундаментальный определитель.

Индексы:

$i$  — порядковый номер орта системы координат

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
2. Головачев Ю.П. Численное моделирование течений вязкого газа в ударном слое. М.: Физматлит, 1996.
3. Ковалев Б.Д., Мышенков В.И. Расчет вязкой сверхзвуковой струи, истекающей в спутный поток. // Уч. зап. ЦАГИ, 1978, Т. 9, № 3, С. 125–130.
4. Авдудевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г. Сверхзвуковые неизобарические струи газа. М.: Машиностроение, 1985.
5. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001.
6. Collela P.A. Direct Eulerian MUSCL Schema for Gasdynamics //SIAM J., Sci.Stat.Comput. - 1985. - V.6, N 1. - Pp.104–107.
7. Uhrig G., Boury D. Large Space Solid Rocket Propulsion in Europe//AIAA paper 98-3980, AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Cleveland, OH, July 13-15, 1998
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003.