УДК 536:27

СОПРОТИВЛЕНИЕ СУПЕРПЛОТНЫХ ПУЧКОВ ТРУБ

Крюков И.А.[1,2]

[1] *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,*
Москва, 119526, проспект Вернадского101-1
[2] *Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики имени Н. Л. Духова»*
Москва, 127055, Сущевская ул., д.22
kryukov@ipmnet.ru

Аннотация

В статье определяется коэффициент гидравлического сопротивления поперечно обтекаемого шахматного пучка труб при помощи численного моделирования на основе RANS подхода. Рассматриваются суперплотные пучки труб с относительным шагом 1.1 и 1.05. Приводится сравнение с экспериментальными данными двух разных коллективов авторов и с широко известной эмпирической зависимостью.

Ключевые слова: коэффициент гидравлического сопротивления, поперечное обтекание шахматного пучка труб, моделирования на основе RANS.

COMPACT TUBE BUNDLE PRESSURE DROP

Kryukov I.A.[1,2]

[1] *Institute for Problems in Mechanics of the RAS, Russia, Moscow, 119526*
[2] *All-Russia Research Institute of Automatics, Russia, Moscow, 127055*

The article is devoted to evaluation of the pressure drop of crossflow staggered tube bundles by numerical simulation based on the RANS approach. Compact tube bundles with a relative step 1.1 and 1.05 are considered. The comparison with the experimental data of two different groups of authors and with a well-known empirically dependence is performed.

Keywords: RANS numerical simulation, flow field around tubes.

1. Введение

В ряде случае суперплотные шахматные пучки труб могут повышать эффективность теплообменных устройств [8, 9]. Однако их практическое использование тормозится из-за недостаточного количества надежных экспериментальных данных по гидравлическому сопротивлению и теплоотдачи. Например, во многих справочниках по теплоотдаче отсутствуют данных для суперплотных пучков труб [10]. В последнее время появился ряд экспериментальных работ, посвященных измерению сопротивления и теплоотдачи таких пучков [8, 9].

В данной работе проводится численное моделирование турбулентного течения в суперплотных шахматных пучках труб с целью определения коэффициента гидравлического сопротивления. Проводится сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными из упомянутых ранее работ [8, 9].

2. Выбор модели турбулентности

Использование $k-\varepsilon$ моделей для высоких чисел Рейнольдса совместно с законами стенки для расчета турбулентных пристеночных течений имеет ряд преимуществ и ряд недостатков. К преимуществам можно отнести, в первую очередь, более высокую скорость расчетов, т.к. нет необходимости сильно сгущать сетку к твердым поверхностям. То есть размер ячеек вблизи стенки вводит не такое сильное ограничение на размер шага по времени в случае использования явных численных схем. А основным недостатком является привязка к заданному закону стенки, т.к. законы стенки определяются из каких-либо эмпирических соображений и, как правило, являются приближенными решениями, полученными для каких-то простых случаев. В случае отрывных течений распределения скорости и температуры имеют довольно сложную структуру и не всегда могут быть аппроксимированы простыми приближенными решениями.

Варианты $k-\varepsilon$ моделей для низких чисел Рейнольдса содержат в качестве коэффициентов пристеночные функции, которые так же выбираются из некоторых эмпирических соображений. Но эти пристеночные функции не так сильно привязаны к конкретным простым случаям. Поэтому в данном разделе будут рассмотрены несколько вариантов k-ε моделей для низких чисел Рейнольдса и исследовано их пригодность для расчета отрывных течений в соплах.

Запишем уравнения $k-\varepsilon$ модели турбулентности для нестационарного турбулентного течения сжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j}=\frac{\partial(D_j^k)}{\partial x_j}-\rho\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\rho\varepsilon\,, \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j}=\frac{\partial(D_j^\varepsilon)}{\partial x_j}-c_1 f_1\rho\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\varepsilon}{k}-c_2 f_2\rho\frac{\varepsilon^2}{k}\,, \tag{2}$$

где $\tau_{ij}=\langle u_i' u_j'\rangle$ – тензор напряжений Рейнольдса. В стандартной $k-\varepsilon$ модели используется линейная модель вихревой вязкости

$$\tau_{ij}=-\nu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial u_j}+\frac{\partial u_j}{\partial u_i}\right)+\frac{2}{3}\delta_{ij}k\,,\qquad \nu_t=c_\mu f_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}\,. \tag{3}$$

D_j^k и D_j^ε – диффузионные члены, которые представляются следующим образом:

$$D_j^k=\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j},\quad D_j^\varepsilon=\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\,. \tag{4}$$

В случае $k-\varepsilon$ моделей для низких чисел Рейнольдса коэффициенты f_μ, f_1 и f_2 не равны тождественно единице, а являются функциями различных параметров турбулентности и, в некоторых случаях, расстояния до твердых поверхностей.

В настоящее время существует довольно большое количество вариантов $k-\varepsilon$ моделей для низких чисел Рейнольдса (см., например, [5]). Рассмотрим некоторые из этих вариантов, которые: 1) в минимальной степени зависит от расстояния до стенки; 2) пристеночные функции не зависят от производных параметров потока. Первое условие позволяет добиться большей универсальности модели для областей сложной геометрической формы. А второе условие обеспечивает большую надежность модели и алгоритма в целом при наличии газодинамических разрывов в области.

Как показано в работе [5] одной из лучших $k-\varepsilon$ моделей для низких чисел Рейнольдса является модель [4]. Для этой модели

$$c_\mu=0.09,\quad f_\mu=\left(1-\exp(-0.0165R_y)\right)^2(1+20.5/R_t)\,,$$

$$c_1 = 1.44, \quad f_1 = 1 + \left(0.05/f_\mu\right)^3, \tag{5}$$

$$c_2 = 1.92, \quad f_2 = 1 - \exp\left(-R_t^2\right),$$

где

$$R_t = \rho k^2 \big/ \left(\mu\varepsilon\right), \quad R_y = \rho\sqrt{k}\, y/\mu .$$

В работе [6] в рамках конференции, посвященной сравнению моделей турбулентности, была выполнена оптимизация коэффициентов модели [5]. В результате

$$c_\mu = 0.09, \quad f_\mu = \left(1 - \exp\left(-0.0160 R_y\right)\right)^2 \left(1 + 19.5/R_t\right),$$

$$c_1 = 1.44, \quad f_1 = 1 + \left(0.06/f_\mu\right)^3, \tag{6}$$

$$c_2 = 1.92, \quad f_2 = 1 - \exp\left(-R_t^2\right).$$

В работе [3] было выполнено сравнение различных моделей для случая турбулентного течения с теплопереносом. В результате была предложена модель с такими пристеночными функциями

$$c_\mu = 0.09, \quad f_\mu = \left(1 - \exp\left(-0.0066 R_y\right)\right)^2 \left(1 + 500 \exp\left(-0.0055\, R_y/R_t\right)\right).$$

$$c_1 = 1.44, \quad f_1 = 1 + \left(0.05/f_\mu\right)^2. \tag{7}$$

$$c_2 = 1.92, \quad f_2 = 1 - 0.3 \exp\left(-R_t^2\right) \big/ \left(1 - 0.7 \exp\left(-R_y\right)\right).$$

В работе [1] на основе анализа переходных течений был предложен следующий набор коэффициентов и пристеночных функций

$$c_\mu = 0.09, \quad f_\mu = \mathrm{th}\left(0.008 R_y\right)\left(1 + 4/R_t^{3/4}\right),$$

$$c_1 = 1.45, \quad f_1 = 1, \tag{8}$$

$$c_2 = 1.83, \quad f_2 = \left[1 - \left(2/9\right)\exp\left(-\left(R_t/6\right)^2\right)\right]\left[1 - \exp\left(-R_y/12\right)\right].$$

В качестве ещё одной $k-\varepsilon$ модели для низких чисел Рейнольдса, пристеночные функции которой были подобраны на основе анализа течения в канале с внезапным расширением (т.е. течение с отрывом и присоединением потока и относительно большой рециркуляционной зоной), рассмотрим модель [2]

$$c_\mu = 0.09, \quad f_\mu = \left(1 - \exp\left(-0.0215 R_t\right)\right)^2 \left(1 + 31.66/R_t^{5/4}\right),$$

$$c_1 = 1.44, \quad f_1 = 1, \tag{9}$$

$$c_2 = 1.92, \quad f_2 = \left[1 - 0.11 \exp\left(-R_t^2\right)\right]\left[1 - \exp\left(-0.0631 R_y\right)\right].$$

3. Численный метод

Численный метод для решения осредненных уравнений Навье – Стокса совместно с уравнениями модели турбулентности построен на основе варианта метода Годунова повышенного порядка и подробно описан в [7]. Для достижения второго порядка точности по пространству на гладких решениях используется кусочно-линейное распределение параметров на расчетном слое и существенно двумерные процедуры "восстановления" данных в расчетных ячейках. Второй порядок точности по времени обеспечивался путем использования явного метода Рунге – Кутта.

Аппроксимация вязкой части исходных уравнений выполнялась по методу контрольного объема с регуляризацией. Особое внимание в [7] уделено обеспечению точности и физичности получаемых результатов (в первую очередь положительности характеристик турбулентности и реализуемости напряжений Рейнольдса).

4. Результаты расчетов

Для численного моделирования рассмотрим эксперимент, описанный в [8]. В этой работе исследовались сопротивление и теплоотдача поперечно обтекаемых суперплотных шахматных пучков труб. Проводились две серии экспериментов: для шахматного пучка труб с относительным шагом $\sigma = 1.1$ и 1.05. Относительный шаг определяется как $\sigma = S_T/D$, где S_T – расстояние между центрами труб в двух соседних рядах пучка; D – диаметр труб. В качестве основного варианта для численного моделирования в данной работе будем рассматривать шахматный пучок труб с относительным шагом $\sigma = 1.1$. Ещё одним важным геометрическим параметром пучка труб является относительный шаг $\sigma_2 = S_L/D$, S_L – расстояние между центрами рядов труб в горизонтальном направлении. В случае правильного пучка труб $\sigma/\sigma_2 = 1.155$. В дальнейшем для правильного пучка будем указывать только один относительный шаг.

Расчет проводился в предположении, что течение в пучке труб стационарное и существует хорошая периодичность между рядами пучка труб. Это позволяет ограничиться в расчете областью, показанной на рис. 1. Для иллюстрации на этом же рисунке приведена расчетная сетка 400×10 ячеек. Увеличенный фрагмент расчетной сетки, показанный на рис. 2, позволяет рассмотреть расчетную сетку более детально. Реальные расчеты проводились на гораздо более подробной сетке 400×100 ячеек. Кроме того, для исследования сходимости результатов проводились расчеты на сетках 400×50 и 400×150 ячеек.

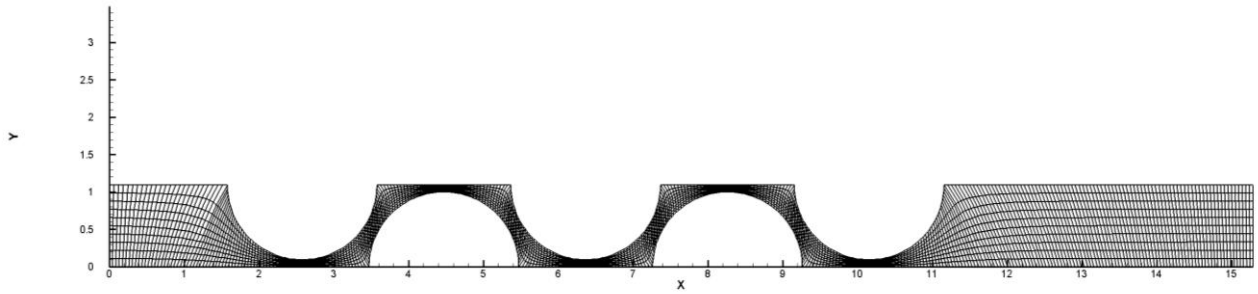

Рис.1. Расчетная область и расчетная сетка 400×10 ячеек

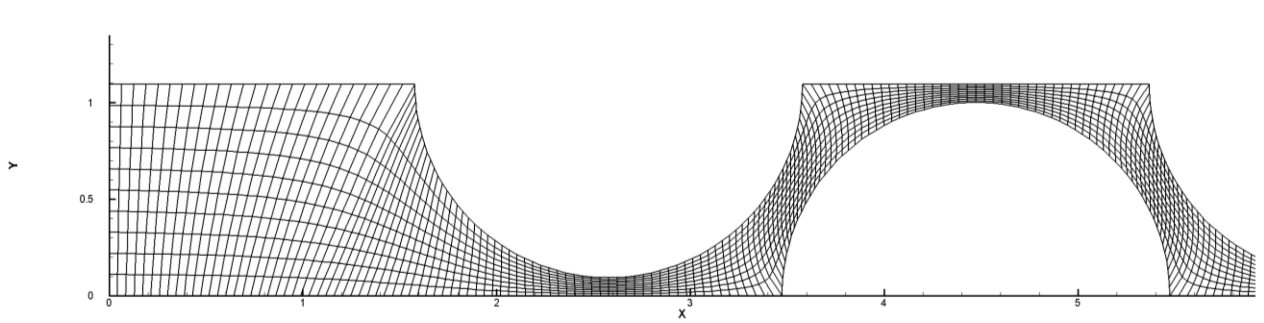

Рис.2. Увеличенный начальный участок расчетной сетки 400×10 ячеек

В расчетах фиксировалось давление на выходе из пучка труб $p_{\text{out}} = 1$ атм, что соответствует условиям, при которых измерялось сопротивление в [8] (выходной патрубок вместе с задней стенкой снимался с рабочего участка), а нужный перепад давления $n = p_{\text{out}}/p_{\text{in}}$ достигался изменением входного давления p_{in}. Температура во входном сечении равнялась $T_{in} = 293$ K. В качестве рабочей среды использовался воздух ($\gamma = c_P/c_V = 1.4$).

Экспериментальные данные по сопротивлению представлены в виде графика зависимости коэффициента гидравлического сопротивления (числа Эйлера) $\xi = 2\Delta p/(\rho u^2 n)$ от числа Рейнольдса. В приведенном соотношении Δp – перепад давления; ρ – плотность; u – скорость в сжатом сечении; n – число рядов в пучке. В расчетах задавались семь значений перепада давления $\Delta p = 0.001$, 0.0025, 0.0050, 0.0075, 0.0100, 0.0125 и 0.0150 атм, что позволило полностью воспроизвести диапазон чисел Рейнольдса, описанный в [8]. Часть расчетов была приведена с нагревом стенок труб до температуры 50° C, а часть для труб с адиабатической стенкой. Сравнение результатов показывает, что учет температуры труб слабо влияет на итоговое значение коэффициента гидравлического сопротивления.

На рис. 3 показаны рассчитанные зависимости коэффициента сопротивления, полученные с использованием модели турбулентности [3] на различных сетках. Видно, что сетка размером 400×50 не позволяет получить достаточно точные значения коэффициента сопротивления. Решения же, полученные на сетках 400×100 и 400×150 ячеек, хорошо соответствуют друг другу и экспериментальным данным [8]. Для сравнения на рис. 3 приведена зависимость коэффициента сопротивления, рассчитанная с использованием модели турбулентности [4] на сетке 400×100 ячеек. Видно, что результаты, полученные с этой моделью, тоже хорошо соответствуют экспериментальным данным.

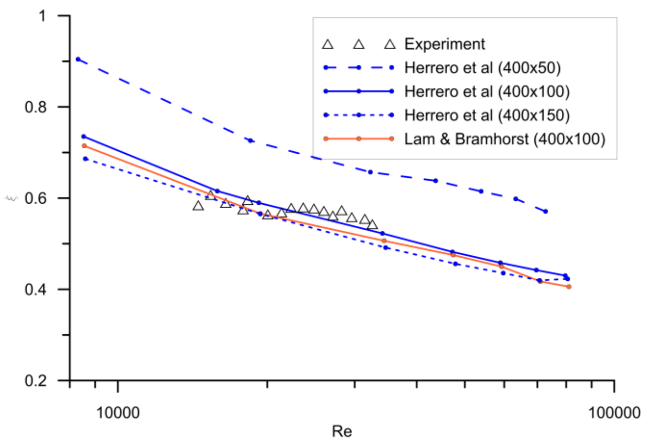

Рис.3. Зависимость рассчитанного коэффициента сопротивления от размерности сетки и сравнение с экспериментальными данными для $\sigma = 1.1$

Для дальнейшего исследования зависимости решения от сетки был просчитан вариант с $\Delta p = 0.0050$ атм и $\sigma = 1.1$ на четырех последовательных сетках: 400×50, 400×100, 400×150 и 400×200 ячеек. На рис. 4 показаны полученные значения коэффициента гидравлического сопротивления в зависимости от числа ячеек в поперечном направлении. Видно, что уже на сетке 400×150 ячеек достигается сходимость по сетке.

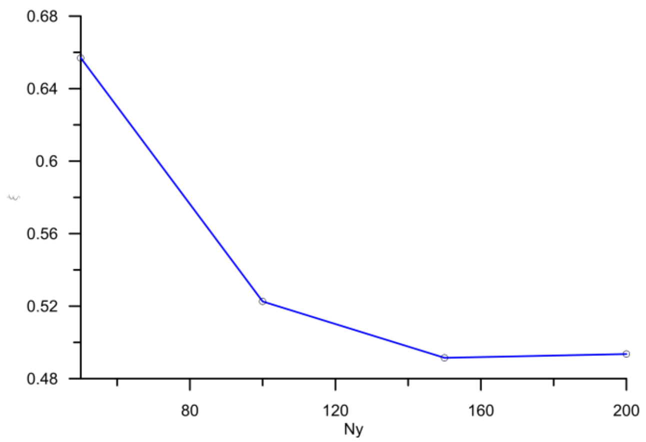

Рис. 4. Значения коэффициента гидравлического сопротивления в зависимости от числа ячеек в поперечном направлении при $\Delta p = 0.0025$ атм и $\sigma = 1.1$

В таблице1 приведены рассчитанные значения коэффициента гидравлического сопротивления для описанных выше $k-\varepsilon$ моделей турбулентности при $\Delta p = 0.0050$ атм и $\sigma = 1.1$, полученные на сетке 400×100. Хорошо видно, что все модели турбулентности дают очень близкие результаты на данной сетке. Это говорит о том, что на сетке с данным разрешением возможно достаточно точно воспроизвести рассматриваемые экспериментальные данные с использование довольно широкого набора моделей турбулентности.

Таблица 1

Рассчитанные значения коэффициента гидравлического сопротивления для различных моделей турбулентности при $\Delta p = 0.0050$ атм и $\sigma = 1.1$

Модель турбулентности	Число Рейнольдса	Коэффициент сопротивления
Abid [1]	0.343×10^5	0.513
Chang, Hsieh, Chen [2]	0.343×10^5	0.513
Herrero et al [3]	0.341×10^5	0.523
Lam, Bremhorst [4]	0.344×10^5	0.506

Рисунок 5 позволяет оценить толщины пограничного слоя в центрах сужающихся участков пучка труб, соответствующих первому, третьему и пятому стержням. Скорость достигает 0.9 от максимального значения на расстоянии примерно в $0.4 \div 0.5$ мм.

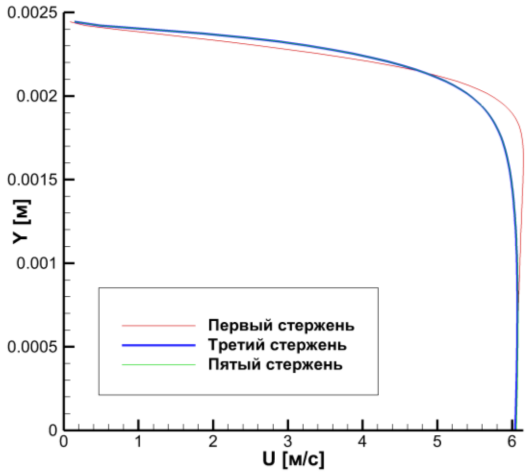

Рис.5. Распределение продольной скорости в точках сужения пучка труб, соответствующих положению первого, третьего и пятого стержней при $\Delta p = 0.0025$ атм и $\sigma = 1.1$

На рис. 6 показаны распределения безразмерного расстояния от стенки до центра ближайшей к границе ячейки y^+. Показано распределение y^+ только вдоль последнего пятого стержня. Для достоверной постановки граничных условий на стенке в случае моделей турбулентности для низких чисел Рейнольдса, к которым относятся и все перечисленные выше модели турбулентности, должно выполняться условие $y^+ \sim 1$. На рис. 6 тонкой штриховой линией показано значение $y^+ = 2$. Как видно из рис. 6 для сетки 400×50 ячеек требуемое условие не выполняется ни в одной точке. Для двух других сеток это условие приближенно выполняется на большей части граничных ячеек. В то же время сетка 400×150 позволяет получить заметно более низкие значения y^+ вблизи "передней" и "задней" поверхностей стержня.

В работе [8] наряду с $\sigma = 1.1$ экспериментально исследовалось обтекание ещё более плотного пучка труб с $\sigma = 1.05$. В этом случае в правильном пучке $\sigma_2 = 0.91$. Экспериментальные данные из [8] и результаты расчетов показаны на рис. 7. Экспериментальным данным из [8] с $\sigma = 1.05$ соответствуют кружочки, с $\sigma = 1.1$ – треугольники, а результатам расчетов – синие линии. Видно, что есть сходимость результатов расчетов по сетке, но они сильно отличаются от экспериментальных данных.

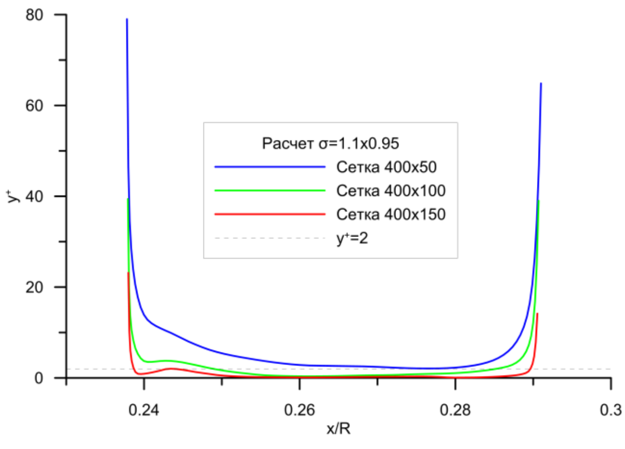

Рис. 6. Распределения y^+ в центрах ближайших к границе ячеек вдоль пятого стержня при $\Delta p = 0.0025$ атм и $\sigma = 1.1$

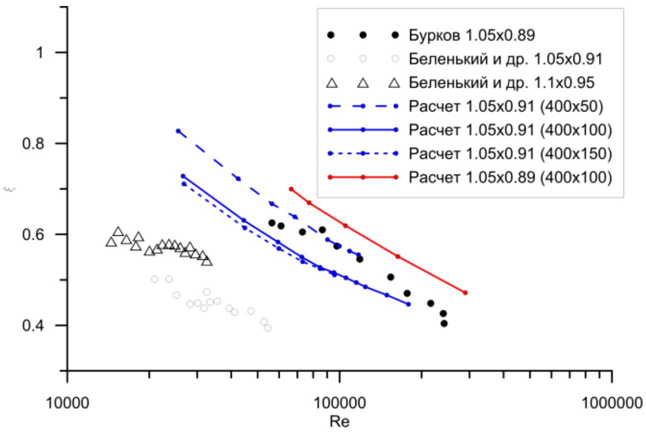

Рис. 7. Зависимость рассчитанного коэффициента сопротивления от размерности сетки и сравнение с экспериментальными данными для $\sigma = 1.05$

Следует отметить, что экспериментальные данные [8] для $\sigma = 1.05$ противоречат простым физическим представлениям – более плотная упаковка труб должна иметь более высокий коэффициент гидравлического сопротивления. Об этом упоминается и в работе [9], где показано, что данные [8] для $\sigma = 1.05$ противоречат и большинству экспериментальных данных для $\sigma = 1.05$. Построенная в работе [9] зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от σ при фиксированном числе Рейнольдса носит монотонно убывающий характер. Поэтому на рис. 7 показаны и экспериментальные данные [9] для $\sigma = 1.05$ и $\sigma_2 = 0.89$. К сожалению, в [9] не приводятся данные для правильных пучков с $\sigma = 1.05$. Поэтому была проведена дополнительная серия расчетов для пучка 1.05×0.89 на сетке 400×100 ячеек, показанная на рис. 7 сплошной красной линией. Видно, что в данном случае результаты расчета вполне удовлетворительно соответствуют экспериментальным данным.

В качестве третьего варианта рассмотрим экспериментальные данные, приведенные в книге [10]. Минимальное значение σ, приведенное в этой работе, равно 1.029. Но, как отмечалось в [8] и [9], точность данных для этого σ вызывает определенные сомнения и в более поздних работах автора [10] эти данные не приводятся. Поэтому для сравнения рассмотрим пучок труб с $\sigma = 1.25$ – это минимальное значение σ, которое приводится в большинстве справочников, основанных на результатах [10].

На рис. 8 приводится распределение коэффициента гидравлического сопротивления из работы [10] (красная линия), экспериментальные данные из работы [9] (1.16×1.003 – треугольные маркеры и 1.16×0.93 – круглые маркеры) и результаты расчета для правильного пучка труб с $\sigma = 1.25$ (линии синего цвета). Экспериментальные данные из [9] соответствуют несколько меньшему относительному шагу $\sigma = 1.16$ и приведены для сравнения.

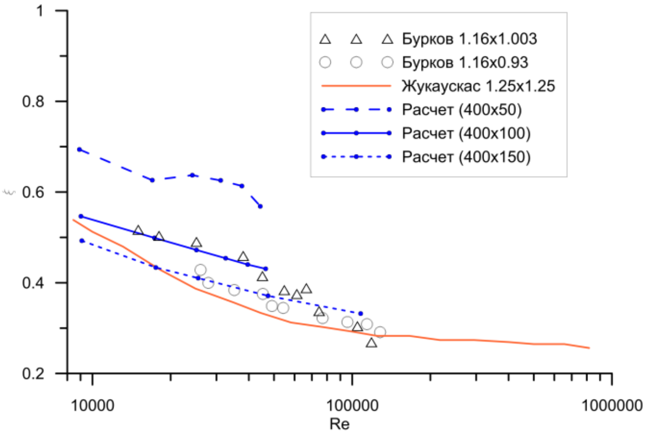

Рис. 8. Зависимость рассчитанного коэффициента сопротивления от размерности сетки и сравнение с экспериментальными данными для $\sigma = 1.25$

Из рис. 8 следует, что численное решение довольно сильно зависит от расчетной сетки. Это связано с тем, что в случае $\sigma = 1.25$ расстояния между трубами в пучке заметно больше и используемого количества ячеек при равномерном (без сгущения) распределении точек в поперечном направлении может не хватать для хорошего описания пограничного слоя. Однако отметим, что увеличение количества ячеек сетки в поперечном направлении приводит к заметному улучшению совпадения рассчитанных коэффициентов гидравлического сопротивления с данными [10].

Вывод о недостаточном разрешении пограничного слоя подтверждает и рис. 9, где показаны распределения безразмерного расстояния центров приграничных ячеек y^+ от продольной координаты вдоль пятого стержня, полученные на трех разных сетках.

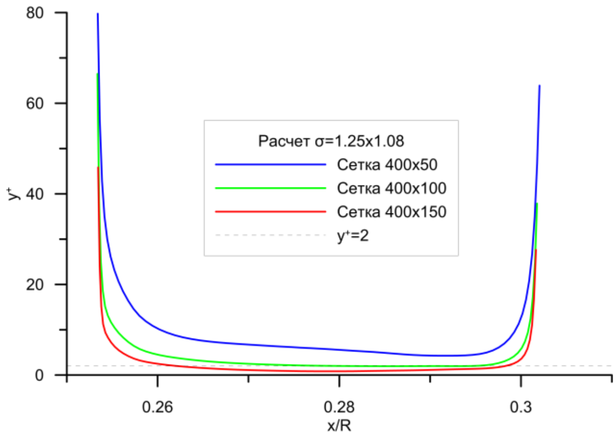

Рис. 9. Распределения y^+ в центрах ближайших к границе ячеек вдоль пятого стержня при $\Delta p = 0.0025$ атм и $\sigma = 1.25$

Видно, что только на самой подробной сетке 400×150 ячеек выполняется условие $y^+<2$ в некотором интервале x. Вероятно, дальнейшее увеличение количества точек, попадающих в пограничный слой, может улучшить соответствие рассчитанных и экспериментальных данных.

Заключение

В статье рассмотрено численное моделирование поперечного обтекания шахматного пучка труб. Моделирование проведено на основе RANS подхода с использованием нескольких двухпараметрических $k-\varepsilon$ моделей турбулентности для низких чисел Рейнольдса. Основное внимание уделено определению коэффициента гидравлического сопротивления шахматного пучка труб. Рассматривались суперплотные пучки труб с относительным шагом 1.1 и 1.05. Проведено сравнение с экспериментальными данными двух разных коллективов авторов [8] и [9]. Удалось получить хорошее совпадение результатов расчетов с экспериментальными данными.

Работа была выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (Грант №14-08-01286а).

Литература

1. Abid R. Evaluation of two–equation turbulence models for predicting transitional flows // *Int. J. Eng. Sci.*, 1993, 31, 6, Pp. 831–840.
2. Chang K.C., Hsieh W.D., Chen C.S. A modified low–Reynolds–number turbulence model applicable to recirculating flow in pipe expansion // *Trans. ASME, J. Fluids Engng.*, 1995, 117, Pp. 417–423.

3. Herrero J., Grau F.X., Grifoll J., Gilart F. A near wall *k*-*ε* formulation for high Prandtl number heat transfer // *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 1991, 34, 3, Pp. 711–721.
4. Lam C.K.G., Bremhorst K.A. A modified form of the *k*-*ε* model for predicting wall turbulence // *Trans. ASME, J. Fluids Engng*., 1981, 103, Pp. 456–460.
5. Patel V.C., Rodi W., Scheuerer G. Turbulence models for near-wall and low Reynolds numbers flows: a review // *AIAA J.*, 1985, 23, 9, Pp. 1308–1319.
6. Rodi W., Celik I., Demuren A.O., Scheurerer G., Shirani I., Leschziner M.A., Rastogi A.K., Proc. 1980-81 AFOSR-HTTM-Stanford Conf. on Complex Turbulent Flows, vol. 3, Stanford Univ., Stanford, CA, 1982, p. 1495.
7. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // *Математическое моделирование РАН*, 2009, 21, 12, С. 103–121.
8. Беленький М.Я., Готовский М.А., Фокин Б.С. Экспериментальное исследование теплогидравлических характеристик поперечно обтекаемых суперплотных шахматных пучков труб // *Теплоэнергетика*, 2000, 10, С. 44–48.
9. Бурков В.К., Константинов В.Ф. Исследование теплоаэродинамических характеристик поперечно-омываемых суперплотных шахматных пучков труб //*Теплоэнергетика*, 2003, 5, С.56–60.
10. Жукаускас А.А. Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке жидкости, Вильнюс: Минтис, 1968.

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2014 г.