

# Non-Isothermal Flow Around Rotating Bodies by Disperse Media

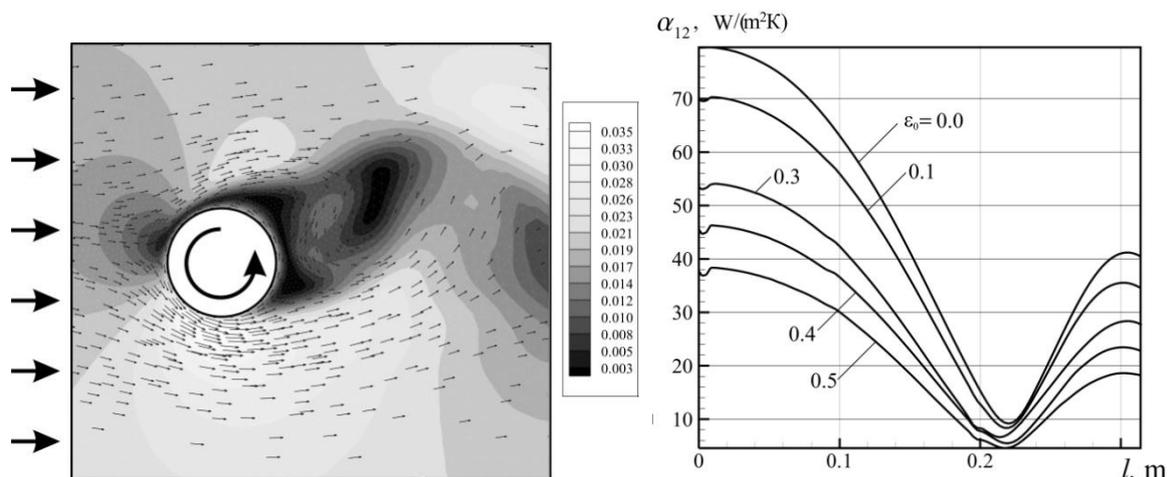
D.A. Gubaidullin, V.L. Fedyaev, I.V. Morenko

IME KazSC RAS, Kazan, 420111, Russia  
morenko@imm.knc.ru

## Abstract

Non-isothermal transverse flow around rotating and stationary circular cylinder by disperse media is investigated numerically. Relationships of the variation of flow's major characteristics depending on rotational velocity of a cylinder, volume concentration of dispersed phase and other parameters is determined. In some cases the approximating relationships are presented.

Keywords: the circular cylinder, the flow of the dispersed mixture, the drag coefficient, the Nusselt number



Areas of constant velocity and the velocity vectors of carrier medium when suspension flows around a rotating circular cylinder (from the left). Change of a local coefficient of convective heat exchange along the surface of a stationary cylinder when it is streamlined by a liquid with gas inclusions ( $\varepsilon_0$  – volume concentration of gas inclusions at the inlet of a computational domain) (from the right).

Keywords: the mean resistance coefficient of a cylinder caused by the carrier phase,

$$\overline{C}_{D1} = \overline{C}_D^* - 1.07\varepsilon_0;$$

The average Nusselt number

$$\overline{Nu}_{12} = \overline{Nu}^* - 1.5\varepsilon_0$$

( $\overline{C}_D^*$ ,  $\overline{Nu}^*$  – mean resistance coefficient, average Nusselt number when a homogeneous liquid flows around a cylinder).

УДК 532.529.5.

# Неизотермическое обтекание дисперсными средами вращающихся тел

Д.А. Губайдуллин, В.Л. Федяев, И.В. Моренко

ИММ КазНЦ РАН, Российская Федерация, г. Казань, 420111, ул. Лобачевского, д. 2/31  
morenko@imm.knc.ru

## Аннотация

Численно исследуется неизотермическое поперечное обтекание дисперсными средами вращающегося, а также неподвижного кругового цилиндра. Устанавливаются закономерности изменения основных характеристик течения в зависимости от скорости вращения цилиндра, объемной концентрации дисперсной фазы, других параметров. В ряде случаев приводятся аппроксимационные соотношения.

Ключевые слова: круговой цилиндр, обтекание дисперсной смесью, коэффициент сопротивления, число Нуссельта

## 1. Введение

Интерес исследователей к проблемам обтекания, теплообмена вращающихся, неподвижных тел со средами, содержащими частицы примеси, газовые включения обусловлен широким распространением их в природе и технике: песчаные бури, технологии нанесения декоративных и защитных покрытий, газопламенного и плазменного напыления металлических составов на рабочие поверхности деталей, изделий; охлаждение высоконагруженных поверхностей металлургических и других теплотехнических установок [1–16].

Целью настоящей работы является математическое моделирование и расчет гидродинамических и тепловых процессов, протекающих при обтекании кругового цилиндра суспензией, в которой несущая среда – вода, а примеси либо частицы с плотностью, большей плотности воды, либо газовые включения.

## 2. Постановка задачи

В случае, когда частички примеси твердые, плотность их больше плотности воды, объемная концентрация мала ( $< 10\%$ ) для математического описания взаимосвязанных гидродинамических и тепловых процессов используется Лагранжев подход, согласно которому отслеживается движение и теплообмен каждой из частиц. При этом принимаются следующие допущения:

- частицы имеют сферическую форму, радиус частицы  $r_p$  одинаковый, диаметр их  $d_p$  во много раз больше расстояния между молекулами несущей среды;
- возможное вращение, деформирование частиц, их непосредственное взаимодействие и столкновение, а также дробление, слипание (коагуляция) не учитываются.

В декартовой прямоугольной системе координат  $x_1Ox_2$  ламинарное плоскопараллельное течение вязкой несущей среды в отсутствие силы тяжести описывается уравнениями:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\bar{f}_{pi}}{\rho}, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

Здесь  $t$  – время;  $u_i, u_j$  – компоненты вектора скорости  $\mathbf{u}$  ( $i, j=1, 2$ );  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости,  $f_{pi}$  – проекция на ось  $x_i$  осредненных по объему сил гидродинамического сопротивления частиц.

Уравнение сохранения энергии имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla[\mathbf{u}(\rho E + p)] = \nabla(\lambda \nabla T) - \bar{Q}_p, \quad (3)$$

где  $E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}$ ;  $h$  – энтальпия;  $T$  – температура жидкости;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности среды;  $\bar{Q}_p$  – осредненный по объему тепловой поток к частицам примеси.

При рассмотрении движения частиц примеси дополнительно предполагается, что они имеют осредненные физико-механические свойства.

В локальной декартовой системе координат  $xoy$  траектория движения частицы описывается уравнениями

$$\frac{dx}{d\tau} = u_{px}, \quad \frac{dy}{d\tau} = u_{py}, \quad (4)$$

где  $\tau$  – время;  $u_{px}, u_{py}$  – проекции вектора скорости  $\mathbf{u}_p$  частицы на оси координат. С учетом силы гидродинамического сопротивления, действующей со стороны несущей среды на частицу, уравнение ее движения представляется в виде

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{d\tau} = F_p(\mathbf{u} - \mathbf{u}_p) \quad (5)$$

Здесь  $F_p = \frac{9C_p \text{Re}_p \mu}{12\rho_p d_p^2}$ ;  $d_p = 2r_p$ ;  $\text{Re}_p = \frac{\rho d_p |\mathbf{u}_p - \mathbf{u}|}{\mu}$  – число Рейнольдса частицы,

$C_p = a_1 + \frac{a_2}{\text{Re}_p} + \frac{a_3}{\text{Re}_p^2}$  – коэффициент гидродинамического сопротивления;  $a_1, a_2, a_3$  – константы.

Согласно соотношению (5) сила гидродинамического сопротивления частицы

$$\mathbf{f}_p = 0.5\pi C_p r_p^2 \rho |\mathbf{u} - \mathbf{u}_p| (\mathbf{u} - \mathbf{u}_p)$$

Отсюда находятся осредненные по объему компоненты сил сопротивления  $\bar{f}_{pi}$  ( $i=1, 2$ ), входящие в уравнение (2).

Поскольку размеры частиц малы, они достаточно долго пребывают в потоке жидкости, теплообмен их со средой слабый, предполагается, что тепловое состояние частиц характеризуется средней по их объему температурой  $T_p$ .

При условии, что частицы примеси представляют собой термически тонкие тела, лучистый теплообмен не учитывается, уравнение теплового баланса частицы имеет вид

$$m_p c_p \frac{dT_p}{d\tau} = \alpha_p A_p (T - T_p),$$

где  $\alpha_p$  – коэффициент конвективного теплообмена частиц;  $m_p$  – масса;  $c_p$  – теплоемкость материала;  $A_p$  – площадь поверхности частицы.

Даная зависимость позволяет найти тепловой поток к частицам примеси в контрольном объеме среды, оценить величину  $\bar{Q}_p$  с учетом концентрации частиц в этом объеме.

Представленные таким образом уравнения (1)-(3) дополняются соответствующими начальными и граничными условиями. На поверхности обтекаемого цилиндра записыва-

ются условия прилипания, на входе в расчетную область задаются давление, скорость, температура несущей среды, на выходе – «мягкие» граничные условия; на боковых границах используются условия симметрии.

При расчете кинематики частиц примеси согласно уравнений (4), (5) начало локальной системы координат  $xoy$  помещается в точку вбрасывания частиц в несущую среду. Точки эти располагаются вдоль входного сечения, ось  $ox$  направляется параллельно оси  $ox_1$ . В начальный момент времени  $\tau=0$   $u_{px}=u_\infty$  – скорость жидкости на входе в расчетную область,  $u_{py}=0$ , температура частиц  $T_p=T_{p0}=T_0$ . Помимо скорости частиц в месте вбрасывания задается также радиус, плотность частиц  $\rho_p$ , массовый расход  $G_p$ , от которого зависит число частиц, поступающих в расчетную область в единицу времени.

Если по ходу движения частица покидает расчетную область, то обратно в нее она не возвращается. При контакте с поверхностью обтекаемого тела частицы отскакивают с соответствующими нормальной и касательной компонентами скорости.

При рассмотрении неизотермического обтекания цилиндра водой, содержащей газы, применяются модель взаимопроникающих и взаимодействующих континуумов [1]. Предполагается, что размеры включений во много раз больше расстояния между молекулами, но значительно меньше диаметра обтекаемого цилиндра. Смесь монодисперсная, дисперсная фаза в каждом элементарном макрообъеме присутствует в виде сферических газовых включений одинакового радиуса  $a$  (пузырьковая жидкость). Соответственно, образование новых газовых включений, их дробление, слипание (коагуляция), деформирование не происходит. Считается, что газовые включения не вращаются, не отскакивают от поверхности тела, фазовые переходы отсутствуют. При оценке межфазного взаимодействия эффект присоединенной массы не учитывается, не учитываются также силы тяжести, Архимеда. Кроме того, движение смеси полагается ламинарным, при этом хаотическое поведение включений является несущественным.

С учетом того, что обмен массой между фазами не происходит, уравнения сохранения массы записываются в виде

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\varepsilon_i \rho_i) + \mathbf{v}_i \cdot \nabla(\varepsilon_i \rho_i) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (6)$$

где  $\tau$  – время;  $\nabla = \mathbf{I} \frac{\partial}{\partial x_1} + \mathbf{J} \frac{\partial}{\partial x_2}$ ,  $\rho_i$ ,  $\mathbf{v}_i = v_{i1} \mathbf{I} + v_{i2} \mathbf{J}$  – плотность, вектор скорости  $i$ -й фазы;  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  – объемная концентрация, соответственно, несущей и дисперсной фаз ( $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$ );

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\varepsilon_2) + \mathbf{v}_2 \cdot \nabla(\varepsilon_2) = 0. \quad (7)$$

Уравнение импульсов для  $i$ -ой фазы в отсутствие гравитационных сил имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\varepsilon_i \rho_i \mathbf{v}_i) + \mathbf{v}_i \cdot \nabla(\varepsilon_i \rho_i \mathbf{v}_i) = -\varepsilon_i \nabla p_i + \nabla \cdot \Pi_i + \mathbf{R}_i. \quad (8)$$

Здесь  $p_i$  – среднее давление  $i$ -й фазы;  $\Pi_i = \varepsilon_i \mu_i [\nabla \mathbf{v}_i + (\nabla \mathbf{v}_i)^T] + \varepsilon_i \left( \sigma_i - \frac{2}{3} \mu_i \right) \nabla \mathbf{v}_i I$  – тензор напряжений в  $i$ -й фазе;  $\mu_i$ ,  $\sigma_i$  – сдвиговая, объемная вязкость;  $I$  – единичный тензор;  $\mathbf{R}_i = \frac{(-1)^i}{V} \int_V \gamma (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) dV$  – осредненная сила взаимодействия между фазами;  $V$  – контрольный объем;  $\gamma = \frac{\varepsilon_2 \rho_2 f}{\delta}$ ,  $\delta = \frac{2 \rho_2 a^2}{9 \mu_1}$ ,  $f = \frac{c_D \text{Re}_{21}}{24}$ ,

$$c_D = \begin{cases} 24(1 + 0.15 \text{Re}_{21}^{0.687}) / \text{Re}_{21}, & \text{Re}_{21} \leq 1000 \\ 0.44, & \text{Re}_{21} > 1000 \end{cases},$$

$\text{Re}_{21} = 2\rho_1 |\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1| a / \mu_1$  – число Рейнольдса относительного движения фаз.

Уравнения переноса тепла в несущей ( $i=1$ ) и дисперсной ( $i=2$ ) фазах

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\rho_i c_{pi} T_i) + \mathbf{v}_i \cdot \nabla (\rho_i c_{pi} T_i) = \nabla \cdot (\lambda_i \nabla T_i) + Q_i, \quad (9)$$

где  $Q_i = \frac{(-1)^i}{V} \int 4\pi a^2 \varepsilon_2 \beta_{21} (T_2 - T_1) dV$ ,  $\beta_{21} = \frac{\lambda_1 \text{Nu}_{21}}{2a}$  – коэффициент теплообмена между не-

сущей и дисперсной фазами; число Нуссельта рассчитывается по формуле Ranz-Marshall:

$$\text{Nu}_{21} = 2 + 0.6 \text{Re}_{21}^{1/2} \text{Pr}_{21}^{1/3} \quad (0 \leq \text{Re}_{21} \leq 200, 0 \leq \text{Pr}_{21} \leq 250).$$

Считается, что на поверхности обтекаемого цилиндра реализуются условия прилипания несущей и дисперсной фаз:  $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = 0$ ; имеет место идеальный тепловой контакт:  $T_1 = T_2 = T_w$ . При этом удельный тепловой поток  $q_i = -\lambda_i \partial T_i / \partial n = \alpha_i (T_w - T_i^*)$  ( $i=1, 2$ ), где  $n$  – внешняя нормаль к поверхности цилиндра;  $T_i^*$  – температура  $i$ -й фазы на удалении от цилиндра (среднемассовая температура);  $\alpha_i$  – искомый локальный коэффициент конвективного теплообмена.

Во входном сечении, перпендикулярном оси  $Ox_1$ , компоненты скоростей  $v_{11} = v_{21} = w$ ,  $v_{12} = v_{22} = 0$ ; операционное давление  $p_0 = 0.1$  МПа; температура несущей и дисперсной фаз одинакова:  $T_1 = T_2 = T_0 = \text{const}$ ; концентрация  $\varepsilon_2 = \varepsilon_0 = \text{const}$ .

На выходе из расчетной области  $\frac{\partial v_{i1}}{\partial x_1} = \frac{\partial v_{i2}}{\partial x_1} = \frac{\partial p_i}{\partial x_1} = \frac{\partial T_i}{\partial x_1} = 0$  ( $i=1, 2$ ),  $\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x_1} = 0$ ; что озна-

чает выравнивание как гидродинамических, так и тепловых, концентрационных характеристик сред.

На боковых границах положим:  $\frac{\partial v_{i1}}{\partial x_2} = \frac{\partial p_i}{\partial x_2} = \frac{\partial T_i}{\partial x_2} = 0$ ,  $v_{i2} = 0$  ( $i=1, 2$ ),  $\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x_2} = 0$ .

В начальный момент времени  $\tau = 0$  среда мгновенно начинает двигаться,  $v_{i1} = w$ ,  $v_{i2} = 0$ ,  $p = p_0$ ,  $T_i = T_0$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_0$ .

Поставленные таким образом задачи (1)–(5), (6)–(9) решаются методом конечных объемов на сетке треугольных элементов.

### 3. Результаты расчетов

В первой задаче, когда плотность материала частиц больше плотности воды, в качестве входных значений параметров принимаются следующие: плотность воды  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости  $\mu = \rho \nu = 10^{-3}$  кг/(м·с), удельная теплоёмкость при постоянном давлении  $c = 4182$  Дж/(кг·К), коэффициент теплопроводности  $\lambda = 0.6$  Вт/(м·К), скорость жидкости на входе в расчетную область  $u_\infty = 0.02$  м/с, число Рейнольдса  $\text{Re} = 2R_0 u_\infty / \nu = 200$ , где  $R_0$  – радиус обтекаемого цилиндра. Температура воды на входе  $T = T_0 = 300$  К; температура поверхности цилиндра  $T_w = 350$  К, безразмерная скорость вращения ее  $\alpha = \omega_0 R_0 / u_\infty$  меняется от 0.0 до 5.0.

На начальном этапе расчетов примесь в несущую среду не вбрасывается. Частицы подаются в поток начиная с безразмерного момента времени 100 из 500 источников, расположенных равномерно вдоль входной границы. Диаметр частиц  $d_p = 10^{-3}$  м, плотность материала (сталь)  $\rho_p = 8030$  кг/м<sup>3</sup>; удельная теплоёмкость  $c_p = 502.48$  Дж/(кг·К); коэффициент теплопроводности  $\lambda_p = 16.27$  Вт/(м·К); температура частиц в начальный момент времени  $T_p = T_0$ . При этом на входе в расчетную область объемная концентрация примеси  $\beta_\infty$  со-

ставляет 1.5%, массовая концентрация  $\gamma_\infty = 11.0\%$ , число Стокса частиц  $Stk = d_p^2 u_\infty \rho_p / 36 \mu R_0 = 0.9$ .

Поведение среднего коэффициента сопротивления цилиндра  $C_D = F_{x1} / \rho u_\infty^2 R_0$  и числа Нуссельта  $\overline{Nu} = 2 \alpha_w R_0 / \lambda$  в зависимости от безразмерной скорости вращения поверхности цилиндра  $\alpha$  иллюстрируют рис. 1, 2.

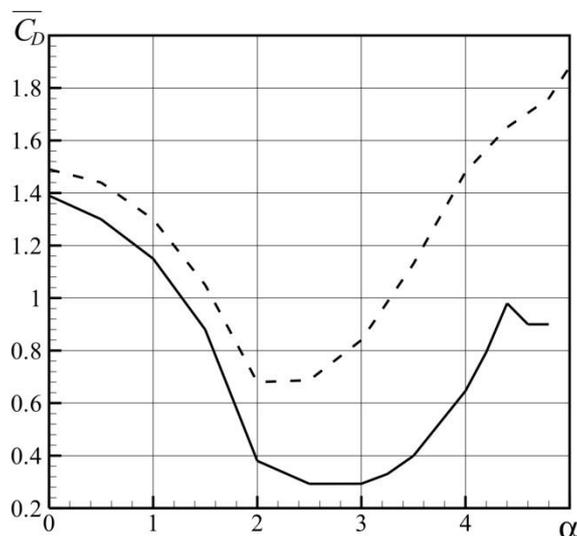


Рис. 1. Зависимость среднего коэффициента сопротивления цилиндра от относительной скорости вращения  $\alpha$ : сплошная линия – однородный поток, пунктирная линия – поток воды с частицами

Как следует из рис. 1, вбрасывание в поток частиц механической примеси приводит по сравнению со случаем обтекания вращающегося цилиндра однородным потоком к увеличению среднего коэффициента сопротивления цилиндра. Однако влияние примеси в зависимости от  $\alpha$  оказывается разным. Если при  $\alpha < \alpha_1^*$  коэффициент сопротивления увеличивается, в среднем, на 20%, то при  $\alpha_1^* < \alpha < \alpha_2^*$  уже на 165%, а при  $\alpha_2^* < \alpha < \alpha_3^*$  – на 65%. Здесь  $\alpha_1^* \approx 2.0$ ,  $\alpha_2^* \approx 4.3$ ,  $\alpha_3^* \approx 4.9$  – критические безразмерные скорости вращения поверхности цилиндра, при которых характер течения жидкости в следе за цилиндром заметно меняется [10]. Таким образом, наибольшее влияние примеси на сопротивление цилиндра наблюдается при  $\alpha_1^* < \alpha < \alpha_2^*$ , когда в следе за телом, в отличие от других интервалов изменения безразмерной скорости вращения цилиндра, течение стационарно. Интересно, что именно в этом случае коэффициент сопротивления цилиндра при обтекании его как однородным, так и двухфазным потоком достигает минимума, причем наличие примеси приводит к смещению этого минимума в сторону меньших значений скорости  $\alpha$ .

Отметим также, что наличие в потоке механической примеси приводит к уменьшению коэффициента подъемной силы, заметно влияет на амплитуду коэффициента подъемной силы [10].

Изменение среднего числа Нуссельта  $\overline{Nu}$  при увеличении безразмерной скорости вращения цилиндра показывается на рис. 2. Применительно к теплообмену цилиндра с двухфазным потоком можно выделить три характерных интервала изменения  $\alpha$ :  $0 < \alpha < 3.0$ ,  $3.0 < \alpha < \alpha_2^*$ ,  $\alpha_2^* < \alpha < \alpha_3^*$ . При  $\alpha < 3.0$  вбрасывание примеси в однородный поток вязкой жидкости несколько интенсифицирует теплообмен, число Нуссельта  $Nu$  увеличивается, приблизительно, на 15%. Дальнейшее увеличение скорости вращения цилиндра ведет к тому, что при  $3.0 < \alpha < \alpha_2^*$  теплообмен резко ухудшается,  $Nu$  уменьшается до 55%. При последующем росте  $\alpha$  ( $\alpha_2^* < \alpha < \alpha_3^*$ ) темп снижения теплоотдачи уменьшается, значения числа Нуссельта для потока с примесью приближаются к числу Нуссельта для однородного потока.

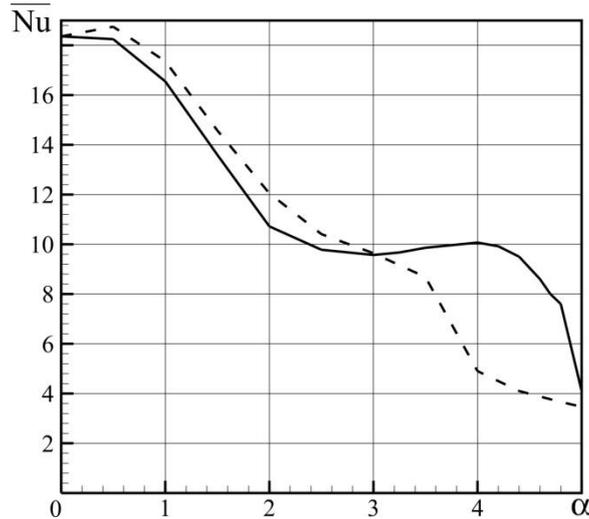


Рис. 2. Зависимость среднего числа Нуссельта цилиндра от относительной скорости вращения: сплошная линия – однородный поток, пунктирная линия – поток воды с частицами

В случае, когда плотность материала дисперсной фазы меньше плотности несущей среды (задача (6)–(9)) предполагается, что скорость среды на входе в расчетную область  $w=5 \times 10^{-4}$  м/с; начальная температура  $T_0=293$  К, температура поверхности цилиндра  $T_w=343$  К, диаметр обтекаемого цилиндра  $D=0.2$  м, диаметр  $d_p$  сферических включений изменяется от  $5 \times 10^{-4}$  м до  $5 \times 10^{-3}$  м, число Рейнольдса смеси  $Re_0 = w\rho_0 D/\mu_0$  определяется по скорости  $w$ , эффективной плотности смеси на входе в расчетную область  $\rho_0 = (1 - \varepsilon_0)\rho_1 + \varepsilon_0\rho_2$ , эффективному коэффициенту динамической вязкости  $\mu_0 = \mu_1(1 + \varepsilon_0)$ .

Заметим, что число Рейнольдса  $Re_0$  является функцией объемной концентрации включений  $\varepsilon_0$  на входе в расчетную область. Причем с ростом  $\varepsilon_0$  число Рейнольдса уменьшается. При выбранных значениях параметров число Стокса  $Stk = d_p^2 w \rho_2 / 18 \mu_1 D$  – малая величина.

В результате проведенных расчетов обнаружено, что вблизи обтекаемого тела объемная концентрация дисперсной фазы повышается, резко увеличиваясь в окрестности лобовой точки цилиндра, на участках схода потока смеси с поверхности цилиндра. В свою очередь, объемная концентрация воды в этой области в соответствии с зависимостью  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$ , наоборот, уменьшается. В целом дисперсная фаза концентрируется в областях низкого давления, центрах вихревых структур.

Локальный коэффициент конвективного теплообмена смеси  $\alpha_{12}$  достигает максимального значения с наветренной стороны цилиндра (рис. 3), при этом минимальное значение  $\alpha_{12}$  наблюдается на участке поверхности тела, находящемся ниже по потоку, чем скачок концентрации дисперсной фазы. Вместе с тем, резкое повышение концентрации дисперсной фазы вблизи лобовой точки обтекаемого цилиндра ( $l=0.0$  м), точки отрыва потока ( $l=0.195$  м) приводит к уменьшению коэффициента теплообмена, что хорошо видно на рис.3.

Обратимся далее к интегральным характеристикам рассматриваемых процессов. Величина  $\overline{C_D}$ , характеризующая средний коэффициент сопротивления цилиндра единичной длины, рассчитывается с помощью соотношения:  $\overline{C_D} = (\overline{F_1} + \overline{F_2}) / 0.5 \rho_0 w_0^2 D$ , где  $\overline{F_1}, \overline{F_2}$  – средние по времени горизонтальные компоненты сил сопротивления, действующих на тело со стороны несущей и дисперсной фаз.

С ростом объемной концентрации  $\varepsilon_0$  среднее значение коэффициента сопротивления обтекаемого цилиндра  $\overline{C_D}$  меняется мало, однако средняя по времени продольная компонента силы сопротивления  $\overline{F} = \overline{F_1} + \overline{F_2}$  уменьшается от  $3.20 \times 10^{-5}$  н до  $1.59 \times 10^{-5}$  н при изменении  $\varepsilon_0$  от 0.0 до 0.5.

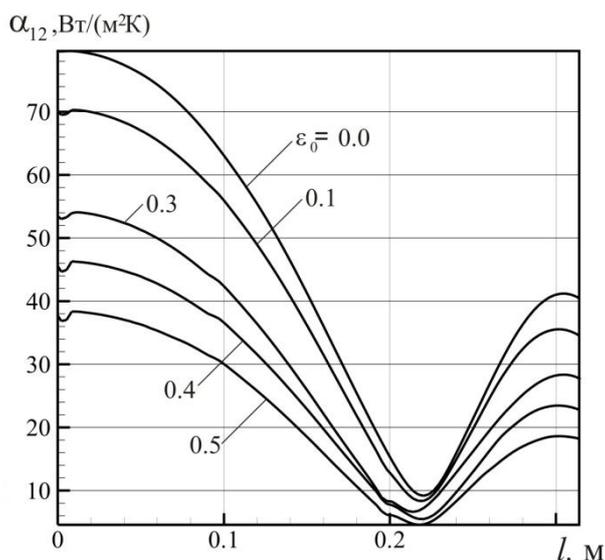


Рис. 3. Коэффициент конвективного теплообмена на поверхности цилиндра

В отличие от натурального эксперимента, численный расчет позволяет определить по отдельности средние коэффициенты сопротивления цилиндра  $\bar{C}_{D1}$ ,  $\bar{C}_{D2}$ , обусловленные несущей и дисперсной фазами, а также оценить средние коэффициенты сопротивления давления и трения

$$\bar{C}_{pi} = \frac{\bar{F}_{pi}}{0.5\rho_0 w^2 D}, \quad \bar{C}_{fi} = \frac{\bar{F}_{fi}}{0.5\rho_0 w^2 D}, \quad i=1,2,$$

где  $\bar{F}_{pi}$ ,  $\bar{F}_{fi}$  – осредненные по времени проекции на ось  $Ox_1$  результирующих сил давления, трения, действующих на поверхность цилиндра со стороны  $i$ -й фазы.

Из результатов проведенных расчетов следует, что с ростом объемной концентрации дисперсной фазы  $\varepsilon_0$  средний коэффициент сопротивления цилиндра  $\bar{C}_{D1}$  уменьшается по закону, близкому к линейному,

$$\bar{C}_{D1} = \bar{C}_D^* - 1.07\varepsilon_0,$$

где  $\bar{C}_D^*$  – коэффициент сопротивления цилиндра при обтекании его однородной жидкостью. Причем изменение  $\bar{C}_{D1}$  происходит, в основном, за счет коэффициента сопротивления давления  $\bar{C}_{p1}$ . Коэффициент  $\bar{C}_{f1}$  уменьшается незначительно, на  $1 \div 2\%$ .

Что же касается  $\bar{C}_{D2}$ , второй составляющей коэффициента сопротивления цилиндра  $\bar{C}_D$ , то при увеличении объемной концентрации  $\varepsilon_0$  она, наоборот, возрастает. Вследствие чего, как говорилось выше, коэффициент сопротивления  $\bar{C}_D$  при изменении  $\varepsilon_0$  в рассматриваемом диапазоне остается почти постоянным.

Увеличение концентрации дисперсной фазы  $\varepsilon_0$  ведет к тому, что теплообмен нагретого цилиндра с пузырьковой жидкостью ухудшается, среднее число Нуссельта  $\bar{Nu}_{12} = \bar{\alpha}_{12} D / ((1-\varepsilon_0)\lambda_1 + \varepsilon_0\lambda_2)$  (рис. 4) уменьшается по линейному закону

$$\bar{Nu}_{12} = \bar{Nu}^* - 1.5\varepsilon_0,$$

где  $\bar{Nu}^*$  – среднее число Нуссельта при обтекании цилиндра однородной жидкостью ( $\bar{Nu}^* = 13.315$ ).

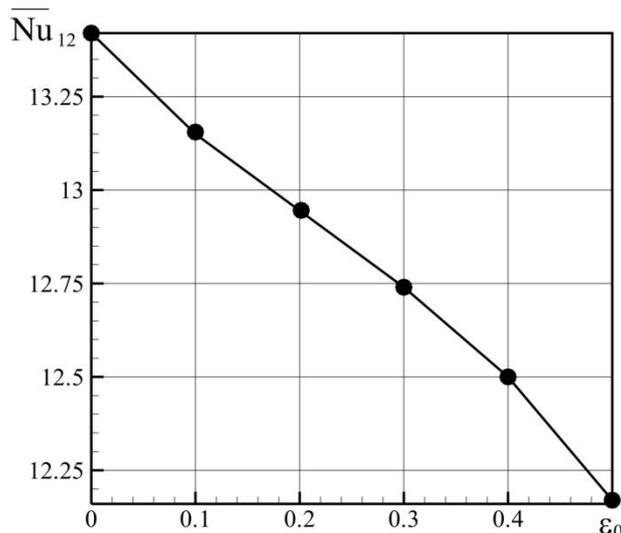


Рис. 4. Зависимость среднего числа Нуссельта цилиндра от концентрации  $\epsilon_0$

#### 4. Заключение

В результате численного решения задач ламинарного неизотермического поперечного обтекания вращающегося, неподвижного кругового цилиндра дисперсной средой, содержащей механические примеси, плотность материала которых больше или меньше плотности несущей среды, установлено следующее. В случае вращающегося цилиндра при плотности материала частиц приблизительно в 8 раз большей плотности дисперсионной фазы наличие механической примеси приводит к увеличению среднего коэффициента сопротивления цилиндра, уменьшению среднего коэффициента подъемной силы, оказывает значительное влияние на амплитуду коэффициента подъемной силы и теплообмен цилиндра со средой. Степень влияния примеси существенно зависит от относительной скорости вращения цилиндра. Анализ этой зависимости позволил выделить характерные интервалы изменения ее, определяемые тремя критическими значениями и промежуточной величиной, равной 3.0.

При обтекании кругового цилиндра пузырьковой жидкостью с увеличением объемной концентрации дисперсной фазы на входе в расчетную область коэффициент гидродинамического сопротивления цилиндра, обусловленный несущей фазой, уменьшается, а дисперсной – увеличивается. В результате, общий коэффициент сопротивления меняется слабо, тогда как средняя по времени горизонтальная составляющая силы сопротивления уменьшается значительно. В силу того, что объемная концентрация дисперсной фазы резко увеличивается в окрестности лобовой точки обтекаемого цилиндра, точки схода потока с его поверхности, теплообмен на этих участках ухудшается. При этом с ростом объемной концентрации дисперсной фазы на входе в расчетную область теплоотдача нагретого цилиндра также уменьшается, изменение среднего числа Нуссельта в зависимости от концентрации близко к линейному.

#### Благодарности и ссылки на гранты

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы ОЭММПУ РАН “Фундаментальные проблемы физической и химической механики для экспериментов на МКС”.

#### Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Актуальные проблемы механики. Механика жидкости, газа и плазмы. Отв. редактор С.Т. Суржиков; Ин-т проблем механики им. А.Ю. Ишлинского. М.: Наука, 2008. 285 с.

3. Иванов И.Э., Крюков И.А. Численный алгоритм моделирования двухфазных течений, содержащих границы раздела фаз // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2012. Т.13, вып. 4. 8с. <http://chemphys.edu.ru/issues/2012-13-4/articles/369/>
4. Федоров А.В., Федорченко И.А. Приложение моделей механики гетерогенных сред к решению проблемы внезапного выброса угля // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2012. Т.13, вып. 4. 8с. <http://chemphys.edu.ru/issues/2012-13-4/articles/375/>
5. Волков А.Н., Циркунов Ю.М. Влияние дисперсной примеси на структуру нестационарного двухфазного следа за поперечно обтекаемым цилиндром при умеренных числах Рейнольдса // Математическое моделирование. 2003. Т. 15. №7. С. 98–110.
6. Yao J., Zhao Y., Hu G., Fan J., Cen K. Numerical Simulation of Particle Dispersion in the Wake of a Circular Cylinder // Aerosol Science and Technology. 2009. No. 43. Pp. 174–187.
7. Голубкина И.В., Осипцов А.Н., Сахаров В.И. Обтекание плоского цилиндра сверхзвуковым слабозапыленным потоком при взаимодействии головной ударной волны с косым скачком уплотнения Изв. РАН. МЖГ. 2011. №1. С.59–72.
8. Моренко И.В., Федяев В.Л. Особенности обтекания цилиндра двухфазным потоком // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2010. № 4. С. 52–58.
9. Моренко И.В., Федяев В.Л. Неизотермическое обтекание кругового цилиндра монодисперсной смесью // Тепловые процессы в технике. 2011. Т. 3. №6. С. 242–252.
10. Morenko I. V., Fedyaev V. L. Laminar nonisothermal flow of a viscous fluid with solid particles past a rotating circular cylinder // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2014. Vol. 87, No. 3. Pp. 566–572.
11. Справочник по теплообменникам: В 2 т. Т. 1 / Пер. с англ., под ред. Б.С.Петухова, В.К.Шикова – М.: Энергоатомиздат, 1987. 560 с.
12. Danilov I., Son E. Shock wave in a bubble flow with high gas content // EPL 2011. V. 94. 54001 (doi: 10.1209/0295-5075/94/54001).
13. Brennen Ch. E. Fundamentals of Multiphase Flows. California Institute of Technology Pasadena, California. Cambridge University Press. 2005. ISBN 0521 848040. 410 p.
14. Ohashi H., Matsumoto Y., Ichikawa Y. and Tsukiyama T. Air/water two-phase flow test tunnel for airfoil studies // Experiments in Fluids. 1990. No. 8. Pp. 249–256.
15. Zhou Y., Hong W., Wang G., Sun B., Liu W. Numerical Simulation of Vortex Shedding Frequency and the Oscillation Lift Based on Gas-liquid Two-phase Flow Around Circular Cylinders in the Vertical Pipeline // International Conference on Power Engineering-2007, October 23-27, 2007, Hangzhou, China. Pp. 1361–1366.
16. Губайдуллин Д.А., Моренко И.В., Федяев В.Л. Теплоотдача кругового цилиндра в потоке суспензии // Известия вузов. Авиационная техника. 2015. № 3. С. 99–101.

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2015 г.