

АТОМИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАСТИЧНОСТИ И РАЗРУШЕНИЯ НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ МЕДИ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ РАСТЯЖЕНИИ

А.В. Янилкин, А.Ю. Куксин, В.В. Стегайлов

*Объединенный институт высоких температур РАН, Москва
Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный*

Аннотация

В работе с помощью метода молекулярной динамики на примере меди исследуется процесс пластической деформации и начала разрушения нанокристаллических металлов. Рассмотрены последовательные стадии отклика микроструктуры металла на деформацию: зернограничное проскальзывание, зарождение и перемещение дислокаций, образование и рост зародышей микроповреждений. Проведено исследование влияния на пластичность и прочность размера зерна нанокристалла.

ATOMISTIC SIMULATIONS OF PLASTICITY AND FRACTURE IN NANOCRYSTALLINE COPPER UNDER HIGH STRAIN RATES

3D molecular dynamics calculations of plasticity and fracture in nanocrystalline copper under high strain rate are carried out. Grain boundary sliding and dislocation motion are observed. Flow stress dependence on grain size is obtained. Three general properties of spall process are considered: existences of sites of stress concentration, two step process of microcrack formation and stochastic character of microcrack formation. Spell strength dependences on grain size and on strain rate are obtained.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы все большее внимание привлекают нанокристаллические материалы, которые, благодаря своим структурным особенностям, обладают целым рядом уникальных свойств и имеют огромные перспективы разнообразного технологического применения [1]. Выделяются механические свойства нанокристаллических (нанозернистых) материалов, которые существенно отличаются от свойств обычных крупнозернистых материалов. Нанокристаллические металлы обладают высокой прочностью и выносливостью [2–6], в то же время многие из них довольно пластичны. Значительные успехи достигнуты в теоретическом описании механизмов деформирования нанокристаллов [7–9].

В данной работе рассматривается поведение нанокристаллической меди на атомистическом уровне с помощью метода молекулярной динамики. В первой части работы исследуется процесс перехода в текущее состояние, влияние размера зерна и механизмы пластического течения. В расчетах наблюдается увеличение предела текучести с ростом размера зерна, также определено, что при небольших деформациях основную роль играет зернограничное проскальзывание, при увеличении же степени деформации существенный вклад вносит движение дислокаций, которые зарождаются на одной межзеренной границе и поглощаются другой, обеспечивая тем самым сдвиг одной части зерна относительно другой. Вторая часть работы посвящена исследованию начального этапа разрушения поликристаллов. Показано, что процесс образования полостей носит случайный характер по времени, при этом полости образуются в определенных местах межзеренной границы, что связано с локальной концентрацией напряжений. Рассматривается зависимость предельно достижимого давления от среднего размера зерна. С уменьшением размера зерна наблюдается уве-

личение порогового напряжения образования несплошностей, что связано с ускоренной релаксацией напряжений из-за большей пластичности материала с меньшими зернами.

2. МОДЕЛЬ И МЕТОД РАСЧЕТА

Модель поликристаллической меди представляет собой кубическую ячейку с зеренной структурой, построенной на основе метода Вороного [7] с нулевой пористостью, в отличие, например, от пористых структур, рассмотренных в [10]. В данном случае поры в системе отсутствовали. Центры зерен и кристаллографические направления распределяются по МД ячейке случайно. На МД ячейку накладываются 3-х мерные периодические граничные условия. В расчетах использовались следующие средние размеры зерен 3.5, 4.5, 6, 9, 13.5 нм при общем числе атомов в расчетной ячейке $N =$ от 500 до 1600 тысяч, что для размера 3.5 нм соответствует 4 тыс. частиц в зерне. Для описания межатомного взаимодействия в меди используется многочастичный потенциал погруженного атома (embedded atom method potential) [11]. Вначале система приводилась в равновесие в течении 50 пс при температуре $T = 300$ К и нулевом давлении. Затем система растягивалась вдоль одного направления с постоянной скоростью \dot{V}/V_0 . Растяжение моделировалось масштабированием координат атомов на каждом шаге численного интегрирования. Для поддержания постоянной температуры использовался термостат Ланжевена. В поперечных направлениях решетка остается недеформированной. Подобные условия одноосного деформирования реализуются в быстропротекающих процессах, когда не успевает происходить релаксация в поперечных направлениях, в частности, при прохождении плоских ударных волн.

Анализ поликристаллической структуры проводился с помощью параметра центральной симметрии C_i [12], характеризующего степень симметрии локального ок-

ружения каждого атома, здесь i – номер атома. Он позволяет выделять межзеренные границы, плоскости сдвига и дислокации. Для наблюдения процессов релаксации был введен параметр D_i , определяемый смещением одиночного атома из его начального положения, характеризующий локальную подвижность атомов:

$$D_i = |\vec{r}_i(t) - \vec{r}_i(0)|,$$

где i – номер атома.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Стадия пластической деформации

На рис.1 представлено напряжение вдоль оси растяжения σ_{xx} и девиатор напряжения $\sigma_d = \sigma_{xx} - (\sigma_{yy} + \sigma_{zz})/2$ в зависимости от степени растяжения при скорости растяжения $\dot{V}/V_0 = 109 \text{ с}^{-1}$ и температуре $T = 300 \text{ К}$. На начальном участке наблюдается практически упругое поведение. Постепенно зависимость девиатора отклоняется от линейной, и при $V/V_0 = 1.03$ наблюдается переход от упругого поведения к пластическому и выход девиатора напряжений на постоянное значение, равное пределу текучести $\sigma_T = 1.9 \text{ ГПа}$.

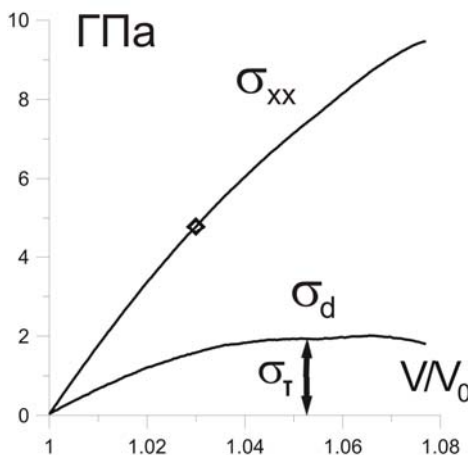


Рис. 1. График зависимости напряжения вдоль оси растяжения σ_{xx} и девиатора напряжений $\sigma_d = \sigma_{xx} - (\sigma_{yy} + \sigma_{zz})/2$ в зависимости от степени растяжения. Размер системы $N = 500$ тыс., скорость растяжения $\dot{V}/V_0 = 10^9 \text{ с}^{-1}$, средний размер зерна $d = 9 \text{ нм}$

На рис. 2,а приведена зернограничная структура среза ячейки при степени растяжения $V/V_0 = 1.06$, окраска атомов соответствует параметру C_i . На рис. 2,б представлен тот же срез, но атомы раскрашены соответственно их смещениям из начальных положений D_i при расчете с той же фиксированной степенью растяжения. Видно, что наиболее подвижные атомы (темные) находятся на границах зерен. Релаксация напряжений также обеспечивается подвижностью дислокаций. На рис.3 представлены характерные моменты движения частичной дислокации.

Зарождение дислокации происходит на межзеренной границе, затем она распространяется внутрь зерна, обеспечивая сдвиг одной части зерна относительно другой. На рис. 3 выделена частичная дислокация, движение которой приводит к образованию плоскости сдвига.

Поскольку энергия дефекта упаковки в меди невелика (44.4 мДж/м^2 для используемой модели межатомного взаимодействия [11]) ширина (диссоциировавшей) дис-

локации превышает или имеет тот же порядок, что и размер зерна. Поэтому при рассматриваемых размерах зерен невозможно наблюдать образование второй частичной дислокации (дислокационной пары).

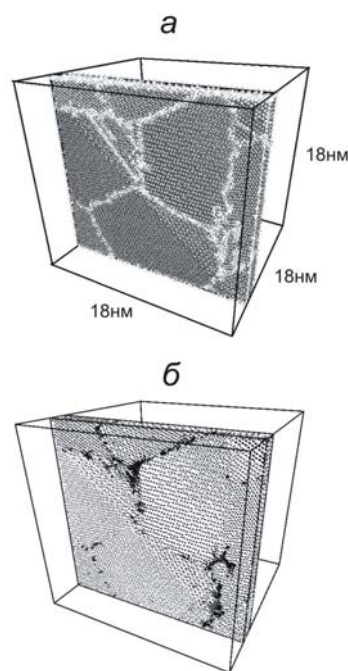


Рис. 2. Показаны срезы системы после 40 пс релаксации при $V/V_0 = 1.06$, средний размер зерна $d = 9 \text{ нм}$.

а) раскраска с помощью параметра центральной симметрии C_i . Светлым показаны атомы с нарушенной локальной симметрией, соответствующие границам зерен и сдвиговым плоскостям;

б) раскраска по параметру D_i , характеризующему смещение атома от его положения в момент начала расчета релаксации. Темным цветом показаны атомы, наиболее смещенные относительно начального положения

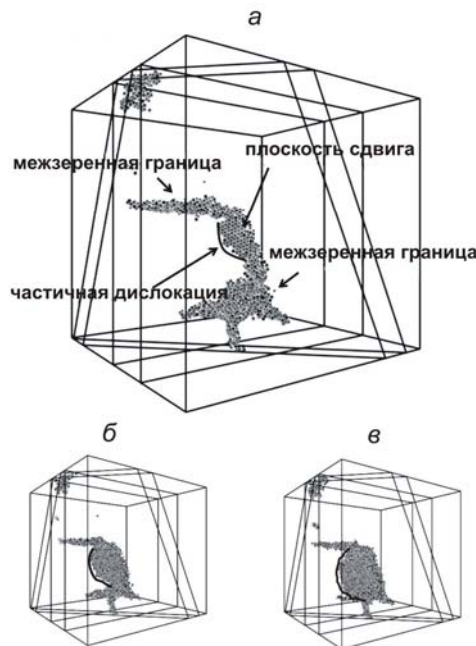


Рис. 3. Образование плоскости сдвига в результате движения частичной дислокации. Плоскость сдвига выделена с помощью срезов и параметра центральной симметрии ($0.04 < C_i < 0.5$). $\dot{V}/V_0 = 10^9 \text{ с}^{-1}$, средний размер зерна $d = 9 \text{ нм}$. Представлены три момента времени: а) – 63 пс, б) – 70 пс, в) – 76 пс

При небольших степенях растяжения число дислокаций мало, и все пластическое деформирование обеспечивается зернограничным проскальзыванием. Концентрация дислокаций сильно возрастает с увеличением степени растяжения практически вплоть до перехода в текучее состояние, что приводит к увеличению скорости пластической деформации. В данной работе появление дислокаций наблюдалось при всех размерах зерен.

На рис. 4 представлены пределы текучести по данным МД расчетов и экспериментальные данные. Качественное объяснение существования максимума на зависимости предела текучести от размера зерна состоит в изменении относительных вкладов двух процессов пластического деформирования: зернограничного проскальзывания и движения дислокаций в зерне [7-9].

Область размеров зерен меньше 100 нм довольно сложна для экспериментального изучения, поскольку трудно изготовить образец с узкой функцией распределения зерен по размерам. Поэтому, в частности, в экспериментальных результатах существует существенный разброс по максимальному значению предела текучести. В этом случае МД расчеты являются вспомогательным инструментом, обеспечивающим подход со стороны малых зерен.

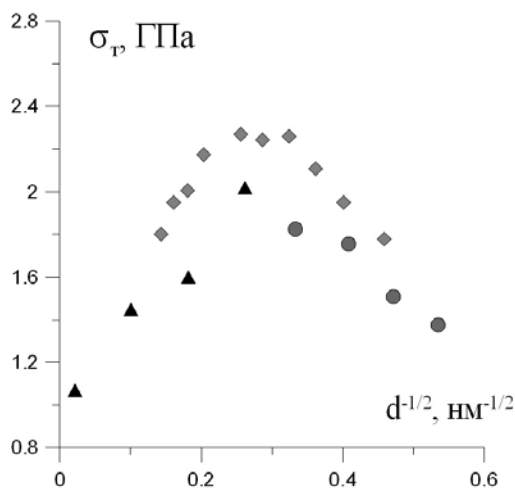


Рис. 4. Зависимость предела текучести от среднего размера зерна. Треугольники – экспериментальные данные [4], ромбы – МД расчеты [13] ($\dot{V}/V_0 = 10^8 \text{ c}^{-1}$), кружки – результаты, полученные в данной работе ($\dot{V}/V_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$)

Необходимо отметить, что в силу вычислительных ограничений МД модели ограничены по размерам и в настоящее время не позволяют воспроизводить реальные распределения зерен в материале по размерам. Можно сказать, что МД модели нанокристаллов близки к монодисперсным.

Расчеты, проведенные в [13] и в данной работе, различаются использованием разных потенциалов взаимодействия для описания меди, а также различными способами деформации. В модели, рассмотренной в данной работе, размер ячейки вдоль поперечных направлений остается постоянным при деформировании, тогда как в [13] он изменяется для поддержания нулевого напряжения в поперечных направлениях.

3.2. Стадия начала разрушения

Растяжение кристалла не может происходить бесконечно, доступная область отрицательных давлений ограничивается спинодалю [14,15]. Потеря устойчивости образца (в том числе и при высокоскоростной деформации) происходит до достижения спинодали, что связано с конечным временем жизни в метастабильной области. Рассмотрим подробнее, как меняются пределы растяжения и механизмы разрушения нанокристаллов в сравнении с бездефектными кристаллами. На рис. 5,а представлена диаграмма растяжения поликристаллической меди со скоростью деформирования $\dot{V}/V_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$ и температуре $T = 300 \text{ K}$.

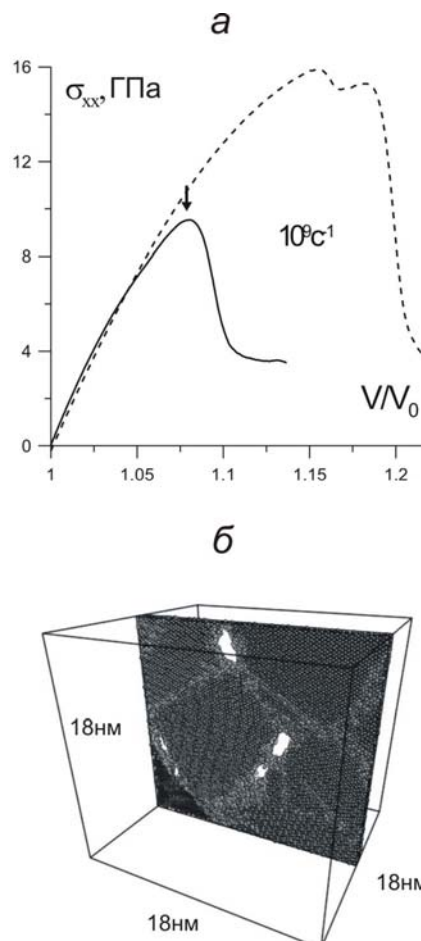


Рис. 5. а) зависимость напряжения от степени растяжения при $\dot{V}/V_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$. Сплошная линия – поликристаллическая медь со средним размером зерна $d = 9 \text{ нм}$, пунктир – монокристалл, растяжение вдоль кристаллографического направления [100]. б) срез расчетной ячейки в момент роста полостей (отмечен стрелкой на рис. 5а).

Растяжение монокристаллической меди со скоростью, доступной в МД моделях, позволяет наблюдать спонтанное зарождение полостей только вблизи спинодали. Дело в том что, что в бездефектном монокристалле частота нуклеации (скорость зарождения полостей) резко зависит от степени близости к границе устойчивости. Это приводит к тому, что частота кавитации $J > 1/(\tau V)$, обеспечивающая появление полости в заданном объеме ячейки V за ограниченное время расчета τ , достигается в монокристалле лишь около границы устойчивости. В результате, предельно достижимое напряжение (σ_{max}) практически не зависит от скорости растяжения [16]. Для поликристалла наблю-

дается значительное снижение σ_{max} по сравнению с монокристаллом (рис. 5,а). Такое снижение обусловлено тем, что в поликристалле присутствуют участки с сильно дефектной структурой (межзеренные границы и их стыки), в которых вероятность возникновения полостей значительно больше, чем в идеальном кристалле (рис. 5,б). Аналогичная ситуация наблюдается и в монокристаллах, имеющих остаточные неоднородности структуры, образовавшиеся в результате предшествующей пластической деформации [17].

Механизм образования полостей похож на тот, который наблюдается в монокристаллах: нуклеационным путем возникают небольшие сферические полости, которые увеличиваются в размерах под действием растягивающих напряжений. Зарождение полостей в бездефектном кристалле происходит в произвольный момент времени в произвольной точке объема, каких-либо выделенных мест нет. На этом основываются различные кинетические модели разрушения, например, [18]. В поликристалле ситуация существенно иная. Были проведены расчеты разрушения одной и той же системы при различных скоростях растяжения.

В зависимости от скорости растяжения образование полостей происходило при разных значениях степени деформации, но в одних и тех же местах внутри системы, на межзеренных границах (рис. 5,б). В данном случае главную роль играет тот факт, что в области межзеренных границ существуют места с локальной концентрацией напряжений, возникновение полостей в которых происходит при меньших степенях растяжения.

В процессе разрушения кристалла можно выделить следующие этапы: зарождение и рост полостей, разрастание полостей вдоль межзеренных границ, ведущее к образованию микротрещин. На рис. 6 представлена характерная зависимость абсолютного значения давления в процессе релаксации из исходного состояния при фиксированной степени растяжения $V/V_0 = 1.064$.

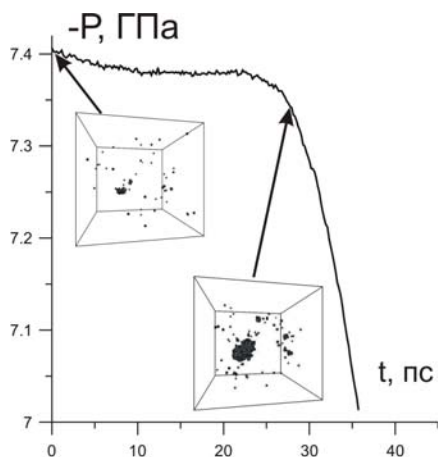


Рис. 6. Спонтанное формирование микротрещины вдоль межзеренной границы. Зависимость абсолютного значения давления от времени при фиксированной степени растяжения $V/V_0=1.064$. Символами на рисунке отмечены два характерных момента времени. Кружок – система с зародышем полости, ромб – начало образования микротрещины. Показаны контуры расчетной ячейки и атомы с $E_{pot} > -3.14$ эВ

Зародыш хорошо выделяется, если оставить только атомы с высоким значением потенциальной энергии $E_{pot} > -3.14$ эВ. Распределение атомов с соответ-

ствующей энергией в объеме системы для двух моментов времени представлено на рис. 6б. Зародыш полости уже существует в системе в начальный момент времени. Он живет довольно продолжительное время (около 25 пс в данном случае), практически не изменяясь в размерах. Затем происходит быстрое образование микротрещины, что приводит к быстрой релаксации напряжений. Момент образования микротрещины является случайным. Это дает возможность ввести в рассмотрение скорость зарождения микротрещин, вычисляемую через среднее время жизни поликристалла до начала быстрого процесса релаксации. Данная величина может служить характеристикой кинетики появления микротрещин при заданных макропараметрах и структуре системы (средний размер зерна).

Основным фактором, влияющим на образование зародыша полости, и соответственно, на величину предельно достижимого напряжения является возникновение мест с локальной концентрацией напряжений. Релаксация внутренних локальных напряжений происходит за счет локальных пластических деформаций. Это находит отражение в зависимости предельно достижимого напряжения σ_{max} от среднего размера зерна (рис. 7,а). С одной стороны, при уменьшении размера зерна доля межзеренной границы увеличивается, что должно приводить к падению σ_{max} . С другой стороны, уменьшение зерен приводит к уменьшению предела текучести, а значит и к увеличению скорости релаксации локальных напряжений, и, следовательно, увеличению σ_{max} . Проведенные расчеты показывают, что наибольшее влияние оказывает второй эффект, обусловленный пластичностью нанокристаллической структуры.

На рис. 7,б представлены σ_{max} , полученные в данной работе при размере зерна 9 нм, МД данные других авторов (главные отличия состоят в том, что в [19] рассматривается модель ударник-мишень и используется другая модель потенциала межатомного взаимодействия для меди, в [20] – рассмотрена модель пористого твердого тела) и данные по откольной прочностности, полученные в экспериментах с ударными волнами [21-23], в зависимости от скорости деформирования. На рисунке видно, что полученные в данной работе результаты для поликристаллической меди имеют характер степенной зависимости $\sigma_{max} \sim (\dot{V}/V_0)^m$ и хорошо согласуются с экспериментальными данными и результатами [20], хотя экспериментальная и рассчитанная нами зависимости имеют отчетливо разный показатель m . Возможно, это связано с тем, что в нашей модели рассматривается только начальный этап разрушения, а в структуре модели отсутствуют поры и микротрещины, которые способствуют разрушению в реальном материале. Значения σ_{max} для монокристаллов практически не зависят от скорости деформирования и для меди близки к оценкам теоретической разрывной прочности [24]. Это связано, по-видимому, с использованием в расчетах идеальных монокристаллов, в исходном состоянии не включающих в себя какие-либо дефекты. С увеличением скорости растяжения значения σ_{max} для монокристаллов и поликристаллов сближаются, приближаясь к теоретической максимальной прочности.

Определение механизмов процесса разрушения, обуславливающих степенную зависимость откольной прочности от скорости деформации, представляет существенный интерес.

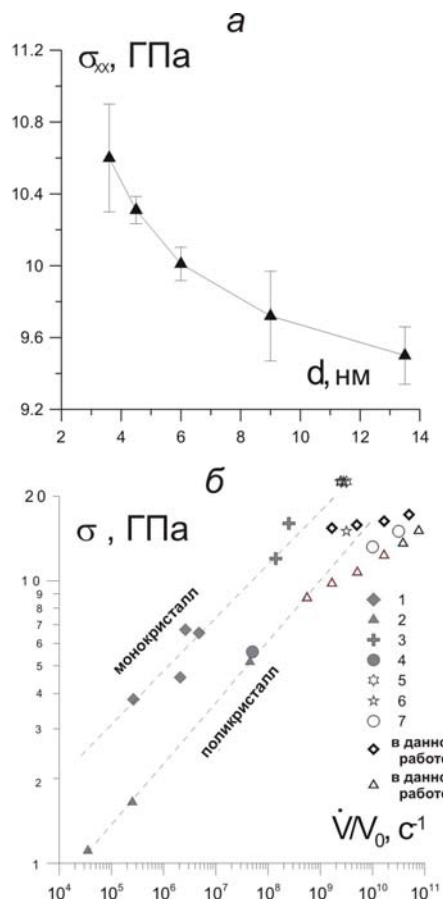


Рис. 7. а) зависимость предельно достижимого напряжения от среднего размера зерна. б) зависимость откольной прочности от скорости деформирования. Эксперименты с ударными волнами: (1) монокристаллы [21], (2) поликристаллы [21], (3) – монокристаллы [22], (4) – поликристаллы [23]. Пунктиром показана экстраполяция экспериментальных данных для монокристаллов (верхняя линия) и поликристаллов (нижняя линия). МД расчеты: (5-6) – результаты модели ударник-мишень [19] (5 – монокристаллы, 6 – поликристаллы), (7) – модель пористого твердого тела [20]. Показаны результаты данной работы для монокристаллов (8) и поликристаллов (9)

Из результатов данной работы следует, что введение в МД модель зеренной структуры позволяет получить лучшее согласие с экспериментальными данными по сравнению с монокристаллическими моделями [16] (аналогичное замечание справедливо и для работы [20], где рассматривается пористая структура). Отметим, что в бездефектных структурах в рамках дискретных моделей вещества удастся получить степенную зависимость откольной прочности (вычисляемую косвенным образом по величине порогового значения скорости ударника, приводящего к отколу) от скорости деформации [25]. В данном случае, по-видимому, существенно трактовка частиц в модели как структурных элементов материала. Расчеты в этом диапазоне скоростей деформации в МД моделях показывают, что значения предельно достижимого напряжения σ_{max} в данном режиме деформации превышают теоретическую разрывную прочность. В таком случае имеет место динамический режим откола, характеризующийся тем, что кинетической энергии частиц в отрывающейся части достаточно для разрыва связей в веществе. В этом случае механизм откола отличается от случая, когда зарождение очагов разрушения на

атомном уровне происходит нуклеационно в результате флуктуаций (см., например, [17]).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе на основе метода молекулярной динамики проведено исследование процессов пластической деформации и разрушения нанокристаллической меди. Результаты моделирования свидетельствуют, что в нанокристаллической меди в рассмотренном диапазоне размеров зерна (3.5-13.5 нм) пластическая деформация обусловлена как дислокационным движением внутри зерна, так и зернограничным проскальзыванием (перемещением атомов вдоль межзеренных границ). Получена зависимость предела текучести от среднего размера зерна, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными, и дает оценку максимального предела текучести. Проведено моделирование начальной стадии разрушения нанокристаллической меди. Показано, что зарождение полостей происходит в определенных местах, являющихся локальными концентраторами напряжений. Полученная зависимость предельно достижимого напряжения в момент потери сплошности от размера зерна обусловлена изменением скорости релаксации локальных напряжений, то есть, связана с пластическими свойствами нанокристаллического материала. Таким образом, изменяя пластические свойства, можно влиять на предел разрушения и прочностные свойства. Результаты расчетов предельно достижимых растягивающих напряжений находятся в согласии с экспериментальными значениями откольной прочности поликристаллов.

Расчеты выполнены на кластере МФТИ-60 кафедры информатики МФТИ (ГУ), на кластере МСЦ РАН.

Авторы выражают признательность В.Е.Фортову и Г.И.Канелю за полезные обсуждения и интерес к данной работе. Работа выполнена при финансовой поддержке по программам фундаментальных исследований РАН №3 и №9, Межсекционная программа ОЭМПУ РАН, гранту РФФИ №05-08-65423, а также в рамках проектов Министерства образования и науки РФ РНП2.1. .712 и 2007-3-1.3-25-01-397 и контракта с Национальными лабораториями Сандия по программе US DOE/NNSA ASC.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- МД – молекулярная динамика;
 C_i – параметр центральной симметрии;
 D_i – смещение атома, А;
 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ – диагональные составляющие тензора напряжений, ГПа;
 T – температура, К;
 N – число атомов;
 d – средний размер зерна, нм;
 E_{pot} – потенциальная энергия одного атома, эВ;
 \dot{V}/V_0 – скорость деформирования, c^{-1} ;
 σ_d – девиатор напряжений, ГПа;
 σ – откольная прочность, ГПа;
 σ_{max} – максимально достижимое напряжение, ГПа.

Индексы:

- i – порядковый номер атома;

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ovid'ko I.A., T. Tsakalakos, Vasudevan A.K.. Synthesis, Functional Properties and Applications of Nanostructures // Dordrecht: Kluwer, 2003.
2. В.А. Поздняков, А.М. Глезер. // ФТТ Т. 47. 2005. С. 793.
3. Б.И. Смирнов, В.В. Шпейзман, В.И. Николаев. // ФТТ Т. 47. 2005. С. 816.
4. Siegel R.W., Fougere G.E. Mechanical properties of nanophase metals. // Nanostruct. Mater. V. 6. 1995. P. 205.
5. R. Valiev. // Nature Materials V. 3. 2004. P. 511.
6. М.И. Алымов, А.И. Епишин, Г. Нольце, Т. Линк, С.С. Бедов, А.Б. Анкудинов. // Российские Нанотехнологии Т. 2. 2007. 124.
7. D. Wolf, V. Yamakov, S.R. Phillpot, A. Mukherjee, H. Gleiter. // Acta Materialia V. 53. 2005. P.1.
8. Г.А. Малыгин.// ФТТ Т. 49. 2007. С. 961.
9. М.Ю. Гуткин, И.А. Овидько. // Успехи механики Т. 1. 2003. С. 69
10. А.М. Krivtsov. // Mechanica. V.38. 2003. P.61.
11. Mishin Y., Mehl M. J., Papaconstantopoulos D. A., Voter A. F., Kress J. D. Structural stability and lattice defects in copper: Ab initio, tight-binding, and embedded-atom calculations // Rhys. Rev. B V. 63. 2001. P. 224106.
12. C.L. Kelchner, S.J. Plimpton, J.C. Hamilton. // Phys. Rev. B 58. 1998. P.11085.
13. Jacobsen K. W., Schiotz J. A Maximum in the Strength of Nanocrystalline Copper. // Science V.301. 2003. P.1357
14. Скрипов В.П., Файзуллин М.З. Фазовые переходы кристалл-жидкость-пар и термодинамическое подобие. // М.: Физматлит, 2003. С. 160.
15. А.Ю. Куксин, Г.Э. Норман, В.В. Стегайлов. ТВТ Т. 45. 2007. С. 43.
16. Норман Г.Э., Стегайлов В.В., Янилкин А.В. Атомистическое моделирование структурных превращений в кристаллическом железе при высокоскоростном растяжении // ТВТ Т. 45. № 2. 2007.
17. В.В. Стегайлов, А.В. Янилкин. ЖЭТФ Т. 131. 2007. С. 1064.
18. Куксин А.Ю., Янилкин А.В. Кинетическая модель разрушения при высокоскоростном растяжении на примере кристаллического алюминия // ДАН Т. 413 №. 5. 2007.
19. V. Dremov, A. Petrovtsev, P. Sapozhnikov, M. Smirnova, D.L. Preston, M.A. Zocher. Phys. Rev. B V. 74. 2006. P. 144110.
20. T. Germann, S. Valone. // Report No. LA-UR-05-7623.
21. С.В. Разоренов, Г.И. Канель. // ФММ № 11. 1992. С. 141.
22. E. Moshe, S. Eliezer, Z. Henis, M. Werdiger, E. Dekel, Y. Horovitz, S. Maman, I.B. Goldberg, D. Eliezer.//Appl. Phys. Lett. V.76. 2000. P. 1555.
23. D. Paisley, R. Warnes, R. Kopp. // In: Progress in Shock Compression of Condensed Matter – 1991 / ed. by S.C. Schmidt, R.D. Dick, J. Forbes, D.G. Tasker. Elsevier, New York. 1992. P. 825.
24. А.И. Слуцкер. // ФТТ Т. 46. 2004. С. 1606
25. Д.А. Индейцев, А.М. Кривцов, В.П. Ткачев. // ДАН Т. 407. 2006. С. 341.