

УДК 519.6: 533.6.011

## ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

Голомазов М.М.

*Институт автоматизации проектирования РАН, г.Москва*

[mmg@icad.org.ru](mailto:mmg@icad.org.ru)

### Аннотация

Описывается математическая постановка задачи стационарного обтекания конического тела химически реагирующим газом с гиперзвуковой скоростью. Исследуется влияние физико-химических процессов на структуру течения между отошедшей ударной волной и телом. Изучается поведение звуковой поверхности, на которой меняется тип уравнений газовой динамики внутри ударного слоя. Показано существование двух различных решений при обтекании затупленного по сфере конуса равновесно диссоциирующим воздухом.

### PARTICULARITY OF THE NUMERICAL MODELING OF HYPERSONIC FLOW AROUND THE BLUNTED BODIES

Mathematical formulation of stationary hypersonic flow around conic body with chemical reactions in gas is described. Physical-chemical processes influence on gas dynamics and thermodynamics functions in the shock layer is investigated. The sonic surface behavior is studied as boundary changing of type of gas dynamics equations in the shock layer. The existence of two different solutions of gas dynamics equations is demonstrated for flow around conic body with chemical reactions in gas.

### Математическая и физическая постановка задачи

Большое количество работ, как экспериментальных, так и теоретических, посвящено исследованию обтекания спускаемых аппаратов различной конфигурации при гиперзвуковых скоростях полета. Для спускаемых космических аппаратов наиболее распространенными являются сегментальная и коническая формы лобового экрана, имеющие приемлемые аэродинамические характеристики для обеспечения эффективного торможения в атмосфере планет. Из-за сложности физико-химических процессов, протекающих в высокотемпературном потоке, наиболее полное моделирование подобных течений можно выполнить с помощью численных методов. В настоящее время основным подходом к численному решению данной задачи является построение разностных схем для аппроксимации нестационарных уравнений Эйлера или Навье-Стокса в некоторой области, перекрывающей область возмущенного течения. В результате получают или стационарную картину течения, если она устанавливается, или исследуют нестационарный поток.

Для больших чисел Рейнольдса течение за ударной волной исследуются в рамках уравнений Эйлера. Для корректной постановки задачи необходимо рассматривать область течения между поверхностью тела, ударной волной и замыкающей предельной характеристической поверхностью. В области, определенной таким образом, уравнения газовой динамики имеют смешанный тип. Система уравнений газовой динамики в сверхзвуковой области течения за предельной характеристической поверхностью имеет гиперболический тип, и расчеты в этой области могут проводиться с использованием схем метода характеристик.

Для тел малого удлинения, какими являются спускаемые аппараты сегментальной и затупленной конической формы, достаточные сведения об аэродинамике аппарата при

гиперзвуковых скоростях полета можно получить, исследуя течение в смешанной области.

Течение в этой области описывается системой уравнений газовой динамики:

$$\begin{aligned}(\rho \mathbf{V}, \nabla) \mathbf{V} + \nabla p &= 0, \\ \nabla (\rho \mathbf{V}) &= 0,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\mathbf{V}$  - вектор скорости,  $\rho$  - плотность,  $p$  - давление.

Ударная волна и поверхность тела являются границами, и в качестве границы в сверхзвуковой области выбирается предельная характеристическая поверхность. Такой выбор определяется теоремой Трикоми о существовании и единственности решения для линейного уравнения в частных производных второго порядка смешанного типа.

Тогда в соответствии с этой теоремой необходимо задать значения функций на ударной волне и теле, а на характеристической поверхности необходимо и достаточно поставить условие непрерывности производных функций.

Граничные условия на ударной волне:

$$\begin{aligned}(\rho \mathbf{V} \mathbf{n})_s &= (\rho \mathbf{V} \mathbf{n})_\infty, \\ (\mathbf{V} \mathbf{t})_s &= (\mathbf{V} \mathbf{t})_\infty, \\ (p + \rho (\mathbf{V} \mathbf{n})^2)_s &= (p + \rho (\mathbf{V} \mathbf{n})^2)_\infty, \\ (H + \mathbf{V} \mathbf{V} / 2)_s &= (H + \mathbf{V} \mathbf{V} / 2)_\infty,\end{aligned}\quad (2)$$

где  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{t}$  - единичные векторы нормали и касательной к ударной волне, индекс  $\infty$  относится к величинам перед ударной волной, индекс  $s$  - к величинам за ударной волной.

На поверхности тела:  $\mathbf{V} \mathbf{n} = 0$ ,  $\mathbf{n}$  - вектор нормали к поверхности тела. (3)

Система уравнений (1) вместе с граничными условиями в двумерном случае соответствуют условиям теоремы Трикоми и позволяют получить единственное решение, несмотря на нелинейность уравнений.

### Выбор численного метода

Для численного решения задачи в смешанной области исходная система уравнений (1) записывается в координатах, которые позволяют наиболее удобным образом описать границы расчетной области. Т.к. наибольшее применение в космической технике получили формы аппаратов тел вращения, то в пространственном случае обычно использовалась сферическая система координат  $(R, \varphi, \theta, \alpha)$  - угол атаки (рис. 1).

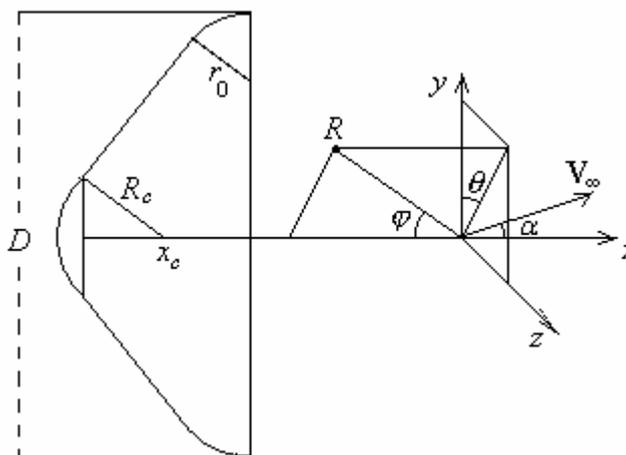


Рис.1. Система координат

Численная схема выводится путем подстановки интерполяционных выражений по выбранным координатным направлениям  $\varphi$  и  $\theta$  в исходную систему уравнений. В

результате получается система обыкновенных дифференциальных уравнений. Тогда, задав ударную волну и получив значения газодинамических функций за ней в узлах сетки, с помощью полученной аппроксимирующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений последовательно выстраиваем решение в ударном слое от ударной волны до тела. Условия непротекания на теле служат условиями для подбора узловых значений формы ударной волны  $R=R_s(\varphi, \theta)$ .

Так как газодинамические функции могут значительно изменяться по величине в зависимости от  $\vartheta$  на отрезке  $[0, 2\pi]$  при больших углах атаки, поэтому лучше использовать аппроксимирующие выражения высокого порядка точности, чтобы уменьшить число узлов аппроксимации. Наиболее удобными оказываются в этом случае кубические сплайны и тригонометрические многочлены.

При расчетах обтекания осесимметричных тел наличие плоскости симметрии течения делает более привлекательными тригонометрические аппроксимации. Они позволяют аппроксимировать функции на вдвое меньшем числе узлов с тем же порядком, если учитывать их четность или нечетность по  $\theta$ . К тому же автоматически выполняется условие периодичности функций по  $\theta$ . Опыт расчета показал, что в этом случае высокая точность решения обеспечивается при четырех-пяти полуплоскостях  $\theta_j = \text{const}$  для тел различной формы и углов атаки до 25 градусов [1]. Высокая точность аппроксимации при таком же количестве полуплоскостей.

При построении численной схемы необходимо выделять наиболее сложные по характеру области течения с тем, чтобы правильно определить количество узлов аппроксимации и шаблоны для этих областей. Как уже отмечалось, обычно трудности расчета связаны с областями, где вырождаются уравнения газовой динамики: в окрестности оси симметрии, поверхности обтекаемого тела, и в области больших градиентов газодинамических функций. По координате  $\varphi$  функции аппроксимировались многочленами разной степени в зависимости от структуры течения. При расчетах тел с разрывом кривизны в окрестности точки разрыва кривизны происходит резкое перестроение течения из-за разрыва производной от скорости на поверхности тела, и при сквозной аппроксимации локальные возмущения из этой окрестности передаются на всю область течения вплоть до оси  $\varphi = 0$ , что приводит к нарушению условия единственности решения. Для локализации возмущений необходимо использовать аппроксимацию производных по переменной  $\varphi$  центральными разностями [1], однако для достижения приемлемой точности необходимо увеличивать число узлов аппроксимации и уменьшать шаг интегрирования аппроксимирующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

В области, примыкающей к замыкающей граничной поверхности, для тел с разрывом кривизны производится сгущение сетки.

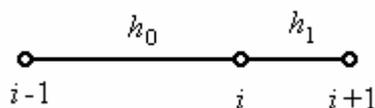


Рис.2. Трехточечный шаблон

Для гладких тел без разрыва кривизны функции  $p$  и  $u$  аппроксимировались по  $\varphi$  многочленами третьего порядка на трехточечном шаблоне (рис. 2), вводя в аппроксимацию значение производной функции, вычисленной на предыдущем отрезке:

$$f'_i = f'_{i-1} + \frac{2h_1 - h_0}{h_1} \left( \frac{f_i - f_{i-1}}{h_0} - f'_{i-1} \right) + \frac{h_0}{h_1} \frac{h_0}{h_0 + h_1} \left( \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{h_0 + h_1} - f'_{i-1} \right),$$

где  $f$  - четная функция,  $h_0$  и  $h_1$  - шаги по  $\varphi$ .

Для нечетных функций  $v$  и  $w$  производные по  $\varphi$  аппроксимируются многочленами второго порядка:

$$f'_i = -f_{i-1} \frac{h_1}{h_0(h_0 + h_1)} + f_i \frac{h_1 - h_0}{h_0 h_1} + f_{i+1} \frac{h_0}{h_1(h_0 + h_1)}.$$

При выводе аппроксимирующей системы уравнений используется преобразование сферической системы координат следующего вида:

$$\xi = \frac{R - R_b(\varphi, \theta)}{R_s(\varphi, \theta) - R_b(\varphi, \theta)}; \eta = \frac{\varphi}{\varphi_g(\xi, \vartheta)}; \vartheta = \theta; (0 \leq \xi \leq 1; 0 \leq \eta \leq 1; 0 \leq \vartheta \leq 2\pi),$$

где  $R=R_s(\varphi, \theta)$  - уравнение ударной волны,  $R = R_b(\varphi, \theta)$  - уравнение поверхности тела,  $\varphi=\varphi_g(\xi, \vartheta)$  - замыкающая граничная поверхность.

Подставляя аппроксимирующие выражения для производных по  $\varphi$  и  $\theta$  в исходные уравнения, получаем аппроксимирующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Затем аппроксимирующая система уравнений разрешается относительно производных по  $\xi$  от узловых значений газодинамических функций, и система уравнений принимает следующий вид (индексы опущены):

$$\frac{dp}{d\xi} = \frac{\rho}{D} (F_u - \frac{R'_\varphi}{R} F_v - \frac{R'_\theta}{R \sin \varphi} F_w - G F_p), \quad \frac{du}{d\xi} = \frac{1}{G} (F_u - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\xi}),$$

$$\frac{dv}{d\xi} = \frac{1}{G} (F_v + \frac{R'_\varphi}{R} \frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\xi}), \quad \frac{dw}{d\xi} = \frac{1}{G} (F_w + \frac{R'_\theta}{R \sin \varphi} \frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\xi}),$$

$$D = 1 + \left( \frac{R'_\varphi}{R} \right)^2 + \left( \frac{R'_\theta}{R \sin \varphi} \right)^2 - \frac{G^2}{c^2},$$

$$F_u = \frac{\varepsilon}{R} (v^2 + w^2) - H \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{\varepsilon}{R \sin \varphi} w \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + \frac{\eta \varphi'_{g\xi}}{\varphi_g} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \eta}$$

$$F_v = \frac{\varepsilon}{R} (w^2 \operatorname{ctg} \varphi - uv) - H \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{\varepsilon w}{R \sin \varphi} \frac{\partial v}{\partial \vartheta} - \frac{1}{\varphi_g} \left( \frac{\varepsilon}{R} + \eta \varphi'_{g\xi} \frac{R'_\varphi}{R} \right) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \eta},$$

$$F_w = -w \frac{\varepsilon}{R} (u + v \operatorname{ctg} \varphi) - H \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{\varepsilon w}{R \sin \varphi} \frac{\partial w}{\partial \vartheta} - \left( \frac{\eta \varphi'_{g\xi}}{\varphi_g} \frac{R'_\theta}{R \sin \varphi} - \frac{\eta \varphi'_{g\vartheta}}{\varphi_g} \frac{\varepsilon}{R \sin \varphi} \right) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \frac{\varepsilon}{R \sin \varphi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \vartheta},$$

$$F_p = -\varepsilon \left( \frac{(2u + v \operatorname{ctg} \varphi)}{R} + D \rho \right) + \eta \frac{\varphi'_{g\xi}}{\varphi_g} \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{R'_\varphi}{R} \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{R'_\theta}{R \sin \varphi} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) - \frac{\varepsilon}{R \varphi_g} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\eta \varphi'_{g\vartheta}}{\varphi_g} \frac{\varepsilon}{R \sin \varphi} \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{H}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \frac{\varepsilon}{R \sin \varphi} \left( \frac{\partial w}{\partial \vartheta} + \frac{w}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right).$$

$$G = u - \frac{R'_\varphi}{R} v - \frac{R'_\theta}{R \sin \varphi} w, \quad H = \frac{1}{\varphi_g} \left( -\eta \varphi'_{g\xi} G + \frac{\varepsilon v}{R} - \frac{\eta \varphi'_{g\vartheta}}{R \sin \varphi} \varepsilon w \right), \quad \varepsilon = R_s - R_b,$$

Система обыкновенных дифференциальных уравнений интегрируется от ударной волны до поверхности тела методом Рунге-Кутты второго или третьего порядка точности с промежуточным шагом. Таким способом достигается аппроксимация дифференциальных операторов с порядком не ниже второго, причем при построении решения не требуется вычислять производные в конечной точке отрезка интегрирования. В качестве замыкающей поверхности можно выбрать коническую сверхзвуковую поверхность, которая касается звуковой поверхности. Опыт расчета показал, что такой выбор замыкающей конической поверхности обеспечивает устойчивость численной схемы и легко алгоритмируется. Условия непротекания на теле  $G_{ij}=0$  служат условиями для подбора узловых значений формы ударной волны  $R_{sij}$  ( $i=1, \dots, I; j=1, \dots, J$ ). Эти условия приводят к вырождению аппроксимирующей системы на поверхности тела. Для

нахождения формы ударной волны применяется итерационный метод Ньютона, и нахождение матрицы итерационного процесса позволяет естественным образом выполнить распараллеливание вычислений.

Таким образом, аппроксимация дифференциальных операторов с порядком не ниже второго и интегрирование система обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты второго или третьего порядка точности с промежуточным шагом позволяют сделать вывод, что предложенная численная схема является схемой второго порядка точности.

### Влияние равновесных химических реакций в воздухе на течение около затупленных конусов

Исследование структуры течения в ударном слое проводилось в основном при изменении скорости набегающего потока в диапазоне  $V_\infty=0.6-7$  км/с при постоянном давлении  $p_\infty$  и температуре  $T_\infty$  перед ударной волной. Начальное решение с точностью  $G_{ij}(\xi=0)<10^{-5}$  ( $i=1,\dots,I; j=1,\dots,J$ ). получалось при достаточно малой скорости  $V_\infty=0.6$  км/с для заданной формы тела, когда за ударной волной в газе отсутствуют физико-химические процессы. Затем скорость увеличивалась на величину  $\Delta V$  (обычно  $\Delta V=10$ м/с), причем начальным приближением были координаты замыкающей поверхности и узловые значения ударной волны  $R_{sij}$  ( $i=1,\dots,I; j=1,\dots,J$ ). В процессе численного решения автоматически выбиралась координата замыкающей поверхности по условию  $\min|V/c-1.001|<0.0001$  при  $\varphi=\varphi_g(\xi, \vartheta)$  и  $0<\xi<1$ . Процедура повторялась до получения решения при  $V_\infty=7$  км/с. Затем скорость изменялась в обратном направлении  $V_\infty=7-0.6$  км/с.

Затупленный по сфере конус имеет две линии сопряжения: сфера-конус и конус-тор, в которых кривизна поверхности терпит разрыв (рис. 1). Разрыв кривизны поверхности вызывает разрыв производной скорости, который распространяется на всю область течения, если линии сопряжения лежат в дозвуковой области течения. Влияние разрыва приводит к немонотонному поведению функций на поверхности тела и на ударной волне.

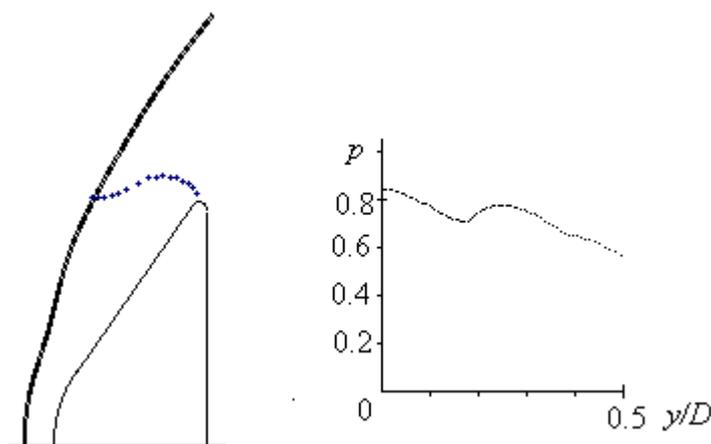
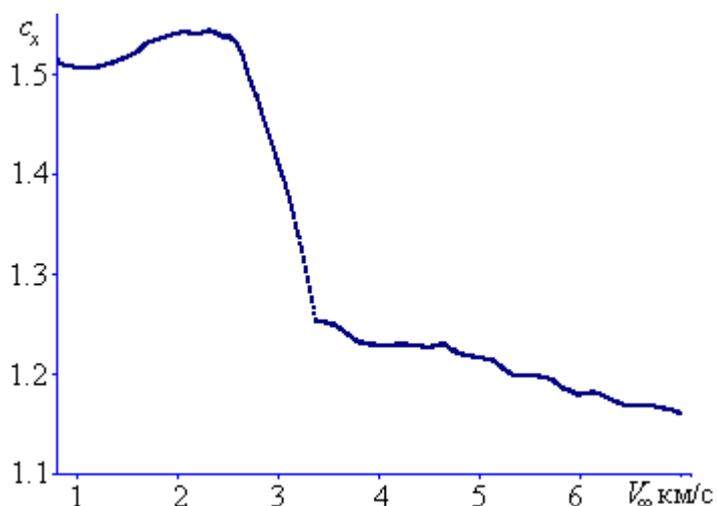


Рис. 3. Обтекание конуса с  $R_c=0.25D$ ,  $r_0=0,02D$ ,  $\theta_k=110^\circ$

На рис. 3 представлены результаты расчета конуса с параметрами: радиус сферы  $R_c=0.25D$ , радиус тороидального закругления  $r_0=0,02D$ , угол раствора конуса  $\theta_k=110^\circ$ . Скорость набегающего потока  $V_\infty=1$  км/с, давление  $p_\infty=100$ Па, температура  $T_\infty=250$ К,  $\alpha=0$ . Давление  $p$  на поверхности тела имеет локальный минимум, а ударная волна – точку перегиба, причем обе особенности расположены вблизи нормали к конусу в точке сопряжения со сферой.

Рис. 4. Коэффициент сопротивления конуса с  $R_c=0.25D$ ,  $\theta_k=110^\circ$ 

При увеличении скорости потока химические реакции вызывают изменение термодинамического состояния воздуха за ударной волной. В результате изменяется структура течения и аэродинамические характеристики конуса.

На рис. 4 приведено изменение коэффициента сопротивления конуса ( $R_c=0.25D$ ,  $\theta_k=110^\circ$ ,  $r_0=0,025D$ ) в зависимости от скорости набегающего потока. При увеличении скорости от 1 до 3.3 км/с коэффициент сопротивления  $c_x$  изменяется немонотонно от величины 1.5 до 1.24, достигая максимума  $c_x = 1.55$  при скорости  $V_\infty=2.3$  км/с. Затем коэффициент сопротивления уменьшается до величины  $c_x = 1.16$  при скорости  $V_\infty=7$  км/с, и это происходит из-за перестройки картины течения в ударном слое.

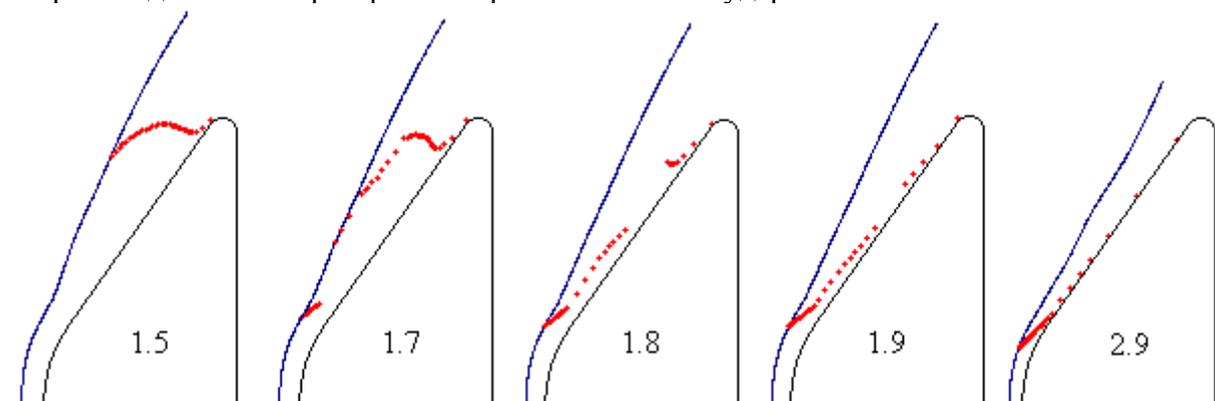


Рис.5. Изменение структуры течения в ударном слое

На рис.5 показано, как изменяется положение и форма ударной волны и звуковой линии при увеличении скорости потока от  $V_\infty=1.5$  км/с до  $V_\infty=2.9$  км/с, когда происходит немонотонное изменение коэффициента сопротивления конуса от значения  $c_x = 1.55$  до  $c_x = 1.4$ . Звуковая точка на ударной волне резко перемещается к точке перегиба ударной волны, а на теле она практически не изменяет своего положения вплоть до величины  $V_\infty=2.4$  км/с. При дальнейшем увеличении скорости звуковая точка на теле перемещается с тороидального закругления кромки на коническую поверхность (при  $V_\infty=2.9$  км/с), когда и происходит резкое падение коэффициента сопротивления конуса от значения 1.55 до 1.4. Дальнейшее перемещение звуковой линии по поверхности конуса к сферическому затуплению вызывает уменьшение коэффициента сопротивления. Необходимо отметить появление локальной сверхзвуковой зоны за ударной волной около точки перегиба при  $V_\infty=1.7$ . Т.к. звуковая линия разделяет области эллиптичности и гиперболичности системы уравнений газовой динамики, следовательно, область решения не является односвязной по типу уравнений. При увеличении скорости набегающего потока линия вырождения

уравнений газовой динамики приближается к конической поверхности и к точкам разрыва кривизны. По условиям теоремы Трикоми для существования единственного решения внутри нормального эллиптического контура функции должны иметь конечные и непрерывные первые производные на линии перемены типа [2].

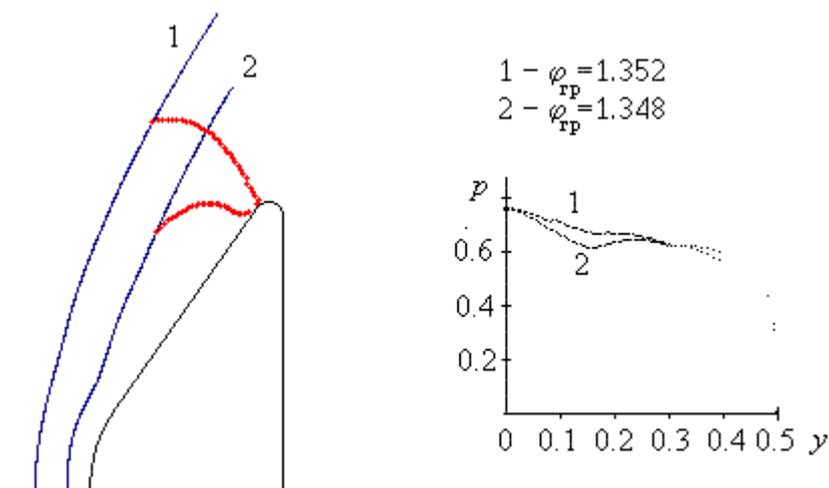


Рис.6. Влияние положения замыкающей поверхности на структуру течения в ударном слое

На рис. 6 представлены результаты двух расчетов обтекания конуса ( $R_c=0.25D$ ,  $\theta_k=110^\circ$ ,  $r_0=0,025D$ ) потоком воздуха с параметрами  $V_\infty=0.8$  км/с,  $p_\infty=100$ Па,  $T_\infty=250$ К,  $\alpha=0$ , отличающиеся только положением замыкающего луча  $\varphi_{rp}=1.352$  и  $\varphi_{rp}=1.348$ . Форма и положение ударных волн и звуковых линий и распределение давления на поверхности конуса показывают, что имеется два различных решения. Координата точки сопряжения тора с конусом  $\varphi_s = 1.345$ , т.е. замыкающая граница решения 2 лежит ближе к точке сопряжения. К тому же линия вырождения 2 проходит вблизи точки сопряжения, где разрыв кривизны контура вызывает разрыв производных составляющих скорости  $u$  и  $v$ .

Таким образом, не соблюдение условий теоремы Трикоми приводит к не единственности решения системы уравнений газовой динамики.

Для подтверждения возможности существования двух решений были проведены расчеты обтекания конусов с различными геометрическими параметрами.

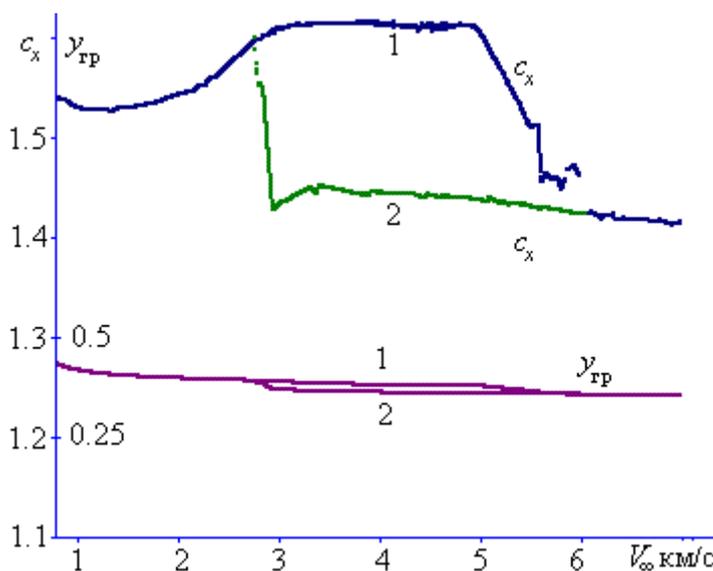


Рис. 7. Коэффициент сопротивления конуса с  $R_c=0.2944D$ ,  $\theta_k=120^\circ$

На рис. 7 нанесены графики коэффициента сопротивления  $c_x(V_\infty)$  и координаты замыкающей поверхности на теле  $y_{гр}(V_\infty)$  при увеличении скорости  $V_\infty$  от 0.8 до 7 км/с (кривые 1) и уменьшении скорости  $V_\infty$  от 7 до 0.8 км/с (кривые 2) для одного и того же конуса ( $R_c=0.294117647D$ ,  $\theta_k=120^\circ$ ,  $r_0=0.044117647D$ ). Для скорости потока  $2.7 < V_\infty < 6$  км/с величины  $c_x$  и  $y_{гр}$  принимают разные значения в зависимости от направления изменения скорости, т.е. имеется два устойчивых независимых решения.

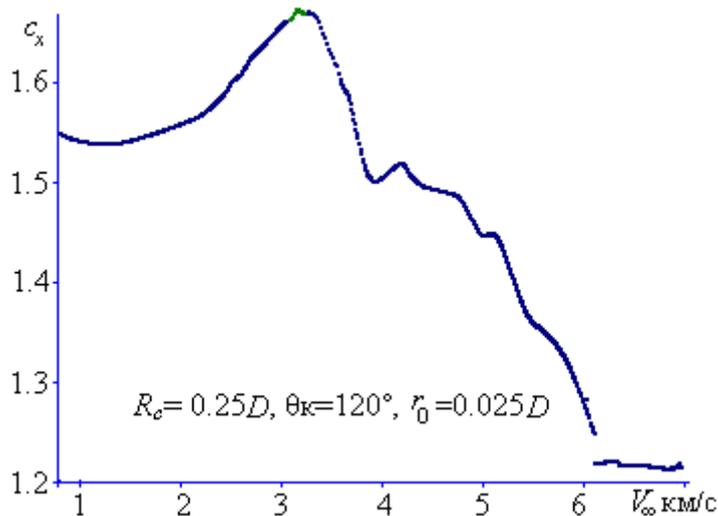


Рис. 8. Коэффициент сопротивления конуса, верхняя ветвь

На рис. 8 представлен график коэффициента сопротивления  $c_x(V_\infty)$  при увеличении скорости  $V_\infty$  от 0.8 до 7 км/с для конуса ( $R_c=0.25D$ ,  $\theta_k=120^\circ$ ,  $r_0=0.025D$ ). Изменение геометрии конуса приводит к перемене зависимости  $c_x$  от скорости, но имеются общие характерные особенности. При скорости  $V_\infty=6$  км/с величина  $c_x$  изменяется скачком, образуя новую кривую. Если от любого значения на этой кривой уменьшать скорость, то образуется новая ветвь графика  $c_x(V_\infty)$  (рис. 9). Нижняя ветвь идет от скорости  $V_\infty=7$  км/с до 2.76 км/с, и  $c_x$  от величины 1.22 совершает скачок до величины 1.62, переходя на верхнюю ветвь. В расчетах обоих конусов две ветви решения появляются в диапазоне скоростей  $2.7 < V_\infty < 6$  км/с, когда в ударном слое протекают химические реакции диссоциации кислорода  $O_2$  и азота  $N_2$ .

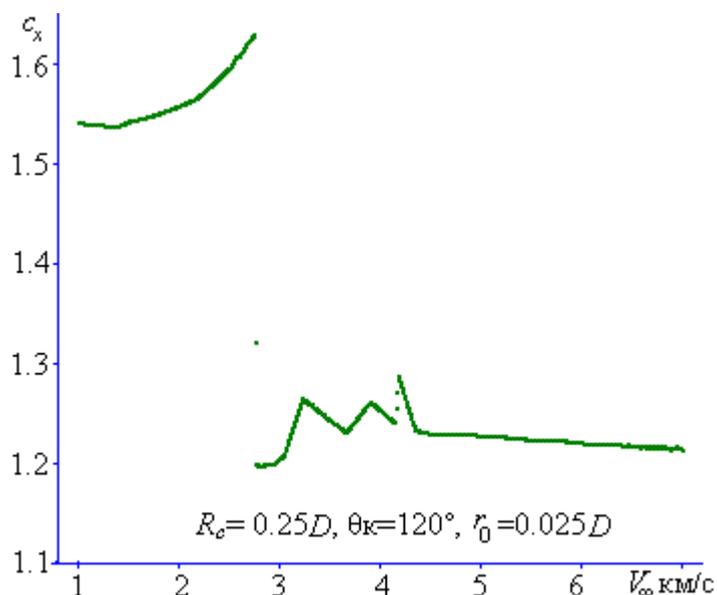


Рис. 9. Коэффициент сопротивления конуса, нижняя ветвь

Пилообразное поведение графика  $c_x(V_\infty)$  при изменении скорости от 4.6 до 3 км/с связано с протеканием реакции  $O_2=O+O$ .

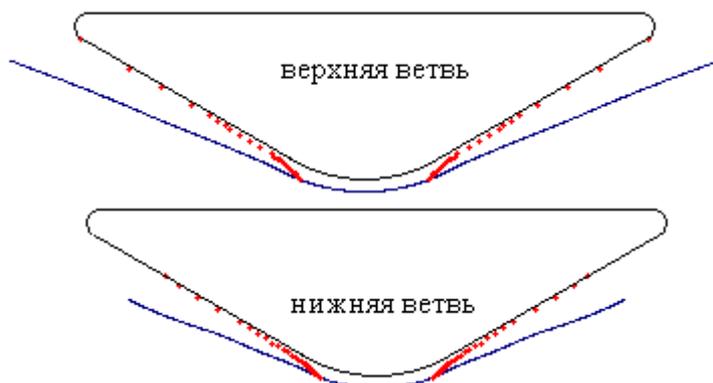


Рис. 10. Физическая картина обтекания конуса с  $R_c=0.25$ ,  $\theta_k=120^\circ$

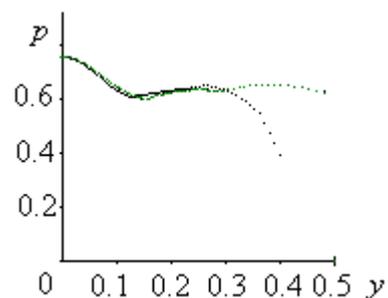


Рис. 11. Распределение давления на поверхности конуса с  $R_c=0.25$ ,  $\theta_k=120^\circ$

На рис. 10 показана картина течения около конуса с  $R_c=0.25D$ ,  $\theta_k=120^\circ$ ,  $r_0=0.025D$  при  $V_\infty=3.2$  км/с для верхней ветви ( $c_x=1.57$ ) и нижней ветви ( $c_x=1.15$ ). Граничная поверхность для верхней ветви проходит по тороидальной поверхности, а для нижней кривой – по поверхности конуса. Разница в отходе ( $\Delta \varepsilon=0.0025D$ ) и форме ударной волны не значительна, но распределение давления на поверхности конуса существенно отличаются для разных ветвей (рис. 11).

Такое поведение величины  $c_x(V_\infty)$  может значительно повлиять на расчет траектории аппарата конической формы, если не учитывать равновесное протекание химических реакций в ударном слое, т.к. его скорость уменьшается при торможении в атмосфере.

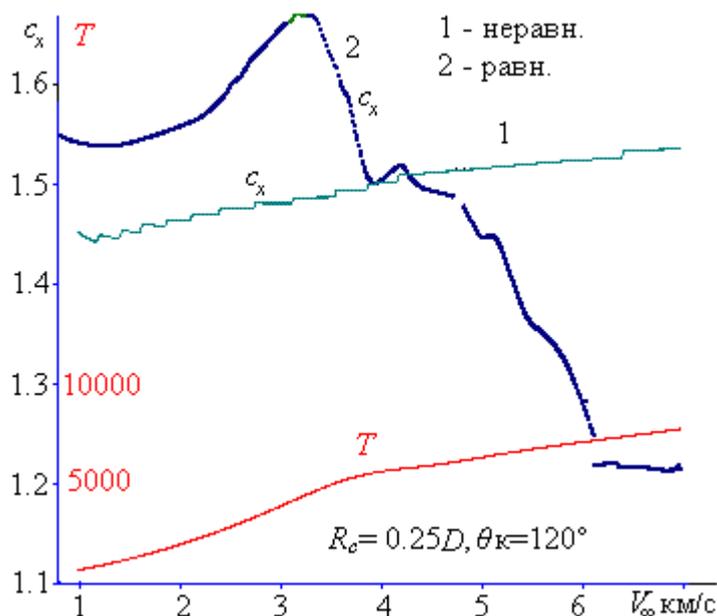


Рис. 12. Зависимость коэффициента  $c_x$  и температуры от  $V_\infty$  при обтекании конуса с  $R_c=0.25$ ,  $\theta_k=120^\circ$  неравновесным воздухом

На рис. 12 приводятся результаты расчета конуса с  $R_c = 0.25D$ ,  $\theta_k = 120^\circ$  потоком неравновесного воздуха. Представлены зависимости коэффициента сопротивления  $c_x$  и температуры торможения  $T$  от  $V_\infty$ , которые монотонно увеличиваются при возрастании скорости набегающего потока от 1 до 7 км/с. При уменьшении скорости от 7 до 1 км/с графики функций не изменяются. Здесь же для сравнения нанесена верхняя ветвь  $c_x$  для равновесного случая.

При проведении расчетов по предложенной численной схеме основное внимание уделялось точности получаемых результатов. С этой целью расчеты проводились на различных сетках, причем варьировались, в основном, шаги по переменным  $R$  и  $\varphi$ . Варьирование шага по  $R$  ( $0.001 < h_\xi < 0.008$ ) выполнялось для неравновесных течений газа, так как величины температуры и концентраций компонентов изменяются более существенным образом поперек ударного слоя. К тому же измельчение шага требовалось при интегрировании уравнений химических реакций. По переменной  $\varphi$  варьировалось число полос в каждой полуплоскости от  $I=5$  до  $I=9$ .

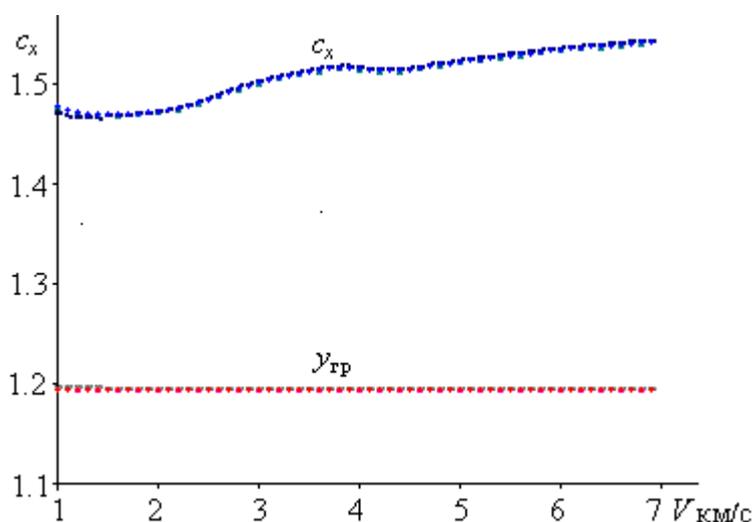


Рис. 13. Зависимость коэффициента  $c_x$  и координаты замыкающей поверхности на теле  $y_{tr}$  от  $V_\infty$  при обтекании сегмента с  $R_c = D$  равновесным воздухом

На рис. 13 представлены расчеты обтекания сегмента с  $R_c = D$  потоком равновесно диссоциирующего воздуха со скоростью  $V_\infty = 1-7$  км/с, давление  $p_\infty = 100$  Па, температура  $T_\infty = 250$  К для числа полос  $I = 6, 7, 8$ . Кривые функций коэффициента сопротивления  $c_x(V_\infty)$  и координаты замыкающей поверхности на теле  $y_{tr}(V_\infty)$  при увеличении скорости совпадают на графике во всем диапазоне. Расчет в обратном направлении приводит к тем же результатам, что говорит о высокой точности расчетов по представленной схеме. Это подтверждается и сравнением с экспериментом в аэродинамических трубах ЦАГИ, ЦНИИМАШ, НИИ механики МГУ [4, 5].

Таким образом, только в равновесном случае система уравнений газовой динамики имеет два независимых решения в диапазоне скоростей  $3 \text{ км/с} < V_\infty < 7 \text{ км/с}$ , когда в ударном слое протекают химические реакции.

## Заключение

На основе разработанной численной схемы проведены расчеты обтекания затупленных конусов с различными геометрическими параметрами потоком равновесно диссоциирующего воздуха. Исследования позволили выявить некоторые закономерности в поведении газодинамических функций в минимальной области влияния затупления тела

из-за влияния физико-химических процессов на структуру течения между ударной волной и затупленным телом. При равновесных химических реакциях происходит сильное изменение термодинамического состояния газовой смеси в ударном слое. Это приводит к резкому изменению формы звуковой поверхности, которая является поверхностью перемены типа уравнений газовой динамики. Разрыв кривизны поверхности тела в точках сопряжения сфера-конус и конус-тор вызывает разрыв производной скорости, который распространяется на всю эллиптическую область, что нарушает условие существования единственного регулярного решения для уравнений смешанного типа [2]. Вследствие этого структура течения около конических тел в значительной мере зависит от скорости набегающего потока и угла раствора конуса, и при больших скоростях линия вырождения на теле переходит с тора на коническую часть поверхности тела. Проведенные расчеты при увеличении и уменьшении скорости набегающего потока показали, что положение звуковой поверхности зависит от направления изменения величины скорости, и для разных направлений появляются два независимых решения.

Химические реакции в смеси  $O_2$ ,  $N_2$  в ударном слое протекают последовательно в зависимости от величины скорости потока. Если скорость потока превышает величину 3 км/с, за ударной волной протекает реакция диссоциации  $O_2 = O + O$  вплоть до величины скорости 5 км/с. При  $V > 5$  км/с за ударной волной начинается реакция диссоциации азота  $N_2 = N + N$ . Состав воздушной смеси в ударном слое состоит в основном из молекул  $O_2$ ,  $N_2$  при  $V < 3$  км/с, из молекул  $O_2$ ,  $N_2$  и атомов  $O$  при  $V < 5$  км/с, из атомов  $O$  и  $N$  и молекул  $N_2$  при  $V > 5$  км/с [3]. Поэтому две различные ветви решения уравнений газовой динамики появлялись в диапазоне скоростей набегающего потока  $3 \text{ км/с} < V < 7 \text{ км/с}$ . При неравновесных химических реакциях решение имело одну ветвь независимо от направления изменения скорости набегающего потока.

Таким образом, численный метод расчета обтекания тел позволил провести подробное исследование конических тел различной конфигурации при гиперзвуковых скоростях полета в воздушной атмосфере с учетом равновесных химических реакций в ударном слое и выявить существование двух различных решений.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы фундаментальных исследований Президиума РАН №17 "Параллельные вычисления и многопроцессорные вычислительные системы".

## Литература

1. Голомазов М.М. Численная схема для исследования влияния химических процессов при гиперзвуковом обтекании затупленных тел. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-04-22-001.pdf>
2. Трикоми Ф. О линейных уравнениях смешанного типа. ОГИЗ, ГОСТЕХИЗДАТ, 1947, 192с.
3. Голомазов М.М. Исследование неравновесных химических реакций в ударном слое около спускаемого аппарата при торможении в атмосфере земли. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2008. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-10-23-007.pdf>
4. Голомазов М.М., Финченко В.С., Иванков А.А., Шматов С.И. Пакет программ для системы автоматизированного аэродинамического проектирования спускаемых в атмосферах планет аппаратов. Вестник ФГУП НПО им. С.А.Лавочкина, 2011. №2, С.20-25
5. Голомазов М.М. Влияние физико-химических процессов на структуру течения в ударном слое около спускаемого аппарата. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2011. Том 11. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2011-01-13-001.pdf>

Статья поступила в редакцию 5 апреля 2011 г.