

УДК 532.5+533.6.011

СТРУКТУРА УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ПУЗЫРЬКОВОЙ И ПОРИСТОЙ ЖИДКОСТИ**В.Ю. Великодный^{1,2}, А.А. Быков²***1 – Институт прикладной механики РАН, г. Москва**2 – Московский физико-технический институт (государственный университет), Москва
vvelikodny@mail.ru***Аннотация**

Теоретически исследуется структура ударной волны в пузырьковой или пористой жидкости при высоких объемных газосодержаниях $0,3 < \varphi < 0,98$. Приведены расчеты профилей скоростей, поперечной и продольной «температур» и теплового потока, диагональных членов тензора напряжений и диагональных членов тензора вязких (касательных) напряжений по толщине ударной волны в газожидкостном потоке при разных числах Маха и объемных газосодержаниях. Приведены зависимости отношения диаметра пузырька к толщине ударной волны при различных газосодержаниях и числах Маха газодисперсного потока. Теоретически и экспериментально исследуются процессы дробления пузырьков в зоне поступательной неравновесности во фронте ударной волны. Рассмотрены механизмы, определяющие дробление пузырьков в ударной волне.

SHOCK WAVE STRUTURE IN BUBBLE AND POROUS LIQUID

Authors have theoretically investigated shock wave structure in bubble and porous liquid at high volume ratio (the ratio of gas volume to gas and liquid mixture volume) in the ranged $0,3 < \varphi < 0,98$. Calculations of profiles of gas and liquid speeds, temperature, diagonal components of stress tensor, viscous stress in every point of shock wave were included in this paper. There is the dependence of shock wave thickness on bubble diameter. The bubble destroying has been theoretically and experimental investigated. Different mechanisms of bubble destroying were considered.

I. Введение.

Исследование структуры ударной волны и устойчивости течения в газожидкостной смеси при высоких объемных газосодержаниях $\varphi \geq 0,3$ актуально и имеет важное значение в фундаментальном и прикладном аспектах. Это обусловлено в первую очередь тем, что при течении в трубах пузырьковой жидкости при объемном газосодержании $\varphi > 0,3$ обычно происходит переход из пузырькового режима течения в поршневой [1]. Течения при газосодержаниях $0,3 \leq \varphi \leq 0,98$ реализовать непросто и существует ограниченное число теоретических и экспериментальных работ [2-8], посвященных течениям в трубах, струях, в том числе, и при наличии ударных волн. Следует отметить, что при $\varphi \geq 0,74$ понятие пузырьковый режим течения, вообще говоря не верно, так как при этих газосодержаниях пузырьки деформируются и сильно влияют друг на друга. Поэтому было введено понятие пористая жидкость [6-8]. Для предотвращения слияния пузырьков применяют различные технические приемы, увеличивающие турбулизацию потока [9], или ударноволновую обработку [6-7]. Сама газожидкостная среда при $\varphi \geq 0,3$ имеет одну качественную особенность, сильно отличающую ее от газа и жидкости, а именно - скорость звука в такой среде может быть на порядок меньше скорости звука в газе и на два порядка ниже, чем в жидкости [1,2]. Скорость звука в такой среде может быть оценена из соотношения [1,2]:

$$a = \sqrt{\frac{nP}{\rho_1 \varphi (1 - \varphi)}} \quad (1.1)$$

где n - показатель политропы, P - давление в газожидкостном потоке, ρ_1 - плотность жидкой фазы, φ - объемное газосодержание. Из (1.1) получается [1,2], что скорость звука в газожидкостной среде при $\varphi \approx 0,5$, $P=1$ атм. может быть порядка 23 м/сек. Эти выводы подтверждаются и экспериментом [2]. Это открывает широкие возможности для технологических применений, так как во фронте ударной волны в режиме адиабатического сжатия могут возникать высокие температуры [10], в том числе и весьма высокие [11]. Второй характерной особенностью пузырьковых сред ($0,3 \leq \varphi \leq 0,74$) и пористых жидкостей ($\varphi \geq 0,74$) является наличие большой удельной поверхности раздела фаз газ – жидкость. Последнее, естественно, приводит к ускорению протекания гетерогенных реакций. Скорости этих реакций возрастают также и при уменьшении диаметра пузырьков. Эти факторы делают заманчивым использовать свойства таких сред для применения в науке, народном хозяйстве, промышленности. Устройства и установки с использованием таких гетерогенных сред уже используются для создания экологической техники [12], при разработке новых видов топлив («активированного пористого топлива») для решения проблем энергетики и авиации [10, 13]. Как отдельный элемент конструкции, в таких устройствах используются ударно-волновые генераторы, представляющие собой сопло Лавалю, в нем газодисперсный поток истекает в нерасчетном режиме и образуется прямой скачек уплотнения в виде диска Маха. Также используется вихревое сопло с жидкими стенками в виде вихрей [14,15], из которого сверхзвуковая струя натекает на цилиндр или сферу. Для применения в энергетике и авиации [10,13] ударная волна используется для наработки радикалов и продуктов сгорания при адиабатическом сжатии пузырьков с целью ускорения цепных реакций при сгорании углеводородов [16]. Для применений в области создания экологической техники [12] и химической промышленности ударная волна используется в основном для дробления пузырьков и создания микродисперсной пузырьковой и микропористой жидкости. Отметим, что структура фронта ударной волны в пузырьковой или пористой жидкости при $0,3 \leq \varphi \leq 0,98$ была слабо исследована в теоретическом и экспериментальном планах в силу вышеуказанных причин. Эффекты поступательной неравновесности в ударных волнах в таких средах исследовались в относительно небольшом количестве работ [7,8,10,11]. Причем исследовалось в основном влияние адиабатического сжатия пузырьков во фронте ударной волны на кинетику физико – химических превращений. Влияние эффектов поступательной неравновесности на процессы дробления пузырьков при $0,3 \leq \varphi \leq 0,98$ не исследовалось, а именно они определяют число Вебера дробления пузырьков за счет касательных напряжений:

$$We_{dr} = \frac{\tau}{2\sigma/r} = \frac{P_{||} - P_{\perp}}{4\sigma/3r} \quad (1.2)$$

где τ - касательное напряжение, σ - поверхностное натяжение, r - радиус пузырька, $P_{||}$ - диагональный компонент тензора напряжений, направленный вдоль фронта ударной волны и P_{\perp} - диагональный компонент тензора напряжений, направленный поперек фронта ударной волны. В дальнейшем данные величины будем называть «продольным и поперечным давлениями». Понятие продольного и поперечного компонентов тензора напряжений (анизотропии «давления» и «температур») является обыденным, для газов и газовых смесей и исследовалось давно [17,18]. Следует отметить существенное отличие характерных параметров толщины фронта ударной волны в жидкостях и газах от характерного параметра толщины фронта ударной волны в пузырьковой или пористой жидкости при $0,3 < \varphi < 0,98$. В жидкостях и газах характерным параметром толщины фронта ударной волны является дли-

на свободного пробега молекул или атомов λ [17-19]. В пузырьковых и микропористых жидкостях характерным размером, определяющим толщину фронта ударной волны, является средний диаметр пузырьков $-d$ [2,3,7,8]. Причем, в выражение для толщины ударной волны в пузырьковой или пористой жидкости ($0,3 \leq \varphi \leq 0,98$), кроме числа Маха, входит объемное газосодержание φ , которое во многом определяет величину толщины ударной волны [7,11]. Следует отметить, что при $\varphi \sim 0,38$ толщина ударной волны может превышать характерный размер течения даже при больших числах Маха, в этом случае ударная волна вырождается в волну сжатия [11]. Поэтому, несмотря на большую энергию, вложенную в поток, эффекта дробления может и не быть. Отметим, что устройства и конструкции установок [10, 12,13] создавались при отсутствии серьезной фундаментальной базы в теории структуры ударных волн в пузырьковых и пористых жидкостях, в частности, эффектов поступательной неравновесности. Их создание основывалось на интуиции авторов, их опыте, анализе большого количества экспериментального материала, и это приводило к нерациональному расходованию человеческих ресурсов и большим материальным затратам при проведении большого количества экспериментов.

Таким образом, исследование распределения параметров потока по толщине ударной волны (эффектов поступательной неравновесности) в пузырьковых и пористых жидкостях является актуальной задачей в фундаментальном и прикладном аспектах.

II. Постановка задачи и решение.

В основу теории структуры ударной волны в пузырьковой или пористой жидкости ($0,3 \leq \varphi \leq 0,98$) положены модельные представления о гетерогенной среде как о системе взаимопроникающих компонентов (фаз) [1,4,5]. Для описания диссипативных механизмов используется «ячеечная» модель гетерогенной среды [1,4,5]. Кроме того, для описания механизмов переноса и диссипативных процессов в ударной волне использованы идеи и представления «двухжидкостной» модели среды (Ландау – тория сверхтекучести жидкого гелия, Тамм, Мотт-Смит – теория структуры ударной волны в газах), разрабатываемые ранее применительно к газовым смесям и дисперсным средам [18,20,21]. Их суть состоит в том, что каждая фаза в отдельности сама представляет две «группы», характеризующиеся своими средними газодинамическими параметрами. Каждая группа в свою очередь состоит из пузырька и присоединенного к нему объема жидкости. Взаимодействие и диффузия «групп» во фронте ударной волны осуществляется за счет турбулентного переноса. Обмен энергией и импульсом между «группами» происходит на их поверхности раздела. Таким образом, в набегающем потоке и за фронтом используется односкоростная модель [22,23]. Во фронте ударной волны используется многоскоростная модель [24]. Отличие от [24] состоит в том, что, согласно вышесказанному, каждая фаза разбивается на две «группы» по аналогии с теорией структуры ударных волн в газах (Тамм, Мотт-Смит). Дополнительным условием, используемым нами при выводе исходных уравнений для описания структуры ударной волны в пузырьковой или микропористой жидкости ($0,3 \leq \varphi \leq 0,98$), является предположение, что энтальпия в жидкой фазе в скачке не меняется [2,3]. С учетом вышесказанного можно записать следующие уравнения [7,8]:

$$\rho_I^s \phi_s^s C_I + \rho_{II}^s \phi_\tau^s C_{II} = A_{I1}. \quad (2.1)$$

$$\rho_I^l \phi_s^l C_I + \rho_I^l \phi_\tau^l C_{II} = A_{I2}. \quad (2.2)$$

$$\phi_s^s + \phi_\tau^s + \phi_s^l + \phi_\tau^l = 1. \quad (2.3)$$

$$\rho_s C_I^2 + P_I(\phi_s^g + \phi_s^l) + \rho_\tau C_{II}^2 + P_{II}(\phi_\tau^g + \phi_\tau^l) = A_{I3}. \quad (2.4)$$

$$\frac{\rho_s C_I^3}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} P_I \phi_s^g C_I + \frac{\rho_\tau C_{II}^3}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} P_{II} \phi_\tau^g C_{II} = A_{I4}. \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{d(X/d_{bab})} \left\{ \frac{\gamma-3}{2(\gamma-1)} (P_I \phi_s^g C_I + P_{II} \phi_\tau^g C_{II}) \right\} = -\frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{n M_I^2}{\phi_I^{2/3} (1-\phi_I)^{4/3}} \Gamma_{11} \left(1 - \frac{C_{II}}{C_I} \right)^3 \phi_s^l \phi_\tau^l. \quad (2.6)$$

где $A_{I1}, A_{I2}, A_{I3}, A_{I4}$ - известные константы [2,3], ρ_l - плотность жидкой фазы, ρ_I^g, ρ_{II}^g - плотности газовой фазы в набегающем потоке и за ударной волной соответственно, C_I, C_{II} - скорости потока перед и за ударной волной, P_I, P_{II} - давление до и за фронтом, ϕ_s^g, ϕ_τ^g - объемные содержания групп из газовой фазы и ϕ_s^l, ϕ_τ^l - объемные содержания групп из жидкой фазы - суть переменные, зависящие от текущей координаты $-X$, n - показатель политропы, γ - показатель адиабаты, M_I - число Маха в набегающем потоке, Γ_{11} - константа, определяется из эксперимента, ϕ_I - объемное газосодержание в набегающем потоке, d_{bab} - средний диаметр пузырьков в набегающем потоке, далее просто - d .

В качестве граничных условий (и для связи параметров потока до фронта и за фронтом) используются соотношения на ударной волне типа Ренкина-Гюгонио [2,3]:

$$\varphi_{II} = \frac{1 - \zeta^2 (1 - \varphi_I)^2}{1 + \zeta^2 (1 - \varphi_I) \left(\frac{2k_I \varphi_I}{k_I - 1} - 1 \right)}. \quad (2.7)$$

$$\frac{C_{II}}{C_I} = \frac{1 / \zeta^2 + (1 - \varphi_I) \left(\frac{2k_I \varphi_I}{k_I - 1} - 1 \right)}{\varphi_I \left(\frac{2k_I}{k_I - 1} - 1 \right)}. \quad (2.8)$$

$$\frac{P_{II}}{P_I} = 1 + \frac{M_I^2 k_I}{\varphi_I} \left[1 - \frac{C_{II}}{C_I} \right]. \quad (2.9)$$

$$\frac{T_{II}}{T_I} = \frac{P_{II} C_I \varphi_I}{P_I C_{II} \varphi_{II}}. \quad (2.10)$$

$$\zeta^2 = 1 / \left[1 + \frac{2k_I}{k_I - 1} \frac{\varphi_I^2}{n_I M_I^2} \right]. \quad (2.11)$$

где n_I - показатель политропы, k_I - показатель адиабаты в набегающем потоке, T_I, T_{II} - температура до фронта и за фронтом ударной волны, φ_{II} - объемное газосодержание за фронтом ударной волны. Жидкость считается несжимаемой. Выражение для плотности газа после ударной волны легко получается из уравнения сохранения потока массы газа:

$$\rho_{II}^g = \frac{\rho_I^l (1 - \varphi_I) C_I}{\varphi_{II} C_{II}} + \frac{\rho_I^g \varphi_I C_I}{\varphi_{II} C_{II}} - \frac{\rho_I^l (1 - \varphi_{II})}{\varphi_{II}}. \quad (2.12)$$

Аналитическое решение уравнений (2.1) – (2.6) выглядит следующим образом [7,8]:

$$\varphi_s^l = \frac{1 - \varphi_I}{1 + \exp(4X / \delta)}. \quad (2.13)$$

$$\varphi_s^g = \frac{\varphi_I}{1 - \varphi_I} \varphi_s^l. \quad (2.14)$$

$$\varphi_\tau^g = \frac{\varphi_{II}}{\varphi_I} (\varphi_I - \varphi_s^g). \quad (2.15)$$

$$\varphi_\tau^l = \frac{(1 - \varphi_{II})}{(1 - \varphi_I)} (1 - \varphi_I - \varphi_s^l). \quad (2.16)$$

где δ -толщина ударной волны, X -координата вдоль фронта ударной волны. Отношение среднего диаметра пузырька в набегающем потоке к толщине ударной волны определяется из следующих соотношений:

$$\frac{d_{bub}}{\delta} = \frac{1}{4} B(1 - \varphi_I). \quad (2.17)$$

$$B = \left| \frac{4\sqrt{2} nM_I^2 (1 - \varphi_{II}) \Gamma_{II}}{\sqrt{3\pi} \varphi_I^{5/3} (1 - \varphi_I)^{4/3}} \cdot \frac{(1 - C_{II} / C_I)^3}{\frac{k_I - 3}{2(k_I - 1)} \left(\frac{\varphi_{II} P_{II} (1 - \varphi_I)}{\varphi_I P_I (1 - \varphi_{II})} - 1 \right)} \right|. \quad (2.18)$$

III. Эффекты поступательной неравновесности во фронте ударной волны в пузырьковой и пористой жидкости ($0,3 < \varphi < 0,98$).

Выражения для средней плотности среды ρ и средней скорости смеси U_0 получаются по аналогии, как это делается в кинетической теории газовых смесей [18,20,21]:

$$\rho = \rho_I (\varphi_s^l + \varphi_\tau^l) + \rho_I^g \varphi_s^g + \rho_{II}^g \varphi_\tau^g. \quad (3.1)$$

$$U_0 = (\rho_I (\varphi_s^l C_I + \varphi_\tau^l C_{II}) + \rho_I^g \varphi_s^g C_I + \rho_{II}^g \varphi_\tau^g C_{II}) / \rho. \quad (3.2)$$

Для определения скорости жидкой и газовой фаз воспользуемся законом сохранения потока в следующем виде:

$$\rho_I C_I (1 - \phi) = \rho_l U_l (1 - \phi). \quad (3.3)$$

$$\rho_I^g C_I \phi_I = \rho^g U_g \phi.$$

Где U_l – средняя парциальная скорость жидкости, U_g -средняя парциальная скорость газовой фазы. В данных формулах учтен тот факт, что жидкость является несжимаемой, плотность газовой фазы растет по толщине ударной волны. Из формул изменения параметров по толщине ударной волны можно получить следующие соотношения:

$$1 - \varphi = \varphi_s^l + \varphi_\tau^l = 1 - \varphi_{II} + \frac{\varphi_{II} - \varphi_I}{1 - \varphi_I} \varphi_s^l \quad (3.4)$$

$$\rho^g \varphi = \rho_I^g \varphi_s^g + \rho_{II}^g \varphi_s^g = \rho_I^g \frac{\varphi_I}{1 - \varphi_I} \varphi_s^l + \rho_{II}^g \frac{\varphi_{II}}{1 - \varphi_I} (1 - \varphi_I - \varphi_s^l) \quad (3.5)$$

Где ρ_I^g и ρ_{II}^g – плотности газа до и после ударной волны, φ_I , φ_{II} – газосодержания до и после ударной волны, C_I , C_{II} – скорости потока до и после ударной волны. После некоторых упрощений получаются следующие соотношения для средних парциальных скоростей жидкой и газовой фаз во фронте ударной волны:

$$U_l = C_I (1 - \varphi_I) \frac{1}{1 - \varphi_{II} + \frac{\varphi_{II} - \varphi_I}{1 - \varphi_I} \varphi_s^l}. \quad (3.6)$$

$$U_g = \frac{C_I (1 - \varphi_I) \rho_I^g \varphi_I}{\rho_I^g \varphi_I \varphi_s^l + \rho_{II}^g \varphi_{II} (1 - \varphi_I - \varphi_s^l)}. \quad (3.7)$$

На Рис. 1. показана зависимость средних парциальных скоростей жидкой и газовой фаз по толщине ударной волны. Видно, что фазы в каждой точке движутся с одной скоростью, т. е. отрыва скоростей фаз не происходит и каждая из фаз движется со средней скоростью, определяемой формулой: либо (3.2), либо (3.6), либо (3.7). В дальнейшем будет показано, что из-за сильных пульсаций скоростей фаз (диффузионных скоростей «групп») в ударной волне возникают значительные касательные напряжения. Это приводит к тому, что, несмотря на значительный градиент давления и, соответственно, силы Архимеда, действующей на пузырек, силы, обусловленные вязкостью, настолько велики, что скорость газа практически равна скорости жидкости. Далее координата X обезразмеривается на δ – толщину ударной волны. Согласно определению Прандтля (см. [25]):

$$\frac{d_{bab}}{\delta} = \left(\frac{d\rho}{d(X/d_{bab})} \right)_{\max} \frac{1}{\rho_{II} - \rho_I}$$

Отметим также, что исходя из (2.17) обезразмеривание можно провести и по среднему диаметру пузырька.

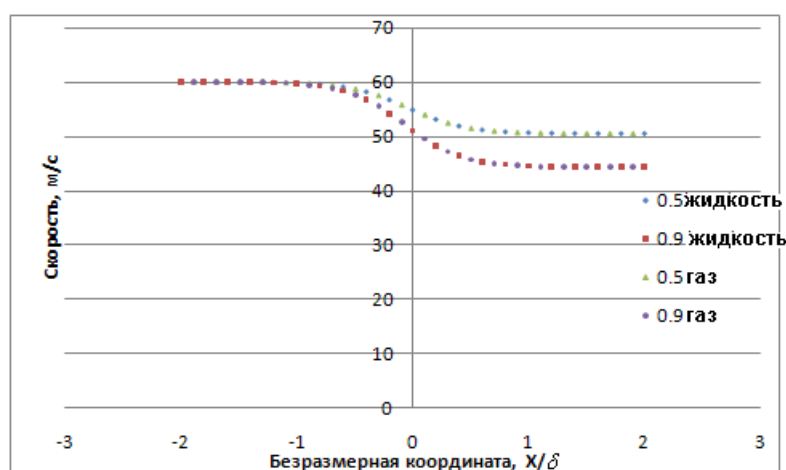


Рис. 1. Зависимости средних парциальных скоростей жидкой и газовой фаз (U_l , U_g) от безразмерной координаты X / δ . Верхняя кривая получена при газосодержании 0,5, нижняя при газосодержании 0,9. Видно совпадение скоростей фаз.

Из модели частиц в «ячейках» можно определить продольную и поперечную составляющую тензора напряжений во фронте ударной волны [1,5]. Для этого необходимо ввести диффузионные скорости компонентов потока [18,20]:

$$\begin{aligned}W_s^l &= C_I - U_0 \\W_\tau^l &= C_{II} - U_0 \\W_s^g &= C_I - U_0 \\W_\tau^g &= C_{II} - U_0\end{aligned}\quad (3.8)$$

С использованием, введенных таким образом диффузионных скоростей компонентов, получаются следующие выражения для продольной $P_{||}$ и поперечной P_{\perp} составляющих тензора напряжений:

$$P_{||} = P_I(\varphi_s^g + \varphi_s^l) + P_{II}(\varphi_\tau^l + \varphi_\tau^g) + \rho_I^g \varphi_s^g (W_s^g)^2 + \rho_{II}^g \varphi_\tau^g (W_\tau^g)^2 + \rho_I^l (\varphi_s^l (W_s^l)^2 + \varphi_\tau^l (W_\tau^l)^2) \quad (3.9)$$

$$P_{\perp} = P_I(\varphi_s^g + \varphi_s^l) + P_{II}(\varphi_\tau^l + \varphi_\tau^g) \quad (3.10)$$

Как видно из выражений, диагональные члены тензора напряжений не равны друг другу. По определению (см. [26]) давление и диагональные компоненты тензора касательных напряжений определяются из следующих выражений:

$$\begin{aligned}P &= \frac{P_{||} + 2P_{\perp}}{3} \\ \tau_{||} &= P_{||} - P = \frac{2}{3}(P_{\perp} - P_{||}) \\ \tau_{\perp} &= P_{\perp} - P = \frac{1}{3}(P_{\perp} - P_{||})\end{aligned}\quad (3.11)$$

На Рис. 2. показана зависимость давления, поперечного и продольного давлений по толщине ударной волны. Видно, что эти параметры монотонно растут с координатой. В работе [3] приводятся результаты измерения давления по толщине ударной волны в пузырьковой жидкости. Видно, что теоретические зависимости и экспериментальные зависимости качественно подобны. К сожалению, в работе [3] не указаны все параметры набегающего потока для подробного обсчета и количественного сравнения зависимостей.

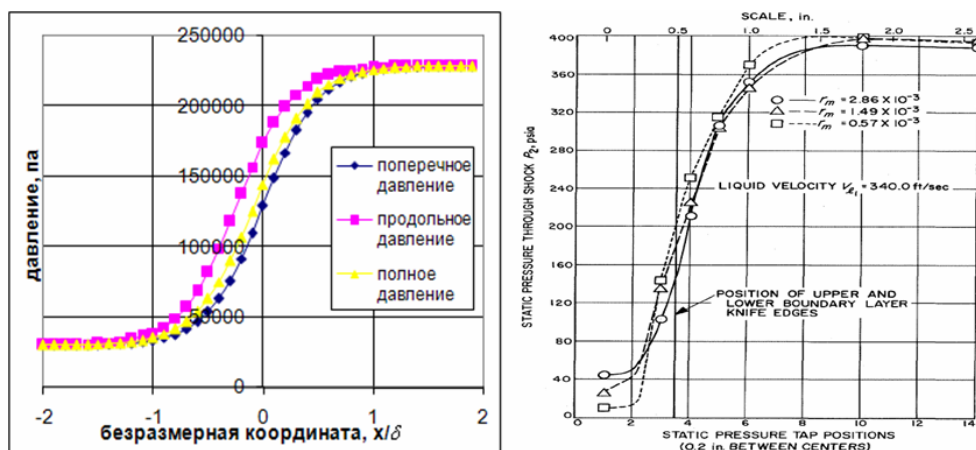


Рис.2. Изменение продольной, поперечной составляющих тензора напряжения и давления P_{11}, P_{\perp}, P (в Па) вдоль фронта ударной волны в зависимости от безразмерной координаты X/δ , число Маха - $M = 1,69$, объемное газосодержание $\varphi = 0,5$. Слева приведена экспериментальная зависимость давления, приведенная в работе [3]. На левом графике размерность давления фунт на квадратный дюйм, координаты-дюйм, скорости-фут в секунду, r_m - массовая концентрация газа.

На Рис. 3. показана зависимость (от безразмерной координаты) отношения касательных напряжений к статическому давлению потока (до ударной волны) во фронте ударной волны при разных числах Маха. Максимум данных зависимостей достигается в центре волны. Как видно, необходимо достигнуть значительных чисел Маха для того, чтобы касательные напряжения достигли десятой доли статического давления в набегающем потоке.

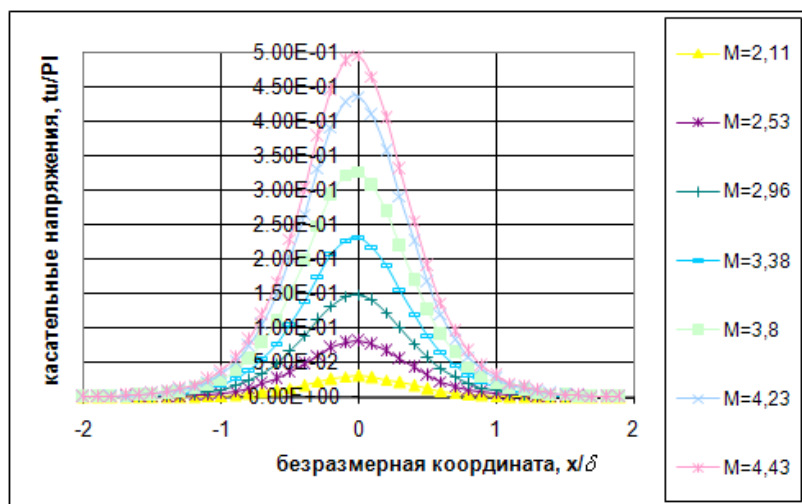


Рис. 3. Зависимость отношения касательных напряжений к начальному статическому давлению потока (τ_{11} / P_1) от безразмерной координаты X/δ в ударной волне при разных значениях числа M в набегающем потоке и объемном газосодержании $\varphi = 0,5$.

На Рис. 4 показано значение «максимальной» (в центре профиля ударной волны) величины отношения вязких напряжений к статическому давлению в набегающем потоке при разных газосодержаниях. Из рисунка 4 видно, что при увеличении объемного газосодержания при фиксированном числе Маха, величина τ / P_I растет.

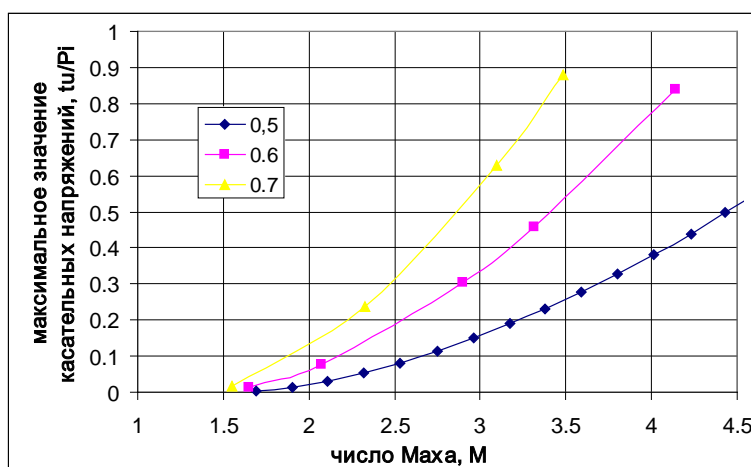


Рис. 4. Зависимость безразмерных максимальных касательных напряжений во фронте ударной волны от числа Маха - M в набегающем потоке. Расчеты проведены для газосодержаний ϕ в набегающем потоке, равных 0,5, 0,6 и 0,7 соответственно.

Выражения для поперечной, продольной «температур» и средней температур (газовой фазы) получаются аналогично, как и для газовой смеси (см. [18, 20,21]) и приведены ниже:

$$\frac{T_{\parallel}}{T_I} = \frac{P_I \rho_I^g \varphi_I^g}{P_I (\rho_I^g \varphi_s^g + \rho_{II}^g \varphi_{\tau}^g)} \quad (3.12)$$

$$\frac{T_{\perp}}{T_I} = \frac{P_{\perp} \rho_I^g \varphi_I^g}{P_I (\rho_I^g \varphi_s^g + \rho_{II}^g \varphi_{\tau}^g)} \quad (3.13)$$

$$T = (T_{\parallel} + 2T_{\perp}) / 3 \quad (3.14)$$

При выводе выражений (3.12), (3.13) использовано предположение [2], что энтальпия жидкой фазы во фронте ударной волны не меняется. Далее для удобства значения температур на рисунках будут приводиться в следующем безразмерном виде

$$\bar{T} = \frac{T - T_I}{T_{II} - T_I} \quad (3.15)$$

Результат расчета безразмерной средней температуры \bar{T} (см. (3.15)) по толщине ударной волны показан на Рис. 5. Как видно из Рис. 5, безразмерная температура очень слабо зависит от числа Маха. Аналогичное поведение наблюдается и при других газосодержаниях.

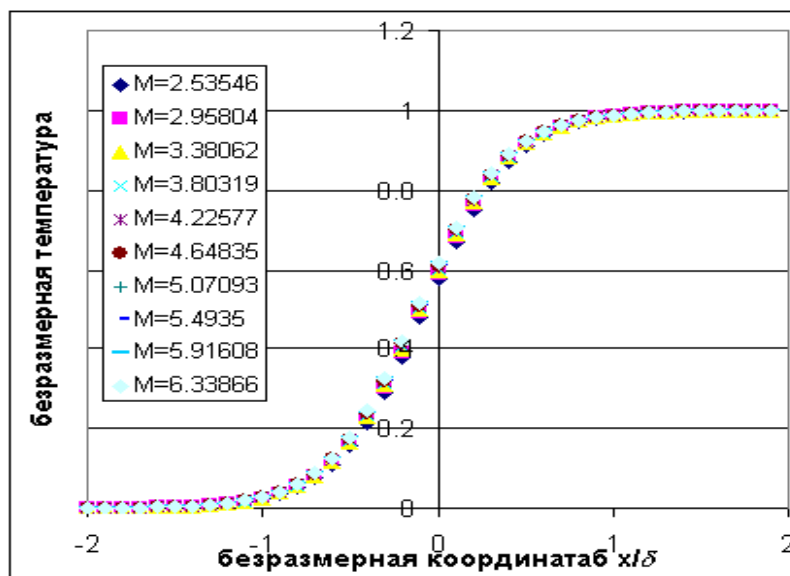


Рис. 5. Зависимость безразмерной средней температуры \bar{T} от X/δ по толщине ударной волны при различных числах Маха - M . Начальное газосодержание потока $\varphi = 0,5$.

На Рис. 6. показана зависимость безразмерной температуры \bar{T} (газовой фазы) при различных газосодержаниях φ в набегающем потоке и числе Маха равном 2,5. Видно, что чем выше газосодержание, тем быстрее поднимается температура на начальном участке ударной волны. При газосодержании, превышающем 0,9, температура во фронте (в газовой фазе) может превысить температуру после ударной волны. При наличии жидкой фазы в достаточном количестве (при газосодержаниях менее 0,9) температура только монотонно растет. Для фронта ударной волны в газовых смесях (бинарных) реализуются оба варианта в зависимости от соотношения концентраций и масс компонентов смеси (см. [17,18]).

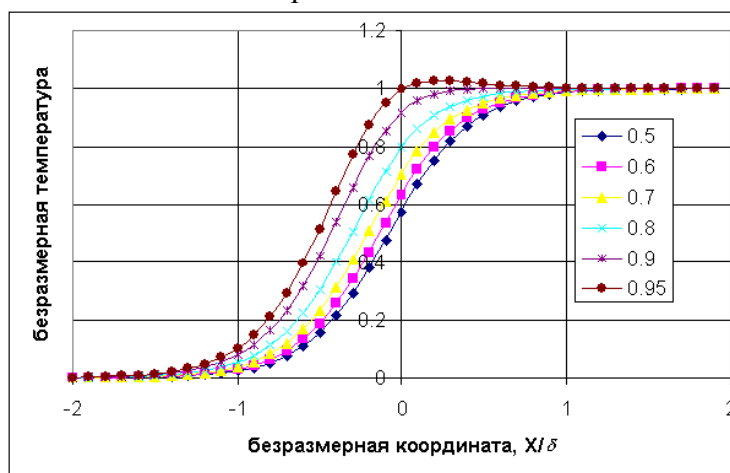


Рис. 6. Зависимость безразмерной температуры \bar{T} от безразмерной координаты X/δ при различных газосодержаниях φ в набегающем потоке и числе Маха $M=2,5$.

На Рис.7. показаны зависимости безразмерных поперечной и продольной «температур» по толщине ударной волны при газосодержаниях 0,9 и 0,5 и числе Маха набегающего

потока 2,5. Превышение продольной «температуры» во фронте ударной волны над температурой за фронтом ударной волны при увеличении объемного газосодержания связано с эффектами поступательной неравновесности, наблюдаемыми ранее в газах и газовых смесях (см. [17,18,20]). Причем в газовых смесях такие эффекты проявляются наиболее ярко при $n_l \gg n_h$ (где n_l – концентрация легкого компонента, n_h – концентрация тяжелого компонента), а $\rho_l \sim \rho_h$ (где ρ_l – плотность легкого компонента, ρ_h – плотность тяжелого компонента) (см. [17,18,27]). Нечто подобное наблюдается и в случае гетерогенной смеси. Только вместо концентраций имеем $\varphi^g \gg \varphi^l$ и $r^g \sim r^l$, $\varphi^{g,l}$ – объемные содержания газа или жидкости и $r^{g,l}$ – массовые доли газа или жидкости.

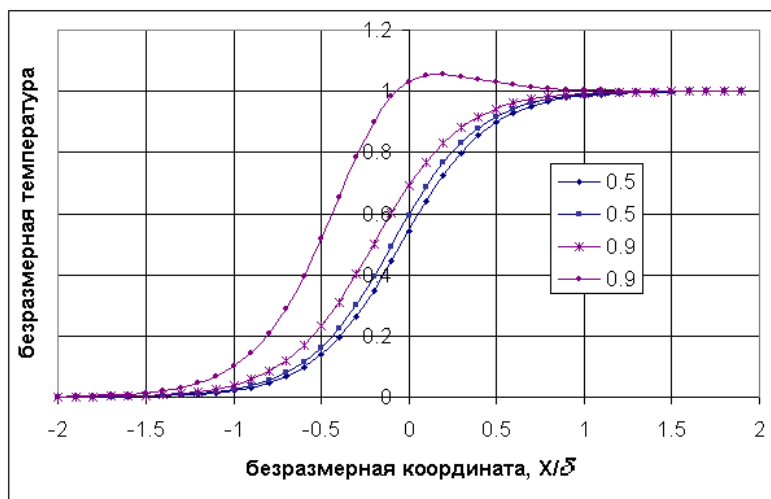


Рис. 7. Зависимости безразмерных продольной и поперечной температур $\overline{T_{II,\perp}} = \frac{T_{II,\perp} - T_I}{T_{II} - T_I}$ от X/δ во фронте ударной волны.

Расчеты проведены при газосодержаниях 0,5 (синяя кривая) и 0,9 (фиолетовая кривая), число Маха M набегающего потока 2,5. Кривые (для каждого цвета) с более высокими значениями параметров соответствуют продольной температуре.

На Рис. 8. Показана зависимость безразмерного теплового потока \overline{Q} по толщине ударной волны. Максимум теплового потока достигается в центре ударной волны, где находится максимум производной температуры. Соотношения для теплового потока в гетерогенной среде выводятся аналогично, как и для газовых смесей (см. [18,20,27]). Однако, с учетом предположения, что энтальпия жидкой фазы не меняется [2]:

$$\overline{Q} = \frac{Q}{n_1^g \frac{\gamma}{\gamma-1} k T_1 u_1 \varphi_1^g} \tag{3.16}$$

$$\overline{Q} = \frac{W_s^g \varphi_s^g}{C_1 \varphi_1^g} + \frac{\gamma-1}{2} \frac{C_1^2 \varphi_s^g W_s^{g3}}{a_g^2 \varphi_1^g C_1^3} + \frac{\rho_2^g T_2 W_\tau^g \varphi_\tau^g}{\rho_1^g T_1 C_1 \varphi_1^g} + \frac{\gamma-1}{2} \frac{\rho_2^g C_1^2 \varphi_\tau^g W_\tau^{g3}}{\rho_1^g a_g^2 \varphi_1^g C_1^3} \tag{3.17}$$

где T_1 и T_2 температура газа в пузырьке до фронта и за фронтом ударной волны, скорость звука в газовой фазе - $a_g = \sqrt{\gamma \frac{RT_1}{\mu}}$, R – универсальная газовая постоянная, μ –

молекулярный вес газовой фазы, k – константа Больцмана, γ – показатель адиабаты газа. Так же как и для случая газовых смесей [27], в гетерогенной среде, при определенных газосодержаниях φ , нарушается закон Фика ($Q = -\lambda \nabla T$, где λ – коэффициент теплопроводности). Это обусловлено немонотонным поведением температуры газовой фазы при $\varphi \geq 0,9$ (см. рис. 6) и тем, что перенос тепла дополнительно осуществляется диффузионной составляющей и определяется уже соотношением $Q = -\lambda \nabla T + \beta(W_1^g - W_2^g)$, где β – коэффициент межфазного обмена, $W_{1,2}^g$ – скорости диффузии «групп» в газовой фазе см. (3.8). Аналогичные соотношения для газовых смесей приведены в [20, 27].

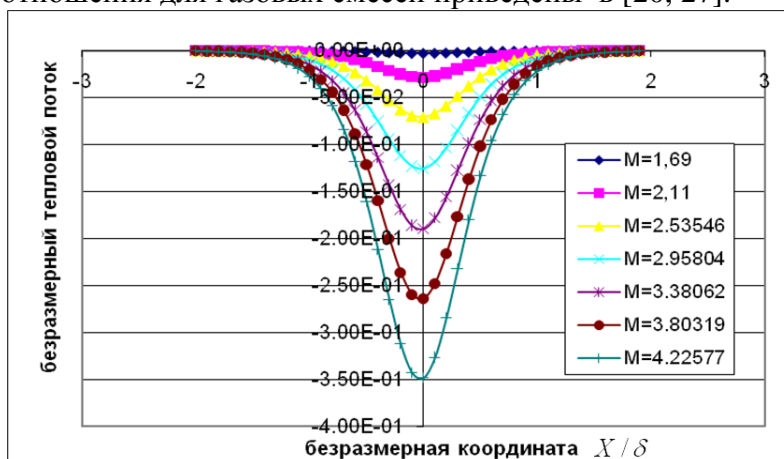


Рис. 8. Зависимость безразмерного теплового потока \bar{Q} от безразмерной координаты X/δ при различных числах M и объемном газосодержании в набегающем потоке $\varphi=0,5$.

На рисунке 9 представлено отношение диаметра пузырька к толщине ударной волны в зависимости от числа Маха при разных газосодержаниях. Из рисунка 9 видно, что кривая в области чисел Маха 1.2 -1.5 имеет перегиб. Такого перегиба для газов не существует (см. [28]). При больших числах Маха эти кривые качественно похожи на аналогичные зависимости в газе [28], только характерным масштабом в газе является длина свободного пробега λ , а в пузырьковой смеси диаметр пузырька d .

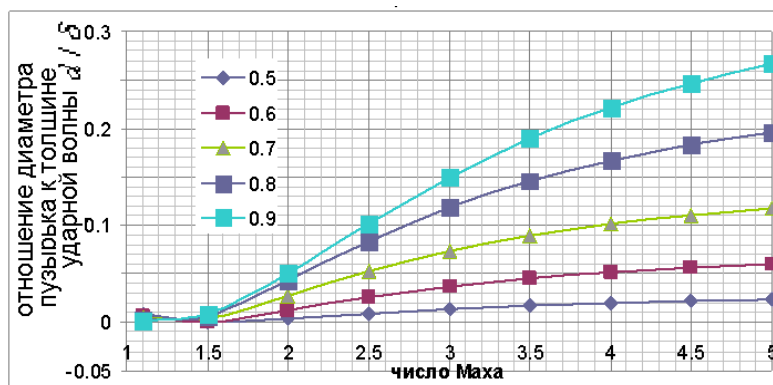


Рис. 9. Зависимость отношения диаметра пузырька к толщине ударной волны d/δ от числа Маха M при различных значениях газосодержания в набегающем потоке.

IV. Дробление пузырьков во фронте ударной волны за счет эффектов поступательной неравновесности.

При наличии ударной волны пузырьки могут деформироваться и дробиться. Дробление может возникать при возникновении соответствующих условий (см. [1,4]):

- при интенсивном обтекании пузырька жидкостью, при котором число Вебера (динамического напора) достигает порядка единицы;
- при деформировании пузырька из-за сильной анизотропии «давления»;
- при развитии возмущений поверхности раздела фаз из-за резкого ускорения среды;
- при сильном возмущении поверхности раздела фаз из-за значительных касательных напряжений.

Момент дробления пузырька из-за набегающего потока определяется числом Вебера, которое пропорционально квадрату относительной скорости пузырька и жидкости. Как было показано выше (см. Рис. 1.), в ударной волне относительная скорость газовой и жидкой фаз равна нулю и дробления из-за динамического напора на пузырек не происходит.

Проанализируем величину деформации пузырька в ударной волне из-за анизотропии «давления». В условиях анизотропии пузырек принимает форму эллипсоида, при этом отношение продольной полуоси эллипсоида к поперечной равно отношению $P_{\parallel} / P_{\perp}$. На Рис. 10 приведено отношение поперечного и продольного «давления» в точке, где имеется их максимальное различие, в зависимости от числа Маха при различных газосодержаниях набегающего потока. Видно, что это отношение невелико, и достигает 1,35 при значительных числах Маха. Это позволяет утверждать, что этот механизм дробления не основной (при приведенных ниже значениях чисел Маха и объемных газосодержаниях).

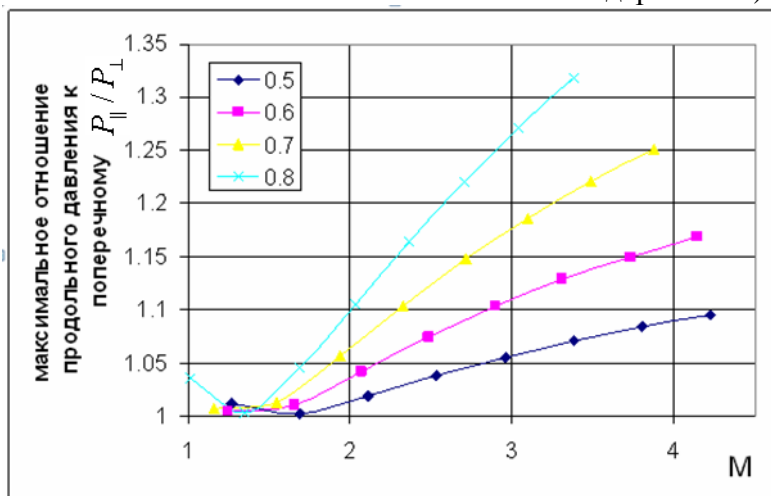


Рис. 10. Зависимость максимального отношения продольного «давления» к поперечному «давлению» в ударной волне от числа Маха M набегающего потока при разных газосодержаниях ϕ в набегающем потоке.

Поверхность пузырька также может быть возмущена значительными касательными напряжениями. Для начала разрушения пузырька требуется, чтобы касательные напряжения были сравнимы с давлением Лапласа в пузырьке (см. [1,4]). Отсюда можно ввести число Вебера дробления:

$$We_{dr} = \frac{\tau}{2\sigma/r} \geq 2\pi \quad (4.1)$$

Используя соотношения (4.1) и (3.11), число Вебера можно преобразовать к следующему виду:

$$We_{dr} = \frac{3r(P_{\parallel} - P_{\perp})}{4\sigma} \quad (4.2)$$

Из (4.2) Рис. 2 можно сделать оценки среднего диаметра пузырьков, при котором касательные напряжения во фронте ударной волны и давления Лапласа сравнимы. При $M=1,69$, $\varphi = 0,5$ средний диаметр пузырьков $d \geq 30$ мкм (жидкая среда - вода, газовая - воздух). То есть теоретически получается, что основным механизмом дробления пузырьков в ударной волне в пузырьковой или пористой жидкости является возмущение поверхности раздела фаз газ жидкость за счет больших касательных напряжений τ .

Экспериментальные исследования, проведенные нами, подтвердили (см. раздел V.), что этот механизм дробления во фронте ударной волны является основным в пузырьковой или пористой жидкости при $0,3 \leq \varphi \leq 0,98$.

V. Экспериментальное исследование характеристик ударной волны

Уравнения (2.1) – (2.6) являются незамкнутыми по отношению к коэффициенту межфазного взаимодействия Γ_{11} . Этот коэффициент можно определить из (2.17), (2.18). Для этого нужно знать средний диаметр пузырьков, газосодержание в набегающем потоке, число Маха и толщину ударной волны, определяемую оптическими методами. Обычно это делается подсветкой с использованием матовых фильтров и высокоскоростной кинокамеры (см. [6]). Для проведения экспериментального исследования характеристик ударной волны была создана экспериментальная установка, схема которой показана на Рис. 11. В данной установке в рабочую часть, состоящую из барботажной камеры 3 и ударноволновой ячейки 4, из ресивера 1 подается воздух, проходящий через озонатор 10, и подается жидкость из сосуда 7, предназначенного для залива жидкости и сепарации газа от жидкости. Газожидкостная смесь затем из рабочей части -3,4 попадает в сосуд для жидкости 7, где газ отделяется от жидкости. Таким образом, установка работает непрерывно в стационарном режиме. В рабочей части установлена барботажная камера 3, где происходит смешение газа и жидкости, и ударноволновая ячейка 4, где образуется ударная волна. Для изучения толщины ударной волны используется подсветка с матовыми фильтрами 6 и скоростная кинокамера 5. Средний диаметр пузырьков за фронтом определяется химическим методом. Для этого в воду добавляется КJ, а в воздух озон. Это связано с тем, что разрешения скоростной кинокамеры и кратности увеличения используемого микроскопа недостаточно, чтобы определить средний диаметр пузырьков за фронтом ударной волны. Расход газа определяется газовыми часами 8, проскок озона – газоанализатором -9.

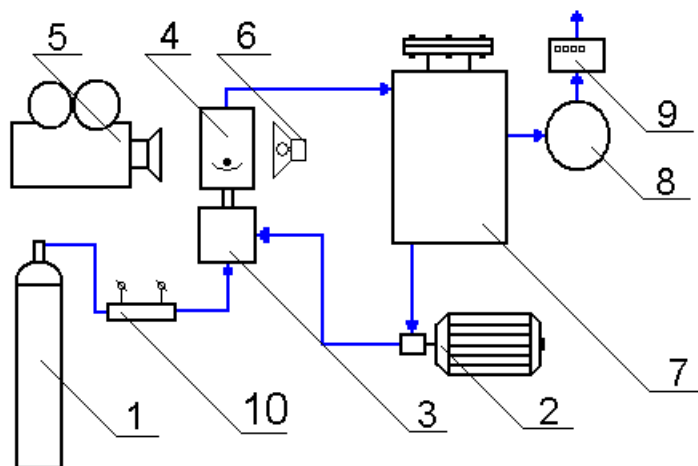


Рис. 11. Схема экспериментальной установки для изучения газожидкостной ударной волны. 1-ресивер с газом, 2-насос для перекачки жидкости, 3-барботажная камера, 4-ударноволновая ячейка, 5-скоростная цифровая кинокамера, 6-осветитель с набором фильтров, 7-бак для сепарации жидкости от газа, 8-газовые часы, 9-газоанализатор озона, 10-озонатор воздуха

На Рис. 12 показана схема ударноволновой ячейки. В ячейку газожидкостная смесь подается снизу, затем она разгоняется в вихревом сопле (см. [14,15]) до сверхзвуковой скорости. На пути струи из сопла стоит препятствие для возникновения ударной волны. Диаметр критического сечения сопла составляет 2мм, конусность 45° . Данное сопло легко создает сверхзвуковое течение при имеющихся расходно – напорных характеристиках компрессорного и насосного оборудования, так как в газожидкостной среде скорость звука не большая и зависит от параметров среды по формуле (1.1).

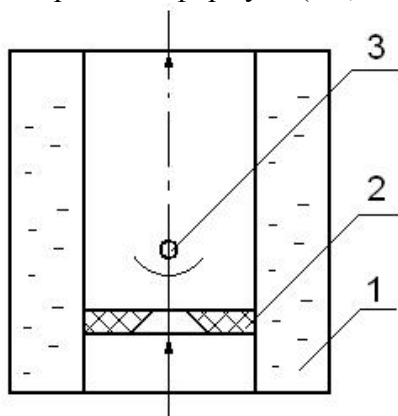


Рис. 12. Схема ударноволнового диспергатора. 1-корпус диспергатора, 2-сверхзвуковое сопло вихревое сопло [14,15], 3-препятствие, перед которым образуется ударная волна (цилиндр или сфера).

Из анализа формулы (1.1) получается, что при объемном газосодержании 0,5 в воде при атмосферном давлении скорость звука может быть уменьшена до 23 м/сек. При газосодержании от 0,1 до 0,9 скорость звука может быть ниже 42 м/сек. При ускорении потока (вследствие снижения давления скорость звука может быть еще и ниже).

Среда при объемных газосодержаниях $0,3 \leq \phi \leq 0,98$ воспринимается глазами (без соответствующей подсветки), как оптически непрозрачная и выглядит как молоко [6] (см. Рис.13 и Рис.14).



Рис.13. Барботажная камера (снизу) с прикрепленной к ней сверху ударноволновой ячейкой (вверху) в процессе работы.



Рис. 14. Рабочая часть ударноволновой ячейки в процессе работы.

Как указывалось выше, в [6] была применена система специальных фильтров с подсветкой и удалось визуализировать ударную волну при обтекании цилиндра. Нами был использован тот же прием.



Рис. 15. Визуализация фронта ударной волны ($M = 2,2$; $\varphi_l = 0,84$). Цилиндр $d=5$ мм, обтекается газожидкостным потоком.

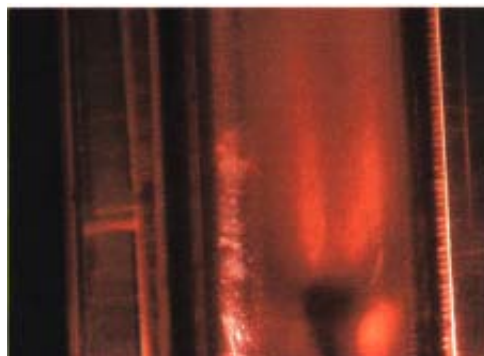


Рис. 16. Визуализация фронта ударной волны ($M = 2,1$; $\varphi_l = 0,95$). Цилиндр $d=5\text{мм}$, обтекается газожидкостным потоком.

На Рис. 17. показана фотография газожидкостной ударной волны в режиме дробления пузырьков. Видно, что размер пузырьков во фронте и за ударной волной меньше, чем размер пузырьков в набегающем потоке, настолько, что разрешения цифровой камеры недостаточно для определения границ пузырьков. По фотографии можно оценить размер пузырьков до ударной волны, и он составляет около 2 мм.

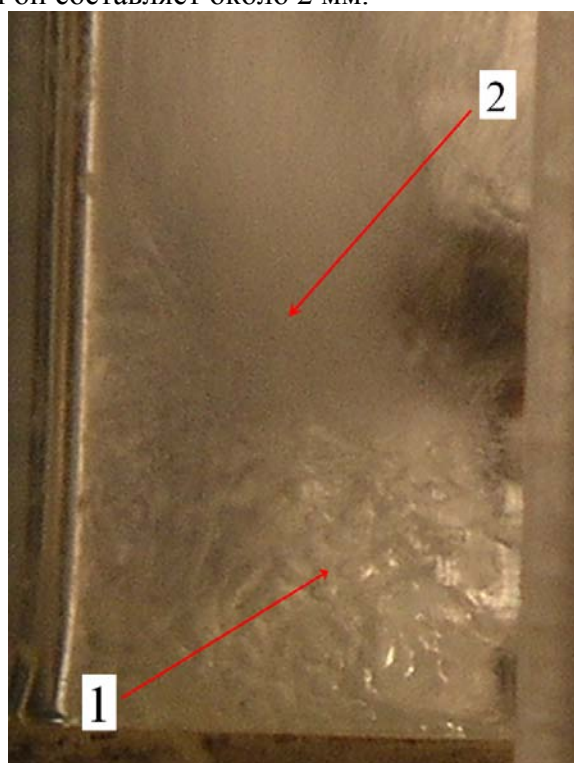
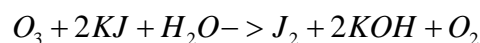


Рис. 17. Фотография ударной волны в газожидкостном потоке. Поток направлен снизу вверх. Видно препятствие справа. Видно, что снизу размер дисперсной фазы много больше (1), чем сверху после прохождения ударной волны (2).

Как уже указывалось выше, для исследования размера дисперсной фазы за фронтом ударной волны использовался метод (химический) определения среднего размера пузырьков по скорости гетерогенной химической реакции:



При растворении йодида калия в воде и барботировании жидкости озонированным воздухом, через поверхность раздела фаз в жидкость постоянно поступает озон и вступает в реакцию, поэтому жидкость не насыщается озоном и его концентрация в газе будет уменьшаться постоянно. Как будет показано ниже, размер пузырьков можно определить, зная время контакта жидкости и газа, концентрацию озона на входе в барботажную камеру и на выходе из установки. Для данных измерений в эксперименте используется озонатор воздуха и анализатор озона на выходе из сосуда для жидкости.

Поток озона через единичную поверхность можно определить по формуле:

$$J = \beta \frac{PC}{kT} \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}} \quad (5.1)$$

Где J -поток молекул, попадающих на единичную поверхность раздела фаз в единицу времени, β -коэффициент аккомодации (вероятность молекуле проникнуть в жидкость при её попадании на поверхность раздела фаз), P -давление, C -концентрация озона в газе, k -постоянная Больцмана, T -температура, M -молярная масса озона. Данная формула выведена из распределения Максвелла по скоростям молекул.

Изменение концентрации озона в пузырьке в случае, когда β мало, можно записать так:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi a^3 \frac{PC}{kT} \right) = -4\pi a^2 \beta \frac{PC}{kT} \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}} \quad (5.2)$$

То есть предполагается, что концентрация озона в пузырьке практически постоянна по всему объему пузырька. В данной формуле под знаком производной записано общее количество молекул озона в пузырьке, справа записано количество молекул озона, проникающих через стенку пузырька в жидкость. После некоторых преобразований получим:

$$\frac{d}{dt} (C) = -\frac{3}{a} \beta \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}} \quad (5.3)$$

Окончательная формула искомой зависимости выглядит так:

$$C = C_0 \exp\left(-\frac{3}{a} \beta \sqrt{\frac{RT}{2\pi M}} t\right) \quad (5.4)$$

где C_0 -начальная концентрация озона. Из последней формулы видно, что при уменьшении радиуса пузырька скорость уменьшения концентрации увеличивается. Для удобства дальнейшего использования формулу (5.4) следует преобразовать таким образом:

$$\frac{a}{t} \ln\left(\frac{C_0}{C}\right) = const \quad (5.5)$$

При одной температуре комплекс из радиуса пузырька, времени контакта и логарифма из отношения концентраций является постоянной величиной.

В Таблице 5.1 показан результат измерения концентрации озона в воздухе при работе установки в некоторых режимах. Для оценки времени контакта газа и жидкости можно воспользоваться тем фактом, что пузырьковая смесь существует только в пределах ударно-волнового реактора, после перехода течения смеси в полупрозрачную трубу видно, что газ и жидкость расслаиваются (поршневой режим течения). В барботажной камере пузырьки довольно крупные (около 1мм) и поэтому можно считать, что межфазный обмен на этих участках течения невелик, и им можно пренебречь. Длина ударно-волновой ячейки 8 см., следующего за ней непрозрачного участка трубы 12 см, отсюда, зная расход газа и жидкости, можно оценить время контакта (0,24-0,6 сек). Оценка радиуса пузырьков производится

по формуле (5.5). Концентрация озона в воздухе после озонирования определяется по калибровке озонатора по расходу, то есть является величиной известной.

Таблица 5.1. Экспериментальные результаты измерения размера дисперсной фазы после ударной волны.

Расход газа, л/сек.	Расход воды, л/сек	Концентрация озона, г/куб.м	Оценка радиуса пузырьков, мкм	газосодержание
0,093	0,095	0,7	84,4-211	0,5

В ударной волне число Вебера дробления должно быть порядка $We_* \approx 2\pi$ (см. [1]), поэтому согласно (4.1):

$$\tau \approx 4\pi \frac{\sigma}{r}$$

При обработке фото на Рис. 17 можно оценить диаметр пузырьков перед ударной волной как 2мм. Оценка производилась следующим образом. Диаметр цилиндра в ячейке, который служит препятствием для возникновения ударной волны, составляет 5мм. Можно определить, что это составляет 55 пикселей и отсюда получается оценка размера пикселя как 0,098мм. Если по фотографии определить, сколько пикселей в поперечнике занимает пузырек, то можно оценить диаметр пузырька. Коэффициент поверхностного натяжения вода – воздух при 20° С составляет 0,072 Дж/м². Размер пузырьков по фотографии определялся в боковых вихрях, где скорость небольшая. Отсюда получаем окончательную оценку:

$$\tau \approx 864 \text{ Па}$$

Такие касательные напряжения являются значительными, отчего поверхность крупных пузырьков возмущается настолько сильно, что пузырек распадается на несколько.

Анализ оптических измерений толщины ударной волны, соотношений (2.17), (2.18) и Рис.9 при различных параметрах течения в набегающем потоке показывают, что Γ_{11} лежит в пределах 1,13 -1,3.

Заключение:

1. Впервые теоретически исследованы эффекты поступательной неравновесности во фронте ударной волны в пузырьковой и микропористой жидкости при $0,3 \leq \varphi \leq 0,98$. По аналогии со структурой ударной волны в газах и газовых смесях, введены понятия: диффузионных скоростей, средней скорости, средней плотности, продольного и поперечного «давления», касательных напряжений во фронте ударной волны. Для такой среды введены понятия температуры, продольной и поперечной «температур», теплового потока по газовой фазе, так как энтальпия жидкой фазы согласно выбранной модели постоянна (см. [2]).
2. Приведены зависимости теплового потока, касательных напряжений, продольного и поперечного «давления», продольной и поперечной «температуры» средних парциальных скоростей фаз во фронте ударной волны при различных числах Маха и объемных газосодержаниях. Анализируется влияние этих параметров на характер поведения этих зависимостей во фронте ударной волны.
3. Приведены зависимости отношения среднего диаметра пузырьков к толщине ударной волны в пузырьковой, микропористой жидкости в зависимости от числа Маха при различных газосодержаниях. Указано на наличие точки перегиба в диапазоне $M=1.2 -1,5$. Для аналогичной зависимости в газах, такой точки не существует.

4. Анализируются различные процессы во фронте ударной волны, могущие вызвать разрушение пузырьков. На основе анализа теоретического и экспериментального материала показано, что основным механизмом, приводящим к разрушению пузырьков, являются касательные напряжения вдоль поверхности пузырьков, обусловленные анизотропией продольного и поперечного «давления» вследствие эффектов поступательной неравновесности во фронте ударной волны в гетерогенной среде. Введено понятие числа Вебера разрушения пузырьков, обусловленного этими эффектами.
5. В результате теоретического анализа установлено, что во фронте ударной волны отсутствует отрыв скоростей фаз из-за значительных касательных напряжений, которые превосходят силу Архимеда, действующую на пузырьки.
6. На основе экспериментальных данных по ширине ударной волны газодисперсной среде в разных режимах получены данные для коэффициентов межфазного взаимодействия.
7. Приведены фотографические данные по толщине ударной волны в гетерогенной среде для отдельных параметров среды и потока.
8. Анализируется возможность определения среднего размера пузырьков в высокоскоростном потоке в оптически непрозрачной среде химическими методами.

Литература:

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. (том. I). М.: Наука. 1987. 459 с.
2. Циклаури Г.В., Данилин В.С., Селезнев Л.И. Адиабатные двухфазные течения. М.: Атомиздат, 1973. 444с.
3. Robert V. Eddington (Major, USAF) Investigation of Supersonic Shock Phenomena in a Two – Phase (Liquid-Gas) Tunnel// Jet Propulsion Laboratory. California Institute of Technology. March 15. 1967. Technical Report 32-1096.
4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. (том. II). М.: Наука. 1987. 352 с.
5. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат. 1990. 233 с.
6. Бушманов Е.А., Великодный В.Ю., Воротилин В.П., Яновский Ю.Г., Тимофеев И.Б., Д. Ван Ви. О возможности улучшения характеристик активированного пористого топлива при использовании ионизации в диэлектрическом кавитаторе.// Прикладная физика. 2003. № 5, с.49-55.
7. Бушманов Е.А., Великодный В.Ю., Воротилин В.П., Еремеев А.В., Тимофеев И.Б., Яновский Ю.Г., Д. Ван Ви. Теоретическое и экспериментальное исследование структуры ударной волны в микропористых жидкостях// III Международный симпозиум. Термохимические процессы в плазменной аэродинамике. Санкт-Петербург. 28-31. июля. 2003 г. с. 286-296. (Труды конференции).
8. Bushmanov E.A., Velikodnyi V. Yu., Vorotilin V.P., Eremeev A.V., Timofeev I.B., Yanovsky Yu. G., D. M. Van Wie Theoretical and Experimental Investigation of a Shock Wave Structure in Microporous Liquids// Pentagon Reports: Definitive Complete. Report Number № A805334. Oct. 11. 2003. P.
9. Островский Г.М. Прикладная механика неоднородных сред. – СПб.: Наука, 2000. – 359 с. Стр. 325.
10. Eremeev A. V., Grishin V. G., Nikitenko L.K., Velikodnyi V. Yu., Vorotilin V. P., Timofeev I. B., Yunovsky Yu. G., D. Van Wie Enhanced Ignition and Mixing of Kerosene Fuel in High – speed Air Streams// AIAA (Paper) 2005-614. P. 1-15.
11. Битюрин В.А., Быков А.А., Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Толкунов Б.Н. Теоретическое и экспериментальное исследование воздействия ударной волны на дейтерированную пористую жидкость// Физико –химическая кинетика в газовой динамике. 11 С., www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-12-126-001/pdf

12. Великодный В.Ю., Беркова М.Д., Воротилин В.П., Гришин В.Г., Крыченко О.В., Попов В.В., Полотнюк О.Я., Рычагов Е.Н., Быков А.А., Добрынец Ю.В., Толкунов Б.Н. Плазменные технологии очистки сточных вод. //Прикладная физика. 2008. №6. С. 105-110.
13. Яновский Ю.Г., Великодный В.Ю., Тимофеев И.Б., Левин Ю.К. Устройство для сжигания топлива. Патент на изобретение. 27.04.2004. Вх. №2227870, Рег. № 2002107279.
14. Прудников А.Г. Уравнения движения и структурные параметры свободного сдвигового слоя.// Тр. ЦИАМ №1190, 1987
15. Прудников А.Г. Вихревая механика перемежающихся сред (для всех интересующихся) // Ж. Авиадвигатель, №6, 2006
16. Великодный В.Ю., Воротилин В.П., Еремеев А.В., Никитенко Л.К., Тимофеев И.Б., Д. Ван Ви, Яновский Ю.Г. Микропузырьковые технологии в проблеме создания широкодиапазонного гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя.// Сборник Трудов Конф. «Современные проблемы механики гетерогенных сред», М., ИПРИМ РАН, т. II, с. 167-180, 2005.
17. Bird G.A. Shock wave structure in gas mixtures: In. Rarefied Gas Dynamics. Tokyo. 1984. Vol. 1. P. 175-182.
18. Башлыков А.М., Великодный В.Ю. Структура ударных волн в газовой смеси//ЖТФ. 1991. Том. 61. №8. С. 33-42.
19. Velikodnyi V. Yu. Effects of translational nonequilibrium in the shock wave front in dense gases and liquids.// High Temperature. 2002. Vol. 40. № 1. Pp. 68 – 76.
20. Великодный В.Ю., Качармин С. В. Структура ударных волн в трехкомпонентных газовых смесях. // Физико – химическая кинетика в газовой динамике. 2010, № 1, www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-21-001.pdf
21. *Великодный В.Ю., Битюрин В.А.* Распространение и структура фронта ударной волны в ионной плазме при наличии отрицательно заряженных наночастиц (кластеров, пылинок) // Прикладная физика. 2002. № 5. С. 90 – 98.
22. Гвоздева Л.Г., Фаресов Ю.М. Приближенный расчет параметров стационарных ударных волн в пористых сжимаемых материалах // ПМТФ, 1986, № 1, с. 120-125.
23. Гвоздева Л.Г., Ляхов В.Н., Раевский Д.К. и др. Численное исследование распространения ударной волны в газе и пористой среде // ФГВ, 1987. т. 23, №4, с. 125-129.
24. Гришин А.М., Фомин В.М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск. Издательство Наука (Новосибирское отделение). 1984. 215 С.
25. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа М.: Учеб. для вузов. -. 7-е изд., испр. Дрофа, 2003. – 840 с.
26. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах.-М.: Мир. 1976. 554С.
27. *Башлыков А.М., Великодный В.Ю.* Неравновесные процессы в профиле ударной волны. //Письма в ЖТФ. 1989. Том. 15. № 5. С. 24-28.
28. Академик Струминский В.В., Великодный В.Ю. Структура ударных волн. // Докл. АН СССР. 1982. Т. 266. №1. С. 64-68.наук, 2003, Т.391, № 4, С.471–477.

Статья поступила в редакцию 3 августа 2010 г.