# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА СИСТЕМУ СТРУЙ ПЛАЗМЫ КАПИЛЛЯРНЫХ РАЗРЯДОВ

### В.В. Кузенов

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 119526, проспект Вернадского 101-1

#### Аннотация

Произведено численное моделирование теплофизических процессов, протекающих при импульсном воздействии внешнего магнитного поля на систему струй плазмы, сфокусированных на ось системы. Эти струи плазмы истекают из капиллярных разрядов через сопло Лаваля в окружающую неподвижную среду. Численная реализация плазмодинамической модели основана на неортогональных структурированных сетках с использованием схем расщепления по физическим процессам и направлениям. Особенностью численного метода, используемого в работе, является гидродинамическая стадия. На этой стадии применяется метод предиктор-корректор, позволяющий обеспечивающий 4-й порядок аппроксимации по времени. Решение расщепленных уравнений Рейнольдса, которые относятся к этапу корректор, находится с помощью разработанного ранее варианта нелинейной квазимонотонной компактной дифференциально-разностной схемы повышенного порядка точности.

# COMPUTER SIMULATION OF THE INFLUENCE OF AN EXTERNAL MAGNETIC FIELD ON THE SYSTEM OF PLASMA JETS CAPILLARY DISCHARGE

# V.V. Kuzenov

Institute for problems in mechanics RAS, Russia, Moscow, 119526

The numerical method of building regular adaptive cells in arbitrary spaces is presented. This method allows to build regular cells in volumes, where irregular cells are usually used. Some variants of plasma outflow is analyzed in cells, that were created using this numerical method.

# 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время значительный практический интерес представляет разработка инженерно-технических способов получения распадающихся и долгоживущих, энергоёмких плазменных образований (ЭПО) [1] различных пространственных конфигураций. Так для создания рекомбинационного коротковолнового лазера такая пространственная конфигурация должна представлять собой однородную, длинную, тонкую струю (столб) рекомбинирующей плазмы [2]. Если практический интерес представляют микродвигатели [3, 4] для коррекции орбит спутников, то в этом случае в качестве рабочего тела микродвигателя можно также использовать плотную струю плазмы. В случае создания инжектора многозарядных ионов необходимо создать максимально плотную струю ионов высокой зарядности.

Для многих технических приложений при создании плазменных образований типа ЭПО можно использовать либо струю лазерной плазмы, либо импульсную плазму капиллярного разряда с испаряющейся стенкой (КРИС). Эти типы разрядов соответствуют продолжительной, достаточно устойчивой в атмосфере плазменной структуре: импульсной струе плазмы.

Данные типы разрядов могут обеспечить необходимых ионный состав плазмы. При этом к ним может быть применен известный способ управления радиальным расширением – воздействие на плазменную струю сильного внешнего импульсного магнитного поля (например: магнитного поля с магнитной индукцией на уровне значений  $B \approx 1 \div 10$  Тл [2]). В рассматриваемом случае могут быть использованы т.н. импульсные сильные магнитные поля, которые создаются в пространстве без разрушения и существенной деформации генерирующего их соленоида. Уровень значений таких полей лежит в диапазоне  $(5 \div 7) \times 10^5$  Э. В этом случае используются геликоидальные соленоиды, выточенные из бронзы или стали.

В данной работе рассматривается действие внешнего магнитного поля на систему сходящихся к оси импульсных струй капиллярных разрядов, располагающихся в цилиндрической камере, которая замыкается соплом Лаваля. Единичный капиллярный разряд, входящий в систему разрядов, представляет собой межэлектродную диэлектрическую вставку, выполненный в виде цилиндра с осевым щелевым отверстием, которое является рабочим каналом капиллярного разряда, а также электродов и корпуса. Электроды выполнены в виде плоских стальных пластин, один из которых закрывал с одной стороны канал капиллярного разряда. Первоначальный пробой плазмы осуществлялся с помощью электровзрыва внутри капилляра металлических проводников. В качестве плазмообразующих веществ использовался алюминий, медь или свинец.

Далее приведены некоторые результаты численных исследований влияния внешнего магнитного поля на процессы взаимодействия, сфокусированных на ось системы импульсных струй капилляров, истекающих через сопло Лаваля в окружающую неподвижную среду (воздух при атмосферном давлении).

# 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При проведении расчетов газодинамические параметры, истекающей из канала капиллярного разряда в затопленное пространство определялись на основе приближенной математической модели, в которой принималось, что вся электрическая энергия, запасенная в емкостном накопителе, переходит в тепловую энергию плазмы, которая истекает со звуковой скоростью через срез капиллярного разряда.

Математическая модель процессов, возникающих при воздействии внешнего магнитного поля на систему сходящихся к оси импульсных струй плазмы капиллярных разрядов, основана на многокомпонентных однотемпературных радиационно-магнитных уравнений Рейнольдса. Для получения безразмерного вида отнесем все переменные, входящие в систему уравнений, к их характерным значениям, а пространственные  $\overline{\xi}, \overline{\eta}$  и временную  $\overline{t}$  переменные соответственно к характерному размеру  $L_*$  и характерному времени  $t_*$ . При решении этой системы уравнений конечноразностным методом вводится произвольная криволинейная система координат.

Тогда система радиационно-магнитных уравнений Рейнольдса в безразмерных переменных примет следующий вид:

$$\begin{split} \frac{\partial \rho}{\partial t} &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \rho V_{\xi} \right)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \rho V_{\eta} \right)}{\partial \eta} = -\alpha \frac{\rho u}{r} , \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \rho u V_{\xi} \right)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \rho u V_{\eta} \right)}{\partial \eta} = \\ &= -\xi_r \frac{\partial P}{\partial \xi} - \eta_r \frac{\partial P}{\partial \eta} - \alpha \frac{\rho u^2}{r} + \frac{S_r}{\text{Re}} + \frac{L_*}{c} \Big[ \vec{j} \times \vec{B} \Big] , \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \rho v V_{\xi} \right)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \rho v V_{\eta} \right)}{\partial \eta} = \\ &= -\xi_z \frac{\partial P}{\partial \xi} - \eta_z \frac{\partial P}{\partial \eta} - \alpha \frac{\rho u v}{r} + \frac{S_z}{\text{Re}} + \frac{L_*}{c} \Big[ \vec{j} \times \vec{B} \Big]_z , \\ \frac{\partial \rho e}{\partial t} &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \rho e V_{\xi} + J \sum q_{i\xi} \right)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \rho e V_{\eta} + J \sum q_{i\eta} \right)}{\partial \eta} = \end{split}$$

$$= -\frac{P}{J} \left\{ \frac{\partial \left( JV_{\xi} \right)}{\partial \xi} + \frac{\partial \left( JV_{\eta} \right)}{\partial \eta} \right\} - \alpha \frac{Pu}{r} - \alpha \frac{\rho eu}{r} + \frac{S_e}{\text{Re}} + \frac{L_*}{V_*} \left( \vec{j}\vec{E} \right)$$

Величины  $S_r, S_z$  математически описывают силы, возникающие в потоке газа за счет наличия в нем сил вязкого трения. Переменная  $S_e$  представляет собой сумму работ сил вязкого трения  $\mu_{\Sigma}D$ , процессов переноса тепла механизмом теплопроводности div $(\lambda_{\Sigma} \text{grad}T)$ . Re =  $L_* \rho_* V_* / \mu_*$  – число Рейнольдса, Pr =  $\mu_* C_{p*} / \lambda_*$  – число Прандтля.

Все эти величины определяются с помощью дополнительных выражений:

$$S_{r} = \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\xi_{r} \sigma_{rr} + \xi_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\}\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{rz}\right\right)}{\partial \eta} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\left\{\eta_{r} \sigma_{rr} + \eta_{z} \sigma_{r$$

$$+\alpha \frac{2\mu_{\Sigma} \left[ \xi_{r} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_{r} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right] - 2\alpha \mu_{\Sigma} \frac{u}{r}}{r},$$
  
$$S_{z} = \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \left\{ \xi_{r} \sigma_{zr} + \xi_{z} \sigma_{zz} \right\} \right)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left( J \left\{ \eta_{r} \sigma_{zr} + \eta_{z} \sigma_{zz} \right\} \right)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\sigma_{rz}}{r},$$

2

$$\begin{split} \operatorname{div}(\lambda_{\Sigma}\operatorname{grad}T) &= \\ &= \frac{1}{J} \frac{\partial \left\{ \lambda_{\Sigma} J\left(\xi_{r}^{2} + \xi_{z}^{2}\right) T_{\xi} + \lambda_{\Sigma} J\left(\xi_{r} \eta_{r} + \xi_{z} \eta_{z}\right) T_{\eta} \right\}}{\partial \xi} + \\ &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \left\{ \lambda_{\Sigma} J\left(\eta_{r} \xi_{r} + \eta_{z} \xi_{z}\right) T_{\xi} + \lambda_{\Sigma} J\left(\eta_{r}^{2} + \eta_{z}^{2}\right) T_{\eta} \right\}}{\partial \eta} + \\ &+ \alpha \frac{\lambda_{\Sigma}}{r} \left\{ \xi_{r} \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_{r} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right\}, \\ D &= 2 \left[ \left(e_{rr}\right)^{2} + \left(e_{zz}\right)^{2} + \left(e_{\varphi\varphi\varphi}\right)^{2} \right] + \left(e_{rz}\right)^{2} - \frac{2}{3} \left(\operatorname{div} \vec{V}\right)^{2}, \\ \operatorname{div} \vec{V} &= \frac{1}{J} \left[ \frac{\partial \left(JV_{\xi}\right)}{\partial \xi} + \frac{\partial \left(JV_{\eta}\right)}{\partial \eta} \right] + \alpha \frac{u}{r}, \\ e_{rr} &= \xi_{r} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_{r} \frac{\partial u}{\partial \eta}, \ e_{zz} &= \xi_{z} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_{z} \frac{\partial v}{\partial \eta}, \ e_{\varphi\varphi\varphi} &= \alpha \frac{u}{r}, \\ e_{rz} &= \left( \xi_{z} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_{z} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \left( \xi_{r} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_{r} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right), \\ \sigma_{rr} &= \mu_{\Sigma} \left[ \frac{4}{3} \left( \xi_{z} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_{z} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) - \frac{2}{3} \left( \xi_{z} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_{r} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - \alpha \frac{2u}{3r} \right] \\ \sigma_{rz} &= \mu_{\Sigma} \left[ \left( \xi_{z} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_{z} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \left( \xi_{r} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_{r} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) - \alpha \frac{2u}{3r} \right] \\ \sigma_{rz} &= \mu_{\Sigma} \left[ \left( \xi_{z} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_{z} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \left( \xi_{r} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \eta_{r} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right], \end{split}$$

где u(r,z,t), v(r,z,t) – проекции вектора скорости  $\vec{V}(r,z,t)$  на оси R и Z; e – удельная внутренняя энергии плазмы;  $J = \partial(r,z)/\partial(\xi,\eta)$  – якобиан перехода от цилиндрической системы координат r,z к криволинейной системе координат  $\xi,\eta$ ;  $V_{\xi} = \xi_r u + \xi_z v$ ,  $V_{\eta} = \eta_r u + \eta_z v$  – контравариантные компоненты вектора скорости  $\vec{V}$  в криволинейной системе координат  $\xi,\eta$ ;  $\rho,P$  – плотность и давление плазмы;  $\sum_i q_{i\xi}, \sum_i q_{i\eta}$  – проекции вектора плотности потока лучистой энергии  $\vec{q}$  на оси криволинейной системы координат  $\xi$  и  $\eta$ ;  $\vec{j}$  – вектор плотности тока,  $\vec{B}, \vec{E}$  – напряженности магнитного и электрического поля;  $\alpha = 0$  – соответствует плоскому,  $\alpha = 1$  – осесимметричному случаям течения.

#### Физико-химическая кинетика в газовой динамике

Для определения пространственно – временного положения контактной границы, используется метод фиктивной примеси. Для этого в систему выше приведенных уравнений вводится дополнительное уравнение ( $\rho_{e} \in [0,1]$ ):

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \vec{V} \nabla \rho_g = 0$$

Турбулентные коэффициенты вязкости  $\mu_{\Sigma}$  и  $\lambda_{\Sigma}$ теплопроводности рассчитываются с привлечением гипотезы Буссинеска, в соответствии с которой эффективной вязкость  $\mu_{\Sigma}$  газового потока определяется по формуле:  $\mu_{\Sigma} = \mu_m + \mu_t$ . Где  $\mu_m$  – динамический коэффициент вязкости, учитывающий атомно-молекулярные столкновительные процессы;  $\mu_t$  – коэффициент турбулентной вязкости, для определения которого используется q- $\omega$  модель Кокли. Используя предположение о том, что молекулярное число Прандтля Pr = 0.72И турбулентное число Прандтля  $\Pr_t = \mu_t c_P / \lambda_t = 0.9$  можно найти соответствующий теплопроводности  $\lambda_t = c_P \left( \frac{\mu_m}{\Pr} + \frac{\mu_t}{\Pr_t} \right).$ коэффициент

Уравнения  $q - \omega$  модели Кокли в криволинейной системе координат  $\xi, \eta$  могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{split} &\frac{\partial\rho q}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\rho V_{\xi}q\right)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\rho V_{\eta}q\right)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\rho q u}{r} = \\ &= S_{q} + \frac{\rho q}{2\omega} \bigg( C_{\mu} f D - \frac{2}{3} \omega \text{div} \vec{V} - \omega^{2} \bigg), \\ &\frac{\partial\rho\omega}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\rho V_{\xi}\omega\right)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial \left(J\rho V_{\eta}\omega\right)}{\partial \eta} + \alpha \frac{\rho\omega u}{r} = \\ &= S_{\omega} + \rho \bigg[ C_{1} \bigg( C_{\mu} D - \frac{2}{3} \omega \text{div} \vec{V} \bigg) - C_{2} \omega^{2} \bigg], \\ &S_{q} = \frac{1}{J} \frac{\partial \bigg\{ \mu_{\Sigma q} J \bigg( \xi_{r}^{2} + \xi_{z}^{2} \bigg) q_{\xi} + \mu_{\Sigma q} J \big( \xi_{r} \eta_{r} + \xi_{z} \eta_{z} \big) q_{\eta} \bigg\} + \\ &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \bigg\{ \mu_{\Sigma q} J \big( \eta_{r} \xi_{r} + \eta_{z} \xi_{z} \big) q_{\xi} + \mu_{\Sigma q} J \big( \eta_{r}^{2} + \eta_{z}^{2} \big) q_{\eta} \bigg\} + \\ &+ \alpha \frac{\mu_{\Sigma q}}{r} \bigg\{ \xi_{r} \frac{\partial q}{\partial \xi} + \eta_{r} \frac{\partial q}{\partial \eta} \bigg\}, \\ &S_{\omega} = \frac{1}{J} \frac{\partial \bigg\{ \mu_{\Sigma \omega} J \big( \xi_{r}^{2} + \xi_{z}^{2} \big) \omega_{\xi} + \mu_{\Sigma \omega} J \big( \xi_{r} \eta_{r} + \xi_{z} \eta_{z} \big) \omega_{\eta} \bigg\} + \\ &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \bigg\{ \mu_{\Sigma \omega} J \big( \eta_{r} \xi_{r} + \eta_{z} \xi_{z} \big) \omega_{\xi} + \mu_{\Sigma \omega} J \big( \xi_{r} \eta_{r} + \xi_{z} \eta_{z} \big) \omega_{\eta} \bigg\} + \\ &+ \frac{1}{J} \frac{\partial \bigg\{ \mu_{\Sigma \omega} J \big( \eta_{r} \xi_{r} + \eta_{z} \xi_{z} \big) \omega_{\xi} + \mu_{\Sigma \omega} J \big( \xi_{r} \eta_{r} + \xi_{z} \eta_{z} \big) \omega_{\eta} \bigg\} + \\ &+ \alpha \frac{\mu_{\Sigma \omega}}{r} \bigg\{ \xi_{r} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + \eta_{r} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \bigg\}, \end{split}$$

$$C_1 = 0.045 + 0.405 f(n), C_2 = 0.92, C_{\mu} = 0.09$$
  
 $f(n) = 1 - \exp\left(-0.0065 \frac{\rho q n}{\mu_m}\right).$ 

Здесь q – "псевдоскорость", а  $\omega$  – "псевдозавихренность"; f(n) – пристеночная функция, вводимая для того, чтобы модель правильно описывала параметры течения в ламинарном подслое; n – расстояние по нормали от рассматриваемой точки к ближайшей поверхности.

Плазмодинамические процессы, протекающие в факеле капиллярного разряда, рассматриваются в предположении, что электромагнитное поле имеет осевую симметрию и одну компоненту  $B_{\sigma}$ :

$$\begin{split} \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial t} &= - \left( \xi_r \frac{\partial u B_{\varphi}}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial u B_{\varphi}}{\partial \eta} \right)_z - \left( \xi_z \frac{\partial v B_{\varphi}}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial v B_{\varphi}}{\partial \eta} \right)_r + \\ &+ \frac{c^2}{4\pi} \frac{t_*}{L_*^2} \xi_z \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{\sigma} \left( \xi_z \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial \eta} \right)_r \right) + \\ &+ \frac{c^2}{4\pi} \frac{t_*}{L_*^2} \eta_z \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{\sigma} \left( \xi_z \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial \eta} \right)_r \right) + \\ &+ \frac{c^2}{4\pi} \frac{t_*}{L_*^2} \xi_r \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{\sigma} \left[ \left( \xi_r \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial \eta} \right)_z + \frac{B_{\varphi}}{r} \right] \right) + \\ &+ \frac{c^2}{4\pi} \frac{t_*}{L_*^2} \eta_r \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{\sigma} \left[ \left( \xi_r \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial \eta} \right)_z + \frac{B_{\varphi}}{r} \right] \right) - \\ &- \frac{t_*}{B_* L_*^2} \frac{ck}{en_e} \left[ \nabla n_e \times \nabla T \right]. \end{split}$$

Для расчета радиационных полей используется уравнение переноса излучения, представленное в виде системы уравнений диффузионного многогруппового приближения:

$$\frac{1}{J}\frac{\partial (Jq_{i\xi})}{\partial \xi} + \frac{1}{J}\frac{\partial (Jq_{i\eta})}{\partial \eta} + \chi_i cU_i = 4\chi_i \sigma_i T^4,$$
  
$$\frac{c}{3}\frac{\partial U_i}{\partial \xi} + \chi_i q_{i\xi} = 0, \quad \frac{c}{3}\frac{\partial U_i}{\partial \eta} + \chi_i q_{i\eta} = 0,$$

где  $U_i(y,z,t)$  – плотность лучистой энергии в *i*-й спектральной группе;  $\chi_i$  – спектральный коэффициент поглощения. Расчет, входящих в данную систему уравнений термодинамических  $e(T,\rho)$ ,  $P(T,\rho)$  и оптических  $\chi_i(T,\rho)$  параметров рабочих сред проводился, в рамках приближения локального термодинамического равновесия с использованием компьютерной системы ASTEROID, разработанной член-корр. РАН С.Т. Суржиковым [5,6]

Особенностью численного метода, используемого в работе, является гидродинамическая стадия численного решения. На данной стадии применяется метод предиктор-корректор. Такой подход применяется в частности для повышения порядка аппроксимации численного решения по времени до  $O(\Delta t^4)$  путем использования последовательности сеток по временной переменной *t* и экстраполяцию по пределу, предложенную Ричардсоном.

При этом стадия предиктора основана на квазимонотонном методе высокого порядка точности и характеристической форме уравнений Эйлера, в которой неизвестные величины записаны в квазиинвариантах Римана. Эта форма уравнений Эйлера предложена В.М. Головизниным [7].

Конечно-разностный метод, используемый для расчета газодинамической части системы уравнений на стадии корректора, основан на модификации метода Годунова и пространственном расщеплении уравнений Навье-Стокса, записанных в произвольной криволинейной системе координат. При аппроксимации конвективной составляющей векторов потоков на границах расчетной ячейки применялась процедура расчета распада разрыва разработанная Годуновым с использованием реконструкции сеточной функции (внутри расчетной ячейки), которая была взята из работы [8]. Данная модификация метода Годунова позволяет повысить порядок аппроксимации конечноразностной схемы до 7-го. При этом "вязкая" часть системы уравнений Навье-Стокса определялась также явным образом с использованием реконструкции сеточной функции.

При решении уравнений переноса излучения применен модифицированный попеременно-треугольный метод с использованием трехслойной итерационной схемы, в которой итерационный "временной" шаг находится с помощью метода сопряженных направлений. Решение уравнения магнитной индукции находилось полунеявным методом расщепления по физическим процессам. Уравнения  $q - \omega$  модели Кокли решались с привлечением метода Розенброка, позволяющим преодолеть "жесткость" данной системы уравнений.

Вычислительный код использует многоблочную многосеточную технологию расчетов на неортогональных структурированных сетках.

#### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Конкретные расчеты проведены для группы (группы представляли от 1 до 4 каналов капилляров относительно радиальной координаты r) эрозионных струй (плазмообразующим веществом являлся алюминий), истекающей из системы каналов КРИС в цилиндрическую камеру, в начальный момент времени заполненную воздухом при нормальных условиях. Эта цилиндрическая камера, плоской стороной противоположной срезам системы капиллярных разрядов, сопряжена с соплом Лаваля, через которое эрозионная плазма поступает в затопленное пространство, заполненное воздухом.

Значение полной энергии запасаемой в емкостном накопителе энергии для отдельного варианта КРИС составляло величину 2.7 кДж, диаметр канала капиллярного разряда равен 10 мм, длина канала отдельного КРИС 50 мм, расстояние между отдельными КРИС равно 60 мм. Время наступления максимума разрядного тока равно  $t_{max} = 25$  мкс. При проведении расчетов варьировалось радиальное расстояние между каналами капилляров (от 2 до 10 см), а также точка фокусировки

(с координатами Z = var, r = 0) на оси факелов струй капилляров (от 3 до 5 см). Координата Z точки фокусировки отсчитывается от плоскости, в которой располагается срезы капилляров.

На рис. 1–2 представлены зависимости от времени t[мкс] продольной скорости v[м/c] (рис.1) и температуры T[K] (рис. 2), полученные для отдельного варианта КРИС (на срезе капилляра) на основе приближенной математической модели, описывающей плазмодинамические процессы внутри канала капиллярного разряда.

Графические зависимости, показанные на рис 1–2 и сформулированные в функциональном форме, используются на срезе КРИС в качестве краевых условий при математическом моделировании системы истекающих струй плазмы.



Рис.1 Значения скорости *v*[м/с] истекающей плазмы на срезе для отдельного варианта КРИС от времени

Расчетная область, при проведении двумерных расчетов в системе координат r, z была представлена в двух вариантах:

- прямоугольника;
  - ▶ "соплового блока".

В случае прямоугольной расчетной области в нижней части рисунка на плоской поверхности (на рис.3 прямая линия), располагаются выходные сечения каналов КРИС. Через эту плоскую поверхность эрозионный поток плазмообразующих веществ (в расчетах Al), которые возникают внутри канала КРИС, втекает в расчетную зону.



Рис.2. Значения степени нерасчетности  $n = P_a/P_{\infty}$  истекающей плазмы на срезе капиллярного разряда от времени t[мкс]

Сверху прямоугольная расчетная область ограничена также плоской поверхностью (на рис.3 прямой линией), на которой задаются не возмущающие "мягкие" условия на выходящий из расчетной области поток:  $\partial^2 \vec{f} / \partial x_n^2 = 0$ , где  $\vec{f} = \{\rho, u, v, e\}$  и  $x_n$  – координата нормальная к граничной поверхности.



Рис.3. Значения температуры *T*[K] истекающей плазмы на срезе для отдельного варианта КРИС от времени

Во втором варианте расчетная область в системе координат r, z представляла собой цилиндрическую камеру, которая в её верхней части переходила в сопло Лаваля. Через выходное сечение сопла эрозионная плазма материала капилляра истекала в затопленное пространство заполненное воздухом, который находится при нормальных условиях. При этом в нижней плоской части цилиндрической камеры располагаются выходные сечения каналов КРИС. В верхней плоской части расчетной области на переменные  $\vec{f} = \{\rho, u, v, e\}$  ставятся "мягкие" граничные условия.

С правой стороны область интегрирования ограничивается осью симметрии, на которой задаются соответствующие условия симметрии течения плазмы капиллярных разрядов.

На рис.4–6 приведены двумерные пространственные распределения температуры T[K], которые позволяют оценить влияние внешнего магнитного поля на структурные элементы одиночной струи КРИС.

На рис.4 видна структура течения одиночного факела КРИС (в условиях отсутствия воздействия внешнего магнитного поля B = 0) [9,10], состоящая из:

- группы боковых висячихУВ;
- центрального диска Мах, пересекающего ось симметрии КРИС.

Особенностью структуры струи КРИС, является течение плазмы в области тройной конфигурации УВ. Здесь за центральным диском Маха (в последующие моменты времени) образуется вихревой след (тороидальный вихрь). Этот след вызван тем, что скоростной напор в потоке, претерпевшем 2-х ступенчатое сжатие, во много раз больше скоростного напора за центральным скачком [10].

На рис.5, приведены распределения температуры T[K] в факеле КРИС при наложении на струю внешнего магнитного поля.

В первую очередь воздействие магнитного поля *В* затрагивает высокотемпературную (близкую к оси)

часть струи плазмы одиночного КРИС и вихревой след (тороидальный вихрь) в области тройной конфигурации УВ



Рис.4. Пространственное распределение температуры T[K] в импульсной струе плазмы без внешнего магнитного поля на момент времени t = 49.3 мкс



Рис.5. Пространственное распределение температуры T [K] в импульсной струе плазмы при наличие внешнего магнитного поля B = 1.58 Тл на момент времени t = 46.6 мкс



Рис.6. Пространственное распределение температуры T [K] в импульсной струе плазмы при наличие внешнего магнитного поля B = 2.5 Тл на момент времени t = 46.9 мкс

Так в частности из приведенного в тексте рис.6, соответствующем пространственному распределению температуры T[K] и значению магнитного давления  $P_{\rm mar} = 25$  [атм], следует, что тороидальный вихрь не возникает, а продольный размер струи КРИС и максимальное значение температуры T[K] приблизительно в два раза превышает размер струи и температуру без воздействия внешнего магнитного поля (рис.3).

При этом из распределения (рис.7) функции завихренности  $|rot(\vec{V})|$  следует, что на границе "струя – окружающая среда" созданы необходимые условия для возникновения вихря. Продольный размер струи КРИС и максимальное значение температуры T[K]приблизительно в два раза превышает размер струи и температуру без воздействия внешнего магнитного поля (рис.3).



Рис.7. Пространственное распределение функции завихренности  $rot(\vec{V})$  в импульсной струе плазмы при наличие внешнего магнитного поля B = 2.5 Тл на момент времени t = 46.9 мкс

Известно [10], что характерные режимы истечения струй в газовую среду принято описывать с помощью степени нерасчетности  $n = P_a/P_\infty$  ( $P_a$  – давление на срезе КРИС;  $P_\infty$  – давление в затопленном пространстве). При n < 1 струя является перерасширенной, а при n > 1 – недорасширенной. Эта сложная структура течения струи в затопленном пространстве связана с появлением характерных продольных  $Z/r_a \approx M_a \sqrt{\gamma_a n}$ и поперечных  $R/r_a \approx \sqrt{n/(\gamma_a - 1)}$  пространственных масштабов.

При наложении внешнего магнитного поля B = 2.5Тл или  $P_{\text{маr}} = 25$  [атм] на струю плазмы КРИС степень нерасчетности уменьшится до значения  $n = P_a/(P_{\infty} + P_{mag}) \approx 5.4$ , что должно было бы сопровождаться изменением продольных  $Z/r_a$  и поперечных  $R/r_a$  размеров струи КРИС приблизительно в 5 раз.

Но, как видно из рис.8, магнитное давление  $P_{\text{маг}}$  не оказывает заметного воздействия на область боковых висячих УВ, непосредственно за которыми газ не сильно нагрет ( $T \approx (3 \div 5)[\text{kK}]$ ). Однако в периферий-

ной зоне (рис.6), примыкающей к оси КРИС (T > 10, [kK]) возникает возвратное течение плазмы (радиальная скорость приблизительно равна  $u(r, z, t) \approx -1.3[\kappa m/c]$ ) направленное в сторону оси капиллярного разряда. При этом градиент газодинамического давления  $\nabla P > 0$  направлен в противоположную сторону, т.е. от оси факела КРИС.



Рис.8. Пространственное распределение магнитного давления  $P_{\text{маг}}$  [атм] в импульсной струе плазмы при наличие внешнего магнитного поля на момент времени t = 46.9 мкс

Наиболее заметное влияние магнитное давление оказывает (см. рис.8) на нагретую осевую часть струи КРИС (T > 20[kK]), которая в этом случае ограничена по радиальной координате размером  $R \le 1$ , [см]. В этой пространственной зоне ( $R \le 1$ , [см]) число Маха близко к единице ( $M \approx 1$ ), а газодинамическое давление находится на уровне  $P \approx 100$ , [атм].

Для того, чтобы оценить уровень влияния повышенного внешнего газодинамического давления  $P_{\infty} = 25$  [атм] ( $n = P_a/P_{\infty} \approx 5.6$ ) на рис. 9 показано распределение температуры в факеле КРИС без внешнего магнитного поля.



Рис.9. Пространственное распределение температуры T[K] в импульсной струе плазмы без внешнего магнитного поля на момент времени t = 62.9 мкс для давления в затопленном пространстве  $P_{\infty} = 25$  атм

Отметим, что в данной ситуации ( $P_{\infty} = 25$  [атм]) в области смешения струи и окружающей газовой среды формируются (в отличие от случая внешнего магнитного поля B = 2.5 Тл) тороидальная, долгоживущая, вихревая структура, а максимальное значение температуры в струе КРИС находится на уровне  $T_{\max} \approx 18$  kK, число Маха  $M \approx (1 \div 2.4)$ , давление на уровне  $P \approx 10$ , [атм].

Определенный интерес для практики представляют численные исследования взаимодействия системы импульсных струй, вытекающих из группы расположенных рядом КРИС, помещенных во внешнее магнитное поле и сопло Лаваля (рис.10, 11).





Рис.10. Пространственное распределение температуры Т [K] в системе трех струй плазмы КРИС при наличие внешнего магнитного поля B = 5 Тл на момент времени t = 28.1 мкс



Рис.11. Пространственное распределение магнитного давления  $P_{\text{маг}}$  [атм] в системе трех струй плазмы КРИС на момент времени t = 28.1 мкс

Из пространственных распределений, приведенных на рис.10, 11, следует, что к моменту t = 28.1 мкс плазменный факел системы КРИС составляет единое целое с заметными структурными особенностями. Так, например процесс взаимодействия системы КРИС проводит к образованию вблизи оси системы области ( $r \approx 0.5$  см) с повышенным, относительно окружающей среды, давлением ( $\approx 160$  раз) и плотностью ( $\approx 10$  раз). Давление в этой области "запирает" (на данный момент времени) истечение плазменной струи из КРИС, которая расположена на оси системы. В последующие моменты времени в этой зоне формируется узконаправленная струя, которая имеет повышенную, по сравнению с периферийными КРИС, осевую скорость движения факела, тороидальная вихревая структура не наблюдается.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана математическая модель системы импульсных плазменных струй, истекающей в затопленное пространство, основанная на уравнениях радиационной плазмодинамики, записанных в произвольных криволинейных координатах. Численно исследованы радиационные и газодинамические процессы, возникающей в системе КРИС, которые истекают в затопленное пространство. Произведены расчеты всех основных газодинамических и излучательных параметров системы КРИС.

Работа выполнена в Лаборатории радиационной газовой динамики Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН (ИПМех РАН). Отдельные части представленной работы проводились в рамках проектов РФФИ № 10-01-00544 (разработка пространственных моделей радиационной газовой динамики при наличие плазмохимических реакций), 09-08-00272 (экспериментальное исследование структуры ударных волн), а также в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Фундаментальные проблемы механики взаимодействий в технических и природных системах, материалах и средах» (формулировка фундаментальных направлений в исследованиях воздействия магнитных полей на гиперзвуковые течения), Программ фундаментальных исследований отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления (ОЭММПУ) РАН «Физикохимическая механика неравновесных систем» (исследование неравновесности в импульсных струях плазмы и газа) и «Фундаментальные проблемы горения и детонации в энергоустановках» (разработка математических моделей горения многокомпонентных газовых смесей) [11-13].

### СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

*Р*, *ρ*, *Т* — давление, плотность и температура;

М — число Маха;

- *q*<sub>1</sub>, *q*<sub>2</sub>, *q*<sub>3</sub> система криволинейных координатат;
- *g* фундаментальный определитель;
- УВ ударная волна.

Индексы:

*i* — порядковый номер орта системы координат

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Жаринов М.Н., Камруков А.С., Кожевников И.В., Козлов Н.П., Росляков И.А. Генерация крупномасштабных излучающих вихревых структур при торможении импульсных плазменных струй в воздухе.// ЖТФ, 2008, т.78, вып.5, С. 38–46.
- Дякин В.М., Пикуз Т.А., Скобелев И.Ю. и др. Формирование струи плазмы многозарядных ионов при взаимодействии лазерной плазмы с внешним импульсным магнитным полем. Квантовая электроника, 1994. Т.21, №12, С. 1186–1188.

- Любченко Ф.Н., Феденев А.В., Чумаков А.Н., Босак Н.А., Тарасенко В.Ф., Панченко А.Н.. Результаты исследований и перспективы создания лазерно-плазменных микродвигателей // Сборник научных трудов VIII Международ. симп. по радиационной плазмодинамике. - М.: ООО НИЦ "Инженер". – 2009. – С. 262–265.
- Кузенов В.В. Отдельные структурные особенности течения импульсного факела капиллярного разряда // Труды XXXIV академических чтений по космонавтике «КОРО-ЛЁВСКИЕ ЧТЕНИЯ». – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2010. – С. 198–199.
- Surzhikov S.T. Computing System for Solving Radiative Gasdynamic Problems of Entry and Re-Entry Space Vehicles// Proceedings of the 1st International Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry; 8-10 October 2003, Lisbon, Portugal. ESA- 533, December 2003. Pp. 111–118.
- Суржиков С.Т. Тепловое излучение газов и плазмы. М.: Изд-во МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2004, 543 с.
- Головизнин В.М. Балансно-характеристический метод численного решения одномерных уравнений газовой динамики в эйлеровых переменных. Математическое моделирование, 2006. Т.18, №11, С. 14–30.
- Кузенов В.В., Рыжков С.В. Математическая модель взаимодействия лазерных пучков высокой энергии импульса с плазменной мишенью, находящейся в затравочном магнитном поле// Препринт ИПМех РАН № 942. - М.: ИПМех РАН. – 2010. – 56 с.
- Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. М.: Изд.-во, 2003, 335 с.
- Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процессов истечения. Новосибирск: Наука, 1984, 235 с.
- Суржиков С.Т. Методы Монте-Карло в задачах расчета направленной излучательной способности струи продуктов сгорания // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2008. Т.7. <u>http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-008.pdf</u>
- Кузенов В.В. Использование регулярных адаптивных сеток для анализа импульсных сверхзвуковых струй плазмы // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2008. Т.7. <u>http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-016.pdf</u>
- Суржиков С.Т. Перспективы многоуровневого подхода к задачам компьютерной аэрофизики // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2008. Т.7. <u>http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-002.pdf</u>