

НЕЛИНЕЙНОЕ НАСЫЩЕНИЕ ДРЕЙФОВЫХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ, ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И ТРАНСПОРТ В СДВИГОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.Ю. Чирков

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва

Аннотация

Обсуждается численная модель турбулентного транспорта в сдвиговых течениях плазмы. Рассматривается нелинейная трансформация волн и волновых пакетов конечной амплитуды. Модельное уравнение для амплитуд учитывает нарастание (с инкрементом порядка линейного) и нелинейный транспорт, характеризуемый эффективным коэффициентом турбулентной диффузии, зависящим от амплитуды. Средние значения локальных коэффициентов диффузии соответствуют условию существования стационарных решений модельного уравнения. Для случая линейного распределения скорости сдвигового течения получено хорошее согласие численных результатов с известным результатом теории деформации жидкой частицы. В нашей модели учитываются закономерности возникновения, насыщения и распада турбулентных структур, наблюдаемых в экспериментах на установках различных типов. Рассматривается применение сформулированной модели для плазмы открытой магнитной ловушки и обращенной магнитной конфигурации.

NONLINEAR SATURATION OF DRIFT INSTABILITIES, TURBULENCE AND TRANSPORT IN PLASMA SHEARED FLOWS IN MAGNETIC FIELD

Numerical model of turbulent transport in plasma sheared flows is discussed. Nonlinear transformation of finite amplitude waves and wave packets is considered. Model equation for amplitudes takes into account growth (with growth rate near the linear value) and nonlinear transport with effective diffusivity depending on amplitude. Averaged values of local diffusivities correspond to the conditions of existence of stationary solutions of the model equation. For the linear profile of sheared flow velocity obtained results good agree with well known results of media deformation theory. Our model the features of appearance, saturation and decay of turbulence structures in different devices are taken into account. We consider applications of suggested model for the plasmas of open magnetic trap and field reversed magnetic configuration.

1. ВВЕДЕНИЕ

Теории турбулентности и транспортных процессов в замагниченной плазме, как правило, связаны с дрейфовыми неустойчивостями [1–4]. Сдвиговые течения плазмы в магнитном поле играют крайне важную роль в процессах снижения турбулентного транспорта и формирования режимов улучшенного удержания плазмы в магнитных ловушках.

Транспорт, связанный с дрейфовой турбулентностью можно характеризовать эффективным коэффициентом диффузии частиц поперек магнитных силовых линий, который при отсутствии сдвиговых течений можно принять равным [5]

$$D_{\perp 0} \approx k_{\perp}^{-2} \gamma, \quad (1)$$

где k_{\perp} и γ – характерные значения поперечного волнового числа и линейного инкремента дрейфовой неустойчивости.

В рамках гидродинамического рассмотрения снижение турбулентного транспорта обычно связывается с разрушением или существенной деформацией пространственной структуры неустойчивости сдвиговыми течениями. Влияние сдвигового течения в модели [3] учитывается на основе рассмотрения деформации жидкой частицы (элемента среды) сдвиговым течением, что приводит к выражению

$$D_{\perp} = \frac{D_{\perp 0}}{1 + (\gamma_s / \gamma)^2}, \quad (2)$$

где γ_s – параметр сдвига; в цилиндрической геометрии $\gamma_s = r \frac{d}{dr} \frac{V(r)}{r}$, в плоской – $\gamma_s = \frac{d}{dx} V(x)$, V – скорость сдвигового течения.

Аналогично (1) и (2) определяются турбулентные коэффициенты температуропроводности. Согласно выражению (2), транспортные коэффициенты значительно уменьшаются при $\gamma_s > \gamma$, что совпадает с экспериментально установленным критерием формирования режимов улучшенного удержания [4].

Численное моделирование турбулентного транспорта в плазме возможно также на основе расчета траекторий многих частиц под действием возмущений. Необходимо отметить, что транспортные процессы определяются не только локальными свойствами турбулентности, но также могут существенно зависеть от параметров турбулентности на некотором расстоянии от рассматриваемой поверхности [6]. В моделях, рассматривающих динамику отдельных частиц, такое действие на расстоянии учитывается естественным образом, так как при колебаниях конечной амплитуды частица пересекает поверхности с разными параметрами турбулентности. Определенная трудность такого подхода связана с необходимостью задания свойств возмущений.

Моделирование транспортных процессов на основе анализа стохастической динамики частицы под действием многомодовых возмущений рассматривалось в [7–10]. Картина волновых полей при этом соответствует бесконечный набор мод с одинаковыми амплитуды

дами. Суммирование таких «идеальных» мод дает систему бесконечно узких волновых пакетов, имеющих неизменную во времени структуру и равномерно расположенных по всем частотам.

В [11] были выполнены численные расчеты взаимодействия частиц с одиночными нестационарными волновыми пакетами, параметры которых варьировались в широких диапазонах, включающих как низкочастотные, так и высокочастотные дрейфовые неустойчивости. Нарастание или затухание неустойчивости моделировалось изменением во времени амплитуды пакета. Некоторые предположения, использованные в указанной модели, основаны на результатах ранее проведенных численных расчетов переноса частиц в многомодовом режиме [12, 13]. Для предмета настоящей работы наиболее важными результатами являются следующие установленные в указанных расчетах закономерности.

1. Перенос частицы поперек магнитного поля происходит под воздействием волновых пакетов, возникающих в результате сложения достаточно большого числа близких по фазе мод.

2. Для возникновения переноса необходимо, чтобы суммарные амплитуды потенциала пакетов значительно (примерно на порядок) превышали средний уровень флуктуаций потенциала.

Таким образом, в расчетах адекватный уровень транспорта обеспечивался не «фоновыми» возмущениями с малыми амплитудами, а относительно редкими «пакетами» с амплитудами, превышающими средний уровень. Такая картина соответствует состоянию структурной плазменной турбулентности [14].

Чтобы получить картину насыщения таких возмущений, называемых далее пакетами, примем следующие приближения. Относительно большая амплитуда пакета позволяет рассматривать его эволюцию отдельно от фоновых возмущений. Так как такие пакеты возникают довольно редко, то возможность их перекрытия можно не учитывать. Механизм распада структуры пакета рассматривать не будем, считая, что действие механизмов распада начинают сказываться через некоторое время после насыщения амплитуды пакета. Данные приближения позволяют предположить существование установившейся формы пакета в течение некоторого времени.

Амплитуды установившихся пакетов можно рассматривать в качестве меры амплитуд возмущений с соответствующими пространственными масштабами (волновыми числами). В дальнейшем нас будет интересовать значения амплитуды установившегося пакета и скорости насыщения. Поэтому начальное состояние пакета принципиальной роли не играет, и может быть принято, например, в виде гармонического возмущения.

2. МОДЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА НАСЫЩЕНИЯ И СТАЦИОНАРНЫЕ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим дрейфовую волну, распространяющуюся в плазме, находящейся в однородном магнитном поле \mathbf{B} и неоднородном статическом электрическом поле $\mathbf{E}(x)$, перпендикулярном магнитному. Для простоты будем считать, что плазма имеет форму плоского слоя. Пусть вектор индукции магнитного поля \mathbf{B} направлен вдоль оси z , волна распространяется

вдоль оси y , а вектор напряженности электрического поля $\mathbf{E}(x)$ параллелен направлению отсчета «радиальной» координаты x . Обозначим $X = X(y, t)$ смещение частицы под действием волны в направлении x относительно некоторой поверхности $x = x_0$. Тогда координаты x и y частицы в момент времени t связаны уравнением

$$x = x_0 + X(y, t). \quad (3)$$

Дрейфовые колебания обычно считаются квазинейтральными. Для дрейфовых волн обычно используется приближение адиабатического отклика электронов, заключающееся в том, что возмущение концентрации плазмы N^{\sim} пропорционально потенциалу волны ϕ^{\sim} . С другой стороны, величина N^{\sim} пропорциональна X . Следовательно, можно принять соотношение

$$N^{\sim} \propto \phi^{\sim} \propto X. \quad (4)$$

Будем рассматривать низкочастотные дрейфовые волны, для которых частота $\omega \ll \omega_{ci}$ и длина волны $\lambda \gg \rho_{Ti}$, где ω_{ci} – циклотронная частота ионов, ρ_{Ti} – циклотронный радиус ионов, вычисляемый по их тепловой скорости. В этом случае для описания движения частиц (как ионов, так и электронов) в поле дрейфовой волны можно использовать дрейфовое приближение, – приближение ведущего центра. В рамках дрейфового приближения из соотношения (4) следует, что функция $X(y, t)$ описывает также форму волны.

Для возмущения концентрации запишем уравнение неразрывности

$$\frac{\partial N^{\sim}}{\partial t} + V(x) \frac{\partial N^{\sim}}{\partial y} - D \frac{\partial^2 N^{\sim}}{\partial y^2} = \gamma N^{\sim}, \quad (5)$$

где $V(x)$ – скорость сдвигового течения в направлении y ; D – коэффициент диффузии.

Предполагаем, что D не изменяется в зависимости от y и X , но может изменяться при изменении x_0 . В уравнении (5) третье «диффузионное» слагаемое введено для обеспечения диссипации при отсутствии сдвига скорости. Связь коэффициентов диффузии D и D_{\perp} будет установлена в результате анализа численных решений уравнения (5). Источник γN^{\sim} в правой части соответствует линейному подходу. Выбор такого вида источника нам представляется здесь наиболее приемлемым, так как линейный инкремент γ может быть определен хорошо разработанными методами линейного анализа.

На данном этапе рассмотрения мы не будем уточнять, для какой компоненты (ионной или электронной) записано уравнение (5). В случае низкого давления плазмы можно полагать, что сдвиговое течение возникает в результате $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -дрейфа. Тогда скорость равна $V(x) = -E(x)/B$ и относится к плазме в целом.

Рассмотрим случай линейной зависимости скорости течения

$$V(x) = V_0 + \gamma_s (x - x_0), \quad (6)$$

где V_0 – значение скорости на поверхности $x = x_0$; γ_s – параметр сдвига, значение которого полагаем постоянным.

Как известно из теории дрейфовых неустойчивостей, параметры мод в системе отсчета, движущейся с постоянной скоростью вместе с плазмой, не зависят от постоянной скорости движения плазмы. Переход из

лабораторной системы отсчета в систему, движущуюся с постоянной скоростью V_0 , дает только доплеровский сдвиг действительной частоты. Поэтому без ограничения общности можно полагать $V_0 = 0$.

Используя (3), (4) и (6) получаем из (5) нелинейное уравнение для профиля волны в системе отсчета, движущейся вместе с волной,

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \gamma_s X \frac{\partial X}{\partial y} = D \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \gamma X. \quad (7)$$

В качестве начального условия (начального состояния возмущения) будем рассматривать гармоническую волну с заданными значениями волнового числа $k_y = k_{\perp}$ и амплитуды X_0 . Граничные условия задаем в виде условия пространственной периодичности, соответствующего значению k_y .

Уравнение (7) относится к тому же типу уравнений, что и уравнение Бюргерса, часто используемое в нелинейной акустике [15]. Отметим, что уравнение (7) с нулевой правой частью может быть получено исходя из уравнений дрейфового движения частиц [16]. При этом оно практически совпадает с уравнением нелинейной дрейфовой волны [17]. Аналогичными уравнениями описываются возмущение в пучке невзаимодействующих частиц [18] и нелинейная звуковая волна без диссипации [19, § 101].

В уравнении (7) $\gamma > 0$, $D > 0$, а γ_s может принимать любые значения. В силу симметрии ограничимся рассмотрением случаев $\gamma_s \geq 0$, так как решение для $\gamma_s < 0$ получается заменой $\gamma_s \rightarrow -\gamma_s$, $y \rightarrow -y$.

Роль источников выполняет слагаемое γX в правой части, а насыщение амплитуды определяется двумя механизмами, которые можно назвать конвективным (слагаемое $\gamma_s X \partial X / \partial y$) и диффузионным (слагаемое $D \partial^2 X / \partial y^2$).

При отсутствии сдвигового течения ($\gamma_s = 0$) одномерная гармоническая волна постоянной амплитуды является стационарным решением (7) при условии $D = k_{\perp}^2 \gamma = D_{\perp 0}$, т.е. условием существования стационарного решения является равенство коэффициента диффузии в уравнении (7) величине, определяемой формулой (1). При $\gamma_s = 0$ начальное гармоническое возмущение возрастает, если $D < D_0$, а при $D > D_0$ — затухает, что также подтвердилось в расчетах.

При $\gamma_s > 0$ насыщение при очень малых значениях D происходит за счет конвективного механизма. В расчетах мы рассматривали два случая. В первом случае значение D считается пропорциональным квадрату амплитуды стационарного решения, а во втором — $D \rightarrow 0$. Значение коэффициента диффузии, соответствующее первому случаю, обозначим D^* . Для него справедливо соотношение

$$D^* / D_{\perp 0} = X_m^2 / X_{m0}^2, \quad (8)$$

где X_m^2 и X_{m0}^2 — квадраты амплитуды стационарного решения при заданном значении γ_s и $\gamma_s = 0$, соответственно.

В расчетах значение D^* определялось путем итераций. В случае $D \rightarrow 0$ строгое равенство $D = 0$ не обеспечивает устойчивость использованной разностной схемы, поэтому принималось значение $D = 10^{-2} D^*$, что делает диффузионное насыщение пренебрежимо малым. Были приняты следующие масштабы величин: времени — γ^{-1} , параметра сдвига — γ ,

амплитуды — X_{m0} , коэффициента диффузии — $D_{0\perp}$. Далее численные значения всех параметров указаны в безразмерных единицах, соответствующих принятым масштабам.

Результаты расчетов представлены на рис. 1 и 2, а также в таблице 1. На рис. 1 приведены примеры стационарных решений. Изменение амплитуды во времени показано на рис. 2.

Таблица 1

Результаты расчета для различных значений параметра сдвига γ , при линейной зависимости скорости сдвигового течения и $D = D^*$

γ_s	γ_0	τ_{NL}	X_m^2	X_m^2 при $D \ll D^*$	D_{\perp} по формуле (2)
0	0	—	1	—	1
0.5	0.09	20	0.8	3.84	0.8
1	0.225	12	0.48	0.96	0.5
1.5	0.31	6.5	0.29	0.43	0.31
2	0.36	5	0.18	0.24	0.2
3	0.4	5	0.09	0.11	0.1
5	0.44	5	0.037	0.038	0.0385
10	0.45	5	0.0095	0.0098	0.0099

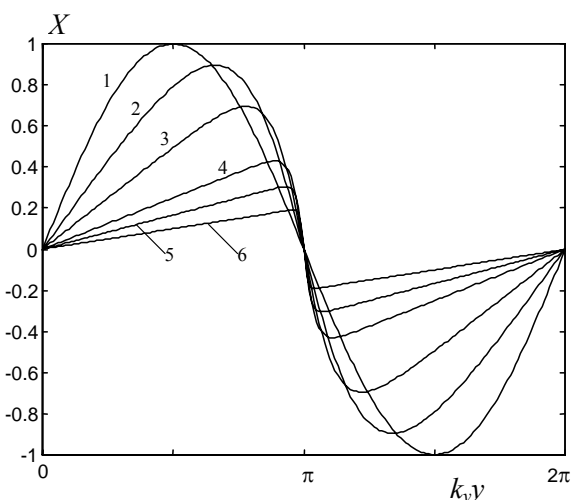


Рис. 1. Стационарные профили волны: 1 — $\gamma_s = 0$; 2 — 0.5; 3 — 1; 4 — 2; 5 — 3; 6 — 5. $D = D^*$

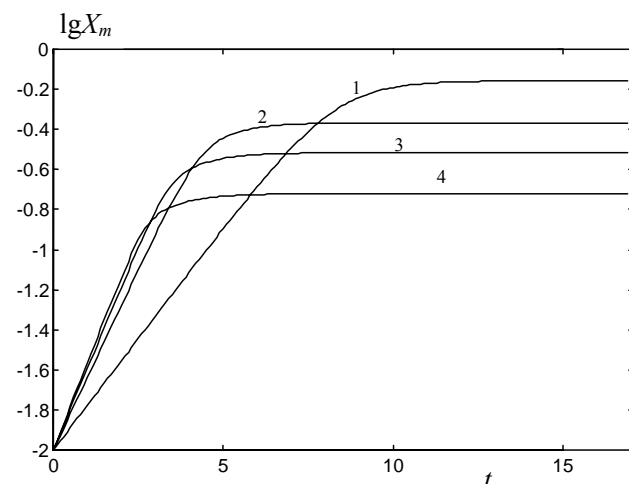


Рис. 2. Изменение амплитуды во времени: 1 — $\gamma_s = 1$; 2 — 2; 3 — 3; 4 — 5. $D = D^*$

Нелинейная деформация изначально гармонической волны происходит достаточно быстро. При этом рост амплитуды на начальной стадии носит линейный

характер (см. рис. 2) с эффективным инкрементом $\gamma_0 \neq 1$, значения которого для случая $D = D^*$ приведены в таблице 1. Скорость роста амплитуды уменьшается по мере приближения к насыщению. Стадия перехода от линейного роста к насыщению протекает за время τ_{NL} , также приведенное в таблице 1 для случая $D = D^*$. При $D \ll D^*$ $\gamma_0 \approx 0.45$, $\tau_{NL} \approx 5$, что соответствует значениям при $D = D^*$ в пределе $\gamma_s \gg 1$.

В таблице 1 для сравнения также приведены рассчитанные значения квадрата амплитуды при $D \ll D^*$ и коэффициента поперечной диффузии D_{\perp} , вычисленные по формуле (2). Как можно видеть, численные значения $X_m^2 = D^*$ и D_{\perp} совпадают с точностью до 10%.

В связи с указанным выше обстоятельством логично предположить, что на основе рассматриваемой модели нелинейной волны можно рассматривать деформацию элемента среды под воздействием произвольного сдвигового течения, а не только рассмотренного выше течения с постоянным сдвигом.

Для случая транспортных барьеров наряду с линейным распределением скорости сдвигового течения интерес представляет случай квадратичного распределения с экстремумом при $x = x_0$. Зададим зависимость скорости (в размерных единицах) в виде

$$V(x) = \gamma_2 x^2 / X_{m0}, \quad (9)$$

где γ_2 – постоянная, имеющая ту же размерность, что γ_s и γ ; в качестве масштаба γ_2 используем величину γ .

Аналогично уравнению (7) для случая зависимости (9) получаем уравнение, описывающее профиль волны

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \gamma_2 \frac{X^2}{X_{m0}} \frac{\partial X}{\partial y} = D \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \gamma X. \quad (10)$$

Результаты решения уравнения (10) с теми же начальными и граничными условиями, что и для (7), представлены на рис. 3, 4 и таблице 2.

Таблица 2

Результаты расчета для различных значений параметра γ_2 при квадратичной зависимости скорости сдвигового течения

γ_2	X_m^2 при $D = D^*$	X_m^2 при $D \ll D^*$
0	1	–
0.3	0.96	–
0.5	0.89	–
1	0.75	1.9
1.5	0.63	1.26
2	0.54	0.94
3	0.41	0.62
4	0.33	0.46
5	0.28	0.37
6	0.24	0.31
8	0.19	0.23
10	0.17	0.19
12	0.14	0.16

В результате расчетов получено, что при $D \ll D^*$, а также при $D = D^*$ и $\gamma_2 \gg 1$ эффективный инкремент для начальной волны малой амплитуды $\gamma_0 \approx 0.45$, характерное время перехода от линейного роста амплитуды к насыщению составляет $\tau_{NL} \approx 3$. Для $|\gamma_2| > 2$ результаты расчетов величины D^* с приемлемой точ-

ностью можно аппроксимировать зависимостью $D^* \approx 2D_{\perp} \gamma / |\gamma_2|$.

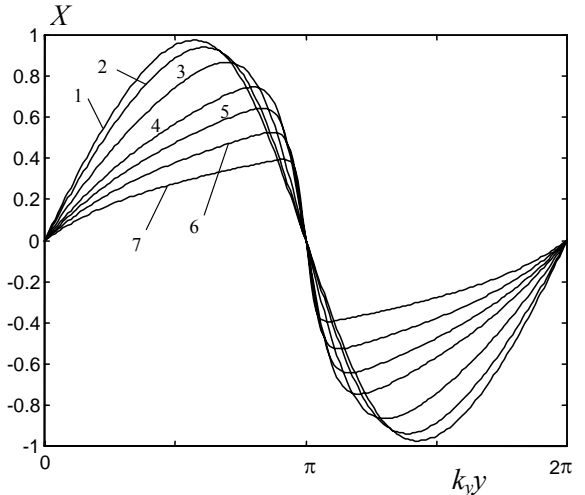


Рис. 3. Стационарные профили волны: 1 – $\gamma_2 = 0.3$; 2 – 0.5; 3 – 1; 4 – 2; 5 – 3; 6 – 5; 7 – 10. $D = D^*$

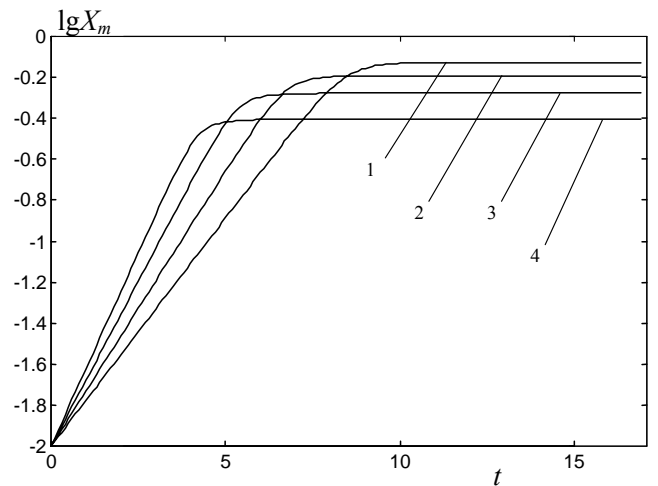


Рис. 4. Изменение амплитуды во времени: 1 – $\gamma_2 = 2$; 2 – 3; 3 – 5; 4 – 10. $D = D^*$

3. ФЛУКТУАЦИИ И СПЕКТР АМПЛИТУД

Под состоянием стационарной турбулентности будем понимать неизменность термодинамических величин при наличии флуктуаций, среднее по времени значение которых равно нулю. Амплитуды флуктуаций энтропии, концентрации и температуры частиц плазмы каждого сорта связаны соотношением

$$\delta s = \frac{3}{2} k_B \frac{\delta T}{T} - k_B \frac{\delta N}{N},$$

где k_B – постоянная Больцмана, а энтропия берется в расчете на одну частицу.

Полагая $\frac{N}{T} \frac{\delta T}{\delta N} \approx \frac{N}{T} \frac{\nabla_{\perp} T}{\nabla_{\perp} N} = \eta$, запишем величину производства энтропии в виде

$$\sigma = \frac{N \delta s}{\delta t} = k_B \left| \frac{3}{2} \eta - 1 \right| \frac{\delta N}{\delta t} = k_B \left| \frac{3}{2} \eta - 1 \right| \gamma \delta N. \quad (11)$$

С другой стороны возникновение энтропии при релаксации флуктуаций компенсируется ее выводом из системы вместе с потоком вещества. Поэтому пред-

ставим производство энтропии как произведение соответствующей обобщенной силы на поток частиц

$$\begin{aligned} \sigma &= \nabla_{\perp} \left(\frac{\mu}{T} \right) D_{\perp} \nabla_{\perp} N = k_B \left[\frac{3}{2} \eta - 1 \right] \left| \frac{D_{\perp} (\nabla_{\perp} N)^2}{N} \right| = \\ &= k_B \left[\frac{3}{2} \eta - 1 \right] \left| \frac{D_{\perp} N}{L_N^2} \right|. \end{aligned} \quad (12)$$

где μ – химический потенциал в расчете на одну частицу; L_N – пространственный масштаб градиента концентрации.

Отметим, что производство энтропии обращается в ноль при $\eta = 2/3$, что соответствует показателю адиабаты $(\eta + 1) = 5/3$. Приравняв (11) и (12), найдем среднее значение относительной амплитуды флуктуаций концентрации:

$$\varepsilon = \frac{\delta N}{N} = \frac{D_{\perp}}{L_N^2 \gamma}. \quad (13)$$

При линейном распределении скорости сдвигового течения

$$\varepsilon = \frac{1}{(k_{\perp} L_N)^2 (1 + \gamma_s^2 / \gamma^2)}. \quad (14)$$

В случае параболического профиля скорости

$$\begin{aligned} \varepsilon &\approx \frac{1}{(k_{\perp} L_N)^2} \quad \text{при } |\gamma_2| < 2\gamma; \\ \varepsilon &\approx \frac{2\gamma}{(k_{\perp} L_N)^2 |\gamma_2|} \quad \text{при } |\gamma_2| \geq 2\gamma. \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, выражения (14) и (15) можно рассматривать как спектральное распределение амплитуд по волновым числам. Отметим, что при $\gamma_s \ll \gamma$ (или $|\gamma_2| \ll \gamma$) $\varepsilon \sim (k_{\perp} L_N)^{-2}$.

Для дрейфовых неустойчивостей в области не слишком коротких волн обычно $\gamma \approx C_1 k_{\perp} v_*$, где $C_1 = \text{const} \approx (0.1 - 1)$; $v_* = k_B T / (eB)$ – скорость диамагнитного дрейфа; e – заряд электрона. Примем в качестве масштабов неоднородности сдвигового течения величины $L_* = v_* / |\gamma_s|$ и $L_{**} = v_* / |\gamma_2|$. Тогда в длинноволновой области ($k_{\perp} \sim 1/L_N$) для линейного распределения скорости

$$\varepsilon = (k_{\perp} L_N)^{-2} \left[1 + \frac{1}{(C_1 k_{\perp} L_*)^2} \right]^{-1} \approx \left(\frac{C_1 L_*}{L_N} \right)^2, \quad (16)$$

для параболического –

$$\varepsilon \approx \frac{2C_1 L_{**}}{k_{\perp} L_N^2} \approx \frac{2C_1 L_{**}}{L_N}. \quad (17)$$

Используя выражения (14) и (15) можно оценить диапазон волновых чисел, в котором интенсивность флуктуаций превышает средний уровень. Флуктуации в этом диапазоне определяют уровень турбулентного транспорта. Считая, что плазма имеет форму цилиндра радиуса $a \approx L_N$, находим минимальное значение $k_{\perp \min} \approx 1/L_N$. Для дрейфовой неустойчивости при линейном распределении скорости сдвигового течения диапазон наиболее значительных флуктуаций ограничен сверху значением $k_{\perp \max} \sim 1/L_*$. При квадратичном распределении $k_{\perp \max} \sim 1/L_{**}$. При исчезающем сдвиге

течения ($L_* \rightarrow \infty, L_{**} \rightarrow \infty$) должен наблюдаться широкий спектр, а по мере увеличения величины сдвига ширина спектра уменьшается, средняя амплитуда – снижается.

4. ТРАНСПОРТ В МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

Полученные выше в рамках обсуждаемой модели особенности дрейфовой турбулентности качественно соответствуют результатам экспериментов на открытой ловушке GAMMA-10 [20, 21], в которых измерялись спектры дрейфовой неустойчивости в зависимости от скорости сдвигового течения. Параметры для условий этих экспериментов следующие: $L_N \approx a$, $C_1 \approx 0.1$, $L_N/L_* = 1 \div 10$, $\varepsilon = 10^{-1} \div 10^{-2}$. Оценка по формуле (14) для этих условий также дает величину флуктуаций $\varepsilon = C_1 L_* / L_N = 10^{-1} \div 10^{-2}$.

В [9] для условий указанных экспериментов было предложено выражение для коэффициента диффузии

$$D_{\perp} \approx \varepsilon^2 (k_B T_e / eB). \quad (18)$$

Рассмотрим применение сформулированной модели спектров дрейфовых флуктуаций к обращенной магнитной конфигурации (ОМАК), – системе, магнитное поле, на периферии которой подобно полю открытой ловушки. Суммарное поле в ОМАК создается как внешними катушками, так и диамагнитным током в плазме. На магнитной оси разряда магнитное поле $B=0$, а отношение давления плазмы к давлению внешнего магнитного поля $\beta=1$. Высокий уровень турбулентного транспорта в плазме установок типа ОМАК пока не получил удовлетворительного объяснения. Эксперименты по измерению спектров флуктуаций [22, 23] показали, что их уровень в коротковолновом диапазоне слишком низок для объяснения высокого уровня турбулентного транспорта в ОМАК. Данные о флуктуациях в длинноволновой области дрейфовых волн отсутствуют.

В экспериментах на установках типа ОМАК сдвиговые течения, видимо, не генерировались, за исключением экспериментов с инжекцией [24]. Поэтому спектр для случая дрейфовых неустойчивостей может иметь вид $\varepsilon = 1 / (k_{\perp} L_N)^2$ с уровнем амплитуд $\varepsilon \lesssim 1$ при $k_{\perp} \gtrsim 1/L_N$.

Анализ возможных причин транспорта в ОМАК [25] показал, что наиболее удовлетворительное согласие с экспериментами дает зависимость коэффициента диффузии $D_{\perp} \approx 0.3 (k_B T_e / eB)$, полученная в [10] для случая коротковолновых дрейфовых неустойчивостей. Сравнивая ее с (18), оценим $\varepsilon \sim 1$. В этом случае наши предположения согласуются с наблюдаемым уровнем транспорта в системах типа ОМАК.

5. ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим условия существования нелинейных структур, описываемых модельными уравнениями (7), (10). Для этого фазовые скорости и инкременты Фурье-гармоник, на которые может быть разложена нелинейная волна, должны не сильно изменяться в зависимости от волнового числа. Тогда за характерное время формирования стационарного профиля нелинейной волны, ее искажение и распад из-за дисперсии будут несущественны. В результате расчетов было установлено, что время перехода от линейной стадии

роста амплитуды до насыщения $\tau_{NL} \sim 5/\gamma$ (в случае линейной зависимости $V(x)$). Эту величину, видимо, можно рассматривать в качестве масштаба времени формирования стационарного профиля.

Полученные нами решения модельных уравнений в виде нелинейных волн представляют собой периодические структуры, ограниченные вдоль направления y размерами плазмы. При этом каждая полуволна также может рассматриваться как самостоятельное решение, соответствующее граничным условиям $X=0$ при $y \leq 0$ и $y \geq \pi/k_y$. Такие локализованные решения обычно называют однополярными импульсами. Они, на наш взгляд, лучше соответствуют существующим представлениям о турбулентном состоянии, чем периодическая волна.

В турбулентном режиме мгновенные значения коэффициента D , характеризующего диссипацию в уравнении (5), могут значительно изменяться за времена порядка характерного периода пульсаций. Величина D_{\perp} характеризует усредненный по пульсациям поток частиц. Нам представляется логичным вычислять D_{\perp} как максимальное значение параметра D^* во всем возможном диапазоне волновых чисел k_y , то есть $D_{\perp} \approx D_{\max}^*$. Если в некоторый момент времени $D \ll D_{\max}^*$, то турбулентная диссипация незначительна, следовательно, амплитуды пульсаций будут нарастать, что приведет к росту D . В случае $D \gg D_{\max}^*$ все возможные возмущения будут сильно затухать, что вызовет уменьшение D . Таким образом, можно говорить, что значение $D \approx D_{\perp} \approx D_{\max}^*$ является средним по времени и соответствует некоторому «стационарному» состоянию, около которого колеблются (пульсируют) параметры турбулентности.

Чтобы плазма оставалась макроскопически нейтральной, коэффициенты турбулентной диффузии ионов и электронов должны быть равны (столкновительным переносом в турбулентной плазме можно пренебречь), то есть $D_{\perp i} = D_{\perp e}$. Если учитывать скорости диамагнитного дрейфа, направленные для ионов и электронов в противоположные стороны, то равенство $D_{\perp i} = D_{\perp e}$ не выполняется при любых распределениях параметров плазмы. Следовательно, должны устанавливаться самосогласованные распределения, обеспечивающие выполнение указанного условия.

В заключение отметим, что достаточно полно описать турбулентность только с помощью рассмотренных нелинейных волн (или однополярных импульсов) вряд ли возможно. В рамках проблемы турбулентности в плазме со сдвиговыми течениями они использовались нами как тестовые объекты. Рассматривая их деформацию сдвиговым течением, можно получить значения коэффициента турбулентной диффузии для произвольного распределения скорости течения.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

V – скорость сдвигового течения, м/с
 N – концентрация частиц, м⁻³
 T – температура, К
 s – энтропия в расчете на одну частицу, Дж/К
 μ – химический потенциал в расчете на одну частицу, Дж
 N' – возмущение концентрации, м⁻³
 δN – амплитуда флуктуаций концентрации, м⁻³
 δT – амплитуда флуктуаций температуры, К
 δs – амплитуда флуктуаций энтропии, Дж/К
 k_{\perp} – поперечное волновое число, м⁻¹

γ – инкремент неустойчивости, с⁻¹

ω – частота, рад/с

D_{\perp} – коэффициент турбулентной диффузии частиц, м²/с

D – коэффициент диффузии в модельном уравнении, м²/с

ε – относительная амплитуда

Индексы:

i – ионы

e – электроны

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wolf R.C. Internal transport barriers in tokamak plasmas // Plasma Phys. Control. Fusion. 2003. Vol. 45. P. R1–R91.
2. Connor J.W., Fukuda T., Garbet X., et al. A review of internal transport barrier physics for steady-state operation of tokamaks // Nucl. Fusion. 2004. Vol. 44. P. R1–R49.
3. Itoh K., Itoh S.-I. The role of the electric field in confinement // Plasma Phys. Control Fusion. 1996. Vol. 38. Pp. 1–49.
4. Burrell K.H. Effects of $E \times B$ velocity shear and magnetic shear on turbulence and transport in magnetic confinement devices // Phys. Plasmas. 1997. Vol. 4. P. 1499–1518.
5. Dupree T.H. Nonlinear theory of drift-wave turbulence and enhanced diffusion // Phys. Fluids. 1967. Vol. 10. Pp. 1049–1055.
6. Garbet X., Waltz R.E. Action at distance and Bohm scaling of turbulence in tokamaks // Phys. Plasmas. 1996. Vol. 3. Pp. 1898–1907.
7. Horton W., Park H.-B., Kwon J.-M., et al. Drift wave test particle transport in reversed shear profile // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5. Pp. 3910–3917.
8. Kwon J.-M., Horton W., Zhu P., et al. Global drift wave map test particle simulations // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. Pp. 1169–1180.
9. Khvesyuk Vol.I., Chirkov A.Yu., Pshenichnikov A.A. Analysis of influence of the radial electric field on turbulent transport in a tandem mirror plasma // J. Plasma Fusion Res. Series. 2000. Vol. 3. Pp. 150–153.
10. Khvesyuk Vol.I., Chirkov A.Yu. Stochastic drift wave model for anomalous transport in tandem mirror and FRC // Fusion Technol. 2001. Vol. 39 (1T). Pp. 398–401.
11. Хвесьюк В.И., Чирков А.Ю. Анализ закономерностей рассеяния частиц плазмы на нестационарных флуктуациях // ЖТФ. 2004. Т. 74, Вып. 4. С. 18–26.
12. Хвесьюк В.И., Чирков А.Ю., Ковалев А.В. Некоторые особенности стохастической динамики частиц в замагниченной плазме // Физика плазмы. 2002. Т. 28. С. 854–857.
13. Chirkov A.Yu., Khvesyuk Vol.I., Ryzhkov S.Vol. Numerical Investigation of Anomalous Diffusion in Nonuniform Plasma with Drift Waves // in 29th EPS Confer. on Plasma Phys. and Contr. Fusion, Montreux, 17-21 June, 2002. ECA. 2002. Vol. 26B. Paper P-5.066.
14. Стохастические модели структурной плазменной турбулентности / Под ред. В.Ю. Королева и Н.Н. Скворцовой. М.: МАКС Пресс, 2003.
15. Руденко О.В. Математические модели, точные решения, методы анализа // Нелинейные волны' 2006 / Под ред. А.В. Гапонова-Грехова, В.И. Некоркина. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2007. С. 139–150.
16. Хвесьюк В.И., Чирков А.Ю. Нелинейные явления, связанные с распространением дрейфовых волн в плазме // Вопросы атомной науки и техники. Сер. «Физика плазмы». Т. 12, № 6. С. 112–114.
17. Tasso H. A non-linear equation for drift waves // Phys. Lett. A. 1997. Vol. 232. Pp. 247–251.
18. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976.
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.

20. Mase A., Jeong J.H., Itakura A. et al. Ambipolar potential effect on a drift-wave mode in tandem-mirror plasma // *Phys. Rev. Lett.* 1990. Vol. 64. Pp. 2281–2284.
21. Mase A., Itakura A., Inutake M. et al. Control of the radial electric field and of turbulent fluctuations in a tandem mirror plasma//*Nuclear Fusion.* 1991. Vol. 31. Pp. 1725–1733.
22. Carlson A.W. A search for lower-hybrid-drift fluctuations in a field reversed configuration using CO₂ heterodyne scattering // *Phys. Fluids.* 1987. Vol. 30. Pp. 1497–1509.
23. Okada S., Ueki S., Himura H., et al. Measurement of magnetic field fluctuation in a field-reversed-configuration plasma // *Fusion Technol.* 1995. Vol. 27 (1T). P. 341–344.
24. Asai T., Suzuki Y., Yoneda T. et al. Experimental evidence of improved confinement in a high-beta field-reversed configuration plasma by neutral beam injection // *Phys. Plasmas.* 2000. Vol. 7. Pp. 2294–2297.
25. Чирков А.Ю. О скейлингах для времени удержания плазмы в обращенной магнитной конфигурации // *Прикладная физика.* 2007. № 2. С. 31–36.