

# ОДНОМЕРНЫЙ РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ТРУБЕ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКИ АДАПТИРУЕМЫХ СЕТОК

**В.В. Кузенов**

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,  
Москва, 119526, проспект Вернадского 101-1*

## Аннотация

Рассматриваются теплофизические процессы, протекающие в рабочем канале аэродинамической ударной трубе. Особенностью предлагаемого подхода является расчет газодинамических процессов с помощью квази-одномерных уравнений газовой динамики, с использованием динамически адаптируемых сеток.

## THE CALCULATION OF PERFECT GAS' INTERRELATION WITH JET-PROPELLED PROJECTILE ONE-DIMENSIONAL CALCULATION OF GAS FLOWS INTO AN AERODYNAMICS SHOCK TUBE BASED ON A DYNAMIC ADAPTABILITY NETS

**V.V. Kuzenov**

*Institute for problems in mechanics Russian Academy of Sciences, Russia, Moscow, 119526*

Considered thermal processes in the working channel of the aerodynamic shock tube. Feature of our approach is to calculate the gas-dynamic processes by means of quasi-one-dimensional gas dynamics equations, using a dynamically adaptive grids.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе проведено расчетное исследование образования и многократного прохождения системы ударных волн, волн разряжения и контактных разрывов в аэродинамической ударной трубе ГУАТ ИПМех РАН. Численное моделирование выполнено с помощью квазиодномерных уравнений газовой динамики с использованием динамически адаптируемых сеток.

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОВОЙ СРЕДЫ В ТРАКТЕ УДАРНОЙ ТРУБЫ

Система уравнений математической модели, которая описывает физические процессы в аэродинамической ударной трубе, основана на квазиодномерных, однотемпературных, одножидкостных уравнениях газовой динамики. При численном решении таких задач часто применяются подвижные сетки, адаптирующиеся к особенностям решения. Такой подход позволяет получать результаты повышенной точности на относительно грубых расчетных сетках. Использование динамически адаптивных сеток приводит к необходимости записать аппроксимируемые уравнения газовой динамики в подвижной системе координат т.е. осуществить переход от декартовых координат  $x^\alpha$  к произвольным криволинейным координатам  $q^\alpha$  с учетом зависимости этого преобразования от времени  $t$ . В этом случае система уравнений Эйлера в произвольных криволинейных координатах  $q^\alpha$  принимает следующий полудивергентный вид:

$$\frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial V_{add}}{\partial q^\alpha}, \quad F_\rho = -\rho v \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\ln F),$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (J \rho) - V_{add} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\rho) + \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\rho v^\alpha) = F_\rho,$$

$$F_\rho = -\rho v^\alpha v^i \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\ln F),$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (J \rho v^i) - V_{add} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\rho v^i) + \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\rho v^\alpha v^i) + \frac{\partial p}{\partial q^\alpha} = F_{\rho v^i},$$

$$F_\rho = -(\rho E + P) v^i \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\ln F),$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (J \rho e) - V_{add} \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\rho e) + \frac{\partial}{\partial q^\alpha} (\rho v^\alpha e) + P \frac{\partial}{\partial q^i} (v^i) = F_E,$$

где  $P$ ,  $\rho$ ,  $T$  – давление, плотность и температура;  $e$  – внутренняя энергия газа;  $J = \partial x^\alpha / \partial q^\alpha$  – якобиан преобразования  $x^\alpha = f(q^\alpha, t)$ ;  $v^i$  – составляющая вектора скорости;  $V_{add}$  – скорость движения адаптивной системы координат;  $F$  – площадь поперечного сечения ударной трубы (в данной работе было использовано условие  $F = \text{const}$ );  $\vec{F} = (F_\rho, F_{\rho v^i}, F_E)$  – вектор источников.

Здесь для численной перестройки сетки, адаптирующейся к особенностям решения вдоль одной из координатных линий, используется принцип равномерного распределения (метод эквираспределения) весовой функции  $w$ . При этом исходными параметра-

ми при численной перестройке сетки являются максимальный  $\Delta x_{\max}^\alpha$ , минимальный  $\Delta x_{\min}^\alpha$  шаги и некоторая (дополнительно монотонизированная, т.е. имеющая один минимум и максимум) управляющая функция  $f$ . Весовая функция  $w$  в данной работе модифицирована, отличается от весовой функции работы [1] и задается следующим образом:

$$w = \begin{cases} (1 + AF)^{1/B}, & B \neq 0 \\ 1, & B = 0 \end{cases},$$

$$A = (\Delta x_{\max} / \Delta x_{\min})^B - 1,$$

$$F = |f - f_{\min}| / (f_{\max} - f_{\min}).$$

Величина  $B$  определяется из условия того, что минимальный расчетный шаг сетки  $\min_i \Delta x_i^\alpha$  равен заданному минимальному значению  $\Delta x_{\min}^\alpha$  шага. Для определения шагов сетки  $\Delta x_i^\alpha$ , значение которых позволяют найти минимальный расчетный шаг сетки  $\min_i \Delta x_i^\alpha$  на соответствующем временном слое, служит уравнение

$$\frac{d}{dq^\alpha} \left[ w \frac{dx^\alpha}{dq^\alpha} \right] = 0, \quad x^\alpha(0) = 0, \quad x^\alpha(1) = L, \quad q^\alpha \in [0, 1],$$

где  $L$  – длина граница области в физическом пространстве. В случае  $A=0$  узлы сетки расположены равномерно.

Окончательные значения шагов адаптированной расчетной сетки на соответствующем временном слое находят на основе уравнения

$$\Delta x_i = \frac{L}{w_i \sum_{i=1}^N \frac{1}{w_i}}.$$

Для учета изменений газодинамических параметров, связанных с адаптационным движением сетки, в настоящей работе эти параметры переносятся на перестроенную адаптивную сетку с помощью метода интерполяционного профиля. В этом методе одновременно сочетаются высокий порядок аппроксимации, учет свойства консервативности и структуры решений гиперболических уравнений. Метод заключается в построении на каждом интервале сетки аппроксимирующего полинома, удовлетворяющего условию сопряжения в узлах [2-4].

Несмотря на одномерный характер задачи, сформулированной для расчета многократного прохождения, отражения (от торцов аэродинамической ударной трубы) и взаимодействия системы волн в замкнутой ударной трубе, она предъявляет повышенные требования к численному методу, используемому при её решении (применение обычных конечно-разностных методов к такого рода задачам приводит к нежелательному сглаживанию решения). Решение квазиодномерных уравнений газовой динамики производится с помощью разработанного автором варианта нелинейной квази-

монотонной компактной разностной схемы повышенного порядка точности [5].

При аппроксимации конвективной составляющей векторов потоков на границах расчетной ячейки применялась процедура расчета распада разрыва, разработанная Годуновым с использованием реконструкции сеточной функции (внутри расчетной ячейки). Система уравнений Эйлера относительно временной переменной  $t$  была разрешена с помощью многошагового метода Рунге–Кутты. Расчет, входящих в данную систему уравнений термодинамических  $e(T, \rho)$ ,  $P(T, \rho)$  параметров рабочих сред проводился, в рамках приближения локального термодинамического равновесия.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ТРАКТЕ УДАРНОЙ ТРУБЫ ГУАТ ИПМЕХ РАН

Экспериментальная установка ГУАТ ИПМех РАН имеет вид канала (трубы) постоянного сечения (внутренний диаметр  $D = 0.08$  м; длина КНД  $L_{КНД} = 7.35$  м; длина КВД  $L_{КВД} = 1.97$  м). В начальный момент времени (т.е. до разрыва диафрагмы) камера низкого давления (КНД) была заполнена воздухом при давлении  $P_{КНД}$ , и температуре  $T = 298.15$  К, а камера высокого давления (КВД) наполнена сжатым воздухом при давлении  $P_{КВД}$ , и температуре  $T = 298.15$  К. Установка ГУАТ ИПМех РАН схематично показана на рис. 1.

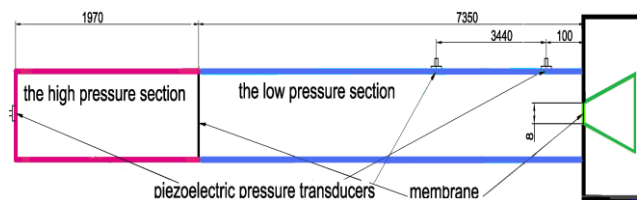


Рис. 1. Схема аэродинамической ударной трубы ГУАТ ИПМех РАН

С левой стороны расчетной области располагается торцевая стенка аэродинамической ударной трубы, на которой задается граничное условие “непротекания” газовой среды через твердую преграду. С правой стороны области интегрирования также используется граничное условие “непротекания”.

На основе разработанного численного кода было проведено численное моделирование эксперимента со следующими параметрами в камере высокого и низкого давления:  $P_{КНД} = 19$  бар и  $P_{КВД} = 100$  мбар. В качестве управляющей функции, ответственной за процесс адаптации, было использовано пространственное распределение плотности в произвольный момент времени. Отметим, что точность расчета при применении метода динамической адаптации существенно зависит от вида управляющей функции.

На рис. 2–3 показаны пространственные распределения температуры  $T$ , которые соответствуют начальному этапу взаимодействия системы волн в замкнутой ударной трубе.

Из рис. 2–3 следует, что использование метода динамической адаптации позволяет уменьшить аппроксимационное сглаживание контактной границы.

Образующаяся начальная структура течения газа после прорыва диафрагмы показана на рис. 2 и рис. 3 и состоит из невозмущенного исследуемого газа; фронта УВ; области ударно-сжатого исследуемого газа; фронта контактной границы; пространственной области, занятой в рабочем газе волной разряжения; а также пространственная область, соответствующая начальному состоянию рабочего газа в камере высокого давления. Эта структура течения газа соответствует фазе автономного распространения в рабочем тракте ударной трубе системы волн.



Рис. 2. Пространственное распределение температуры  $T$  в момент времени  $t = 3.4$  мс после разрыва диафрагмы (без адаптации)

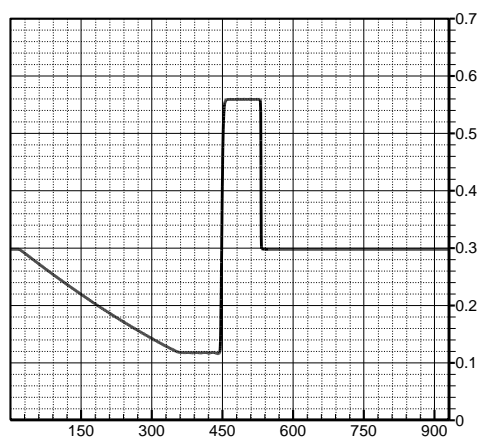


Рис. 3. Пространственное распределение температуры  $T$  в момент времени  $t = 4.2$  мс после разрыва диафрагмы (с учетом адаптации)

Как известно [7–11], интенсивность ударной волны принято характеризовать безразмерной величиной, называемой амплитудой УВ:  $Z = \Delta P_2 / \rho_1 c_1^2$ ,  $\Delta P_2 = P_2 - P_1$  – избыточное давление в УВ. На этой стадии взаимодействия, сформировавшаяся УВ имеет значение амплитуды  $Z \approx 3.5$ . Уровень значения температуры и давления за фронтом УВ на этой фазе определяется величинами  $T \approx 0.7$  кК,  $P \approx 0.7$  атм. В окрестности границ расчетной зоны газ не возмущен и соответствует начальным условиям (правая граница:  $T \approx 298.15$  К,  $P \approx 19$  атм; левая граница:  $T \approx 298.15$  К,  $P \approx 0.1$  атм).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана численная методика решения системы уравнений Эйлера в произвольных криволинейных координатах на подвижных сетках, адаптирующихся к особенностям решения. С использованием разработанной численной методики исследованы теплофизические процессы, протекающие в рабочем канале аэродинамической ударной трубе. Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований РАН.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$P, \rho, T$  — давление, плотность и температура;  
 $M$  — число Маха;  
 $q^\alpha$  — система криволинейных координат;  
 УВ — ударная волна;  
 $J$  — якобиан функционального преобразования.

Индексы:

$i$  — порядковый номер орта системы координат.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Накахаси К., Дейуэрт Дж.С. Автоматический метод построения адаптирующихся сеток и его применение в задачах обтекания профиля. Аэрокосмическая техника, 1987, №12, С. 10–18.
2. Yabe T., Xiao F., Utsumi T. Constrained interpolation profile method for multiphase analysis. J. Comput. Phys. Vol.169. 2001. Pp.556–593.
3. Tanaka R., Nakamura T., Yabe T. Exactly conservative semi-lagrangian scheme (CIP-CSL) in one-dimension. NIFS. Vol.685. 2001. Pp.1–12.
4. Nakamura T., Tanaka R., Yabe T., Takizawa K. Exactly conservative semi-lagrangian scheme for multi-dimensional hyperbolic equations with directional splitting technique. J. Comput. Phys. Vol.174. 2001. Pp.171–207.
5. Кузенов В.В., Рыжков С.В. — Препринт. М.: Институт Проблем Механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2010, № 942, 57 с.
6. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001.
7. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. М.: Наука, 1981. - 368 с.
8. Суржиков С.Т. Перспективы многоуровневого подхода к задачам компьютерной аэрофизики // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2008. Т.7. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-002.pdf>
9. Иванов И.Э., Крюков И.А., Тимохин М.Ю. Применение системы уравнений R13 для моделирования течений в микроканалах // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2013. Т.15. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2013-04-29-011.pdf>
10. Ермаков М.К. Исследование возможностей матричных методов для решения уравнений Навье–Стокса // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. Т.9. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-12-031.pdf>
11. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Расчет дозвукового обтекания локальной области тепловыделения // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2008. Т.7. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-034.pdf>