

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ LAG МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ОТРЫВНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В СОПЛАХ И СТРУЯХ

И.Э. Иванов¹, И.А. Крюков², Е.В. Ларина³

¹ *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, 119991, Ленинские горы, 1-2*

² *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва, 119526, проспект Вернадского 101-1*

³ *Московский авиационный институт, Москва, 125993, Волоколамское шоссе, 4*

Аннотация

В работе рассматриваются различные модификации трехпараметрической Lag модели турбулентности, предназначенные для повышения точности расчета турбулентных течений в соплах с отрывом пограничного слоя и в сверхзвуковых струях со сложной ударно-волновой структурой. Предложено три варианта модификации Lag модели, построенной на базе $k-\omega$ модели. В этих модификациях вводится дополнительная зависимость времени релаксации неравновесной турбулентной вязкости от различных физических параметров, которые могут быть важны вблизи точки отрыва пограничного слоя от стенки сопла: вязкие эффекты, эффекты наличия больших градиентов средней скорости и больших градиентов кинетической энергии турбулентности ("турбулентного давления").

Кроме того, идея учета предыстории течения с использованием дополнительного релаксационного уравнения для неравновесной турбулентной вязкости успешно применена к случаю $k-\varepsilon$ модели турбулентности. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными показывает, что все предложенные варианты трехпараметрических моделей позволяют повысить точность расчета турбулентных течений в соплах и струях.

APPLICATION OF THE LAG TURBULENCE MODEL FOR COMPUTATION OF SEPARATED TURBULENT FLOWS IN NOZZLE AND JET

I.E. Ivanov¹, I.A. Kryukov², E.V. Larina³

¹ *Lomonosov Moscow State University, Russia, Moscow, 119991*

² *Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences, Russia, Moscow, 119526*

³ *Moscow aviation institute, Russia, Moscow, 125993*

Some modifications of the three-equation lag turbulence model are considered in the paper. These modifications should improve an accuracy of computation of turbulent flows in nozzle with boundary layer separation and in supersonic jet with a complex shock-wave structure. Three modifications of the lag model which is based on $k-\omega$ model are suggested. These modifications introduce additional dependence of the relaxation time of nonequilibrium turbulent viscosity on various physical parameters, which can be important near point of boundary layer separation from nozzle wall: viscous effects, the effects of the presence of large gradients of the mean velocity and turbulent kinetic energy ("turbulent pressure").

In addition, the idea of taking into account the flow history with the use of additional relaxation equation for the nonequilibrium turbulent viscosity has been successfully applied to the case of $k-\varepsilon$ turbulence model. Comparison of computed results with experimental data shows that all of the proposed three-parameter model versions can improve the accuracy of the calculation of turbulent flows in nozzles and jets.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время газодинамические расчеты в областях сложной формы имеют большое практическое и научное значение. Особенно остро тема связана с попытками создания Гиперзвуковых Прямоточных Воздушно-Реактивных Двигателей (ГПВРД) [1]. В данной работе исследование проводилось на основе кода NERAT [2], созданного в лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН.

Точность предсказания турбулентных высокоскоростных течений в соплах и струях может критическим образом сказаться на результатах проектирования современных двигательных установок ракетной техники.

Для течений данного класса характерна высокая сжимаемость и большие градиенты параметров вблизи газодинамических разрывов. Кроме того, существенным эффектом может быть и наличие отрыва потока от стенок сопла, что может приводить к неустойчивости и большим боковым нагрузкам.

Современные одно- и двухпараметрические модели турбулентности недостаточно хорошо моделируют характерные для высокоскоростных течений. В частности это связано с использованием гипотезы Буссинеска, которая подразумевает, что важнейшей характеристикой турбулентности является турбулентная (вихревая) вязкость. В большинстве одно- и двухпараметрических моделей турбулентности турбулентная вяз-

кость мгновенно реагирует на изменение средних параметров потока, т.е. при этом не учитывается предыстория течения. Важность учета предистории течения отмечалась ещё в ранних работах по турбулентности, например, [1]. В работе [2] показано, что мгновенная реакция турбулентной вязкости на изменение средних параметров потока может приводить к неточностям в зонах больших градиентов давления, в частности в окрестности отрыва турбулентного пограничного слоя от стенки или вблизи ударных волн. Частично этот недостаток возникает из-за того, что все двухпараметрические модели турбулентности калибруются так, чтобы равновесные течения воспроизводились относительно точно. Модели напряжений Рейнольдса не используют гипотезу Буссинеска и поэтому не сталкиваются с этой проблемой, но они требуют больших вычислительных затрат. В работе [2] предложено дополнить двухпараметрическую $k-\omega$ модель ещё одним уравнением для неравновесной турбулентной вязкости, которое и позволяет учесть эффекты предыстории течения. Трёхпараметрическая модель, построенная таким образом, названа авторами [2] Lag моделью. Дополнительное уравнение для неравновесной турбулентной вязкости содержит лишь невязкий конвективный оператор и источниковый член релаксационного типа. Поэтому вычислительная сложность Lag модели близка к вычислительной сложности исходной двухпараметрической модели и заметно ниже, чем у дифференциальных моделей напряжений Рейнольдса.

В работах [3,4,18] показано, что модель [5], используемая в [2] в качестве базовой двухпараметрической модели при построении Lag модели, не позволяет достаточно точно предсказывать отрывы в соплах. Lag модель позволяет несколько улучшить точность получаемых результатов [3] для данного класса течений. Однако оказалось, что и Lag модель не обладает хорошей точностью в некотором диапазоне отношения давлений. Поэтому в данной работе предпринята попытка модифицировать и улучшить Lag модель.

В основе такой модификации лежит предположение, что релаксационные процессы в турбулентных течениях могут иметь различную физическую природу и, следовательно, различные времена релаксации. В сверхзвуковых соплах отрыву предшествует ударная волна, т.е. непосредственно перед отрывом располагается зона высоких градиентов параметров среднего течения и параметров турбулентности. За счет больших градиентов средней скорости появляется значительное порождение кинетической энергии турбулентности, которое может заметно превышать диссипацию энергии турбулентности, что можно учесть за счет дополнительного временного масштаба, связанного с отношением порождения к диссипации КЭТ. Наличие больших градиентов КЭТ соответствует большим градиентам "турбулентного давления" в осредненных уравнениях баланса импульса. Это тоже можно учесть путем модификации времени релаксации в уравнении для неравновесной вязкости за счет временного масштаба, связанного с градиентом КЭТ. Так как в потоке возникает отрыв пограничного слоя, можно предположить, что при этом могут быть важны вязкие эффекты.

То есть для модификации времени релаксации используется также временной масштаб с учетом турбулентного числа Рейнольдса. Вариант такой модификации был предложен и в исходной Lag модели [2].

Использованный в Lag модели вариант учета предыстории течения на основе дополнительного уравнения для неравновесной турбулентной вязкости можно применить к большинству двухпараметрических моделей турбулентности. В данной работе на основе данного подхода построена трехпараметрическая $k-\varepsilon-\mu$ модель.

Работоспособность предложенных вариантов трехпараметрических $k-\omega-\mu$ и $k-\varepsilon-\mu$ моделей показана на примерах расчета турбулентных течений в струе и соплах различной геометрии.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1. Моделирование турбулентности

В качестве математической модели будем рассматривать осредненные по Фавру уравнения Рейнольдса для средних величин и уравнения некоторой модели турбулентности для параметров турбулентности. Будем предполагать, что среднее течение двумерное (плоское или осесимметричное) и нестационарное. Уравнения Рейнольдса для данного случая хорошо известны и здесь не приводятся. Для описания характеристик турбулентности будем использовать некоторые варианты $k-\varepsilon$ или $k-\omega$ моделей турбулентности в силу того, что они достаточно хорошо изучены и апробированны для расчета течений рассматриваемого класса [4, 6–8,17,18].

Уравнения $k-\varepsilon$ модели турбулентности, записанные для нестационарного течения сжимаемого газа при использовании осреднения по Фавру, имеют вид

$$\frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P_k - \bar{\rho} (\varepsilon_s + \varepsilon_\varepsilon), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \varepsilon_s}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \varepsilon_s}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x_i} \right) + c_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon_s}{k} - c_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon_s^2}{k}, \quad (2)$$

где чертой сверху обозначено осреднение по Рейнольдсу, а волнистой линией сверху или угловыми скобками – осреднение по Фавру. Кинетическая энергия турбулентности определяется следующим образом $k = \langle u_i'' u_i'' \rangle / 2$, а напряжения Рейнольдса $\tau_{ij} = -\bar{\rho} \langle u_i'' u_j'' \rangle$. Через ε_s обозначена соленоидальная диссипация кинетической энергии турбулентности, через ε_d – сжимаемая диссипация. Коэффициенты переноса в (1) и (2) имеют вид

$$D_k = \mu + \mu_t / \sigma_k, \quad D_\varepsilon = \mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon, \quad (3)$$

где σ_k и σ_ε – турбулентные числа Прандтля для k и ε , соответственно. Через P_k обозначено производство кинетической энергии турбулентности:

$$P_k = \tau_{ij} \left(\partial \tilde{u}_i / \partial x_j \right).$$

В соответствии с гипотезой Буссинеска напряжения Рейнольдса пропорциональны градиентам средней скорости:

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij}, \quad (4)$$

где μ_t – коэффициент турбулентной вязкости, который для k - ε модели имеет следующий вид:

$$\mu_t = c_\mu \bar{\rho} k^2 / \varepsilon_s. \quad (5)$$

Конкретный вариант k - ε модели определяется набором эмпирических постоянных (в общем случае – функций) $[c_\mu, c_{1\varepsilon}, c_{2\varepsilon}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon]$. Модель [9] со следующим набором постоянных считается «стандартной»:

$$c_\mu = 0.09, \quad c_{1\varepsilon} = 1.44, \quad c_{2\varepsilon} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3. \quad (6)$$

В работе [6] предложен вариант k - ε модели, который хорошо себя проявил при расчетах отрывных турбулентных течений в соплах и струях. В этой модели

$$c_\mu = \min(0.09, 1/(A_\varepsilon R_t)), \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad c_{1\varepsilon} = 1.44 + 0.3(P'_k - \rho \varepsilon_s)/(P'_k + \rho \varepsilon_s), \quad c_{2\varepsilon} = 1.92, \quad (7)$$

$$P_k = \min(P_k, P_{\max} \rho \varepsilon_s), \quad P'_k = \mu_t \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right],$$

где $A_\varepsilon = 10^{-4}$, $P_{\max} = 15$.

В двухпараметрической k - ω модели турбулентности [5] первое уравнение совпадает с (1), а второе, записанное для ω , аналогично (2):

$$\frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P_k - \bar{\rho} (\varepsilon_s + \varepsilon_\varepsilon), \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \omega}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \omega}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) + c_{\omega 1} P_k \frac{\omega}{k} - c_{\omega 2} \bar{\rho} \omega^2, \quad (9)$$

где $D_\omega = \mu + \mu_t / \sigma_\omega$ – диффузионный член; а σ_ω – турбулентное число Прандтля для ω . Соленоидальная диссипация кинетической энергии турбулентности выражается через k и ω : $\varepsilon_s = c_\varepsilon k \omega$, а сжимаемая диссипация находится аналогично k - ε модели турбулентности. Коэффициент турбулентной вязкости для k - ω модели имеет следующий вид:

$$\mu_t = c_\mu \bar{\rho} k / \omega. \quad (10)$$

k - ω модель также содержит набор эмпирических постоянных (в общем случае – функций) $[c_\mu, c_\varepsilon, c_{1\omega}, c_{2\omega}, \sigma_k, \sigma_\omega]$. Один из наиболее удачных вариантов k - ω модели предложен в [5]. Это вариант k - ω модели для низких чисел Рейнольдса основан на более ранней работе того же автора [10], где предложен вариант k - ω модели для высоких чисел Рейнольдса. В исходной модели [10] используется следующий набор постоянных:

$$c_\mu = 1.0, \quad c_\varepsilon = 9/100, \quad c_{1\omega} = 5/9, \quad c_{2\omega} = 3/40, \quad \sigma_k = 2.0, \quad \sigma_\omega = 2.0$$

В варианте k - ω модели, предложенном в [5], коэффициенты зависят от турбулентного числа Рейнольдса $R_t = \rho k / (\mu \omega)$:

$$c_\mu = \frac{c_\mu^0 + R_t / R_\mu}{1 + R_t / R_\mu}, \quad c_\nu^0 = c_2 / 3, \quad R_\mu = 6,$$

$$c_\varepsilon = 0.09 \frac{c_\varepsilon^0 + (R_t / R_\varepsilon)^4}{1 + (R_t / R_\varepsilon)^4}, \quad c_\varepsilon^0 = 5/18, \quad R_\varepsilon = 8, \quad (11)$$

$$c_{1\omega} = \frac{5}{9 c_\mu} \frac{c_1^0 + R_t / R_1}{1 + R_t / R_1}, \quad c_1^0 = 1/10, \quad R_1 = 2.7,$$

$$c_2 = 3/40, \quad \sigma_k = 2, \quad \sigma_\omega = 2.$$

2.2. Учет сжимаемости

Для учета влияния сжимаемости на турбулентность во всех рассматриваемых моделях моделировался эффект расширения (dilatation) пульсаций скорости на основе подхода [11], где была рассмотрена эволюция турбулентных пульсаций на акустических временных масштабах и предложено выражение для сжимаемой диссипации ε_d

$$\varepsilon_d = \alpha_1 M_t^2 \varepsilon_s, \quad (12)$$

где $M_t = \sqrt{2k}/a$ – турбулентное число Маха. Значение постоянной $\alpha_1 = 1$ определено на основе прямого численного моделирования затухающей сжимаемой турбулентности.

2.3. Уравнение для неравновесной турбулентной вязкости

Предложенная в [2] k - ω - μ_t модель (lag модель), состоит из уравнений (8) и (9) и дифференциального уравнения для турбулентной вязкости:

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \mu_t}{\partial x_i} = c_\tau \frac{1}{\tau} (\mu_{tE} - \mu_t), \quad (13)$$

где μ_{tE} – равновесная турбулентная вязкость, определяемая по формуле двухпараметрической модели; μ_t – неравновесная турбулентная вязкость, c_τ – постоянный параметр. В случае k - ω модели авторы [2] предложили в качестве времени релаксации τ использовать временной масштаб турбулентности $\tau = 1/\omega$ и получили путем численной оптимизации, что $c_\tau = 0.35$.

Алгебраическая модель турбулентной вязкости (10) приводит к мгновенному реагированию на изменение локальных скоростей деформации, в то же время уравнение (13) моделирует отставание значений напряжений Рейнольдса во времени и пространстве (предисторию течения). Наличие в правой части выражения (13) источников члена вида $c_\tau (\mu_{tE} - \mu_t) / \tau$ позволяет решению «настраиваться» на локальное равновесное значение, поэтому уравнение (13) является релаксационным, а параметр τ есть время релаксации.

2.4. Модификации уравнения для неравновесной турбулентной вязкости

В турбулентном течении происходят процессы с различными характерными временами. То есть пре-дистория течения, связанная с этими процессами, может затягивать или ускорять релаксацию неравновесной турбулентной вязкости по сравнению с интегральным временным масштабом турбулентности. В силу этого временной масштаб неравновесного процесса $\tau = 1/(c_\tau \omega)$ может быть модифицирован с учетом дополнительных масштабов времени. В настоящей рабо-

те рассматривается возможная зависимость времени релаксации от вязких эффектов, о которой упоминали и авторы [2], от неравновесности турбулентности и от градиента турбулентного давления.

При учете неравновесности турбулентности в качестве масштаба времени целесообразно взять масштаб $P_k / (\bar{\rho} k \omega^2)$, характеризующий отклонение течения от равновесия, т.е. того состояния течения, в котором порождение турбулентной энергии близко к ее диссипации. Когда течение равновесное, данный масштаб должен быть равен 1, и в таком случае для описания течения достаточно интегрального временного масштаба турбулентности. Новый временной масштаб определим как линейную комбинацию базового временного масштаба из уравнения (13) и масштаба времени, характеризующего неравновесность турбулентности. С учетом сказанного получаем релаксационное уравнение в следующей форме:

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \mu_t}{\partial x_i} = c_{\tau 1} \frac{\lambda}{\tau [1 + c_{\tau 2} (\lambda - 1)]} (\mu_{tE} - \mu_t), \quad (14)$$

где $\lambda = P_k / (\bar{\rho} k \omega)$ и постоянная $c_{\tau 1} = 0.35$.

Введем также масштаб времени, чувствительный к значительному перепаду кинетической энергии турбулентности. Исходя из соображений размерности, он выражается формулой

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\|\nabla k\|}{\sqrt{k}}.$$

Релаксационное уравнение примет вид

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \mu_t}{\partial x_i} = c_{\tau 1} \frac{\omega}{(1 + c_{\tau 2} \|\nabla k\| / (\omega \sqrt{k}))} (\mu_{tE} - \mu_t). \quad (15)$$

Другим способом влияния на время релаксации является использование турбулентного числа Рейнольдса. В пограничном слое это число может быть достаточно мало, и его величина может сказаться на прогнозе точки отрыва. В таком случае релаксационное уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \mu_t}{\partial x_i} = a_0 \frac{\omega}{(1 + c_{\tau 2} / \sqrt{Re_t})} (\mu_{tE} - \mu_t). \quad (16)$$

Кроме того, в данной работе идея неравновесной турбулентной вязкости обобщена на случай $k-\varepsilon$ модели. В этом случае в качестве времени релаксации используется масштаб турбулентности $\tau = \varepsilon / k$. В полученной $k-\varepsilon-\mu_t$ модели путем численной оптимизации подобран оптимальный коэффициент релаксации $c_{\tau} = 0.75$.

3. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Численный метод для решения осредненных уравнений Навье–Стокса совместно с уравнениями модели турбулентности построен на основе варианта метода Годунова повышенного порядка, описанного в [12]. Вязкие потоки и источниковые члены аппроксимируются в соответствии с работой [13].

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

4.1. Плоское сопло

Рассмотрим турбулентное течение в плоском сопле с отрывом пограничного слоя от стенки сопла [14]. Сопло в расширяющейся сверхзвуковой части имеет клиновую форму с полууглом раствора 11.01 градусов. Геометрическая степень расширения равна 1.797. Величина критического сечения сопла от плоскости симметрии до стенки $R^* = 0.0137414$ м, радиус скругления трансзвуковой части контура сопла $R_2 = 0.625R^*$, полуугол наклона стенки сужающейся клиновидной части сопла 27.29 градусов, радиус скругления контура в районе сопряжения канала постоянной ширины и сужающейся части сопла $R_1 = 2R^*$. Длины дозвуковой и сверхзвуковой части сопла одинаковы и равны $L = 0.057785$ м. В окружающем сопло пространстве задавались нормальные условия (давление $P_a = 102387.14$ Па, $T_a = 293^\circ\text{K}$) и в качестве рабочей среды использовался воздух ($\gamma = 1.4$). В эксперименте варьировался перепад давления n в сопле, т.е. отношение давления газа на входе в сопло P_0 к давлению окружающего пространства P_a : $n = P_0 / P_a$.

В [14] физические измерения проводились в диапазоне перепадов давления от 1.8 до 8.95. При перепаде 8.95 и выше отрыва пограничного слоя от стенки внутри сопла не происходит, и поток срывается с кромки сопла. При уменьшении перепада давления с некоторого момента происходит отрыв пограничного слоя от стенки внутри сопла и в дальнейшем точка отрыва смещается глубже внутрь сопла. Параметры на входе в сопло определялись следующим образом: давление рассчитывалось по значениям n и P_a , а температура принималась равной температуре окружающей среды $T_0 = 293$ К. Предполагалось, что на вход сопла газ поступает с равномерным распределением параметров и с минимальным уровнем турбулентности $\mu_t = 0.1\mu_t$. Расчет проводился в области размером $25R^* \times 4R^*$. Для расчета использовалась расчетная сетка 200×150 ячеек со сгущением к стенке сопла. На сопло приходится 140×120 ячеек. Расчетная сетка адаптирована к границе и имеет сгущение к твердым стенкам в вертикальном направлении и критическому сечению и срезу сопла в горизонтальном направлении. При этом в направлении от среза сопла к правой выходной границе производится сильное увеличение размеров расчетных ячеек ("разгон" сетки).

На рис. 1–4 показано сравнение рассчитанных распределений давления (отнесенных к P_0) вдоль стенки сопла с экспериментальными данными, полученными в [14] для различных значений параметра n . Различные линии соответствуют результатам расчетов, а значки соответствуют эксперименту. По оси абсцисс отложена безразмерная длина сопла x/x^* , где x – текущая координата, отсчитываемая от входного сечения сопла, x^* – координата критического сечения.

Учет вязких эффектов при определении времени релаксации (16) позволяет повысить точность расчета течения в сопле по сравнению с исходной $k-\varepsilon-\mu_t$ моделью и с "традиционной" $k-\omega$ моделью (8)–(11), что хорошо видно по распределению давления на

стенке (рис. 1). Значение постоянной $c_{\tau 2}$, используемое в расчетах, равно 30.

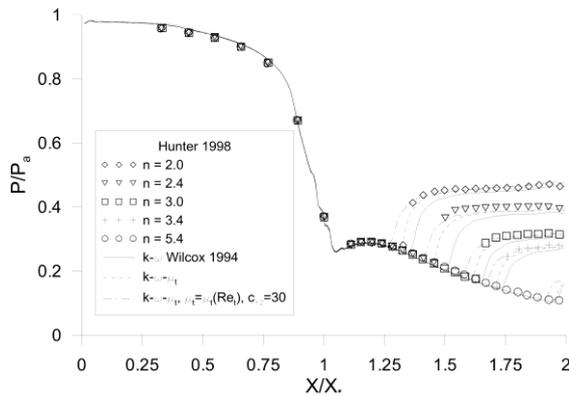


Рис. 1. Влияние вязких эффектов на распределение статического давления вдоль стенки сопла: линии - расчет по $k-\omega-\mu_t$ модели, символы - эксперимент [14]

На рис. 2 показано, что учет зависимости времени релаксации τ в $k-\epsilon-\mu_t$ от модуля градиента кинетической энергии турбулентности (15) может заметно улучшить предсказание точки отрыва по сравнению с исходной $k-\epsilon-\mu_t$ моделью и с "традиционной" $k-\omega$ моделью (8)-(11) при соответствующем подборе постоянной $c_{\tau 2}$. В результате численной оптимизации было получено, что вполне приемлемые результаты даёт $c_{\tau 2} = 1.5$.

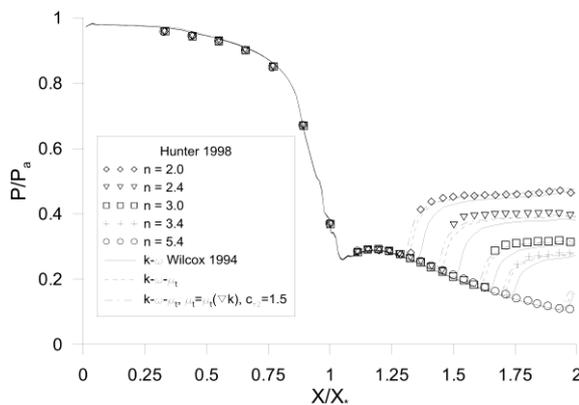


Рис. 2. Влияние градиентов КЕТ на распределение статического давления вдоль стенки сопла: линии - расчет по $k-\omega-\mu_t$ модели, символы - эксперимент [14]

Учет отклонения от равновесия при оценке времени релаксации (14) также позволяет улучшить точность расчета отрыва в сопле по сравнению с исходной $k-\omega-\mu_t$ моделью и с "традиционной" $k-\omega$ моделью (8)-(11), что хорошо видно на рис. 3 по распределению давления на стенке. Следует отметить, что в данном случае улучшить точность результатов можно для исходной $k-\omega-\mu_t$ модели за счет оптимизации постоянной c_{τ} . Поэтому в случае $k-\epsilon-\mu_t$ модели был решено на данном этапе не рассматривать зависимость времени релаксации от дополнительных эффектов.

На рис. 4 показаны результаты расчетов течения в плоском сопле [14] с использованием $k-\epsilon-\mu_t$ модели. Видно, что выбранное значение постоянной c_{τ} позво-

ляет хорошо предсказать положение точки отрыва и распределение давления вблизи отрыва. Разница между значением восстановленного давления после точки отрыва в эксперименте и расчетах не превышает 3%. Погрешность определения координаты точки отрыва потока от стенки, рассчитанная по длине сопла, не превышает 2%.

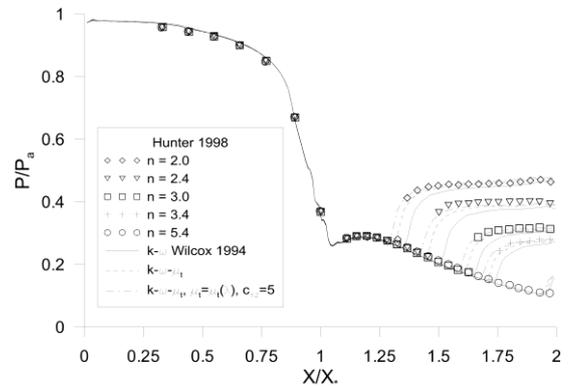


Рис. 3. Влияние отношения порождения КЕТ к диссипации на распределение статического давления вдоль стенки сопла: линии - расчет по $k-\omega-\mu_t$ модели, символы - эксперимент [14]

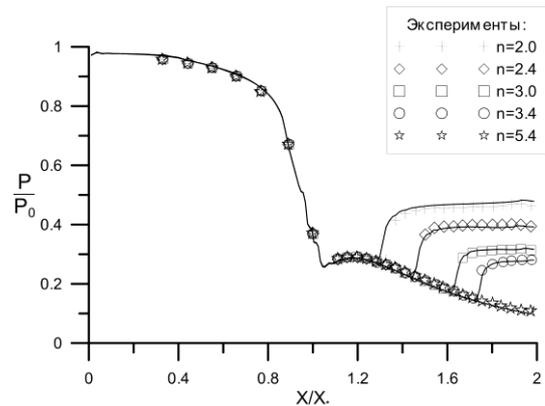


Рис. 4. Распределение статического давления вдоль стенки сопла для различных перепадов давления: сплошные линии - расчет по $k-\epsilon-\mu_t$ модели, символы - эксперимент [14]

4.2. Осесимметричное сопло

На рис. 5 и 6 показаны результаты расчета турбулентного течения в сопле, предложенного в качестве тестового варианта на европейской конференции по аэрокосмическим наукам [15]. Характерной особенностью этого варианта является большая относительная толщина стенки сопла, что существенно сказывается на восстановлении давления за отрывом и положении точки отрыва.

Величина критического сечения сопла $R^* = 0.010$ м, толщина стенки равна 0.0115 м, сопло профилировано на число Маха 5.15. В окружающем сопло пространстве задавались нормальные условия (давление $P_a = 102387.14$ Па, $T_a = 293$ °К) и в качестве рабочей среды использовался воздух ($\gamma = 1.4$). А на входе в сопло давление равнялось 25.25 атм и температура 283°К.

На рис. 5 представлены изолинии числа Маха, построенные по численному решению на основе $k-\varepsilon-\mu_t$ модели. На рис. 6 приведены результаты сравнения рассчитанных распределений давления вдоль стенки сопла с экспериментальными данными. Видно, что предложенная $k-\varepsilon-\mu_t$ модель позволяет вполне удовлетворительно получить конфигурацию отрыва и в данном случае.

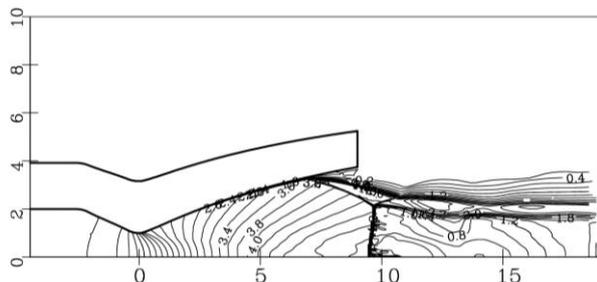


Рис. 5. Распределение числа Маха в сопле и струе [15]

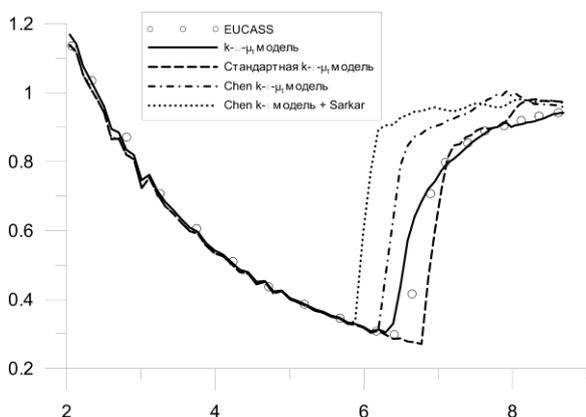


Рис. 6. Распределение статического давления вдоль стенки сопла: линии – расчет по различным моделям, символы – эксперимент [15]

4.3. Перерасширенная сверхзвуковая струя

В качестве ещё одного варианта рассмотрим течение в сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струе с экспериментальными данными [16]. Нерасчётность струи равна $n = 1.45$ и число Маха на срезе сопла $M = 2$. Температура струи равна 163°K . Струя вытекает в покоящийся воздух при атмосферных условиях. Для этой струи характерно наличие довольно сложной ударно волновой структуры с несколькими "бочками".

На рис. 7 показано сравнение рассчитанных распределений статического давления вдоль оси струи с экспериментальным. На рис. 7 сплошной линией обозначены результаты, полученные с Lag моделью [2], штриховой линией – результаты $k-\varepsilon-\mu_t$ модели, пунктирной линией – результаты $k-\omega$ модели [10] и штрих-пунктирной линией – результаты «стандартной» $k-\varepsilon$ модели [9]. Видно, что «стандартная» модель не позволяет достаточно точно рассчитать дальние бочки струи. Наилучшие результаты дают Lag модель и предложенная $k-\varepsilon-\mu_t$ модель.

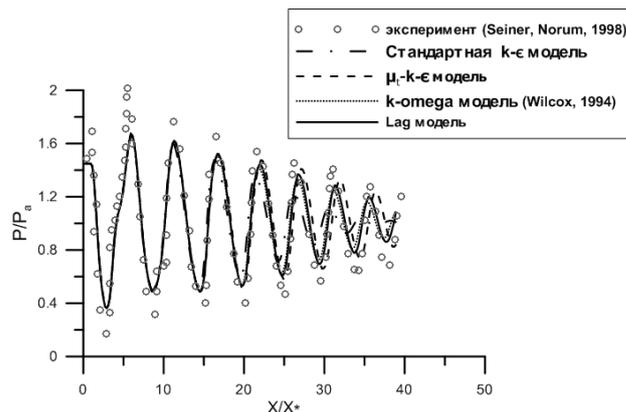


Рис. 7. Распределение статического давления вдоль оси струи: линии – расчет по различным моделям, символы – эксперимент [16]

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассматривается возможная зависимость времени релаксации от вязких эффектов, неравновесности турбулентности и градиента турбулентного давления. Показано, что учет этих эффектов позволяет улучшить точность предсказания положения точки отрыва в сверхзвуковых соплах.

Кроме того, в данной работе идея неравновесной турбулентной вязкости обобщена на случай $k-\varepsilon$ модели. В этом случае в качестве времени релаксации используется масштаб турбулентности $\tau = \varepsilon/k$. В полученной $k-\varepsilon-\mu_t$ модели путем численной оптимизации подобран оптимальный коэффициент релаксации $c_\tau = 0.75$. Показано, что полученная трехпараметрическая модель турбулентности позволяет вполне удовлетворительно рассчитывать турбулентные течения в сверхзвуковых струях и соплах ракетных двигателей различной конфигурации. Полученная модель позволяет хорошо предсказывать положение точек отрыва и восстановление давления за отрывом в соплах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 10-01-00711а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hinze J.O. Memory effects in turbulence // ZAMM, 1976, 56, 403-415.
2. Olsen M.E., Coakley T.J. The lag model, a turbulence model for non-equilibrium flows // AIAA 2001-2564, 2001.
3. Xiao Q., Tsai H.-M., Liu F. Computation of Turbulent Separated Nozzle Flow by a Lag Model // J. Propulsion and Power, 2005, 21, 368-371.
4. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное моделирование отрывных течений в соплах, М:ИПМех РАН, препринт 815, 2006, 40 с.
5. Wilcox D. Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, Inc., Griffin Printing, Glendale, California, 1994.
6. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Расчет сверхзвуковых турбулентных течений, М: ИПМех РАН, препринт 793, 2005, 36 с.
7. Крюков И.А. Расчет сверхзвуковых турбулентных течений // Вестник Московского авиационного института, 2009, 16, 2, 101-108.

8. Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное исследование турбулентных течений с ограниченным и свободным отрывом в профилированных соплах // Вестник Московского авиационного института, 2009, 16, 7, С. 23–30.
9. Launder В.Е., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // Computer Meth. Appl. Mech. Engn., 1974, 3, 3, Рр. 269–289.
10. Wilcox D.C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models // AIAA J., 1988, 26, 1299–1310.
11. Sarkar S., Erlebacher G., Hussaini M.Y., Kreiss H.O. The analysis and modelling of dilatational terms in compressible turbulence // J. Fluid Mech., 1991, 227, Рр. 473–493.
12. Иванов И.Э., Крюков И.А. Квазилинейный метод повышенного порядка точности для расчета внутренних и струйных течений вязкого газа // Математическое моделирование РАН, 8, 6, С. 47–55.
13. Иванов И.Э., Крюков И.А., Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование РАН, 2009, 21, 12, С. 103–121.
14. Hunter С.А. Experimental, theoretical, and computational investigation of separated nozzle flows // AIAA Paper 98-3107, 1998.
15. Stark R., Hagemann G. Current status of numerical flow prediction for separated nozzle flows, In: 2nd European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS), 2007, Brussels, Belgium.
16. Seiner J.M., Norum T.D. Experiments of shock associated noise on supersonic jets // AIAA Pap. 79-1526, 1979.
17. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Моделирование турбулентности в сверхзвуковых струйных течениях // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. Т.9. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-12-023.pdf>
18. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное моделирование отрывных течений в соплах // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. Т.9. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/010-01-12-024.pdf>