

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ В ЧИСТОМ O_2 , НАГРЕТОМ СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛЕЙ ПОУРОВНЕВОЙ КИНЕТИКИ

Дикалюк А.С.^{1,2,3}

¹ ВНИИА им. Н.Л. Духова, Россия, Москва, 127055, ул. Суцневская, 22,

² Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, д.101-1

³ МФТИ, Россия, Долгопрудный, Институтский пер., 9, 141700

Аннотация

В работе представлены результаты использования поуровневой модели процесса колебательной релаксации в газе молекул O_2 для описания экспериментальных данных по измерению колебательной температуры в этом газе, нагретом ударной волной. Модель включает в себя процессы возбуждения колебательных состояний молекул O_2 и их диссоциации из любого из 46 учтенных колебательных состояний при столкновении с частицами O и O_2 . Параметры соответствующих процессов были заимствованы из работ других авторов. Экспериментальные данные, описание которых было выполнено в данной работе, были получены на ударных трубах Института механики МГУ им. М.В. Ломоносова в лаборатории кинетических процессов в газах.

DISCRIPTION OF THE VIBRATIONAL RELAXATION PROCESS IN O_2 HEATED BY A SHOCK WAVE USING THE STATE-TO-STATE MODEL

Dikalyuk A.S.^{1,2,3}

¹ VNIIA after N.L. Duhov, Russia, Moscow, 127055

² Institute for problems in mechanics RAS, Russia, Moscow, 119526

³ MIPT, Russia, Moscow, 141700

In the paper, state-to-state model aimed for description of the vibrational relaxation process in a gas of O_2 molecules was applied for the rebuilding of the results of the experimental measurements of the vibrational temperature in the above-mentioned pure gas heated by a shock wave. The processes of excitation of vibrational states of O_2 molecules and their dissociation from any of 46 considered vibrational states in collisions with O and O_2 particles were included in the model. The parameters of the corresponding processes were borrowed from the papers of our colleagues. The experimental measurement of the vibrational temperature in a gas of O_2 molecules was performed on the shock tubes of Institute of Mechanics MSU in the laboratory of kinetic processes in gases.

1. ВЕДЕНИЕ

Процесс релаксации энергии, запасенной в колебательных степенях свободы молекул, (колебательная релаксация) относится к числу наиболее изученных неравновесных явлений, протекающих за фронтом сильных ударных волн [1]. Исследование этого процесса началось во второй половине XX века. За это время были установлены основные закономерности возбуждения колебательных уровней основного электронного состояния молекул, выполнено теоретическое описание процесса, получены аппроксимационные соотношения, описывающие зависимости макроскопических параметров процесса от давления и температуры [1-6].

Однако после выполненных измерений колебательной температуры в газе молекул O_2 было показано, что макроскопические модели колебательной релаксации, часто используемые в аэрокосмическом сообществе, не описывают результаты современных экспериментов в области термически неравновесной диссоциации [7, 8]. Для газа O_2 эта область реализуется при поступательной температуре молекул сразу за

фронтом ударной волны $T > 7000$ К. В частности было показано, что при определенных параметрах ударных волн модели не описывают эволюцию поступательной и колебательной температур в релаксационной зоне.

Альтернативу моделям, исследованным в [7, 8], составляют поуровневые модели. В этих моделях рассматривается эволюция функции распределения молекул по колебательным уровням, согласно учтенным в них процессам. Считается, что детальное описание поведения заселенности каждого рассмотренного колебательного уровня позволит также лучше описывать эволюцию макроскопических параметров системы. Также отличительной особенностью этих моделей можно считать отсутствие подгоночных коэффициентов после того, как рассчитаны параметры процессов, учтенных в модели.

В данной работе поуровневая модель процесса колебательной релаксации в газе молекул O_2 , основанная на данных [9, 10] применена для описания результатов экспериментов из [7, 8], продемонстрировано, что в области термически неравновесной диссоциации модель удовлетворительно описывает обсуждаемые экспериментальные данные.

2. МОДОВЫЙ И ПОУРОВНЕВЫЙ ПОДХОДЫ

2.1. Модовая модель процесса колебательной релаксации

В рамках модовой модели процесса колебательной релаксации структура ударной волны в области установления колебательного равновесия (в системе отсчета связанной с фронтом ударной волны) описывается системой гидродинамических уравнений, выражающих законы сохранения потоков массы импульса и энергии:

$$\frac{d}{dx}(\rho u) = 0; \quad \frac{d}{dx}(p + \rho u^2) = 0; \quad \frac{d}{dx}\left(h + \frac{u^2}{2}\right) = 0 \quad (1)$$

Здесь p , ρ , u , h , T – соответственно давление, плотность, скорость, энтальпия и поступательная температура тяжелых частиц газа за фронтом ударной волны.

Эта система уравнений дополняется термическим и калорическим уравнением состояния соответственно:

$$p = \frac{\rho RT}{M_\Sigma}; \quad M_\Sigma = \sum_{i=1}^{N_s} \eta_i x_i; \quad \eta_i = m_i N_A \quad (2)$$

$$h = \frac{1}{M_\Sigma} \sum_{i=1}^{N_s} \Delta_f H_i^0 x_i + \frac{R}{M_\Sigma} \times \left[\left(\frac{5}{2} + \sum_{i=1}^{N_L} x_i + \frac{3}{2} \sum_{i=1}^{N_{NL}} x_i \right) T + \sum_{i=1}^{N_M} x_i \sum_{j=1}^{N_{V,i}} g_{ij} \frac{\theta_{ij}}{\exp\left(\frac{\theta_{ij}}{T_{V,ij}}\right) - 1} \right] \quad (3)$$

Здесь N_s – количество компонент в рассматриваемой системе. Для рассматриваемой в данной работе системы таких компонент 2 – молекулы O_2 и атомы O . m_i – масса частицы компоненты; x_i – относительное содержание i -й компоненты в газе.

В (3): первое слагаемое соответствует энтальпии образования компонент газовой смеси, второе слагаемое описывает вклад различных внутренних степеней свободы компонент газа через теплоемкость в энтальпию смеси. Так как все компоненты смеси заведомо обладают поступательными степенями свободы, то после 5/2 в (3) не стоит знака суммирования (подразумевается суммирование x_i по N_s , что даст единицу).

N_L – количество линейных молекул газовой смеси. Вклад вращательных степеней свободы в теплоемкость таких молекул 1. N_{NL} – количество нелинейных молекул газовой смеси. Вклад вращательных степеней свободы в теплоемкость таких молекул 1.5. Стоит отметить, что нелинейные молекулы отсутствуют в рассматриваемом случае.

Последнее слагаемое характеризует вклад колебательных степеней свободы в теплоемкость газовой смеси. Суммирование ведется по всем N_M молекулярным компонентам газовой смеси (в данном случае она одна – O_2), второе суммирование ведется по всем невырожденным модам данной молекулярной компоненты. g_{ij}, θ_{ij} – вырожденность и характеристическая температура j -й моды i -й молекулярной компоненты. $T_{V,ij}$ – колебательная температура j -й моды i -й молекулярной компоненты (в данном случае имеется одна колебательная мода у одной молекулярной компоненты, будем в дальнейшем обозначать ее T_{V,O_2}).

Для замыкания модовой модели необходимо использовать дополнительное уравнение для расчета колебательной температуры каждой моды каждой молекулярной компоненты:

$$\frac{de_{O_2}}{dt} = Q_{VT}^{O_2} + Q_{CV}^{O_2} \quad (4)$$

Здесь $e_{O_2} = [\exp(2230/T_{V,O_2}) - 1]^{-1}$; слагаемое $Q_{VT}^{O_2}$ – описывает взаимодействие колебательных степеней свободы молекул O_2 с поступательными степенями свободы частиц газовой смеси; $Q_{CV}^{O_2}$ – описывает изменение количества энергии, запасенной в колебательных модах молекулы O_2 , вследствие протекания реакций диссоциации и рекомбинации. Первое слагаемое в (4) записывается в следующей форме:

$$Q_{VT}^{O_2} = \frac{e_{O_2}^0 - e_{O_2}}{\tau_{O_2}}; \quad \tau_{O_2} = \left(\sum_{i=1}^{N_{VT,O_2}} \frac{x_i}{\tau_{O_2,i}} \right)^{-1} \quad (5)$$

Здесь $e_{O_2}^0$ – количество колебательных квантов, рассчитанное при температуре T ; τ_{O_2} – время колебательной релаксации для данной молекулы. Суммирование ведется по количеству реакций VT-обмена. В рассматриваемом случае их две. Колебательная энергия молекулы O_2 может измениться при столкновении этой молекулы с другой молекулой O_2 или атомом O . Времена релаксации, которые характеризуют эти процессы, рассчитывались на основе результатов работы [5] и поправки [11]. Слагаемое $Q_{CV}^{O_2}$ рассчитывается на основе результатов работы [6].

В модовой модели данной работы учитывается две реакции термической диссоциации: $O_2 + O_2 \leftrightarrow O + O + O_2$, $O_2 + O \leftrightarrow O + O + O$. Константы скорости этих реакций выбраны следующими: $2 \times 10^{21} T^{-1.5} \exp(-59750/T)$ и $10^{22} T^{-1.5} \exp(-59750/T)$ [11].

Известно, что в неравновесных условиях скорость реакции термической диссоциации зависит от колебательной и поступательной температуры. Для учета этого эффекта в данной работе использовалась эвристическая модель Парка [11].

2.2. Поуровневая (state-to-state) модель

В рамках поуровневой модели структура ударной волны в области установления колебательного равновесия по-прежнему описывается системой (1). В рамках этого подхода справедливым так же остается уравнение (2). Разница между модовым и поуровневым подходом выражается в явном виде в выражении (3). Оно преобразуется к виду

$$h = \frac{1}{M_\Sigma} \sum_{i=1}^{N_s} \Delta_f H_i^0 x_i + \frac{R}{M_\Sigma} \left[\left(\frac{5}{2} + \sum_{i=1}^{N_L} x_i \right) T \right] \quad (6)$$

(Слагаемое в круглой скобке с коэффициентом 3/2 опущено, так как в рассматриваемой системе отсутст-

вуют нелинейные молекулы.) Такое преобразование связано с тем, что в поуровневом подходе отдельные колебательные состояния основного электронного состояния молекулы O₂ рассматриваются как отдельные компоненты газовой смеси. В модели, использованной в данной работе, учитывается 46 колебательных уровней. Фактически в рамках этой модели в каждый момент времени за фронтом ударной волны рассматривается функция распределения молекул по колебательным уровням. Таким образом, в модели отсутствует понятие колебательной температуры. Вклад колебательных степеней свободы в энтальпию газовой смеси описывается первым слагаемым в выражении (6). Энтальпия образования каждого колебательного состояния, по сути, есть энергия колебательного уровня, выраженная в [кДж/моль]. Соответственно в поуровневой модели N_s = 47 (46 колебательных состояний молекулы O₂ и атом O). В (6) N_L = 46. При этом в (2) для всех колебательных уровней масса m_i равна массе молекулы кислорода. Так же можно заметить, что существует соотношение

$$x^{O_2} = \sum_{i=0}^{45} x_{V_i}^{O_2} \quad (7)$$

Как уже указывалось выше, в поуровневой модели не решается уравнение для определения колебательной температуры. Однако необходимо рассчитывать заселенность каждого из 46 колебательных уровней молекулы O₂. Для этого все процессы, включенные в поуровневую модель, записываются в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^{N_s} a_{ij} [X_i] \rightleftharpoons \sum_{i=1}^{N_s} b_{ij} [X_i], j = \overline{1, N_r} \quad (8)$$

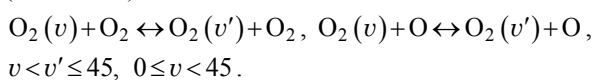
На основе этих уравнений формулируются уравнения типа уравнений химической кинетики:

$$\frac{dX_k}{dt} = \sum_{j=1}^{N_r} \left[(b_{kj} - a_{kj}) k_j^f \prod_{i=1}^{N_s} X_i^{a_{ij}} + (a_{kj} - b_{kj}) k_j^r \prod_{i=1}^{N_s} X_i^{b_{ij}} \right], k = \overline{1, N_s} \quad (9)$$

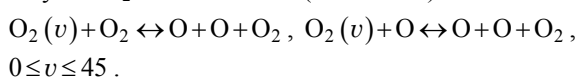
Здесь [X_i] – символ соответствующего компонента газовой смеси; a_{ij} и b_{ij} – стехиометрические коэффициенты прямой и обратной реакции; k_j^f и k_j^r – прямые и обратные константы скорости j-ого процесса. Отметим что всего в данной поуровневой модели рассмотрено 2162 процесса (N_r = 2162).

В модель включены следующие процессы:

1) Возбуждение колебательных состояний молекулы O₂ при столкновении с молекулой O₂ или атомом O (VT-обмен):



2) Реакции диссоциации молекулы O₂ из любого из 46 колебательных состояний при столкновении с молекулой O₂ или атомом O (CV-обмен):



Особой задачей является определение параметров k_j^f и k_j^r этих процессов. В данной работе эти параметры брались из [9, 10]. Отметим, что параметры прямых процессов VT-обмена и CV-обмена молекул O₂ с молекулами O₂ брались из [10], где рассчитывались на основе Forced Harmonic Oscillator модели. Параметры прямых процессов VT-обмена и CV-обмена молекул O₂ с атомами O брались из [9], где были рассчитаны с использованием метода квазиклассических траекторий на основе поверхностей потенциальной энергии, которые, зачастую, рассчитываются ab-initio квантовомеханическими методами. Параметры обратных процессов рассчитывались в соответствии с принципом детального равновесия.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

3.1. Тестирование поуровневой модели

Тестирование поуровневой модели проводилось путем сравнения результатов, полученных с ее помощью и результатов расчетов, представленных в [12]. Параметры расчета следующие: газ – 100% O₂, V_{sh} = 3.07 км/с, p = 2 торр. Результаты сопоставления представлены на рис. 1. На рис. 1 кружки – результаты расчетов из [12], сплошная линия – поступательная температура тяжелых частиц газа, рассчитанная по рассматриваемой поуровневой модели, штриховая линия – колебательная температура молекул O₂, рассчитанная в данной работе.

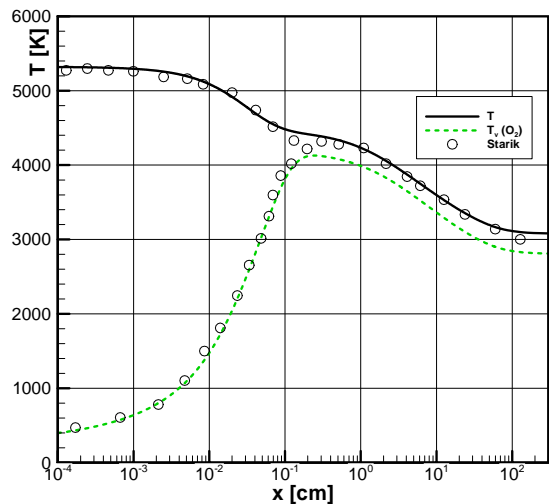


Рис. 1. Сопоставление результатов расчетов [12] (кружки) и данной работы (линии)

Как указывалось выше, в поуровневой модели отсутствует колебательная температура. Ее необходимо вычислять с помощью функции распределения молекул по колебательным уровням энергии. В данной работе для этой цели использовалась следующая формула:

$$T_v(O_2) = - \frac{2230}{\ln(x_1/x_0)} \quad (10)$$

То есть колебательная температура рассчитывалась как параметр распределения Больцмана, аппроксимирующего функцию распределения молекул по нижним (с v = 0 и v = 1) колебательным уровням. Числовой

коэффициент в числителе (10) есть характеристическая колебательная температура молекулы O_2 в [K]. Его значение численно равно разнице энергий первого и нулевого колебательных уровней этой молекулы.

Из рис. 1 видно, что наблюдается удовлетворительное согласие между рассматриваемыми наборами данных. Тот факт, что рассчитанная по формуле (10) колебательная температура несколько отличается, в равновесной части релаксационной зоны, от поступательной температуры означает, что формула (10) является приближенной. Можно улучшить как соответствие между наборами сопоставляемых данных, так и выход на равновесие между поступательной и колебательной температурами путем улучшения аппроксимации функции распределения в равновесной области, используя, например, не два колебательных уровня, а больше. Однако, ясно, что это не даст качественно иного поведения колебательной температуры. Количественно же результат изменится на $\sim 10\%$.

Таким образом, можно считать, что способ восстановления колебательной температуры с использованием формулы (10) $\sim 10\%$ и далее интерпретировать получаемые данные с поправкой на эту величину.

3.2. Обработка экспериментальных результатов, представленных в [7, 8]

Экспериментальные измерения колебательной температуры в молекулярном кислороде в [7, 8] были выполнены для следующих параметров:

- 1) $p = 2$ торр, $V_{sh} = 3.07$ км/с;
- 2) $p = 1$ торр, $V_{sh} = 3.4$ км/с;
- 3) $p = 1$ торр, $V_{sh} = 3.95$ км/с;
- 4) $p = 1$ торр, $V_{sh} = 4.132$ км/с;
- 5) $p = 0.8$ торр, $V_{sh} = 4.44$ км/с.

Здесь p – давление невозмущенного газа; V_{sh} – скорость ударной волны. Результаты соответствующих расчетов, выполненные с использованием модовой и поуровневой моделей, представлены на рис. 2 и 3.

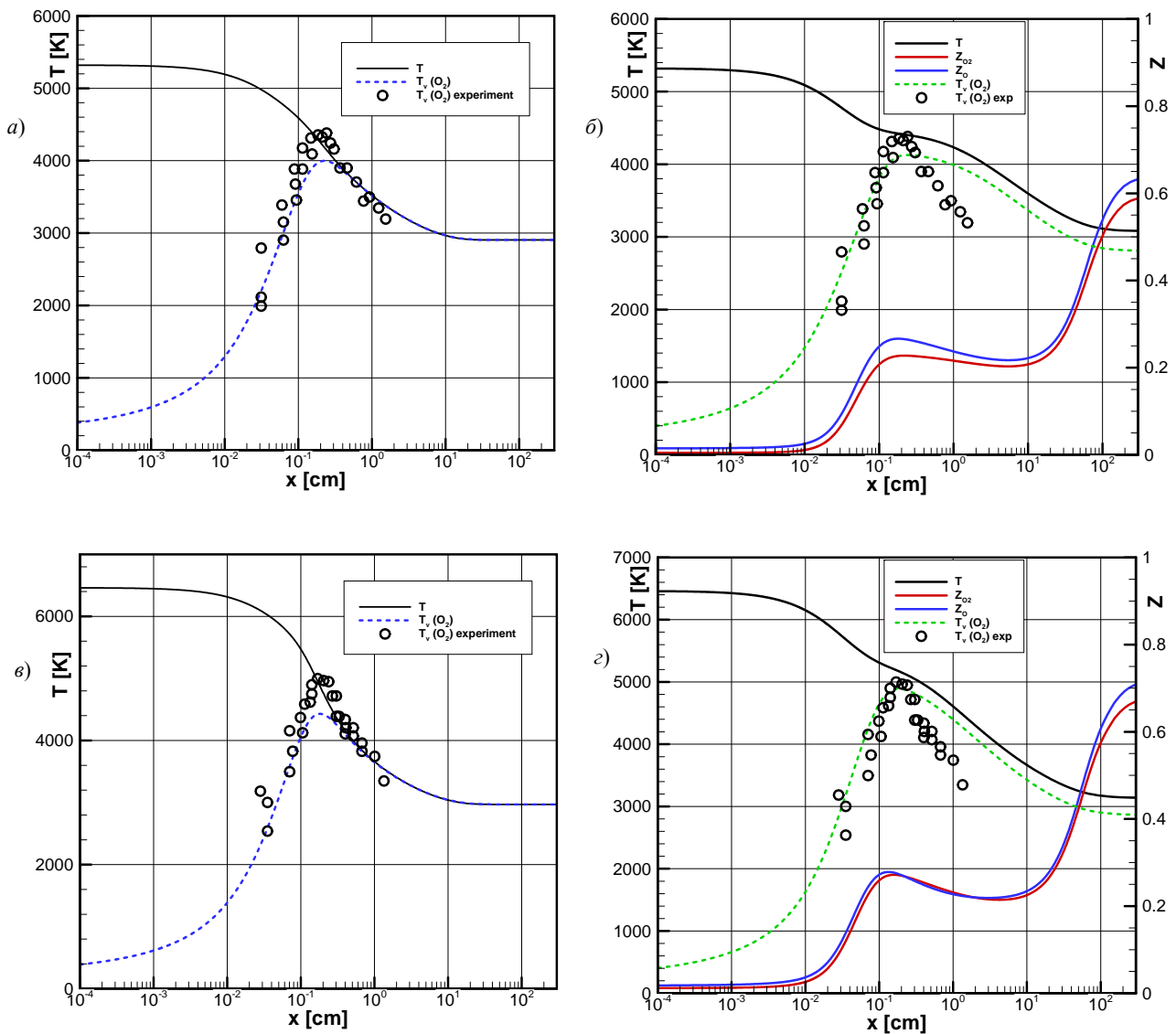


Рис. 2. Сопоставление расчетных данных, полученных в данной работе и экспериментальных результатов из [7, 8]. *a)* и *в)* – расчеты по модовой модели; *б)* и *з)* – расчет по поуровневой модели. Графики *a)* и *б)* соответствуют $p = 2$ торр, $V_{sh} = 3.07$ км/с; графики *в)* и *з)* соответствуют $p = 1$ торр, $V_{sh} = 3.4$ км/с

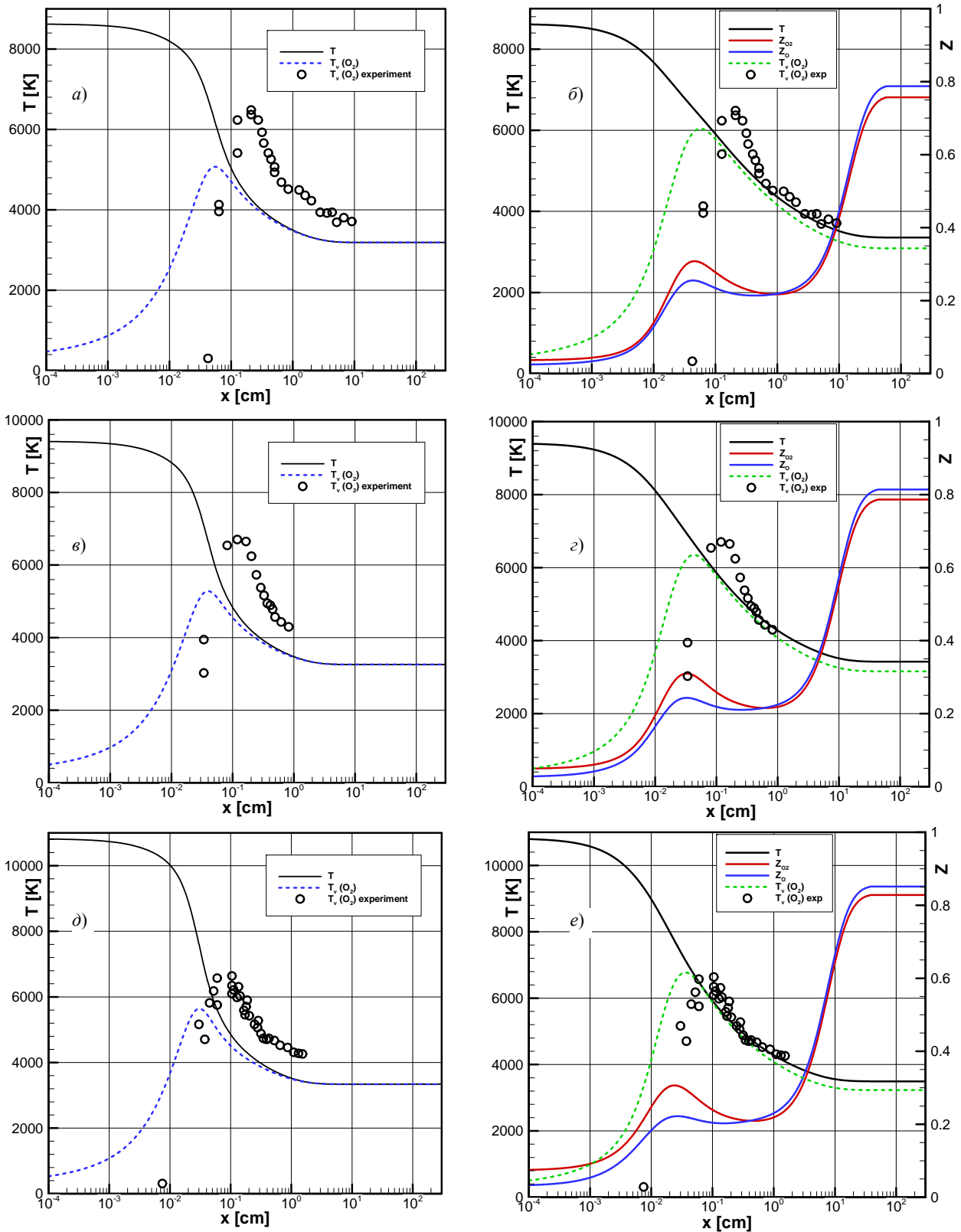


Рис. 3 Сопоставление расчетных данных, полученных в данной работе и экспериментальных результатов из [7, 8]. а), в) и д) – расчеты по модовой модели; б), з) и е) – расчет по поуровневой модели. Графики а) и б) соответствуют $p = 1$ торр, $V_{sh} = 3.95$ км/с; графики в) и з) соответствуют $p = 1$ торр, $V_{sh} = 4.132$ км/с; графики д) и е) соответствуют $p = 0.8$ торр, $V_{sh} = 4.44$ км/с

На рис. 2 и 3 представлены зависимости различных параметров от расстояния до фронта ударной волны. Стоит отметить, что в [7, 8] экспериментальные данные приведены в зависимости от лабораторного времени (измерения, естественно, выполняются в неподвижной системе отсчета, а расчеты проводятся в сис-

теме отсчета, связанной с фронтом ударной волны). Для пересчета к расстояниям до фронта ударной волны следует пользоваться следующей формулой ([1], стр. 142):

$$x \equiv V_{sh} \int dt_n = \int u \cdot dt_c \tag{11}$$

Здесь t_n – время в лабораторной системе отсчета, t_c – время в системе отсчета, связанной с фронтом ударной волны, V_{sh} – скорость ударной волны, u – скорость газа в релаксационной зоне в системе отсчета связанной с фронтом ударной волны.

На рис. 2, а) и в), рис. 3, а), в) и д) представлены результаты расчетов по модовой модели. Кружки – экспериментальные данные. Сплошная линия – рассчитанная поступательная температура тяжелых частиц, штриховая линия – рассчитанная колебательная температура молекул O_2 . Из данных графиков нетрудно увидеть, что указанный подход правильно описывает поведение колебательной температуры молекул газовой смеси в термически равновесной области параметров (при $V_{sh} \leq 3.4$ км/с или $T < 7000$ К). При этих параметрах диссоциация молекул начинается после установления равновесия между поступательными и колебательными степенями свободы. При температуре за фронтом $T > 7000$ К модовая модель плохо описывает представленные экспериментальные данные. Модель неверно передает ход колебательной температуры, ширину релаксационной зоны, а так же максимальное значение колебательной температуры за фронтом ударной волны. Аналогичный результат был получен в работах [7, 8].

На рис. 2, б) и г) и рис. 3, б), г) и е) представлены результаты расчетов по поуровневой модели. Кружки – экспериментальные данные. Черная сплошная линия – рассчитанная поступательная температура тяжелых частиц, штриховая линия – рассчитанная по формуле (10) с помощью функции распределения молекул по колебательным уровням колебательная температура молекул O_2 . Сплошные синие и красные линии – величина фактора неравновесности, рассчитанная в каждый момент времени за фронтом ударной волны. Для расчета этой величины использовалось следующее соотношение:

$$Z = \frac{k_{neq}^{dis}(T, T_V)}{k_{eq}^{dis}(T)} = \frac{\sum_v k_v^{dis}(T) \cdot (n_v/n_{O_2})}{\sum_v k_v^{dis}(T) \cdot [\exp(-E_v/T)/Q_v(T)]} \quad (12)$$

Фактор неравновесности определяется как отношение неравновесной константы скорости диссоциации к равновесной. Метод вычисления соответствующих констант скоростей указан в выражении (12). Для вычисления неравновесной константы скорости используется мгновенная функция распределения молекул по колебательным степеням свободы, для вычисления равновесной константы используется распределение Больцмана, рассчитанное с использованием поступательной температуры T и соответствующая статистическая сумма. Для рассматриваемой системы можно определить два фактора неравновесности. Первый для процесса $O_2(v) + O_2 \leftrightarrow O + O + O_2$, второй – для процесса $O_2(v) + O \leftrightarrow O + O + O$. Это связано с тем, что скорости диссоциации молекул $O_2(v)$ при взаимодействии с молекулами O_2 и атомами O различны.

Видно, что в области термически равновесной диссоциации использование поуровневой модели приводит к правильному описанию зоны, где возбуждаются колебательные степени свободы молекул, однако мо-

дель завышает ширину релаксационной зоны по сравнению с тем, что зафиксировано в эксперименте. Использование поуровневой модели при параметрах, соответствующих области термически неравновесной диссоциации позволяет выполнить описание экспериментальных данных более качественно по сравнению с модовым приближением. При этом верно описывается ширина релаксационной зоны и ход поступательной и колебательной температур в части релаксационной зоны, где их значения близки. Стоит отметить, что во всем исследованном диапазоне параметров поуровневая модель правильно описывает величину максимальной колебательной температуры в релаксационной зоне за фронтом ударной волны. Этот же результат более наглядно представлен на рис. 4.

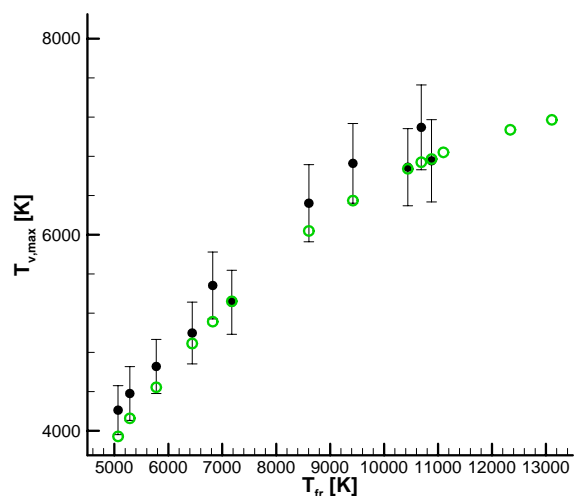


Рис. 4 Зависимость максимальной колебательной температуры в релаксационной зоне от температуры сразу за фронтом ударной волны. Открытые кружки – расчет по поуровневой модели, закрашенные – экспериментальные данные [7]

Стоит отдельно обратить внимание на немонотонную зависимость фактора неравновесности, получаемого с использованием поуровневой модели, от расстояния до фронта ударной волны. Классические модели (типа модели Кузнецова) при любых параметрах приводят к монотонной зависимости Z в релаксационной зоне [13]. В то же время обработка экспериментальных данных [7, 8] приводит так же к немонотонной зависимости Z от расстояния до фронта ударной волны [13].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнено описание экспериментально измеренных распределений колебательной температуры в чистом газе O_2 в релаксационной зоне за фронтом ударной волны с помощью модовой и поуровневой моделей. Обнаружено, что в области термически неравновесной диссоциации (температура за фронтом ударной волны выше 7000 К) поуровневая модель удовлетворительно описывает экспериментальные данные. Показано, что поведение фактора неравновесности Z в релаксационной зоне за фронтом ударной волны согласно этой модели носит немонотонный характер, что качественно совпадает с результатами экспериментов. Одним из неоспоримых достоинств этой

модели является то, что она лишена подгоночных параметров, как только рассчитаны параметры входящих в нее процессов.

Автор благодарит Ибрагимову Л.Б., Шаталова О.П. и Козлова П.В., а так же других сотрудников лаборатории кинетических процессов в газах Института механики МГУ за плодотворные обсуждения результатов этой работы. Так же автор выражает благодарность Суржикову С.Т. и сотрудникам лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН за обсуждение методологии и результатов данной работы.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- p – давление в невозмущенном газе, торр;
 V_{sh} – скорость ударной волны, км/с;
 Z – фактор неравновесности

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ступоченко Е.В., Лосев С.А., Осипов А.И. Релаксационные процессы в ударных волнах. М.: Наука, 1965, 484 с.
2. Лосев С.А., Макаров В.Н., Погосбекян М.Ю. Модель физико-химической кинетики за фронтом очень сильной ударной волны в воздухе // Изв. РАН МЖГ. № 2. 1995. С. 169–182.
3. Park C. Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics. New York: Wiley, 1990. 358 p.
4. Гордиец Б.Ф., Осипов А.И., Шелепин Л.А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры М.: Наука, 1980.
5. Millikan R.C., White D.R. Systematic of Vibrational Relaxation // J. Chem. Phys. 1963. V. 39. N. 12. Pp. 3209–3212.
6. Treanor C.E., Marrone P.V. Effect of Dissociation on the Rate of Vibrational Relaxation // Phys. Fluids. 1962. V. 5. N. 9. Pp. 1022–1026.
7. Быкова Н.Г., Забелинский И.Е., Ибрагимова Л.Б., Сергиевская А.Л., Туник Ю.В., Шаталов О.П. Исследование колебательной релаксации и термически неравновесной диссоциации молекул O_2 за фронтом ударной волны // Школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем». 2011. С. 40–47.
8. Zabelinskii I.E., Ibragimova L.B., Shatalov O.P., Tunik Yu.V. Experimental study and numerical modeling of vibrational oxygen temperature profiles behind a strong shock wave front // Third European conference for aerospace sciences (EUCASS 2009). 2009. Pp. 1–10.
9. F. Esposito, I. Armenise, G. Capitta, M. Capitelli $O-O_2$ state-to-state vibrational relaxation and dissociation rates based on quasiclassical calculations // Chemical Physics. № 351. 2008. Pp. 91–98.
10. Lino da Silva M., Loureiro J., Guerra V. A multiquantum dataset for vibrational excitation and dissociation in high-temperature O_2-O_2 collisions // Chemical Physics Letters. № 531. 2012. Pp. 28–33.
11. Park C. Review of Chemical-Kinetic Problems of Future NASA Missions, I: Earth Entries // JTHT. V. 7. N. 3. 1993. Pp. 385–398.
12. Луховицкий Б.И., Старик А.М. Модели уровневой и молекулярной кинетики для описания процессов за ударными волнами в молекулярных газах // Неравновесные физико-химические процессы в газовых потоках и новые принципы организации горения. Под ред. Старика А.М. - Москва, 2011. – С. 197–222.
13. Ибрагимова Л.Б., Левашов В.Ю., Сергиевская А.Л., Шаталов О.П. Моделирование колебательно-диссоционной кинетики кислорода при температурах 4000–11000 К // МЖГ. № 1. 2014.