

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАБЛЮДАЮЩИХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ

Л.Б. Рулева

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук,  
Москва, 119526, проспект Вернадского 101-1*

### Аннотация

Рассматриваются вопросы снижения методических и динамических погрешностей блока гироскопических измерителей вектора угловой скорости. Предлагается введение дополнительных связей между измерителями блока и дополнительного алгоритма обработки данных в бортовом вычислителе. Применяется метод наблюдающих устройств и модального управления. Дифференциальных уравнений движения блока гироскопических измерителей с заданной формой управления интегрируется совместно с математической моделью наблюдающего устройства. При этом система полностью наблюдаема и управляема. Параметры наблюдающего устройства и управляющего воздействия в системе выбираются по стандартным полиномам, обеспечивающим желаемые динамические свойства. Приведены графики математического моделирования динамических процессов. Показано, что указанные погрешности снижены, а устойчивость системы повышена.

### THE OBSERVING STRUCTURES METHOD IS USING FOR THE GYRO ANGULAR VELOCITY VECTOR GAUGE

The problem of decrease of methodic and dynamic errors in the gyro angular velocity vector gauge is studied. The additional connections between the units and the additional algorithms are installed. Modal control, structures observing methods were applied. Differential equations of movement of the gyro angular velocity vector gauge with the wish form of control are integrated in common with the mathematic observing model. The system is all observed and controlled by this. The observing and control parapets influence parameters are chosen according to standard polynoms, the wish dynamic characteristics are guarantee. The mathematic dynamic graphic model processes are present. As the fact shows, the indicate errors are decreasing and the system stability is increasing.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из методов идентификации параметров системы является метод наблюдающих устройств и модального управления [1]. Он позволяет не только «следить» за параметрами исследуемой системы, но и придать новой динамике системы желаемые свойства. Применим его для компенсации методических и динамических погрешностей блока гироскопических измерителей вектора угловой скорости.

## 2. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ БЛОКА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

### 2.1. Взаимная ориентация осей блока измерителей и объекта

В качестве гироскопического измерителя рассматривается электромеханический двухстепенный датчик угловой скорости, выходной сигнал которого, о компоненте угловой скорости объекта, содержится в токе датчика момента его обратной электрической связи. В дополнительную обмотку датчика моментов возможно введение корректирующих токов. Ось чувствительности каждого измерителя направлена по одной из осей ортогонального объектового трехгранника. Носителем кинетического момента в каждом измерителе является гидродвигатель, ось вращения которого направлена перпендикулярно измерительной оси. Информация о нестабильной угловой скорости вращения ротора гидродвигателя измеряется косвенным методом по фазовому сдвигу между напряжением и током статора. Таким же образом возможно введение коррекции. Пусть

ориентация осей блока гироскопических измерителей вектора угловой скорости объекта имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_3 \\ z_3 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

и изображена на рис.1.

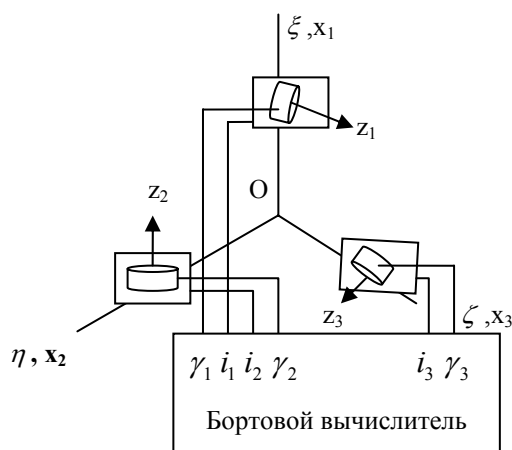


Рис. 1. Ориентация осей ГИУВС

### 2.1. Уравнения движения блока гироскопических измерителей вектора угловой скорости без наблюдающего устройства

Уравнение движения чувствительных элементов блока гироскопических измерителей вектора угловой скорости объекта имеет вид:

$$J_{O1} \ddot{\beta}_1 + \lambda_1 \dot{\beta}_1 + k_{d1} \dot{i}_1 = (H_1 + J_{S1} \dot{\gamma}_1) [w_\xi - w_\zeta (\theta_{O1} + \beta_1)] + J_{O1} \dot{w}_\eta + J_{S1} \theta_{R1} \dot{w}_\zeta; \quad (2)$$

$$J_{O2} \ddot{\beta}_2 + \lambda_2 \dot{\beta}_2 + k_{d2} \dot{i}_2 = (H_2 + J_{S2} \dot{\gamma}_2) [w_\eta - w_\xi (\theta_{O2} + \beta_2)] + J_{O2} \dot{w}_\zeta + J_{S2} \theta_{R2} \dot{w}_\xi; \quad (3)$$

$$J_{O3} \ddot{\beta}_3 + \lambda_3 \dot{\beta}_3 + k_{d3} \dot{i}_3 = (H_3 + J_{S3} \dot{\gamma}_3) [w_\zeta - w_\eta (\theta_{O3} + \beta_3)] + J_{O3} \dot{w}_\xi + J_{S3} \theta_{R3} \dot{w}_\eta; \quad (4)$$

$$J_{Sp1} \ddot{\gamma}_1 + n_1 \dot{\gamma}_1 + m_1 \gamma_1 = M_{O1} + J_{Sp1} \dot{w}_\zeta; \quad (5)$$

$$J_{Sp2} \ddot{\gamma}_2 + n_2 \dot{\gamma}_2 + m_2 \gamma_2 = M_{O2} + J_{Sp2} \dot{w}_\xi; \quad (6)$$

$$J_{Sp3} \ddot{\gamma}_3 + n_3 \dot{\gamma}_3 + m_3 \gamma_3 = M_{O3} + J_{Sp3} \dot{w}_\eta; \quad (7)$$

$$i_j = W_{ЭЛ}(s) * \beta_j(s), \quad (j = 1, 2, 3). \quad (8)$$

Здесь уравнения (2–4) описывают движение гироскопических измерителей, уравнения (5–7) – движение гидродвигателей по нестабильной координате вращения ротора гидродвигателя, а (8) – уравнение обратной связи гироскопических измерителей.

Нестабильность вращения ротора гидродвигателя влияет [2,3] на нестабильность кинетического момента: второе слагаемое первой скобки уравнений (2-4); переменный момент с оси вращения ротора проецируется из-за неортогональности осей на выходную ось гироскопического измерителя: последнее слагаемое уравнений (5–7). В тоже время угловая нестабильность ротора возбуждается ускорениями объекта вокруг осей собственного вращения ротора: последнее слагаемое уравнений (5–7) и, при малости моментов трения на оси (например, при газодинамических опорах), является мерой углового ускорения объекта [4]. Поэтому последнее и предпоследнее слагаемые уравнений (3-5) могут быть вычислены и скомпенсированы по измеренной нестабильности вращения роторов соответствующих гидродвигателей с высокой точностью косвенными методами [4]. Реализовать метод возможно схемным или алгоритмическим путем без изменения конструкции гироскопического измерителя вектора угловой скорости, вводя лишь новые связи между датчиками блока.

## 2.2. Уравнения движения блока гироскопических измерителей вектора угловой скорости с наблюдающим устройством

Рассмотрим одно из уравнений (5-7) гидродвигателей, обозначая правую часть суммарным моментом  $M$ . Применим к нему метод наблюдающих устройств с постоянными коэффициентами (фильтр Льюинбергера). Введем обозначения:

$$X_1 = \gamma; \quad X_2 = d\gamma/dt; \quad X_1^0 = \gamma^0; \quad X_2^0 = d\gamma^0/dt; \quad X_3^0 = M^*/J^*, \quad (9)$$

и управление сформируем по нестабильной угловой координате и скорости вращения ротора:

$$I = p_1 X_1^0 + p_2 X_2^0 \quad (10)$$

Записывая вышеприведенные уравнения в векторах состояния [1]:

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} \quad (11)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X}$$

в форме Коши, получим:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= \frac{M}{J} - \frac{n}{J} X_2 - \frac{m}{J} X_1 - \frac{\chi I}{J} \\ \dot{X}_1^0 &= X_2^0 + k_1 (X_1 - X_1^0) \\ \dot{X}_2^0 &= X_3^0 - \frac{n^*}{J^*} X_2^0 - \frac{m^*}{J^*} X_1^0 - \frac{\chi^* I^*}{J^*} + k_2 (X_1 - X_1^0) \\ \dot{X}_3^0 &= k_3 (X_1 - X_1^0) \end{aligned} \quad (12)$$

Главный определитель имеет вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{m}{J} & s + \frac{n}{J} & \frac{\chi p_1}{J} & \frac{\chi p_2}{J} & 0 \\ -k_1 & 0 & s + k_1 & -1 & 0 \\ -k_2 & 0 & \left( \frac{m^*}{J^*} + k_2 + \frac{\chi^* p_1}{J^*} \right) & \left( s + \frac{n^*}{J^*} + \frac{\chi^* p_2}{J^*} \right) & -1 \\ -k_3 & 0 & k_3 & 0 & s \end{vmatrix} \quad (13)$$

Одним из преимуществ метода наблюдающих устройств является то, что наблюдение и объект с регулятором независимы друг от друга. Поэтому коэффициенты наблюдающего устройства будем выбирать исходя из желаемых стандартных форм с известной хорошей динамикой.

## 3. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ИССЛЕДУЕМОЙ СИСТЕМЫ

### 3.1. Выбор параметров наблюдающего устройства

Определим коэффициенты наблюдающего устройства. Для этого введем обозначения разности переменных и их оценок:

$$\begin{aligned} X_1^* &= X_1 - X_1^0; \quad X_2^* = X_2 - X_2^0; \\ \frac{dX_1^*}{dt} &= \frac{dX_1}{dt} - \frac{dX_1^0}{dt}; \quad \frac{dX_2^*}{dt} = \frac{dX_2}{dt} - \frac{dX_2^0}{dt}; \\ \frac{dX_3^*}{dt} &= \frac{dX_3}{dt} - \frac{dX_3^0}{dt}. \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнения наблюдающего устройства идентификации параметров примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{dX_1^*}{dt} &= X_2^* - k_1 X_1^*; \\ \frac{dX_2^*}{dt} &= X_3^* - \frac{n^* X_2^*}{J^*} - \frac{m X_1^*}{J^*} - k_2 X_1^*; \\ \frac{dX_3^*}{dt} &= -k_3 X_1^*. \end{aligned} \quad (15)$$

Определитель системы (16) имеет вид:

$$\Delta^*(s) = \begin{bmatrix} s+k_1^* & -1 & 0 \\ k_2^* + \frac{m^*}{J^*} & s + \frac{n^*}{J^*} & -1 \\ k_3^* & 0 & s \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\Delta^*(s) = Q_3 s^3 + Q_2 s^2 + Q_1 s + Q_0 \quad (17)$$

где

$$Q_0 = k_3; \quad Q_1 = \frac{m^* + n^* k_1}{J^*} + k_2; \quad (18)$$

$$Q_2 = \frac{n^*}{J^*} + k_1; \quad Q_3 = 1.$$

Многочлену (17) поставим в соответствие стандартную форму с желаемой постоянной времени  $T$ , которую можно задавать:

$$\frac{Q_3 s^3 + Q_2 s^2 + Q_1 s + 1}{Q_0} = \frac{T^3 s^3}{8} + \frac{T^2 s^2}{2} + Ts + 1, \quad (19)$$

Приравнявая коэффициенты при равных степенях производных, получим:

$$k_1^* = 4/T - n^*/J^*;$$

$$k_2^* = 8/T^2 - n^{*2}/J^{*2} - m^*/J^* - 4n^*/TJ^*;$$

$$k_3^* = 8/T^3. \quad (20)$$

### 3.3. Выбор коэффициентов усиления регулятора

Рассмотрим введение управления по току, подаваемому в статорную обмотку гидродвигателя согласно (10):

$$\mathbf{P} = [p_1/p_2]; \quad \mathbf{P} \cdot \mathbf{g}(s) = \mathbf{H}(s) - \mathbf{F}(s), \quad (21)$$

где  $\mathbf{g}(s)/\mathbf{F}(s) = \mathbf{W}(s)$ .

Придадим желаемые динамические свойства динамической системе с наблюдающим устройством, выбирая в качестве  $\mathbf{H}(s)$  стандартный полином, например, биномиальной формы:

$$\frac{\chi p_1}{J} + \frac{\chi p_2 s}{J} = s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2 - s^2 + \frac{ns}{J} - \frac{m}{J} \quad (22)$$

Найдем коэффициенты усиления регулятора:

$$p_1 = \frac{\omega_0^2 J - m}{\chi}; \quad p_2 = \frac{2\omega_0 J - n}{\chi} \quad (23)$$

Собственную частоту  $\omega_0$  можно задавать.

## 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Уравнения (12) интегрировались методом Рунге – Кутты при нулевых начальных условиях и следующих параметрах гидродвигателя:

$J = 0.03 \text{ сН см с}^2$ ;  $n = 0.2 \text{ сН см с}$ ;  $\chi = 1 \text{ сН см /А}$ ;  
 $M = 0.12 \text{ сН см}$ ;  $m = 12 \text{ сН /рад}$ ; а также желаемых параметрах управления:  $\omega_0 = 50 \text{ рад/с}$ ;  $T = 0.05 \text{ с}$ .

Графики переходных процессов изображены на рис.2,3.

Результаты моделирования показали, что введение математической модели наблюдающего устройства в бортовой вычислитель позволит уменьшить мгновенную угловую нестабильность вращения ротора гироскопа в 3 раза.

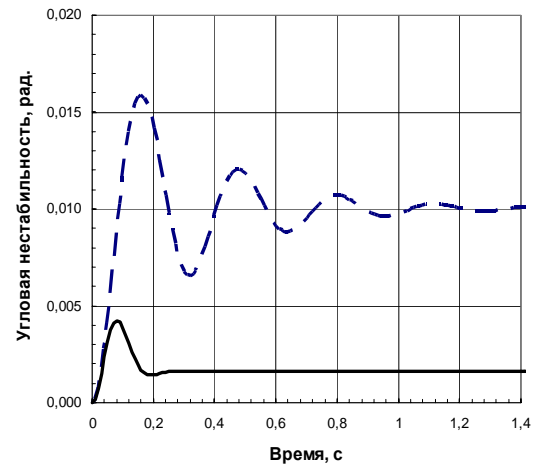


Рис.2. График переходных процессов по нестабильной угловой координате без наблюдателя  $\dot{\gamma}$  (пунктир) и с наблюдателем  $\dot{\gamma}^0$  (сплошная линия)

Идентифицирована угловая скорость нестабильного вращения ротора (рис.3), которая, при применении метода наблюдающих устройств, снизилась в два раза. Следовательно, во столько же уменьшится погрешность масштабного коэффициента измерителей угловой скорости объекта, определяемая через второе слабое правое части уравнений (2), (3), (4).

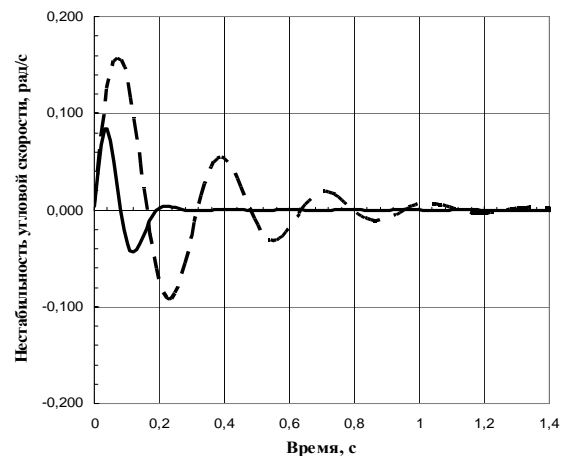


Рис.3. График переходных процессов по нестабильной угловой скорости вращения ротора без наблюдателя  $\dot{\gamma}$  (пунктир) и с наблюдателем  $\dot{\gamma}^0$

Идентифицирован возмущающий момент на оси собственного вращения ( $X_3^0$ ). При малости момента трения в опорах, например, газодинамических, он пропорционален компонентам углового ускорения объекта, как не трудно заметить из уравнений (5),(6),(7). Это можно использовать для компенсации погрешностей измерителей угловой скорости объекта, обусловленных действием углового ускорения объекта: последний и предпоследние слагаемые в уравнениях (2), (3), (4). Устойчивость, вычисленная по полиному, соответствующего главному определителю (16), повысилась.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение метода наблюдающих устройств для блока гироскопических измерителей вектора угловой скорости объекта позволяет:

1. Снизить угловую нестабильность вращения ротора и время переходного процесса.
2. Идентифицировать угловую нестабильности вращения ротора, ее производную и осевой возмущающий момент.
3. Стабилизировать масштабный коэффициент гироскопического измерителя по оценке угловой нестабильности угловой скорости.
4. Идентифицировать компоненты вектора углового ускорения объекта, действующего по осям вращения роторов для компенсации методических и динамических погрешностей.

### СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$\xi, \eta, \zeta$  – оси объектового трехгранника;  
 $x, y, z$  – оси: чувствительности, выходная и собственного вращения, соответственно, гироскопического измерителя угловой скорости;  
 $i$  – ток датчика моментов гироскопического измерителя, А;  
 $\gamma, \beta, \theta$  – мгновенная угловая нестабильность вращения ротора гиromотора, угол прецессии, угол неортогональности осей, соответственно, рад.;  
 $J$  – момент инерции, сНсм<sup>2</sup>;  
 $n, \lambda$  – коэффициент демпфирования гиromотора и гироскопического измерителя, соответственно, сНсмс;  
 $k_d$  – крутизна датчика моментов гироскопического измерителя, сНсм/А;  
 $H$  – кинетический момент, сНсмс;  
 $w$  – угловая скорость (частота), рад/с;  
 $m$  – синхронизирующий момент гиromотора, сНсм/рад;  
 $M_O, M$  – момент трения в опорах и суммарный возмущающий момент ротора гиromотора, сНсм;  
 $W_{ЭП}$  – передаточная функция обратной связи гироскопического измерителя;  
 $X$  – переменные состояния;  
 $A, B, U, Y, C$  – матрицы состояния, управления и выходного сигнала;  
 $k$  – коэффициент усиления наблюдающего устройства;  
 $p, \chi$  – коэффициенты усиления управляющего тока гиromотора модели и технического устройства, соответственно;  
 $I$  – управляющий ток гиromотора, А;  
 $g(s), f(s)$  – числитель и знаменатель передаточной функции гиromотора;  
 $H(s)$  – стандартный полином желаемой характеристики;  
 $T$  – постоянная времени, с.

### Индексы:

1,2,3 – порядковый номер гироскопического измерителя и гиromотора в блоке;  
 $R, O, S$  – принадлежность к оси выходной или собственного вращения гироскопического измерителя, соответственно;  
 $sp$  – принадлежность к оси собственного вращения ротора;  
 $0$  – принадлежность переменной к наблюдающему устройству;  
 \* – оценка параметра наблюдающим устройством.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. 184 с.
2. Климов Д.М., Харламов С.А. Динамика гироскопа в кардановом подвесе. М.: Наука, 1978. 208 с.
3. Слюсарь В.М. О влиянии инструментальных факторов на скорость углового дрейфа БИНС // Тр. 13 Санкт-Петербургской межд. конф. «Интегрированные навигационные системы». СПб: ЦНИИ «Электронприбор». 2006. С.303–307.
4. Рулева Л.Б. Влияние качания ротора синхронного гистерезисного двигателя на погрешности гироскопического измерителя вектора угловой скорости // Тр. 14 Санкт-Петербургской межд. конф. «Интегрированные навигационные системы». СПб: ЦНИИ «Электронприбор». 2007. С.105–107.