АНОМАЛЬНАЯ КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

Г.Э. Норман[1,2], В.В. Стегайлов[1,2], А.В. Тимофеев[2,1]

[1]*Объединённый институт высоких температур Российской академии наук*
125412, Москва, Ижорская ул., 30/19

[2]*Московский физико-технический институт (ГУ)*
141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, 9

Аннотация

Предложен механизм увеличения средней кинетической энергии пылевых частиц в газоразрядной плазме. Показано, что флуктуации заряда вызывают резонансные явления, которые разогревают вертикальные колебания пылевых частиц. Механизм передачи энергии от вертикальных колебаний к горизонтальным основан на явлении параметрического резонанса. Он возникает из-за пересечения диапазона собственных частот горизонтальных колебаний пылевых частиц с диапазоном собственных частот вертикальных колебаний пылинок в приэлектродном слое газового разряда. Комбинация параметрического и вынужденного резонансов позволяет объяснить аномально высокие значения кинетической энергии пылевых частиц. Оценки частоты, амплитуды и кинетической энергии пылевых частиц близки к экспериментальным значениям.

ABNORMAL KINETIC TEMPERATURE OF CHARGED DUST PARTICLES IN PLASMAS

A mechanism of the increase of the average kinetic energy of charged dust particles in gas discharge plasmas is suggested. Particle charge fluctuation is the reason for the appearance of forced resonance, which heats vertical oscillations. The energy transfer from vertical oscillations to the horizontal ones is based on the parametric resonance. It arises because of the overlapping of the eigenfrequency range of the horizontal oscillations in a dust particle cluster with the eigenfrequency range of particle vertical oscillations in near-electrode plasmas. The combination of the parametric resonance and the forced resonance explains the high kinetic temperature of dust particles. The theoretical assumptions are confirmed by simulation of dust particles motion in the near-electrode layer plasma of gas discharge. The estimated frequency, amplitude and kinetic energy are close to the experimental values.

1. ВВЕДЕНИЕ

Аномально большие кинетические энергии пылевых частиц в плазме газового разряда вызывают большой интерес в области пылевой плазмы [1,2]. Пылевые частицы микрометрового размера в газовом разряде приобретают большой отрицательный заряд и зависают в приэлектродном слое газового разряда. В лабораторных экспериментах [3-11] было обнаружено, что пылевые частицы в плазме газового разряда при определённых условиях приобретают кинетическую энергию порядка 10эВ и выше, что значительно превышает температуру ионов, а также температуру электронов в рассматриваемом разряде. При таких кинетических энергиях пылевые частицы продолжают формировать кристаллическую структуру [12–14].

Поскольку явление аномального разогрева пылевых частиц в плазме известно с 1996 года, сделано ряд попыток найти механизм этого явления[7,10,15–18]. Влияние флуктуаций электрического поля [10,15] приводит к разогреву пылевых частиц до кинетической температуры выше температуры окружающего газа, но на два и более порядков меньшей экспериментальных значений температуры. Более того, в работе [9] экспериментально показывают отсутствие корреляции между флуктуациями электрического поля и кинетической температурой пылевой компоненты плазмы. В работе [7] на основе Ланжевеновского подхода рассматривается влияние флуктуаций заряда пылевой частицы на кинетическую температуру, что позволяет получить значение на два порядка ниже экспериментального значения. Пространственные колебания заряда пылинки [8,11] также приводят к разогреву пылевых частиц. Данный механизм основан на конечном времени зарядки пылинки и даёт оценку кинетической температуры на много порядков ниже экспериментального значения. Таким образом, эффект разогрева колебаний пылевых частиц до аномально высоких энергий остаётся неразрешённым.

В нашей статье сделана попытка объяснить эффект аномального разогрева колебаний пылевых частиц, при этом используются работы [19-25] для учёта особенностей приэлектродного слоя газового разряда и литература по теории вынужденного и параметрического резонансов для учёта эффектов колебательного движения пылевой частицы.

В данной работе представлен механизм увеличения средней кинетической энергии пылевых частиц в плазме газового разряда. Во второй части обсуждаются условия и результаты моделирования системы пылевых частиц. В третьей части рассматривается теоретический анализ разогрева вертикального движения пылевой частицы. В четвёртой части обсуждается разогрев горизонтального колебания системы пылевых частиц в плазме газового разряда. В пятой части проводится сравнение предложенной теории и экспериментальных данных.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

Пылевые частицы в плазме газового разряда заряжаются и обычно зависают в приэлектродном слое, где электрическое поле оказывается достаточно сильным, чтобы компенсировать силу тяжести. На пылинку также действуют сила вязкого трения, сила ионного влечения, термофоретическая сила и некоторые другие. Для рассматриваемой задачи, где пылинки приобретают большую скорость, сила вязкого трения будет преобладать над силой ионного влечения, термофоретической силой и некоторыми другими силами, поэтому этими силами мы пренебрежём в данной конкретной задаче.

Для оценки потенциала взаимодействия пылевых частиц возьмём потенциал Юкавы

$$U_{ij}\left(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j\right)\approx Q_iQ_je^{-\kappa\left|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j\right|}\Big/\left|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j\right|. \qquad (1)$$

Ловушка, удерживающая пылевые частицы от разлёта по горизонтали, описывается параболическим потенциалом. На пылевую частицу действуют сила гравитации $\mathbf{F}_{гравит}=m\mathbf{g}$, сила трения пылевых частиц о нейтральный газ $\mathbf{F}_{трение}=2m\gamma\dot{\mathbf{r}}_i$ и сила, действующая со стороны электрического поля на заряженную пылевую частицу, $\mathbf{F}_{электр}=Q(z,t)E(z)$. Пылевые частицы зависают в приэлектродном слое разряда, где концентрации электронов и ионов значительно меняются по вертикали, что приводит к зависимости электрического поля от вертикальной координаты

$$E\left(z\right)\approx E_0\left(1+e'z\right). \qquad (2)$$

Заряд пылевой частицы в плазме определяется потоками компонент плазмы на поверхность пылинки, поэтому он флуктуирует во времени из-за флуктуаций потоков ионов и электронов на поверхность пылевой частицы:

$$Q\left(z,t\right)\approx Q_{eq}\left(z\right)+Q_0\delta q\left(t\right). \qquad (3)$$

В приэлектродном слое газового разряда концентрации электронов и ионов значительно меняются по высоте, что приводит к зависимости равновесного заряда пылевой частицы от высоты:

$$Q_{eq}\left(z\right)\approx Q_0\left(1+q'z\right). \qquad (4)$$

Таким образом, с учётом выражений (2)–(4) электрическая сила представляется в виде

$$\begin{aligned}&\mathbf{F}_{\acute{y}\ddot{e}\hat{a}\hat{e}\grave{o}\,\delta}=\\&=Q\left(z,t\right)\cdot\mathbf{E}\left(z\right)\approx Q_0\mathbf{E}_0\left[1+q'z+\delta q\left(t\right)\right]\left(1+e'z\right)=\\&=Q_0\mathbf{E}_0\left[1+\left(q'+e'\right)z+q'e'z^2+\delta q\left(t\right)+\delta q\left(t\right)e'z\right],\end{aligned} \qquad (5)$$

где флуктуации заряда $\delta q(t)$ описываются корреляционной функцией $\left\langle\delta q(t)\delta q(t')\right\rangle=\left\langle\delta q^2(t)\right\rangle\exp\left(-\Omega t\right)$. В положении равновесия сила тяжести уравновешивается электрической силой $mg=Q_0E_0$.

Таким образом, движение системы пылевых частиц описывается уравнением

$$m\ddot{\mathbf{r}}_i=\sum\mathbf{F}_{взаим}+\mathbf{F}_{ловушка}+\mathbf{F}_{трение}+\mathbf{F}_{гравит}+\mathbf{F}_{электр}, \qquad (6)$$

где потенциал силы взаимодействия пылевых частиц $\mathbf{F}_{взаим}$ считается близкой к потенциалу Юкавы, сила $\mathbf{F}_{ловушка}$ описывается параболическим потенциалом, удерживающим одноимённозаряженные пылевые частицы от разлёта по горизонтали.

Движение системы пылевых частиц в приэлектродном слое газового разряда численно моделируется на основе уравнений (4)–(6) методом молекулярной динамики. Для интегрирования уравнений используется численная схема Верле второго порядка точности. Для каждого параметра системы была получена зависимость средней кинетической энергии движения пылевых частиц (рис. 1).

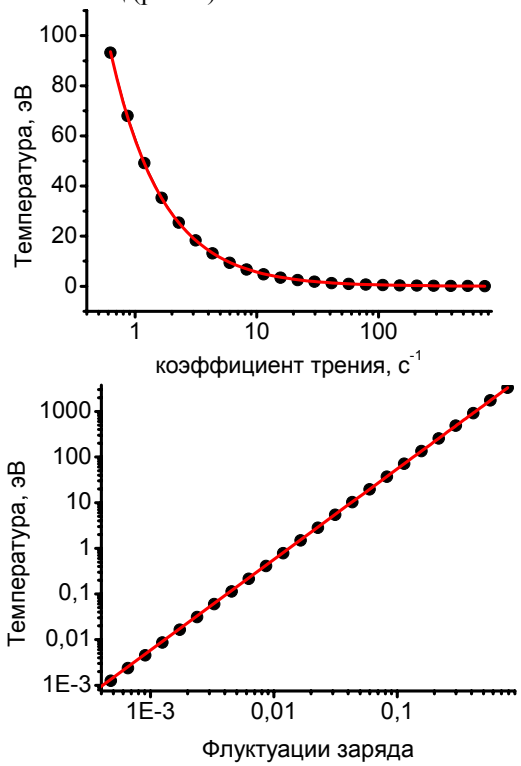

Рис. 1. Зависимость кинетической температуры пылевых частиц от коэффициента трения и флуктуаций заряда пылевой частицы

На основе полученных зависимостей была получена аппроксимационная формула, описывающая зависимость кинетической температуры от параметров системы:

$$K_z\approx\frac{7\cdot m\cdot\left(g\cdot\delta q\right)^2}{\gamma\cdot\Omega}. \qquad (7)$$

Для характерных условий лабораторного эксперимента с “горячими” пылевыми частицами оценка кинетическая температура оказалась 20 эВ. Полученная формула (7) и оценка температуры удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, что подробно рассматривается в 5-й части.

3. ВЕРТИКАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ОДИНОЧНОЙ ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ В ПРИЭЛЕКТРОДНОМ СЛОЕ

Сначала рассмотрим движение одиночной пылевой частицы в приэлектродном слое газового разряда по вертикали:

$$m\ddot{z} = \sum F^z_{взаим} + F^z_{ловушка} + F^z_{трение} + F^z_{гравит} + F^z_{электр}\ , \qquad (8)$$

для чего учтём проекции сил только на вертикальную ось. В приэлектродном слое газового разряда концентрации электронов и ионов значительно меняются по вертикали, что приводит к особенностям электрического поля и заряда пылевой частицы. Электрическое поле около пылевой частицы может быть представлено в виде (2). Заряд пылевой частицы в плазме определяется потоками компонент плазмы на пылинку, поэтому он флуктуирует во времени и в пространстве (3), (4). Флуктуации заряда пылевой частицы удобнее представить в виде $\delta q(t) = \delta q \cdot \xi(t)$, где δq – амплитуда флуктуаций заряда пылинки, $\xi(t)$ – случайная величина изменяющаяся в диапазоне $[-1;1]$. Таким образом, электрическую силу (4) можно представить в виде

$$F_{электр} = Q(z,t)\cdot E(z) \approx$$
$$\approx m\cdot\left[1+\omega_z^2 z - bz^2 - hz\cdot\xi(t) - g\delta q\cdot\xi(t)\right], \qquad (9)$$

где последнее слагаемое зависит только от времени.

При подстановке выражений (9) в уравнение (8) получаем уравнение осциллятора с трением и нелинейным членом, на который действуют две стохастические силы:

$$\ddot{z} + 2\gamma\dot{z} + \omega_z^2 z \approx bz^2 + g\delta q\cdot\xi(t) + hz\cdot\xi(t)\,, \qquad (10)$$

где частота свободных колебаний определяется выражением

$$\omega_z = \sqrt{-g(e'+q')}\,, \qquad (11)$$

$h = gq'e'$ – коэффициент перед стохастическим слагаемым, зависящей от координаты. Флуктуации заряда пылевой частицы характеризуются широким спектром. Когда частота вынуждающей силы близка к собственной частоте системы, появляется резонанс, приводящий к увеличению средней кинетической энергии системы [26–27]. Собственная частота колебаний пылевой частицы попадает в спектральный диапазон флуктуаций заряда пылевой частицы, что приводит к возможности развития резонансных явлений.

Сначала рассмотрим влияние стохастической силы, не зависящей от координаты, на классический осциллятор с трением. Таким образом, мы получили осциллятор с трением под воздействием внешней стохастической силы:

$$\ddot{z} + 2\gamma\dot{z} + \omega_z^2 z \approx g\delta q\cdot\xi(t)\,. \qquad (12)$$

Решив это стохастическое уравнение (12), получим кинетическую температуру системы

$$K_z = \left\langle m\frac{v^2}{2}\right\rangle \approx \frac{m}{2}\frac{(g\cdot\delta q)^2}{\gamma\cdot\Omega}\,. \qquad (13)$$

Полученная формула (13) приблизительно на порядок отличается от аппроксимационной формулы (7), полученной с помощью моделирования. Это отличие связано с влиянием слагаемых уравнения (10), не учтённых в (12), и характером случайной силы $\xi(t)$. Слагаемое $hz\cdot\xi(t)$ при определённых условиях приводит к развитию параметрического резонанса. Совместное влияние нелинейного слагаемого bz^2 и стохастической силы $g\delta q\cdot\xi(t)$ приводит к развитию стохастического резонанса. Отдельно стоит отметить возможность взаимодействия рассмотренных резонансных явлений. Все эти явления практически не поддаются аналитической оценке, но численной моделирование позволяет учесть все эти явления, что и было сделано во второй части.

Решение уравнения (12) позволяет получить формулы для оценки частоты ω_z и средней кинетической энергии K_z колебаний пылевой частицы:

$$K_z = \left\langle m\frac{v^2}{2}\right\rangle \approx \frac{m}{2}\frac{(g\cdot\delta q)^2}{\gamma\cdot\Omega}\,. \qquad (14)$$

Учёт нелинейного члена выражения (10) приводит к появлению кратных частот $\omega_z, 2\omega_z, \ldots$ в спектре колебаний пылевой частицы.

Данный раздел рассматривает первые две стрелки на рис. 2. Внешний источник поддерживает газовый разряд, который в свою очередь обеспечивает флуктуации заряда пылевой частицы. По описанному выше механизму флуктуации заряда пылинки приводят к появлению вынуждающей силы.

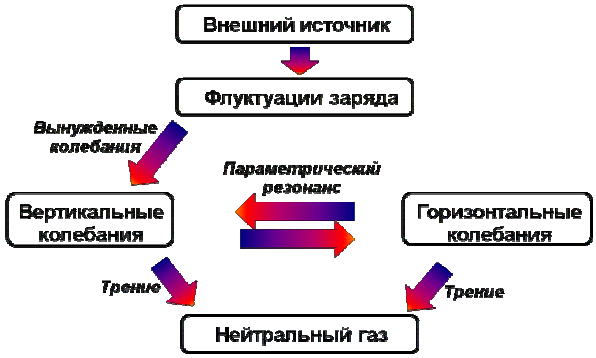

Рис. 2. Схема переноса энергии от газового разряда до движения заряженных пылевых частиц

Благодаря пересечению частотных диапазонов (рис. 3) вынуждающей силы и собственных вертикальных колебаний пылинки становится возможна накачка вынуждающей силой энергии в вертикальное движение пылевых частиц.

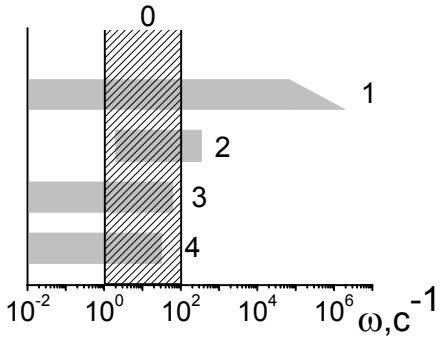

Рис. 3. Диапазоны частот различных колебательных процессов в пылевой плазме: 0 – колебания пылинок в лабораторном эксперименте; 1 – флуктуации заряда пылевой частицы; 2 – вертикальные колебания пылинок в приэлектродной слое газового разряда; 3 – горизонтальные колебания пылинок в поле-ловушке; 4 – колебания взаимодействующих пылевых частиц при моделировании методом молекулярной динамики

Баланс между потерей энергии пылевой частицы за счёт трения о нейтральный газ и притоком энергии из-за флуктуаций заряда пылинки определяет амплитуду и кинетическую энергию пылевой частицы.

Таким образом, изложенный механизм объясняет разогрев вертикального движения пылевых частиц в плазме и позволяет получить основные характеристики вертикального движения пылевой частицы. Однако описанный механизм не позволяет объяснить аномально высокую кинетическую температуру горизонтального движения.

4. ГОРИЗОНТАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С ДРУГИМИ ПЫЛИНКАМИ

Для описания движения пылевой частицы будем учитывать силу тяжести, электрическую силу, силу трения, силу взаимодействия с другими пылевыми частицами и силу ловушки, удерживающей одноимённо заряженные пылевые частицы от разлёта в горизонтальной плоскости:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \sum F_{взаим} + F_{ловушка} + F_{трение} + \ldots \\ m\ddot{y} = \sum F_{взаим} + F_{ловушка} + F_{трение} + \ldots \\ m\ddot{z} = \sum F_{взаим} + F_{электр} + F_{трение} + F_{гравит} \ldots \end{cases} \quad (15)$$

Для оценки потенциала взаимодействия возьмём потенциал Юкавы:

$$U_{ij}\left(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\right) \approx Q_i Q_j e^{-\kappa\left|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\right|} \Big/ \left|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\right| .$$

Взаимодействие с другими пылинками моделируем взаимодействием частицы с двумя неподвижными заряженными точками, расположенными на одной горизонтальной линии с положением равновесия рассматриваемой пылинки. Ловушка, удерживающая пылевые частицы от разлёта, описывается параболическим потенциалом. Остальные силы, действующие на частицу, описаны выше. Учитывая малость колебаний, разложим силы, действующие на пылинки, в ряд Тейлора. Оставив только значимые члены разложения, получаем систему уравнений, описывающую движение пылинок:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -a_1 x + a_2 xz + a_3 x^3 + a_4 xz^2 + \ldots \\ \ddot{z} = -b_1 z + b_2 z^2 + b_3 z^3 + b_4 zx^2 + \ldots + F(t) \end{cases}, \quad (16)$$

где $F(t)$ – внешняя сила, приводящая к разогреву вертикальных колебаний, что рассматривается в разделе про разогрев вертикального движения одиночной частицы. Наличие значимых нелинейных слагаемых и многомерность системы уравнений приводит к расширению диапазона собственных частот колебаний пылевых частиц по горизонтали и вертикали. Численная оценка коэффициентов разложения показывает, что самое значительное влияние на систему оказывают линейные члены, а следующими по значимости слагаемыми являются $a_4 xz^2$ и $b_4 zx^2$. Преобладание этих слагаемых и пересечение диапазонов частот вертикальных и горизонтальных колебаний приводит к развитию параметрического резонанса [25], перекачивающего энергию из вертикальных колебаний в горизонтальные. Причём, горизонтальные колебания будут разогреваться на частотах $\omega_z/2, \omega_z, \ldots$ вертикальных колебаний. Таким образом, амплитуда горизонтальных колебаний увеличивается за счёт вертикальных колебаний.

Заметим, что в силу равенства коэффициентов $a_4 = b_4$, при приближении амплитуды горизонтальных колебаний к значению амплитуды вертикальных колебаний появляется второй параметрический резонанс, который разогревает вертикальные колебаний за счёт горизонтальных, что останавливает разогрев горизонтальных колебаний и приводит систему к равновесию:

$$A_z^2 - A_x^2 \approx \lambda\omega_z / b_4 > 0 . \quad (17)$$

Таким образом, для случая пылевых частиц с большой кинетической температурой амплитуда вертикальных колебания оказывается больше амплитуды горизонтальных колебаний.

Общая схема разогрева представлена на рисунке 2. Внешний источник поддерживает газовый разряд, который в свою очередь обеспечивает флуктуации заряда пылевой частицы. Флуктуации заряда приводят к появлению вынуждающей силы. Благодаря пересечению частотных диапазонов (рис. 3) вынуждающей силы и собственных вертикальных колебаний пылинки становится возможна накачка вынуждающей силой энергии в вертикальное движение пылевых частиц. Большие амплитуды колебаний пылевой частицы приводят к появлению нелинейных членов в разложении сил, действующих на частицы. В силу кристаллического порядка системы пылевых частиц и нелинейных эффектов и пересечению частотных диапазонов вертикальных и горизонтальных колебаний появляется параметрический резонанс, поддерживающий обмен энергий между горизонтальными и вертикальными колебаниями. Заметим, что накачка горизонтальных колебаний происходит на частоте вертикальных колебаний, а частота вертикальных колебаний определяется в основном параметрами приэлектродного слоя. Баланс потери энергии пылевой частицы за счёт трения о нейтральный газ и притока энергии из-за резонансных явлений определяет амплитуду и кинетическую энергию пылевой частицы.

5. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

В рассмотренной модели системы пылевых частиц играют роль два свободных параметра: характеристика приэлектродного слоя разряда $e' + q'$ и амплитуда флуктуаций заряда пылевой частицы δq. В то же время в данной модели есть три параметра для сравнения с моделью: частота, амплитуда и кинетическая температура колебаний пылевых частиц в плазме.

Частота $\omega_z = \sqrt{-g(e' + q')}$ колебаний пылевой частицы в приэлектродном слое, объясняет малую ширину диапазона и характерные значения частот колебаний пылевых частиц, полученных по экспериментальным данным. Теория приэлектродного слоя позволяет сделать только приблизительную оценку параметра $e_1 + q_1$. Таким образом, для частоты мы получаем диапазон значений $\omega_z \approx 20 \div 170\,\text{рад/с}$, который может быть уменьшен при более детальном анализе приэлектродного слоя. Экспериментальные данные по частотам колебаний пылевых частиц попадают в полученный диапазон.

Для характерных условий лабораторного эксперимента по пылевой плазме амплитуда вертикальных колебаний $A_z \approx \sqrt{7\left(2g\cdot(\delta q)^2/\gamma\Omega e_z'\right)}$ степенным образом зависит от давления нейтрального газа $A_z \propto p^{-1.5}$. Аппроксимация экспериментальных данных [7] (рис. 4) подтвердила полученную зависимость и дала интересную зависимость амплитуды колебаний от мощности разряда $A_z(p,W)_{\text{мм}} \approx \left(-7.5+33\cdot W_{\text{Вт}}^{-0.3}\right)\cdot\left(p_{\text{Па}}\right)^{-1.5}$.

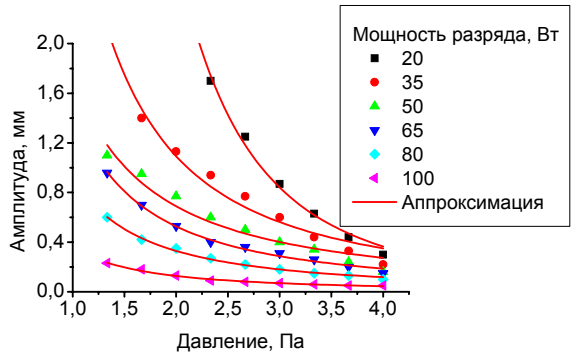

Рис. 4. Амплитуда вертикальных колебаний пылевой частицы при различных давлениях нейтрального газа разряда. Точки – экспериментальные данные. Сплошные кривые – аппроксимация экспериментальных данных по найденной теоретической зависимости

Численная оценка кинетической температуры $T_{teor} \approx 20$ эВ пылевых частиц в плазме для характерных условий лабораторного эксперимента оказалась также близка к экспериментальным значениям: $T_d \approx 50$ эВ [2], $T_d \approx 17$ эВ [6], $T_d \approx 1\div10$ эВ [3].

Преобладание вертикальной амплитуды над горизонтальной также подтвердилось для экспериментальных данных [7].

6. ВЫВОДЫ

«Аномальная» кинетическая энергия колебаний пылевых частиц в плазме газового разряда может быть объяснена на основе флуктуаций заряда, особенностях приэлектродного слоя и описания движения пылевой частицы вблизи положения равновесия в пылевом кристалле с привлечением теории вынужденного и параметрического резонансов.

- Частота колебаний пылевой частицы зависит в основном от градиента электрического поля и градиента заряда пылевой частицы (11).
- Спектр вертикальных колебаний скорее всего состоит из двух основных пиков на частотах ω_z и $2\omega_z$.
- Получена зависимость амплитуды и кинетической энергии колебаний пылевой частицы от амплитуды флуктуаций заряда пылевой частицы, частоты колебаний, массы пылинок и давления нейтрального газа.
- Для случая пылевых частиц с большими кинетическими температурами установлено преобладание вертикальных колебаний над горизонтальными и подтверждено экспериментально.

Для рассмотренной модели показано, что частоты колебаний узлов плазменно-пылевого кристалла определяется не потенциалом взаимодействия пылевых частиц, а параметрами приэлектродного слоя газового разряда.

Авторы благодарят С.И. Попеля и И.В. Швейгерт за обсуждение. Данная работа частично поддержана программами РАН 12 и федеральной программой 02.740.11.0236. А.В. Тимофеев благодарит фонд «Династия» за поддержку.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

АФМ – аэрофизика и физическая механика;
$\mathbf{r}_i$ — трёхмерный радиус вектор i-ой пылевой частицы, см;
Q_i — заряд i-ой пылевой частицы, ед.СГСЭ;
κ — параметр экранирования, 1/см;
$\mathbf{F}_{трение}$ — сила трения, действующая на пылинку со стороны нейтрального газа, дин;
m — масса пылевой частицы, г;
γ — коэффициент трения пылинок о нейтральный газ, 1/с;
$\mathbf{F}_{гравит}$ — гравитационная сила, дин;
$\mathbf{g}$ — ускорение свободного падения, см/с^2;
$\mathbf{F}_{электр}$ — сила, действующая со стороны электрического поля на заряженную пылевую частицу, дин;
$E(z)$ — электрическое поле около пылевой частицы, ед. СГСЭ;
z — вертикальная координата, см;
t — временная координата, с;
E_0 — электрическое поле на высоте $z=0$, ед; СГСЭ;
e' — градиент электрического поля по высоте, 1/см;
q' — градиент заряда пылевой частицы по высоте, 1/см;
$Q_{eq}(z)$ — равновесный заряд пылевой частицы на высоте z, ед; СГСЭ;
Q_0 — равновесный заряд пылевой частицы на высоте $z=0$, ед. СГСЭ;
$\delta q(t)$ — нормированное флуктуирующее слагаемое заряда пылевой частицы;
δq — нормированная амплитуда флуктуирующего слагаемого заряда пылевой частицы;
$\xi(t)$ — случайная величина, изменяющаяся в диапазоне $[-1;1]$;
Ω — частота, характеризующая перезарядку пылевой частицы, 1/с;
$\mathbf{F}_{взаим}$ — сила взаимодействия заряженных пылевых частиц в плазме, дин;
$\mathbf{F}_{ловушка}$ — горизонтальная сила, удерживающая одноимённо заряженные пылевые частицы от разлёта по горизонтали, дин;

$$\ddot{z}+2\gamma\dot{z}+\omega_z^2 z \approx bz^2+g\delta q\cdot\zeta(t)+hz\cdot\zeta(t)$$

ω_z — собственная частота колебаний пылевой частицы, 1/с;
b — коэффициент перед квадратичном членом в уравнении осциллятора, 1/см с^2;
h — коэффициент перед стохастическим слагаемым, м/с;
K_z — средняя кинетическая энергия вертикального движения, эрг;
x, y — две горизонтальные координаты, см;
a_j, b_j — коэффициенты разложения ряда Тейлора;
A_x, A_z — амплитуда горизонтальных и вертикальных колебаний пылевой частицы, мм;

p — давление нейтрального газа в разряде, дин/см^2;
W — мощность газового разряда, Вт.

Индексы:
i — порядковый номер пылевой частицы;
j — порядковый номер коэффициента ряда Тейлора

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fortov V. E., Khrapak A. G., Khrapak S. A., Molotkov V. I., Petrov O. F. // Phys. Usp. 2004. V. 47. P. 447.
2. Tsytovich V.N., Morfill G.E., Vladimirov S.V., Thomas H. Elementary physics of complex plasmas. Springer. 2008.
3. Shweigert V.A., Shweigert I.V., Melzer A., Homann A., Piel A. // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. N. 4. P. 4155.
4. Ivanov Y., Melzer A. // Phys. of Plasmas. 2005. V. 12. P. 072110.
5. Melzer A., Homann A., Piel A. // Phys. Rev. E. 1996. V.53. N. 3. P. 2757.
6. Shweigert V.A., Shweigert I.V., Nosenko V., Goree J. // Phys. of Plasmas. 2002. V. 9. N. 11. P. 4465.
7. Quinn R.A. and Goree J. // Physics of Plasmas. 2000. V. 7. N. 10. P. 3904.
8. Samarian A.A., James B.W., Vladimirov S.V., and Cramer N.F. // Phys. Rev. E. 2001. V. 64. P. 025402(R).
9. Zhakhovskiĭ V. V., Molotkov V. I., Nefedov A. P., et al. // JETP Lett. 1997. V. 66. P. 419.
10. Quinn R.A. and Goree J. // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. N.3. P. 3033.
11. Nunomura S., Misawa T., Ohno N., and Takamura S. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 1970.
12. Hiroo Totsuji, Chieko Totsuji, Kenji Tsuruta // Phys. Rev. E. 2001. V. 64. P. 066402.
13. Samsonov D., Zhdanov S. K., Quinn R. A., Popel S. I., and Morfill G. E. // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. P. 255004.
14. Shweigert V.A., Bedanov V. M., Shweigert I.V., Melzer A., Homann A., Piel A. // JETP 1999. V. 88. N. 3. P. 482.
15. Vaulina O.S, Repin A. Yu., Petrov O. F. and Adamovich K. G. // JETP. 2006. V. 102. N.6. C. 986-997.
16. U. de Angelis, Ivlev A.V., Morfill G.E., Tsytovich V.N. // Phys. of Plasmas. 2005. V. 12. P. 052301.
17. You-Nian Wang, Lu-Jing Hou, Xiaogang Wang // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. N. 15. P. 155001.
18. Ivlev A.V., Konopka U. and Morfill G. // Phys.Rev. E. 2000. V. 62. N. 2. P. 2739.
19. Nitter T. // Plasma Sources Sci. Tehnol. 1996. V. 5. P. 93-111.
20. Khrapak S.A., Nefedov A.P., Petrov O.F., Vaulina O.S. // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. N. 5. P. 6017.
21. Cui C. and Goree J. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1994. V. 22. P. 151.
22. Couedel L., Samarian A.A., Mikikian M., Boufendi L. // EPL. 2008. V. 84. P. 35002.
23. Vladimirov S.V., Cramer N.F. // Phys.Rev. E. 2000. V. 62. N. 2. P. 2754.
24. Vaulina O. S., Samaryan A. A., James B., et al. // JETP. 2003. V. 96. P. 1037.
25. Rayzer Yu. P., Shneyder M. N., Yacenko N. A. Vysokochastotnyi emkostnoy razryad. M.: Izd-vo Mosc. Fiziko-tehnicheskogo instituta, Nauka-Fizmatlit. 1995. In Russian.
26. Landau, L. D., Lifshitz, E. M. 1987. Course of Theoretical Physics. V. 1. Mechanics 2nd Ed. Pergamon Press.
27. Rabinovich M.I., Trubetskov D.I., Oscillations and Waves in Linear and Nonlinear Systems. Kluver Academic Publishers. 1989.