

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА К ИССЛЕДОВАНИЮ ЯВЛЕНИЙ В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ

Г.Э. Норман^{1,2}, В.В. Стегайлов^{1,2}, А.В. Тимофеев^{2,1}

¹ *Объединенный институт высоких температур Российской академии наук, Москва, 125412, ул. Ижорская, 13/19*

² *Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный, 141700, Институтский пер., д.9*

Аннотация

Проведён анализ причин резкого увеличения средней кинетической энергии пылевых частиц в слабоионизированной газоразрядной плазме. Приведены аналитические уравнения движения пылевых частиц при рассмотрении плазменно-пылевой системы с точки зрения теории колебаний с учётом непостоянства заряда пылевой частицы. Обнаружена принципиальная возможность возникновения параметрического резонанса колебаний пылевых частиц и оценены условия его возникновения. Оказалось, что условие возникновения резонанса близко к условиям лабораторных экспериментов по пылевой плазме.

APPLICATION OF THE THEORY OF PARAMETRIC RESONANCE TO THE STUDY PHENOMENA IN DUSTY PLASMA

The analysis of the reasons of sharp increase in average kinetic energy of dust particles in a low-pressure discharge is carried out. The analytical equations of movement of dust particles are resulted by consideration of dust system from the point of view of the theory of fluctuations with the account of inconstancy of a charge of a dust particle. Basic possibility of occurrence of a parametrical resonance of fluctuations of dust particles is found out and conditions of its occurrence are estimated. It has appeared that a condition of occurrence of a resonance close to conditions of laboratory experiments on dust plasma.

1. ВВЕДЕНИЕ

Средняя кинетическая энергия пылевых частиц является важной величиной при исследовании различных процессов в пылевой плазме [1]. Ряд экспериментов [2-4] по пылевой плазме показал “разогрев” (увеличение кинетической энергии) пылевых частиц до температуры порядка десятков эВ, что на порядки превосходит температуры электронов, ионов и нейтрального газа. Под температурой пылевых частиц имеется ввиду средняя кинетическая энергия движения пылевых частиц, а не температура поверхности пылинок.

Кинетическая температура пылинок определяется балансом “нагрева” и “охлаждения” пылевых частиц. Считается, что охлаждение главным образом обусловлено трением пылинок о нейтральный газ. Столкновения с нейтральным газом комнатной температуры разогревают пылевые частицы только до комнатной температуры, а в эксперименте наблюдается “разогрев” пылинок до температур на несколько порядков больше комнатной температуры. В литературе представлено множество механизмов для объяснения высокой кинетической температуры пылевых частиц. Однако учёт флуктуаций электростатического поля в плазме и флуктуаций заряда пылинок, взаимодействие стохастических флуктуаций заряда пылинок с электрическим полем, флуктуаций концентрации ионов, запаздывание зарядки пылинки в постоянном поле не даёт объяснения “аномального разогрева” пылевых частиц до наблюдаемых в эксперименте кинетических температур. В этой связи большой интерес представляет механизм “разогрева” пылевых частиц.

В настоящей работе предложена модель развития резонанса пылевых колебаний за счёт перекачки энер-

гии от газового разряда к системе колеблющихся пылевых частиц через изменение заряда пылинок и возникновения резонанса. Работа построена следующим образом. Во втором разделе проанализированы механизмы “разогрева” пылевых частиц и сделаны оценки получающейся кинетической температуры пылевых частиц и условий “разогрева”. В третьем – уравнения движения пылевых частиц в приэлектродном слое и оценка условия возникновения резонанса. Последний раздел посвящён обсуждению возможности описания плазменно-пылевой системы методом атомистического моделирования.

2. АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ “РАЗОГРЕВА” ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

2.1. Флуктуация электростатического поля

Флуктуации электростатического поля в плазме могут приводить к разогреву пылинок [5,6]. Для разогрева пылевых частиц флуктуации должны удовлетворять ряду условий. Во-первых, только флуктуации на частотах близких к плазменной частоте пылевой компоненты $\omega_p = (4\pi n_p Z^2 e^2 / m)^{1/2}$ могут значительно влиять на движение пылинок. Здесь n_p – концентрация пылевых частиц; $Z = |Q_0/e|$ – среднее зарядовое число пылевых частиц; Q_0 – заряд пылинки; e – заряд электрона; m – масса пылинки. Для типичного эксперимента над плазменным кристаллом [1-4, 15] $\omega_p/2\pi \sim 10$ Гц. Во-вторых, флуктуации должны быть коротковолновыми, чтобы по-разному влиять на соседние пылинки, создавая некогерентные колебания. В-третьих, флуктуации должны происходить в месте нахождения пылевых частиц. Для плазменно-пылевого эксперимента в плазме ВЧ разряда в условиях сильного гравитационного поля флуктуации нужно рассмат-

ривать в приэлектродном слое, где пылинки левитируют в сильном электрическом поле.

Разогрев пылевой частицы за счёт флуктуаций электрического вблизи пылевой частицы рассматривается в [6]:

$$T_{\delta E} \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{Q_0^2 E_0^2}{m \nu_{fr} \sigma_E} \left(\frac{\langle \delta E^2 \rangle}{E_0^2} \right),$$

где E_0 – электрическое поле в точке равновесия пылевой частицы; $\sigma_E, \delta E$ – характерное время и характерная амплитуда флуктуаций электрического поля; ν_{fr} – коэффициент силы трения пылинки о нейтральные атомы газа. Для рассматриваемых условий $T_{\delta E} \approx 10^{-4}$ эВ.

2.2. Электростатические колебания ионов и электронов

В работе [5] показана способность пылевой частицы приобретать дополнительную стохастическую кинетическую энергию за счёт электростатических колебаний ионов и электронов. Численные исследования показали, что для условий лабораторного эксперимента по пылевой плазме газовых разрядов определяющее влияние на величину энергии, приобретаемой макрочастицей, оказывает ионная компонента. При этом кинетическая температура пылевой частицы, индуцированная рассмотренным механизмом, может заметно превышать температуру окружающего газа, но всё же оказывается значительно меньше экспериментальных значений. Полученную оценку можно рассматривать как минимальную кинетическую температуру пылевой частицы в квазиравновесной плазме для условий, когда не происходит развития различных плазменно-пылевых неустойчивостей. Влияние флуктуаций электростатических колебаний ионов и электронов электрического поля на температуру частиц было также рассмотрено в работе [6]. К сожалению, полученная оценка оказалась на пять порядков меньше измеренной в [2] кинетической температуры пылевых частиц.

Кинетическая температура, приобретаемая уединённой пылевой частицей в слабоионизированной газоразрядной плазме за счёт электростатических колебаний ионов и электронов, описываемая в [5]:

$$T_d = \frac{Z^2 m_p \omega_p^2 T_p (\nu_{pn} + \nu_{fr})}{[(\nu_{pn} + \nu_{fr}) \nu_{fr} + \omega_p^2] m \nu_{fr}},$$

где ν_{fr} – коэффициент силы трения пылинки о нейтральный газ; $m_p, \omega_p, T_p, \nu_{pn}$ ($p = e, i$) – масса, плазменная частота, температура и частота столкновения с нейтралами электрона или иона, соответственно. Большой вклад в разогрев пылевых частиц вносят электростатические колебания ионов. Для стандартных условий лабораторного эксперимента по пылевой плазме (п.2.5) $T_d \approx 0.05$ эВ.

2.3. Флуктуация концентрации ионов

Флуктуации в приэлектродном слое могут возникать из-за ионов, двигающихся за пылинкой. В работе [2] рассмотрено влияние флуктуаций концентрации

ионов на “разогрев” пылевой частицы. Однако эксперимент [2] не обнаружил корреляции между флуктуациями концентрации ионов и кинетической температурой пылевой компоненты. Это говорит о малости или отсутствии вклада такого типа флуктуации в разогрев пылевой частицы.

2.4. Флуктуация заряда пылевой частицы в плазме

Также возможен механизм нагрева пылевых частиц, основанный на взаимодействии флуктуирующего заряда с электрическим полем в приэлектродном слое. Считается, что случайные флуктуации заряда будут происходить на любой пылинке, вброшенной в плазму, из-за дискретности потоков электронов и ионов на частицу. Было предположено, что спектр этих флуктуаций будет иметь значительную низкочастотную компоненту [7]. Флуктуация заряда пылевой частицы создаёт флуктуацию электрической силы, удерживающей пылинку от падения на электрод. Флуктуирующая сила в свою очередь может приводить к случайным движениям частицы, а соответственно и к нагреву частицы [6]. Однако кинетическая температура пылевой частицы, индуцированная рассмотренным механизмом, оказалась на два порядка меньше измеренной в эксперименте.

Разогрев пылевой частицы за счёт случайных флуктуаций заряды пылевой частицы рассматривается в [6]:

$$T_{\delta Q} \approx \frac{Q_0^2 E_0^2}{m \nu_{fr} \sigma_Q} \left(\frac{\langle \delta Q^2 \rangle}{Q_0^2} \right),$$

где $\sigma_Q, \delta Q$ – характерное время и характерная амплитуда заряда пылинки. Для рассматриваемых условий $T_{\delta Q} \approx 0.1$ эВ.

Рассмотрим влияние флуктуаций заряда на возможность резонанса. Пылевые частицы колеблются с частотой $\omega \approx 10$ Гц, а характерное время зарядки $\tau \approx 0.4 \times 10^{-6}$ с. В работе [7] показывают, что амплитуда спектра флуктуационного шума падает по зависимости f^{-2} для $f\tau > 0.024$, где f – частота флуктуаций, и большая часть энергии находится в области значений $f\tau < 0.024$. Для рассматриваемого случая в диапазоне частот $0.024 \cdot \tau^{-1} < f < \tau^{-1} \approx 2.5 \times 10^6$ с $^{-1}$ амплитуда спектра флуктуационного шума падает по зависимости f^{-2} , а для $f < 0.024 \cdot \tau^{-1} \approx 6 \times 10^4$ с $^{-1}$ зависимость амплитуды спектра от частоты не определена. Для стандартных условий плазменно-пылевого эксперимента $\omega\tau \approx 0.4 \times 10^{-5} \ll 0.024$. Таким образом, такое влияние теоретически возможно.

2.5. Колебание заряда пылинки и конечность времени зарядки

Тот факт, что заряд пылинки зависит от её положения также влияет на кинетическую температуру пылевых частиц. В работах [3,8] рассматривается механизм нагрева пылевых частиц, основанный на конечности времени зарядки частицы. Данная неустойчивость обусловлена несовпадением реального заряда и его равновесного значения в конкретной точке плазмы, а также разностью фаз колебаний частицы и колебаний заряда.

В статье [3] рассматривается запаздывание в зарядке для частицы движущейся в постоянном поле, однако авторы не получают значение температуры близкое к экспериментальному значению.

Для определения характерной кинетической температуры пылевой частицы в плазме можно написать уравнения баланса энергии для модели получения энергии из-за конечности времени зарядки. Баланс энергий для пылевой частицы, заряд которой флуктуирует и регулярно меняется в зависимости от положения по вертикали, с учётом конечного времени зарядки:

$$W_{loss} = \pi \cdot r_d^2 \cdot v_d \cdot \frac{m_n \cdot v_n \cdot P_n}{k \cdot T_n} \cdot L, \quad (1)$$

$$W_{gain} = \Delta Q \cdot E \cdot L, \quad (2)$$

где W_{loss} – энергия, теряемая пылинкой из-за трения за период колебаний пылинки; W_{gain} – энергия, приобретаемая пылинкой за период; v_d, L – средняя скорость и амплитуда колебаний пылинки, соответственно; ΔQ – средняя величина отклонения заряда пылевой частицы от равновесного значения; m_n, v_n, T_n – масса, средняя скорость и температура нейтрального газа.

Оценки величины ΔQ и электрического поля E очень расплывчаты, разные оценки ΔQ различаются на много порядков [1, 7, 9–13]. Оценка кинетической температуры, получаемая из уравнения баланса энергий, значительно меняется в зависимости от оценки физических величин, входящих в уравнение.

В качестве условий стандартного плазменно-пылевого эксперимента возьмём такие: газ – Ar, $P_n = 0.05$ Тор, $T_n = 300$ К, $r_d = 10$ мкм, $m = 1.6 \times 10^{-9}$ г, тогда $W_{loss} \approx (1.5 \times 10^{-8} \cdot v_d \cdot L)$ Эрг. Электрическое поле приэлектродного слоя разряда в месте левитирования пылевой частицы можно оценить как $E \approx (30 \div 1000)$ В/см [11–13]. Оценка наиболее сложна и наименее исследована и даёт результаты $\Delta Q \leq 0.5 \times 10^{-2} \cdot Q_0$ [8–13] для $Q_0 \approx 10^4 e$. Таким образом, приравняв (1) и (2), получим оценку характерной кинетической температуры пылевых частиц $T_d \leq 140$ эВ.

2.6. Взаимодействие различных колебательных процессов на движение пылевой частицы в плазме

В работе [14] представлен наиболее полный частотный анализ колебаний пылевых частиц в плазме с учётом конечного времени зарядки и изменения электрического поля в приэлектродном слое. Рассмотрены регулярные и флуктуационные изменения заряда. Показано, что пока регулярные изменения усиливают затухание горизонтально распространяющихся волн в плазменно-пылевом кристалле, они также могут привести к нестабильности вертикальных колебаний пылевой частицы. Стохастические изменения заряда, если они достаточно сильны, приводят к экспоненциальному росту обоих типов колебаний. Однако оценки условий возникновения неустойчивости не совпадают с результатами эксперимента, а оценки температуры в работе [14] не проводится, и непонятно, как это сде-

лать для данной модели. Кроме того, при решении уравнений делаются весьма сильные предположения (например: частота колебаний много больше частоты, соответствующей трению), которые могут не выполняться для большинства экспериментов.

Все рассмотренные в статье [14] виды горизонтальных колебаний существуют на частоте близкой к собственной частоте колебаний двух взаимодействующих пылевых частиц:

$$\Omega_{horiz} = \sqrt{\frac{Q_0^2}{M \Delta^3} \left[1 + \left(1 + \frac{\Delta}{r_{scr}} \right)^2 \right]} \exp\left(-\frac{\Delta}{r_{scr}}\right) \\ \approx (4 \times 10^{-6} \div 50) \text{ с}^{-1},$$

где оценка заряда пылинки $Q_0 \approx (10^2 \div 10^5)e$, среднего расстояния между частицами $\Delta \approx 10^{-1}$ см, длины экранирования $r_{scr} \approx (4 \times 10^{-3} \div 10^{-1})$ см. Характерную частоту вертикальных колебаний оценить гораздо сложнее из-за неизвестности точной динамики изменения заряда пылевой частицы и электрического поля вблизи частицы при её вертикальных колебаниях:

$$\Omega_{vertic} = \sqrt{-\frac{(QE)'_0}{M}} \leq 100 \text{ с}^{-1},$$

где $Q'/Q_0 \approx -(0 \div 0.4) \text{ см}^{-1}$, $E' \approx 12$ В/см [12],

$$Q_0 \approx (10^2 \div 10^5)e.$$

Однако оценённые в статье [14] условия возникновения неустойчивости значительно отличаются от результатов эксперимента [2, 3, 8].

Таким образом, ни один из предложенных на сегодня механизмов не даёт правильной оценки кинетической температуры пылевых частиц и условий развития “аномального разогрева” пылевых частиц. Также они не объясняют различие кинетических энергий вертикальных и горизонтальных колебаний.

3. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС КОЛЕБАНИЙ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ

3.1. Уравнение движения пылевых частиц

В экспериментах по пылевой плазме часто реализуется ситуация, когда пылевые частицы взаимодействуют сильно, образуя при этом кристаллическую структуру. Колебание пылинок в кристаллической структуре удобно рассмотреть в рамках теории колебаний. В частности, причина явления “аномального разогрева” пылевых частиц может быть в появлении резонанса колебаний пылевых частиц.

В ходе исследования механизма “разогрева” пылевых частиц для определения возможности резонанса проанализированы частотные интервалы различных колебательных степеней свободы плазменно-пылевой системы и воздействий на неё: диапазон собственных частот колебания вертикальных колебаний пылинки в приэлектродном слое; диапазон собственных частот горизонтальных колебания частицы в поле-ловушке; диапазон собственных частот колебания пылинки в цепочке пылевых частиц; диапазон собственных частот колебания пылевых частиц в численном моделировании двумерного кластера пылевых частиц, взаи-

модействующих по экранированному кулоновскому потенциалу; диапазон частот флуктуации заряда пылевой частицы; диапазон характерных частот внешнего поля ВЧ разряда; диапазон электронной, ионной и пылевой плазменной частоты (рис. 1). В силу перекрытия отдельных интервалов частот с интервалом собственных частот можно указать на возможность параметрического резонанса [15], который может объяснить резкое увеличение кинетической температуры пылевой компоненты плазмы.

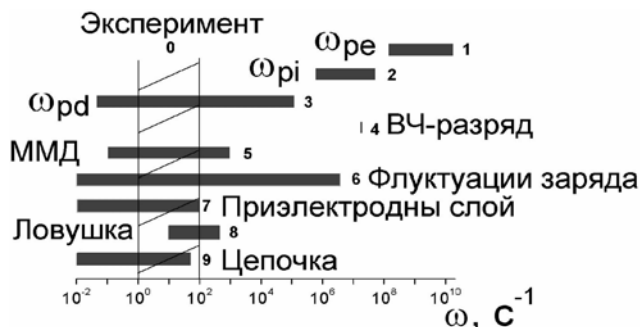


Рис. 1. Диапазон частот различных колебательных процессов в пылевой плазме: 0 – диапазон частот колебания пылевых частиц в лабораторном эксперименте; 1 – диапазон электронной плазменной частоты; 2 – диапазон ионной плазменной частоты; 3 – диапазон плазменной частоты пылевой компоненты; 4 – характерная частота внешнего поля ВЧ разряда; 5 – диапазон частот колебания пылевых частиц в численном моделировании; 6 – диапазон частот флуктуации заряда пылевой частицы; 7 – диапазон частот колебания вертикальных колебаний пылинки в приэлектродном слое; 8 – диапазон частот горизонтальных колебания частицы в поле-ловушке; 9 – диапазон частот колебания пылинки в цепочке пылевых частиц

В простейшей системе уравнений (3) движения пылевых частиц в приэлектродном слое газового разряда будем учитывать, градиент электрического поля в вертикальном направлении, изменение заряда при движение в вертикальном градиенте электрического поля и влияние заряженных пылинок при движение в горизонтальном направлении. Трением пылинок о частицы нейтрального газа можно пренебречь для кристаллического состояния системы пылинок, но должно быть учтено для случая расплавленного пылевого кристалла. Трением о ионы и электроны пренебрегаем из-за малого числа ионов и электронов по сравнению с нейтральными частицами газа. Флуктуациями заряда пренебрегаем из-за предположения об их малости [7] по сравнению с колебаниями заряда при движении пылинок по вертикали и некогерентности с колебаниями заряда.

Колебание заряда при движении по вертикали предположим линейным в силу малости колебаний пылинки по вертикали в кристаллическом состоянии кластера пылинок. Пренебрегаем также и другими незначительными для рассматриваемого случая эффектами. При учёте предположений построена система уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{y}_n + \Omega_{DL}^2 \left(1 + \frac{\delta Q}{Q_0} z_n \right) y_n = 0 \\ \ddot{z}_n - \Omega_v^2 z_n = 0 \end{cases} \quad (3)$$

где $\Omega_v^2 = -\frac{(QE)'_0}{m}$ – частота вертикальных колебаний заряженной частицы в меняющемся от высоты поле; $\Omega_{DL}^2 = 2\frac{Q_0^2}{m\Delta^3}(1+(1+k\Delta)^2) \cdot e^{-k\Delta} \cdot (1-\cos k\Delta)$ – собственная частота горизонтальных колебаний пылевой частицы в цепочке пылинок, взаимодействующих по экранированному кулоновскому потенциалу $U(r) = (A/r)\exp(-kr)$, вторые слагаемые уравнений отвечают за трение о нейтральный газ.

Пылевые частицы обладают большой массой, поэтому зависают в приэлектродной области, где электрическое поле достаточно велико, чтобы компенсировать силу тяжести. В приэлектродной области наблюдается значительный градиент электрического поля и концентраций ионов и электронов, а соответственно следует ожидать градиент заряда пылевых частиц, определяемый внешними потоками заряженных частиц. Таким образом, заряд пылевой частицы меняется не только за счёт флуктуаций, но и за счёт вертикальных колебаний пылинки. Логично предположить, что частота колебания заряда будет соответствовать частоте колебания пылевой частицы по вертикали, которая может быть равна собственной частоте горизонтальных колебаний заряженных пылинок (рис. 1). Тут и появляется возможность параметрического резонанса, где параметром является заряд пылевой частицы.

3.2. Оценка условие возникновения параметрического резонанса

Случай наиболее сильного резонанса может наблюдаться при $\Omega_v \approx 2\Omega_{DL}$ [15], тогда условие возникновения параметрического резонанса можно сформулировать, как $\nu_{fr} < \frac{\Omega_{DL}}{2} \sqrt{\delta Q/Q_0}$. При оценке коэффициента силы трения ν_{fr} , собственной частоты горизонтальных колебаний Ω_{DL} , равновесного заряда Q_0 , и амплитуды колебаний заряда δQ как в п.2.5 и п.2.6 можно получить давление возникновения неустойчивости $p < 5$ Па при стандартных условиях эксперимента (п. 2.5) по пылевой плазме. Таким образом, давление возникновения неустойчивости получается близким к результатам экспериментов [2, 3, 8] по “аномальному разогреву” пылевых частиц в плазме.

Однако данная методика не позволяет оценить кинетическую температуру пылевой компоненты плазмы без полного знания о многочисленных нелинейностях колебаний пылевых частиц и параметров приэлектродного слоя при увеличении амплитуды колебаний пылинок.

4. ВОЗМОЖНОСТЬ ОПИСАНИЯ ПЫЛЕВОГО КЛАСТЕРА АТОМИСТИЧЕСКИМ МОДЕЛИРОВАНИЕМ

Считается, что динамику системы плазменно-пылевых частиц можно описать методом атомистического моделирования. Однако при рассмотрении явления “аномального” разогрева ни один из предложенных механизмов не даёт кинетической энергии близкой к экспериментально измеренной. Учёт взаимодействия

различных линейных колебательных процессов не позволяет оценить кинетическую температуру, но позволяет предсказать различные неустойчивые колебания на частотах отличных от собственной частоты потенциала взаимодействия пылинок в плазме. Таким образом, упомянутое выше описание системы пылевых частиц в терминах теории колебаний демонстрирует, что спектр колебаний пылевых частиц может определяться не только потенциалом взаимодействия, а ещё и особенностями колебательной системы. Следовательно, простая атомистическая модель системы пылевых частиц, взаимодействующих по потенциалу Юкавы в некотором приближении применима для описания только структурных свойств плазменно-пылевой системы, но не колебательного спектра и других динамических свойств. Для более полного описания динамики плазменно-пылевой системы методом атомистического моделирования потребуются введение сложных эффектов изменения заряда пылинок в зависимости от расположения и зарядов других пылинок и от расположения в приэлектродном слое, а также эффектов флуктуаций заряда, конечного времени зарядки пылинки и нелинейностей возникающих во всех этих процессах при увеличении амплитуд колебаний пылевых частиц. Таким образом, аналогия плазменно-пылевого кристалла и твёрдого тела поставлена под сомнение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф. // УФН. 2004. Т. 174. С. 495.
2. Quinn R.A. and Goree J. // *Physics of Plasmas*. 2000. V. 7. N. 10. P. 3904.
3. Samarian A.A., James B.W., Vladimirov S.V., and Cramer N.F. // *Phys. Rev. E*. 2001. V. 64. P. 025402(R).
4. Жаховский В.В., Молотков В.И., Нефедов А.П., Торчинский В.М., Храпак А.Г., Фортов В.Е. // *Письма в ЖЭТФ*. 1997. Т. 66. В. 6. С. 392.
5. Ваулина О.С., Репин А.Ю., Петров О.Ф., Адамович К.Г. // *ЖЭТФ*. 2006. Т. 129. В.6. С. 1118.
6. Quinn R.A. and Goree J. // *Phys. Rev. E*. 2000. V. 61. N. 3. P. 3033.
7. Cui C. and Goree J. // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1994. V. 22. P. 151.
8. Nunomura S., Misawa T., Ohno N., and Takamura S. // *Phys. Rev. Lett.* 1999. V. 83. P. 1970.
9. Couedel L., Samarian A.A., Mikikian M., Boufendi L. // *EPL*. 2008. V. 84. P. 35002.
10. Vladimirov S.V., Cramer N.F. // *Phys.Rev. E*. 2000. V. 62. N. 2. P. 2754.
11. Tsyтович V.N., Morfill G.E., Vladimirov S.V., Thomas H. *Elementary physics of complex plasmas*. Springer. 2008.
12. Ваулина О.С., Самарян А.А., Джеймс Б., Петров О.Ф., Фортов В.Е. // *ЖЭТФ*. 2003. Т. 123. В. 6. С. 1179.
13. Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н., Яценко Н.А. *Высокочастотный емкостной разряд*. М.: Изд-во Моск. Физ.-техн. ин-та, Наука-Физматлит. 1995.
14. Ivlev A.V., Konopka U. and Morfill G. // *Phys.Rev. E*. 2000. V. 62. N. 2. P. 2739.
15. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. *Теоретическая физика*. М.: ФИЗМАТЛИТ. Т. 1. С. 107-113. 2007.