

ТЕЧЕНИЕ ПЛАЗМЫ В ОКРЕСТНОСТИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ГЕЛИОПАУЗЫ. МОДЕЛИ И РЕШЕНИЯ

Н.А. Белов

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук,
Москва, 119526, проспект Вернадского, д.101-1*

Аннотация

Изучается течение плазмы в окрестности критической точки гелиопаузы в рамках нескольких моделей. Показывается, что последовательный учет нескольких факторов, а именно, сжимаемости плазмы, процесса перезарядки между протонами и нейтралами, зависимости частоты перезарядки от параметров плазмы, приводит к неожиданному выводу - течение в окрестности критической точки гелиопаузы полностью непрерывно. Таким образом, гелиопауза в этой окрестности уже не является тангенциальным разрывом, хотя и остается поверхностью раздела солнечного ветра и течения межзвездной среды.

PLASMA FLOW IN THE VICINITY OF THE HELIOPAUSE STAGNATION POINT. MODELS AND SOLUTIONS

N.A. Belov

Institute for problems in mechanics RAS, Russia, Moscow, 119526

Plasma flow in the vicinity of the heliopause stagnation point is investigated in the frame of some different models. It is shown that the successive taking into account of several effects, namely, the plasma compressibility, the charge exchange between protons and neutral atoms, the dependence of the charge exchange frequency on plasma parameters, results in an unexpected conclusion – the flow in the vicinity of the heliopause stagnation point is completely continuous. Thus the heliopause in this vicinity is no more a tangential discontinuity, but a surface separated the solar wind and the interstellar medium flow.

1. ВВЕДЕНИЕ

Течение плазмы в области взаимодействия солнечного ветра и локальной межзвездной среды состоит из двух ударных слоев, который разделены гелиопаузой и ограничены внутренней и внешней ударными волнами. Принято считать, что гелиопауза это тангенциальный разрыв, на котором скорость, плотность и температура плазмы терпят скачок.

Если принять, что течение в окрестности гелиопаузы одномерное, можно легко сформулировать задачу устойчивости такого течения, решение которой дает известную неустойчивость Кельвина – Гельмгольца [1]. Этот подход был использован в ряде работ, где устойчивость гелиопаузы изучалась аналитически. Обзор этих работ можно найти в [2].

Особенность критической точки (точки торможения потока) состоит в том, что течение в ее окрестности является существенно неоднородным и сильно дозвуковым. Таким образом, плазма, по крайней мере, в первом приближении, может рассматриваться как несжимаемая жидкость. Пример такого двумерного течения был дан в [3], и устойчивость такого течения была исследована аналитически в [4].

Во всех упомянутых исследованиях не учитывалась нейтральная компонента межзвездного ветра. Однако известно, что процесс перезарядки между атомами водорода, проникающими в область взаимодействия из межзвездной среды, и протонами плазмы может сильно повлиять на структуру течения в этой области, что было численно показано в [5]. Это влияние может распространиться также и на устойчивость гелиопаузы. Первая попытка учесть влияние нейтраль-

ных атомов на устойчивость гелиопаузы была численно предпринята в [6], однако, последующее обсуждение результатов показало, что задача вряд ли была решена. Другая численная попытка, подкрепленная аналитическим исследованием устойчивости течения около критической точки, была предпринята в [7]. К сожалению, аналитическая часть этого исследования оказалась неверной из-за двух некорректных предположений, сделанных авторами при моделировании течения (подробности см. [8]).

Численное исследование глобальной устойчивости гелиопаузы в присутствии нейтральных атомов водорода продолжается до сих пор [9]. Это отдельная тема, которую мы не будем здесь обсуждать, а лишь заметим, что корректное численное моделирование течения в окрестности критической точки гелиопаузы требует или очень подробной вычислительной сетки в ее окрестности, или знания асимптотического аналитического решения, описывающего течение. Это утверждение следует из результатов работы [8], где было показано, что критическая точка течения соответствует особой точке некоторого дифференциального уравнения.

Для корректного исследования устойчивости течения в окрестности критической точки вначале необходимо получить аналитическое решение, описывающее это течение. Ниже мы рассмотрим несколько моделей течения и соответствующие решения. Целью нашего исследования является оценка влияния двух факторов, сжимаемости плазмы и зависимости частоты перезарядки от параметров плазмы, на описание основного течения.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

2.1. Модели и основные уравнения

Наиболее корректная самосогласованная модель, описывающая взаимодействие солнечного ветра и межзвездной среды с учетом нейтральной компоненты, на наш взгляд, была представлена в работе [10]. В рамках этой модели плазма (заряженная компонента) описывается как сплошная среда (уравнениями Эйлера), а нейтралы с помощью кинетического уравнения для функции распределения, поскольку длина свободного пробега нейтральных атомов водорода оказалась сравнимой с характерным масштабом – толщиной области взаимодействия. Интересующее нас основное стационарное течение в рамках этой модели может быть получено только численно ввиду сложности модели, поэтому эта модель не пригодна для наших целей. Более простая (но менее точная) модель была рассмотрена гораздо раньше в упомянутой работе [5], и мы в основном будем следовать ей.

Согласно этой модели плазменные параметры описываются следующей системой уравнений (Эйлера):

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \partial_t \mathbf{v} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nabla p = \mathbf{F}, \quad (2)$$

$$\partial_t p + \mathbf{v} \cdot \nabla p + \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} = Q, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{F} = -\nu \rho (\mathbf{v} - \mathbf{V}), \quad (4)$$

$$Q = \frac{\nu \rho}{2} \left[(\gamma - 1) (\mathbf{v} - \mathbf{V})^2 + \frac{2kT}{m} - \frac{p}{\rho} \right] \quad (5)$$

Здесь \mathbf{v} , ρ , p – как обычно, скорость, плотность и давление плазмы; \mathbf{V} , T – скорость и температура нейтральных атомов водорода; ν – частота перезарядки; k – константа Больцмана; m – масса атома (протона); γ – отношение удельных теплоемкостей (равное 5/3).

Следует отметить, что в последнем уравнении (1) (уравнении энергии) было использовано уравнение состояния для плазмы $p = 2\rho kT_p$ с тем, чтобы исключить температуру плазмы T_p из параметров задачи. Это замечание может быть важным для сравнения моделей, которое будет проведено ниже.

В работе [11] была выведена зависимость частоты перезарядки от параметров плазмы и нейтралов:

$$\nu = n_H \sigma U^*, \quad (6)$$

$$U^{*2} = (\mathbf{v} - \mathbf{V})^2 + \lambda \left(\frac{2kT}{m} + \frac{p}{\rho} \right),$$

где n_H – концентрация нейтралов; σ – эффективное сечение перезарядки, $\lambda = 64/9\pi$ для атомов водорода.

Поскольку нейтралы пересекают гелиопаузу, практически не замечая ее, можно предположить, что в окрестности критической точки их параметры неизменны:

$$\begin{aligned} n_H &= \text{const}, \\ \mathbf{V} &= \text{const}, \\ T &= \text{const} \end{aligned} \quad (7)$$

По крайней мере, разумное выполнение этого предположения всегда можно обеспечить соответствующим выбором окрестности критической точки. Таким образом, предполагается, что нейтралы влияют на течение плазмы в окрестности критической точки, а обратное влияние происходит уже вне этой окрестности.

Модель (1)–(7) имеет известные недостатки, о которых мы упомянули выше, однако, мы вынуждены рассматривать эту модель как основную для нашего аналитического исследования, понимая, что в рамках более сложной модели анализ вряд ли возможен. Итак, **основная модель (1)–(7)** учитывает сжимаемость плазмы и процесс перезарядки между протонами и нейтральными атомами. Кроме того, частота перезарядки зависит от параметров плазмы. Чтобы оценить важность учета каждого из этих факторов, рассмотрим также две более простые модели.

Первая из них – **модель с постоянной частотой перезарядки**, для которой положим

$$\nu = \nu_c = \text{const} \quad (8)$$

вместо (6). Такое предположение, например, было сделано в [8]. Таким образом, эту модель составляет система уравнений (1)–(5), (7), (8).

Вторая, простейшая модель – это **модель несжимаемой жидкости**, в которой помимо (8) предполагается постоянство плотности:

$$\rho = \rho_c = \text{const} \quad (9)$$

Предположение о несжимаемости среды (плазмы) показалось уместным в данном случае, поскольку течение в окрестности критической точки является сильно дозвуковым. Эту модель составляют уравнения (1), (2), (4), (7)–(9). Заранее отметим, что прелесть последней модели заключается в том, что это единственная модель, допускающая точное решение задачи.

2.2. Геометрия течения и граничные условия

При исследовании течения плазмы в окрестности критической точки будем считать его стационарным и осесимметричным. Цилиндрическую систему координат r, φ, z выберем с началом в критической точке, направление оси симметрии Oz противоположно направлению движения нейтральных атомов, а ось Or будет лежать на гелиопаузе, которую в малой окрестности критической точки можно считать плоскостью (рис. 1).

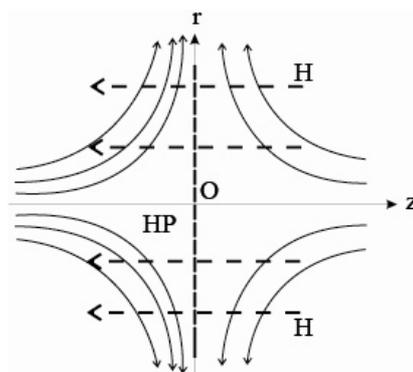


Рис. 1. Течение плазмы в окрестности критической точки (O) гелиопаузы (HP) в присутствии нейтральных атомов (H)

Осесимметричность течения предполагает, что параметры течения не зависят от азимута φ . Будем также полагать, что φ -компонента скорости равна нулю. Используя представления $\mathbf{V} = (0, 0, -V)$ и $\mathbf{v} = (u, 0, w)$, где V величина скорости нейтралов, приведем систему (1)–(6) к виду

$$r^{-1}\partial_r(r\rho u) + \partial_z(\rho w) = 0, \quad (10)$$

$$\rho(u\partial_r u + w\partial_z u) + \partial_r p = -v\rho u, \quad (11)$$

$$\rho(u\partial_r w + w\partial_z w) + \partial_z p = -v\rho(w + V), \quad (12)$$

$$u\partial_r p + w\partial_z p + \gamma p(\partial_r u + u/r + \partial_z w) = Q, \quad (13)$$

$$Q = \frac{v\rho}{2} \left[(\gamma - 1) \left[u^2 + (w + V)^2 \right] + \frac{2kT}{m} - \frac{p}{\rho} \right], \quad (14)$$

$$v = n_H \sigma \sqrt{u^2 + (w + V)^2 + \lambda \left(\frac{2kT}{m} + \frac{p}{\rho} \right)} \quad (15)$$

Система уравнений (10)–(15) для основной модели, или соответствующая система уравнений для других моделей, должна решаться в каждом полупространстве $z < 0$ и $z > 0$, а на гелиопаузе $z = 0$ должны выполняться условия, справедливые для тангенциального разрыва,

$$w_- = 0, \quad (16)$$

$$p_- = p_+, \quad (17)$$

где индексы означают левую (–) и правую (+) стороны гелиопаузы. Кроме того, решение должно удовлетворять условию на оси симметрии $r = 0$

$$u = 0. \quad (18)$$

2.3. Безразмерные величины

В задаче (10)–(18) удобно перейти к безразмерным величинам, выбрав в качестве размерных констант – величину скорости нейтралов V , давление в критической точке p_d , одинаковое с обеих сторон гелиопаузы, и некоторую константу с размерностью частоты ν_d .

Заметим, что мы намеренно не выбираем $\nu_d = n_H \sigma V$ для этой модели, или $\nu_d = \nu_c$ для остальных, с тем, чтобы оставить себе возможность рассмотреть предел $\nu \rightarrow 0$. Рассматривая всю область взаимодействия ветров, можно положить $\nu_d = V/L$, где L – «толщина» области взаимодействия.

Тогда безразмерные величины имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{r} &= \nu_d r / V, & \tilde{z} &= \nu_d z / V, \\ \tilde{u} &= u / V, & \tilde{w} &= w / V, \\ \tilde{p} &= p / p_d, & \tilde{\rho} &= \rho V^2 / p_d, \\ \tilde{V} &= 1, & \tilde{T} &= 2kT / (mV^2), \\ \tilde{\nu} &= \nu / \nu_d, & \tilde{\sigma} &= n_H \sigma V / \nu_d. \end{aligned} \quad (19)$$

Опуская в дальнейшем тильды, можем заметить, что безразмерные величины удовлетворяют тем же соотношениям (10)–(18), если в них положить

$$V = 2k/m = n_H = 1 \quad (20)$$

Следует также учесть, что в критической точке $p = 1$, а уравнения (8),(9) для других моделей сохраняют свою форму.

3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

3.1. Модель несжимаемой жидкости

Сразу отметим, что это единственная модель, допускающая точное решение задачи. Решение уравнений (10)–(12),(8),(9), удовлетворяющее условиям (16)–(18), легко находится обобщением известного решения, использованного в [4], на случай ненулевой частоты перезарядки и отличается лишь некоторым перераспределением давления

$$p = 1 - \nu_c \rho_c z - \frac{\rho_c a}{2} \left[(a + \nu_c) r^2 + 2(2a - \nu_c) z^2 \right]$$

В ближайшей окрестности критической точки, с точностью $O(r, |z|)$ решение имеет вид

$$u = ar, \quad w = -2az, \quad (21)$$

$$p = 1 - \nu_c \rho_c z, \quad (22)$$

$$\rho = \rho_c, \quad (23)$$

$$\nu = \nu_c, \quad (24)$$

где константа $a > 0$ является параметром задачи. Решение (21)–(24) отличается от точного только выражением для давления (22), которое показывает, что главный эффект присутствия нейтралов – постоянный отрицательный градиент давления вдоль оси симметрии.

Решение (21)–(24) имеет по три произвольных параметра a, ρ_c, ν_c в каждом полупространстве. Граничные условия (16) и (18) удовлетворены, а условие (17) накладывает одно ограничение на 6 параметров

$$[\rho_c a (a + \nu_c)]_- = [\rho_c a (a + \nu_c)]_+ \quad (25)$$

Это условие показывает, что в данной модели гелиопауза всегда является тангенциальным разрывом ($a_- \neq a_+$), за исключением случая, когда и плотности, и частоты перезарядки слева и справа совпадают.

Отметим, что устойчивость такого двумерного течения в отсутствие перезарядки была исследована в [4]. Найденную неустойчивость можно классифицировать как модифицированную (на двумерный случай) неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. Одним из отличий от классической неустойчивости для одномерного течения является отсутствие найденной неустойчивости при равенстве плотностей $\rho_{c-} = \rho_{c+}$.

3.2. Модель с постоянной частотой перезарядки

Эта модель, по сравнению с предыдущей, учитывает сжимаемость плазмы. Необходимо найти решение уравнений (10)–(14), (8), удовлетворяющее (16)–(18). Это решение было исследовано в [8], и в окрестности критической точки с точностью $O(r, |z|)$ имеет вид

$$u = ar, \quad w = -2az, \quad (26)$$

$$p = 1 - \nu_c \rho_0 z, \quad (27)$$

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \nu_c \rho_0 z - b |z|^\alpha \right), \quad (28)$$

$$\nu = \nu_c, \quad (29)$$

где плотность в критической точке ρ_0 и безразмерный параметр α имеют вид

$$\rho_0 = (\gamma - 1 + T)^{-1}, \quad \alpha = v_c / 4\gamma a, \quad (30)$$

a и b – произвольная константа. Очевидно, последний член в (28) важен, когда $\alpha < 1$, и тогда плотность имеет бесконечный градиент на гелиопаузе $z = 0$. Наиболее удивительное отличие решения (26)–(30) от (21)–(24) в том, что плотность на гелиопаузе определяется параметрами нейтралов, и потому одна и та же с разных сторон гелиопаузы. Откуда, в силу непрерывности давления, также следует непрерывность температуры плазмы при переходе гелиопаузы в окрестности критической точки.

Решение (26)–(30) также имеет по три произвольных константы a, b, v_c в каждом полупространстве, а условие (17) дает соотношение, аналогичное (25):

$$[a(a + v_c)]_- = [a(a + v_c)]_+, \quad (31)$$

которое показывает, что в этой модели гелиопауза может быть тангенциальным разрывом, только если $v_{c-} \neq v_{c+}$.

Устойчивость течения (26)–(31) до сих пор не исследована.

3.3. Основная модель

По сравнению с предыдущей данная модель учитывает не только сжимаемость плазмы, но и зависимость частоты перезарядки от параметров плазмы. Приближенное решение задачи (10)–(18) было получено в [12], и в окрестности критической точки с точностью $O(r, |z|)$ имеет вид

$$u = ar, \quad w = -2az, \quad (32)$$

$$p = 1 - v_0 \rho_0 z, \quad (33)$$

$$\rho = \rho_0 (1 - v_0 \rho_0 z - b |z|^\alpha), \quad (34)$$

$$v = v_0 \left[1 - (\sigma/v_0)^2 (2az - (\lambda b/2\rho_0) |z|^\alpha) \right], \quad (35)$$

где

$$\rho_0 = (\gamma - 1 + T)^{-1}, \quad \alpha = v_0 / 4\gamma a, \\ v_0 = \sigma \sqrt{1 + \lambda(\gamma - 1 + 2T)} \quad (36)$$

Видно, что теперь частота перезарядки так же, как и плотность, имеет фиксированное значение на гелиопаузе, определяемое параметрами нейтральных атомов. Если сделать резонное допущение, что эффективное сечение перезарядки σ одинаково по обе стороны гелиопаузы, то частота перезарядки становится непрерывной на гелиопаузе.

Решение (32)–(36) также имеет по три произвольных константы a, b, σ в каждом полупространстве. При $\sigma_- = \sigma_+$ условие (17) сводится к соотношению

$$a_- = a_+, \quad (37)$$

которое показывает, что гелиопауза в окрестности критической точки не является тангенциальным разрывом.

Устойчивость течения (32)–(37) также не рассматривалась.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное моделирование на основе континуально-кинетической модели показало [13], что условия (7) достаточно хорошо выполняются в достаточно широкой окрестности критической точки (несколько а.е. в типичных условиях). На удивление, модель несжимаемой жидкости пригодна примерно в той области, за исключением ближайшей окрестности критической точки в $5 \div 10$ а.е., в которой плотность и частота перезарядки уже не могут считаться постоянными.

Представленное для основной модели решение показывает, что гелиопауза в окрестности критической точки не является поверхностью разрыва плазменных параметров, они непрерывны на ней. С другой стороны, гелиопауза остается поверхностью, разделяющей солнечный ветер от плазмы межзвездной среды. На этой поверхности можно увидеть разрыв нормальных производных для таких параметров плазмы, как плотность, температура, а также для частоты перезарядки.

Что касается устойчивости течения в окрестности критической точки в присутствии нейтралов, ясно несколько моментов. Точная постановка задачи возможна на данный момент только для модели несжимаемой жидкости, в которой гелиопауза остается тангенциальным разрывом и известно точное решение. Постановка задачи устойчивости течения в рамках основной модели не так проста и требует усилий. Корректное численное исследование устойчивости течения плазмы, по-видимому, невозможно без точных (аналитических) результатов для окрестности критической точки, являющейся с точки зрения теории дифференциальных уравнений особой.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

ρ, p, v – плотность, давление, скорость плазмы;
 n_H, T, \mathbf{V} – концентрация, температура, скорость нейтральных атомов;
 γ, k, m – отношение удельных теплоемкостей, постоянная Больцмана, масса атома;
 ν, σ – частота и эффективное сечение перезарядки;
 a, b, α – безразмерные константы, параметры течения.

Индексы:

c – для обозначения параметра, равного константе,
 0 – значение параметра в критической точке (0,0)?
 \pm – значения слева (–) и справа (+) от гелиопаузы $z = 0$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Drazin, P.G. Introduction to hydrodynamic stability. Cambridge University Press, 2002.
2. Ruderman, M.S. Absolute and convective instability of tangential discontinuities in viscous fluids: application to heliopause. *Astrophys. Space Sci.*, 2000, 274, P. 327.
3. Baranov, V.B., H.J. Fahr, M.S. Ruderman. Investigation of macroscopic instabilities at the heliopause boundary surface. *Astron. Astrophys.*, 1992, 261, P. 341.
4. Белов, Н.А.. Неустойчивость тангенциального разрыва в осесимметричном течении с критической точкой. *МЖГ*, 1997, №6, С. 25-29.
5. Baranov, V.B., M.K. Ermakov, M.G. Lebedev. A three component model of solar wind-interstellar medium interaction: some numerical results. *Sov. Astron. Lett.*, 1981, 7, P. 206.

6. Liewer, P.C., S.R. Karmesin, J.U.Brackbill. Hydrodynamic instability of the heliopause driven by plasma-neutral charge exchange interactions. *J. Geophys. Res.*, 1996, 101, 119-17, P. 127.
7. Florinski, V., G.P. Zank, N.V. Pogorelov. Heliopause stability in the presence of neutral atoms: Rayleigh-Taylor dispersion analysis and axysymmetric MHD simulations. *J. Geophys. Res.*, 2005, 101, A07104.
8. Белов, Н.А. Течение плазмы в окрестности критической точки гелиопаузы в присутствии нейтральных атомов водорода. *Письма в АЖ*, 2010, Т. 36, №2, С. 154.
9. Borovikov, S.N., N.V. Pogorelov, G.P. Zank, I.A.Kryukov. Consequencies of the heliopause instability caused by charge exchange. *Astrophys. J.*, 2008, 682, P. 1404.
10. Baranov, V.B., Yu.G. Malama. Model of the solar wind interaction with the local interstellar medium: numerical solution of self-consistent problem. *J. Geophys. Res.*, 1993, 98, 15, P. 157.
11. Holzer, T.E. Interaction of the solar wind with the neutral component of the interstellar gas. *J. Geophys. Res.*, 1972, 77, P. 5407.
12. Belov, N.A., M.S. Ruderman. The structure of the hydrodynamic plasma flow near the heliopause stagnation point. *MNRAS*, 2010, v.401, P. 607.
13. Малама, Ю.Г., Частное сообщение. 2008.