

ДВУМЕРНАЯ МОДЕЛЬ НЕРАВНОВЕСНЫХ КИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ДВИЖЕНИИ

И.В. Алексеева, А.П. Будник

*ГНЦ РФ Физико-энергетический институт,
Обнинск, 249033 Калужская область, пл. Бондаренко, 1*

Аннотация

Работа посвящена численному моделированию неустановившихся сверхзвуковых течений многокомпонентного газа в сопле Лавала с учетом неравновесной колебательной кинетики, а также теплообмена газа со стенками сопла. Система уравнений включает в себя уравнения непрерывности, Навье – Стокса, баланса энергии для газовой смеси с учетом неравновесных процессов в газе, теплопроводности для описания теплопереноса в стенке сопла, а также уравнения поуровневой колебательной кинетики. Для решения системы уравнений использовался метод расщепления по физическим процессам. Для решения уравнений газодинамики использовались модифицированные AUSM – конечно-разностные схемы. Для уравнения сохранения энергии, уравнения теплопроводного переноса тепла в стенке сопла и уравнения диффузии газовых компонент были получены пятиточечные конечно-разностные схемы. Разработан алгоритм параллельных вычислений для данной задачи. Приведены результаты математического моделирования неустановившихся сверхзвуковых течений многокомпонентного газа в сопле Лавала с учетом неравновесной колебательной кинетики, а также теплообмена газа со стенками сопла.

TWO-DIMENSIONAL MODEL OF NONEQUILIBRIUM KINETIC PROCESSES IN MULTICOMPONENT GAS MIXES AT SUPERSONIC MOVEMENT

This work is devoted to numerical simulation of the unsteady supersonic flux of the multicomponent gas in Laval nozzle taken into account as nonequilibrium vibrational kinetic as well as heat transfer to nozzle walls. The system of equations includes the equations of a continuity, Navier – Stokes equation, equation of energy conservation for gas mixture taken into account nonequilibrium processes as heat conduction and heat transport to nozzle walls, and equation for multilevel vibrational kinetic. The solution of that system of equations was received by the separation of different physical processes method. The modified AUSM difference method was used for the gas dynamics equation solution. For the energy conservation equations as well as for heat transfer equation and for the equations of gas components diffusion were suggested and developed the five-point difference scheme. The method of the parallel calculations for this equation was developed. The detailed discussion of the results of the mathematical simulation of the unsteady supersonic flux of the multicomponent gas in Laval nozzle taken into account as nonequilibrium vibrational transitions are introduced.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование неустановившихся сверхзвуковых течений многокомпонентного газа в сопле Лавала с учетом неравновесной кинетики представляет значительный интерес не только для разработки газодинамических лазеров [1–6], но и для повышения эффективности прямого преобразования ядерной энергии в энергию когерентного оптического излучения.

При прямом преобразовании кинетической энергии осколков деления в энергию когерентного оптического излучения в лазерах с ядерной накачкой вследствие неоднородного пространственного выделения энергии осколков деления в газ активная среда оказывается сильно неоднородной. Это сильно снижает эффективность преобразования ядерной энергии в энергию когерентного оптического излучения.

В движущихся со сверхзвуковой скоростью активных средах этот недостаток лазеров с ядерной накачкой может быть устранен.

На основании выполненных в последнее время исследований [7] представляется перспективным создание лазеров с ядерной накачкой с движущейся газовой активной средой, облучаемой нейтронами, и содержащей нанокластеры соединений урана.

В связи с этим представляется необходимым разработка методов математического моделирования сверхзвуковых течений многокомпонентного газа в сопле Лавала с учетом неравновесной поуровневой кинетики и с учетом теплообмена газа со стенками сопла.

Рациональным представляется начать разработку таких методов, а также комплексов программ, предназначенных для численных расчетов, с математического моделирования сравнительно хорошо изученных сверхзвуковых колебательно неравновесных течений газа в сопле Лавала.

Особый интерес представляют в связи с этим выполненные ранее теоретические исследования газодинамического CO_2 – лазера при невысоких температурах [6]. В этих исследованиях рассматривалась активная среда, представляющая собой смесь молекулярных газов (азот, углекислый газ и водяной пар).

Значительный практический интерес, на наш взгляд, представляет изучение возможности создания низкотемпературного газодинамического CO_2 – лазера, использующего смесь, в которую входит также кислород. В частности, такой смесью может быть низкотемпературный ($< 1400 \text{ K}$) воздух, обогащенный углекислым газом и водяным паром.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Настоящая работа посвящена численному моделированию неравновесных течений сверхзвуковых течений газа в сопле Лавала с учетом теплообмена с его стенками.

Постановка задачи. Рассматривается многокомпонентная газовая смесь, состоящая из углекислого газа, азота, кислорода и водяного пара. Исходная система уравнений формулируется в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v_x \mathbf{V}) = & -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \operatorname{div} \mathbf{V} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_y}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v_y \mathbf{V}) = & -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \operatorname{div} \mathbf{V} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{V} \operatorname{grad} T = & \chi \frac{\partial p}{\partial t} + \chi \mathbf{V} \operatorname{grad} p + \\ & + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + Q_{kin}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda_s \operatorname{grad} T_s), \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{Y}_i}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \operatorname{grad} \mathbf{Y}_i = \operatorname{div}(D_i \rho \operatorname{grad} \mathbf{Y}_i) + Q_{con}, \quad (6)$$

где x, y – декартовы координаты; $\mathbf{V} = (v_x, v_y)$ – скорость потока и ее проекции на оси x и y ; ρ, p – плотность и давление газа; μ – динамический коэффициент вязкости; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; T – температура; λ – коэффициент теплопроводности газа.

В уравнении сохранения энергии (4) Q_{kin} определяет тепловыделение, обусловленное неравновесностью распределения молекул газа по возбужденным состояниям, учитывающим передачу энергии между поступательными и вращательными степенями свободы и колебательными степенями свободы молекул газовой смеси.

Уравнение (5) описывает теплопроводный перенос тепла в стенке сопла. Здесь ρ_s – плотность стенки; c_{ps} – удельная теплоемкость стенки при постоянном давлении; T_s – температура стенки; λ_s – коэффициент теплопроводности стенки.

Уравнение (6) описывает неравновесные нелокальные кинетические процессы, протекающие в движущейся в сопле газовой смеси. Здесь D_i – коэффициент диффузии компонент газа, Q_{con} – изменение концентрации газовых компонент $\mathbf{Y}_i$ за счет кинетических процессов.

Уравнения (1)–(4) используются совместно с уравнением состояния идеального газа

$$p = \rho \frac{R_0}{M_\Sigma} T, \quad (7)$$

где R_0 – универсальная газовая постоянная, M_Σ – молекулярный вес газовой смеси. Функция χ в правой части (4) представляет собой поправку на зависимость c_p от давления; $M_\Sigma = \text{const}$, $\chi = 1$.

Граничные условия в газодинамической задаче задают однородный набегающий поток (вдуваем однородный газ вдоль оси x)

на входе сопла $x = 0$: $v_x = v_0$, $v_y = 0$, $\rho = \rho_0$;

на границе газ – стенка (условия прилипания)

$$y = H(x): v_x = 0, v_y = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = 0;$$

на выходе из сопла (установившееся течение)

$$x = L: \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

(или мягкие граничные условия

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \text{const}; \frac{\partial v_y}{\partial x} = \text{const}; \frac{\partial p}{\partial x} = \text{const});$$

на оси симметрии сопла (условие симметрии)

$$y = 0: \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0, v_y = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

Граничные условия для температуры газа внутри сопла:

на входе сопла $x = 0$: $T = T_0$;

на границе газ – стенка $y = H(x)$: $\lambda \frac{\partial T}{\partial l} = \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial l}$

(условие непрерывности теплового потока),

на выходе из сопла $x = L$: $T = T_{out}$ или $\left(\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \right)$;

на оси симметрии сопла $y = 0$: $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$

(условие симметрии).

Граничные условия для температуры стенки сопла:

на входе $x = 0$: $T_s = T_0$;

на границе стенка – газ $y = H(x)$: $\lambda \frac{\partial T}{\partial l} = \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial l}$,

$$\frac{\partial T}{\partial l} = \cos \varphi \frac{\partial T}{\partial x} + \sin \varphi \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \varphi - \text{угол между локаль-}$$

ной нормалью к поверхности сопла и осью x ;

на выходе из сопла $x = L$: $T_s = T_{out}$,

на стенке $y = H_s(x)$: $T_s = T_{s0} = T_{out}$

(или $\partial T_s / \partial y = 0$).

Граничные условия для концентрации компонент газа:

на входе в сопло $x = 0$: $Y_i = Y_0(T, P)$;

на границе газ – стенка $y = H(x)$: $\frac{\partial Y_i}{\partial y} = 0$;

на выходе из сопла $x = L$: $\frac{\partial Y_i}{\partial x} = 0$;

на оси симметрии сопла $y = 0$: $\frac{\partial Y_i}{\partial y} = 0$.

Для решения система уравнений (1) – (7) преобразуется в криволинейной системе координат.

Геометрия сопла

На рис. 1–2 представлена геометрия сопла и его стенки, а также используемая многоблочная сетка параболического типа со сгущением точек вблизи критического сечения.

Параметры сопла

Дозвуковая часть: клиновидный вход с полууглом $\theta_1 = 77^\circ$, высота критического сечения $h^* = 0.53$ мм,

сверхзвуковая часть: начальный угол наклона контура к оси x $\theta_H = 25^\circ$, степень расширения $H/h^* = 13.2$, $H = 7$ мм – высота выходного сечения, $L = 14.6$ мм – длина закритической части.

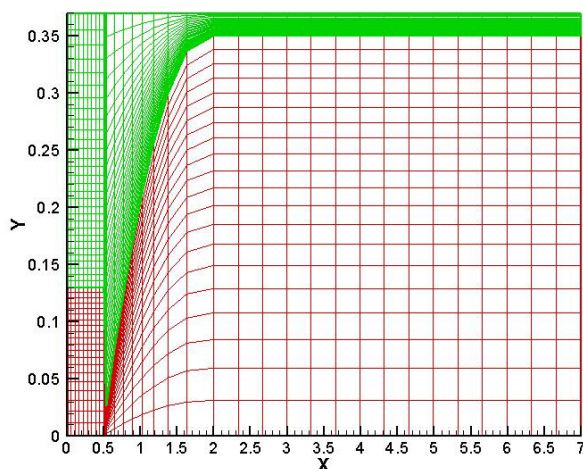


Рис. 1. Геометрия сопла и его стенки и расчетная сетка параболического типа

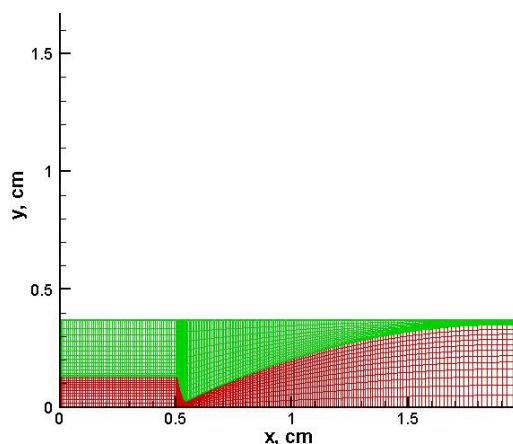


Рис. 2. Геометрия сопла и его стенки, представленная в одинаковом масштабе

Система уравнений (1)–(7) модели решается конечно-разностными методами [8, 9] с применением метода расщепления [10]: первую группу составляют уравнения Навье–Стокса, вторую группу составляют уравнения, описывающие энергетическое состояние неравновесного газа (уравнение сохранения энергии, уравнение теплопроводного переноса тепла в стенке сопла), третью группу составляет система уравнений неравновесной нелокальной кинетики.

Для численного интегрирования уравнений Навье–Стокса используются модифицированные AUSM – конечно-разностные схемы [8, 11], а уравнение сохранения энергии, уравнение теплопроводного переноса тепла в стенке сопла и уравнения диффузии газовых компонент интегрируются с использованием неявного метода интегрирования. Полученные пятиточечные конечно-разностные схемы решались методом последовательной итераций весовыми коэффициентами в процессе итераций между указанными группами уравнений.

3. КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В наиболее принятых сейчас температурных кинетических моделях, представляющих практический интерес для большинства случаев, распределение энергии для i -го типа нормальных колебаний в многоатомной молекуле можно описать, введя колебательную температуру T_i . Это обусловлено тем, что внутри одной моды колебаний обмен квантами колебаний ($V-V$ -процессы) происходит за время, много меньшее времени перехода энергии в поступательные степени свободы ($V-T$ -процессы) или обмена между различными колебательными модами ($V-V'$ -процессы) [1–5, 12–16].

Строго говоря, современные температурные модели могут использоваться только для описания кинетических процессов активных сред газодинамического CO_2 -лазера в условиях, когда колебательные температуры не сильно отличаются от поступательной температуры газа. В активных средах реальных газодинамических CO_2 -лазеров это условие часто не выполняется.

Как недавно отмечено в работе [12], существенным недостатком температурных моделей является то, что молекула CO_2 в ней рассматривается как совокупность трех независимых осцилляторов, энергия каждого из которых определяется только своей колебательной температурой, и все колебательные температуры рассматриваются как независимые параметры.

Наиболее корректным подходом к решению задач такого типа является создание поуровневой кинетической модели, учитывающей все состояния, населенность которых достаточна велика и определяет генерационные параметры активной среды. Применимость данного подхода ограничена недостатком знаний о скоростях процессов возбуждения и релаксации, их температурных зависимостях для многих колебательных уровней молекулы CO_2 , особенно для расположенных выше уровня 001 [14–16].

Однако, в активных средах низкотемпературных газодинамических CO_2 -лазеров ($T < 1000^\circ\text{C}$) населенности таких высоковозбужденных уровней невелики. Следовательно, исключение из рассмотрения в кинетической модели этих состояний не должно сильно влиять на заселенность состояний с меньшей энергией. Кроме того, необходимо отметить, что используемые в различных моделях [12–16] кинетических процессов в активных средах газодинамических CO_2 -лазеров константы скоростей реакций релаксации во многих случаях можно рассматривать как эффективно учитывающие вклад более высоковозбужденных состояний.

В данной работе при математическом моделировании использована поуровневая модель кинетических процессов в низкотемпературном газодинамическом CO_2 -лазере, активная среда которого представляет собой смесь газов $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{O}_2 - \text{H}_2\text{O}$, позволяющая корректно рассматривать процессы при большой относительной концентрации кислорода в смеси. Детальному описанию разработанной поуровневой модели кинетических процессов в низкотемпературном газодинамическом CO_2 -лазере будет посвящена специальная работа.

Разработанная модель позволяет рассмотреть колебательно – неравновесное течение многокомпонентного газа через сопло и рассчитать важнейшие параметры среды: коэффициент линейного усиления лазерного излучения на длине волны 10.6 мкм, населенности верхнего и нижнего лазерных уровней для этого перехода, скорости заселения и рассеяния этих состояний в столкновительных процессах, давление и температуры различных колебательных мод активной среды, запасенную в активной среде колебательную энергию, а также оценить оптимальные параметры лазерных резонаторов в зависимости от начального давления, температуры, формы и размеров сопла, относительного состава $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{O}_2 - \text{H}_2\text{O}$ смеси и расхода массы газа.

Кинетическая модель локальной колебательной кинетики многокомпонентной газовой смеси представляет собой систему уравнений, описывающую процессы молекулярной и радиационной кинетики. Рассматриваемые в модели состояния представлены на рис 3.

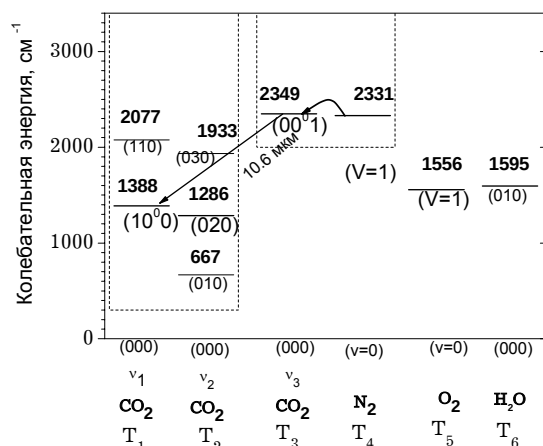
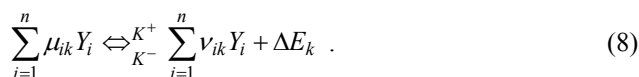


Рис. 3. Схема нижних колебательных уровней молекул смеси $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{O}_2 - \text{H}_2\text{O}$. Стрелками указаны основной канал накачки верхнего уровня молекулы CO_2 колебательно возбужденного азота и лазерный переход 10.6 мкм. Символом T_i обозначены температуры различных колебательных мод, используемые в различных кинетических температурных моделях

Для данного круга реакций с участием компонента Y_i ($i = 1, \dots, n$) k -ю реакцию можно записать в виде



Здесь Y_i – концентрация частиц i -го сорта; μ_{ik} и ν_{ik} – стехиометрические коэффициенты для k -й реакции, принимающие целые неотрицательные значения, а закон сохранения энергии для такой реакции описывается выражением

$$\sum_{i=1}^n \mu_{ik} E_i = \sum_{i=1}^n \nu_{ik} E_i + \Delta E_k, \quad (9)$$

где E_i – энергия образования i -го вещества из нейтральных атомов; ΔE_k – дефект энергии k -й реакции,

необходимый для расчета скоростей обратных процессов.

Суммарная скорость R_k протекания реакции (8) дается выражением

$$R_k = R_k^+ - R_k^-, \quad (10)$$

где $R_k^+ = \left[\prod_{i=1}^n [Y_i]^{\mu_{ik}} \right] K^+$; $R_k^- = \left[\prod_{i=1}^n [Y_i]^{\nu_{ik}} \right] K^-$ скорости прямой и обратной реакций; K_k^+ и K_k^- – константы прямой и обратной k -й реакции. При этом вклад k -й реакции (8) в скорость изменения концентрации i -й компоненты равен

$$\frac{d[Y_i]}{dt} = (\nu_{ik} - \mu_{ik}) R_k. \quad (11)$$

Таким образом, для произвольного набора реакций (индекс k) полная система уравнений, описывающая эволюцию во времени концентрации частиц любого сорта из n -компонент, имеет вид

$$\frac{d[Y_i]}{dt} = \sum_k [\nu_{ik} - \mu_{ik}] R_k, \quad i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, k_{\text{rea}}. \quad (12)$$

Умножив уравнение (12) на энергию i -й компоненты и просуммировав по i , получим уравнение сохранения энергии в этой системе (баланс мощностей):

$$Q_{\text{kin}} = - \sum_k R_k \Delta E_k, \quad (13)$$

$$\Delta E_k = \sum_i [\mu_{ik} - \nu_{ik}] E_i, \quad (14)$$

где ΔE_k – дефект энергии k -й реакции. По вкладам отдельных процессов в энергетический баланс можно судить о роли тех или иных процессов в конкретных условиях.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В начальный момент времени задается однородное поле температуры, давления, плотности газовой смеси, концентрации компонент газовой смеси отвечают равновесным условиям при данных температуре и давлении: $p_0 = 1.3 \times 10^7$ эрг/см³ = 13 атм, $T_0 = 273$ К, $T_{\text{out}} = 349$ К, $T_{s0} = 349$ К, $M_{\Sigma} = 29,9$ г/моль.

Рассматривается газовая смесь: $\text{CO}_2 - 10\%$, $\text{N}_2 - 79\%$, $\text{O}_2 - 10\%$, $\text{H}_2\text{O} - 1\%$.

Газ считается неподвижным, на вход сопла подается поток газа со скоростью $v_0 = 10$ м/с.

На рис. 4–12 представлены типичные результаты расчета неравновесных течений сверхзвуковых потоков вязкого теплопроводного газа в плоском сопле с учетом теплопроводности его стенки в квазиустановившемся состоянии.

На рис. 4–7 показано как меняется распределение температуры со временем внутри сопла и на его стенке. Расчеты показывают, что учет нагрева стенки сопла заметно влияет на распределение поля температур в пристеночной области.

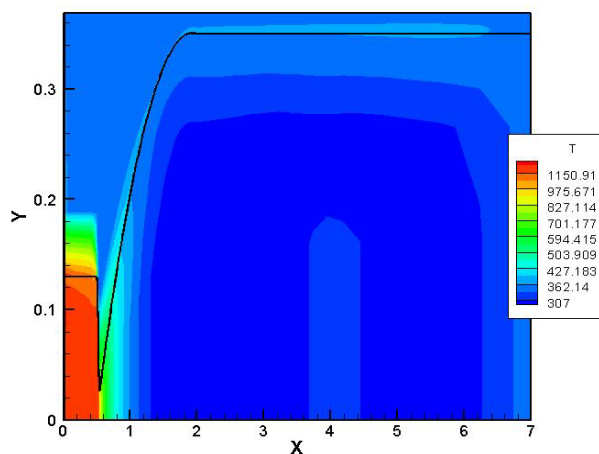


Рис. 4. Распределение температуры внутри сопла и на его стенке в момент времени $t = 2.58$ мс

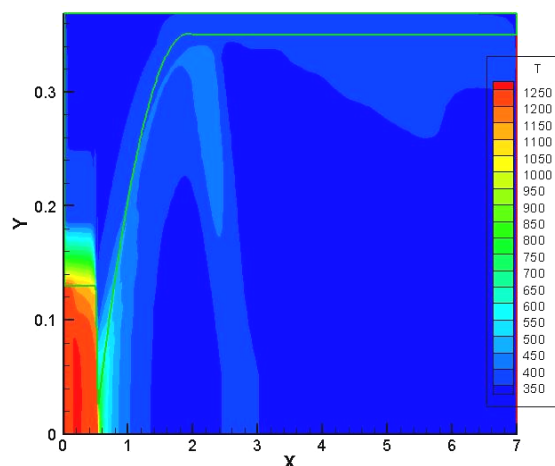


Рис. 7. Распределение температуры внутри сопла и на его стенке в момент времени $t = 2.78$ мс

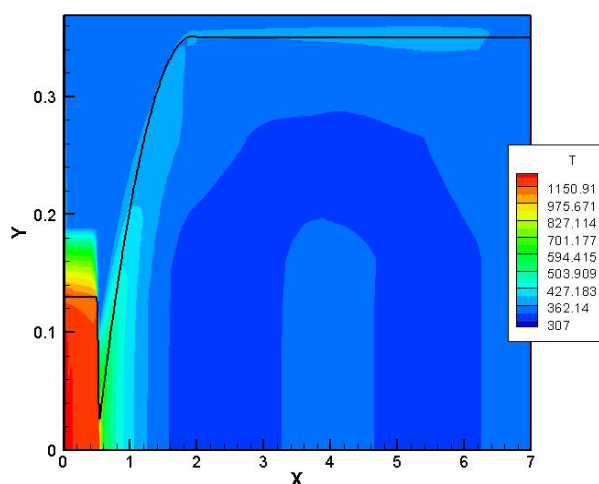


Рис. 5. Распределение температуры внутри сопла и на его стенке при $t = 2.71$ мс

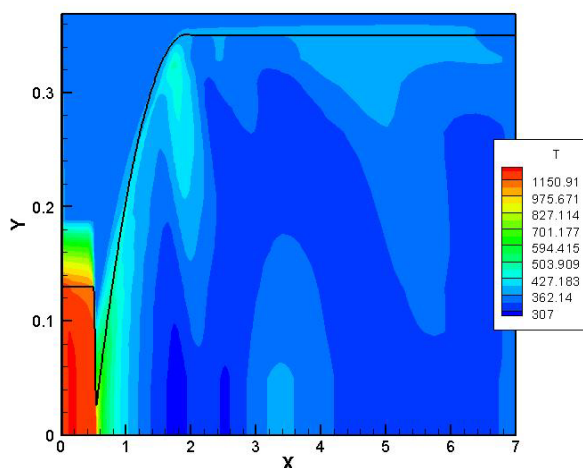


Рис. 6. Распределение температуры внутри сопла и на его стенке в момент времени $t = 2.76$ мс

На рис. 8 представлено распределение локального числа Маха $M = V/a$, где $V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, V – модуль локальной скорости в данной точке, a – локальная скорость звука в газе при температуре в данной точке, $a = \sqrt{\gamma RT}$, $\gamma = c_p/c_v$ – показатель адиабаты.

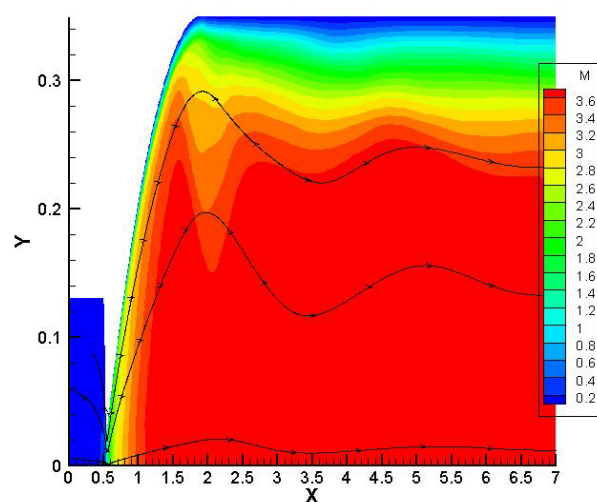


Рис. 8. Пространственное распределение локального числа Маха в момент времени $t = 2.76$ мс. Здесь и далее линиями со стрелками представлены линии тока

На рис. 9 представлено распределение давления, а на рис. 10 и 11 представлены соответственно распределения проекций скорости на оси x и y в квазиустановившемся состоянии.

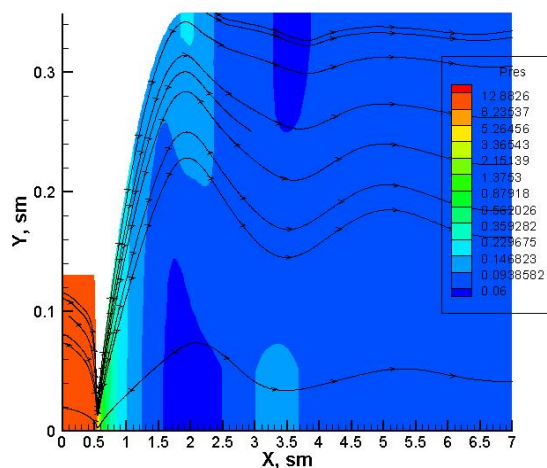


Рис. 9. Пространственное распределение давления в момент времени $t = 2.76$ мс

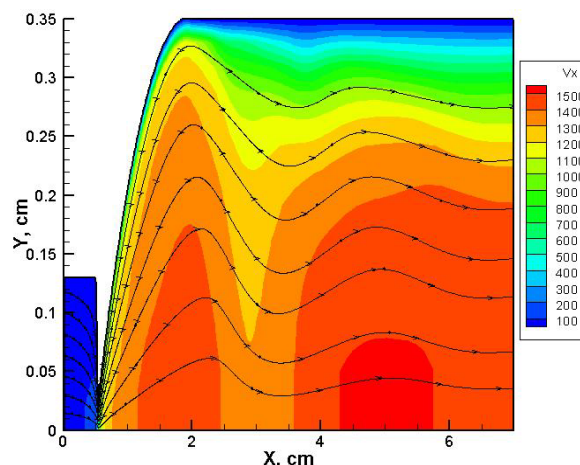


Рис. 10. Поле проекции скорости на ось x в момент времени $t = 2.76$ мс

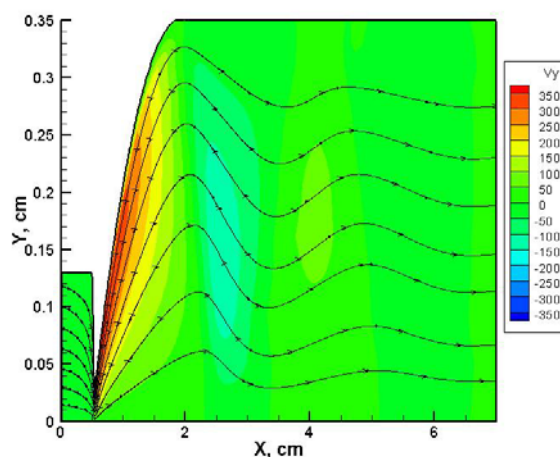


Рис. 11. Поле проекции скорости на ось y в момент времени $t = 2.76$ мс

На рис. 12 представлена инверсная населенность молекул углекислого газа на верхнем $\text{CO}_2(3)$ и нижнем $\text{CO}_2(1)$ лазерных уровнях. Так как азот релаксирует медленно, то концентрация углекислого газа на верхнем уровне тоже медленно релаксирует за счет подкачки азота, а населенность нижнего лазерного уровня хорошо очищается в столкновениях с молекулами газа.

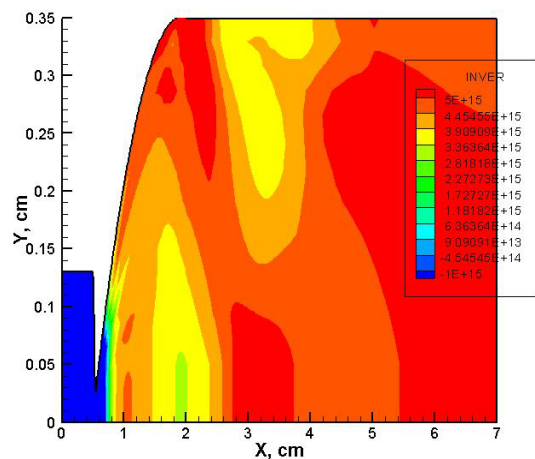


Рис. 12. Инверсия $\text{CO}_2(3) - \text{CO}_2(1)$ в момент времени $t = 2.76$ мс

Поэтому образуется инверсная населенность и существует потенциальная возможность лазерной генерации.

На рис. 13–16 представлено сравнение результатов расчетов, полученных по разработанной в данной работе двумерной модели и часто используемой при упрощенных расчетах одномерной модели, в которой пренебрегается как неоднородностью газовой среды в поперечном сечении, так и теплообменом газа со стенками.

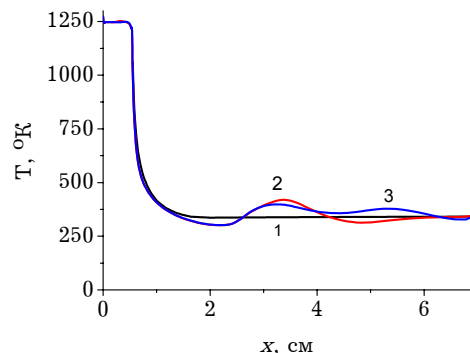


Рис. 13. Распределение температуры на оси сопла: 1 – расчеты поведены одномерной модели; 2, 3 – расчеты поведены по двумерной модели в момент времени $t = 0.28 \times 10^{-2}$ с и $t = 0.29 \times 10^{-2}$ с соответственно

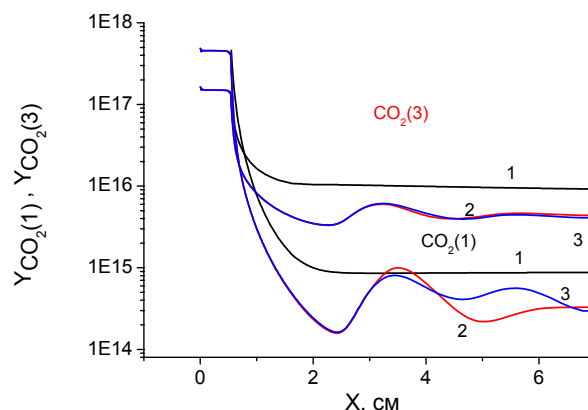


Рис. 14. Концентрация $\text{CO}_2(1)$ $\text{CO}_2(3)$ на оси сопла: 1 – расчеты поведены по одномерной модели; 2, 3 – расчеты поведены по двумерной модели в момент времени $t = 0.28 \times 10^{-2}$ с и $t = 0.29 \times 10^{-2}$ с соответственно

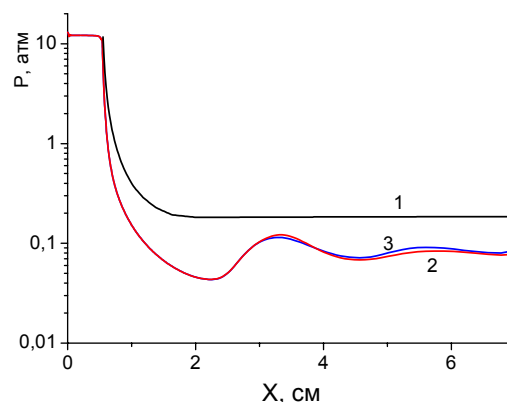


Рис. 15. Распределение давления на оси сопла: 1 – расчеты поведены одномерной модели; 2, 3 – расчеты поведены по двумерной модели в момент времени $t = 0.28 \times 10^{-2}$ с и $t = 0.29 \times 10^{-2}$ с соответственно

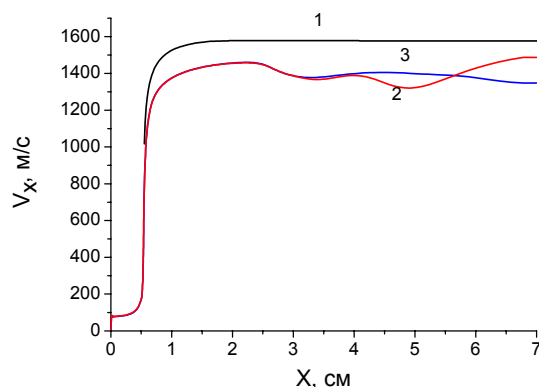


Рис. 16. Распределение проекции скорости на ось x на оси сопла: 1 – расчеты поведены одномерной модели; 2, 3 – расчеты поведены по двумерной модели в момент времени $t = 0.28 \times 10^{-2}$ с и $t = 0.29 \times 10^{-2}$ с соответственно

Расчеты по двумерной модели показывают нестационарность течения. Неоднородности среды при $x > 2$ см, на наш взгляд, обусловлены отражениями слабых ударных волн от стенок сопла.

Следует отметить, что различия расчетов по одномерной и двумерной моделям в данном случае невелики (см. рис. 13–16). Это ещё раз оправдывает широкое применение одномерных моделей для упрощенного анализа сверхзвуковых течений в сопле Лавала.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе разработан метод численного решения и комплекс программ GDL – 2D для задачи о двумерном математическом моделировании колебательно-неравновесных течений вязкого теплопроводного газа в сверхзвуковом плоском сопле с учетом теплопроводного теплообмена газа со стенкой сопла и с учетом влияния переноса и диффузии газовых компонент на процессы, протекающие в сопле.

В постановке задачи были использованы уравнения (1)–(3), взятые из [8], уравнение сохранения энергии (4), описанное в [8], было модернизировано за счет учета тепловыделения, обусловленного неравновесностью распределения молекул газа по возбужденным состояниям. Система уравнений (1)–(4) дополнена уравнением (5), учитывающим влияние теплопроводного теплообмена газа со стенкой сопла и уравнением (6), учитывающим изменение концентрации всех рассматриваемых компонент газовой смеси за счет неравновесных нелокальных кинетических процессов, а также их перенос и диффузию.

Проведено тестирование комплекса программ GDL – 2D: расчетно-теоретические исследования показали его пригодность для математического моделирования колебательно-неравновесного течения вязкой теплопроводящей многокомпонентной смеси газов в сверхзвуковом плоском сопле Лавала с учетом теплообмена газовой смеси со стенкой сопла.

Исследования проведены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-08-00456).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лосев С.А. Газодинамические лазеры. – М.: Наука, 1977. 335 с.
2. Андерсон Дж. Газодинамические лазеры: введение. – М.: Мир, 1979. 208 с.
3. Солоухин Р.И., Фомин Н.А. Газодинамические лазеры на смешении // Минск: Наука и техника, 1984. 248 с.
4. Losev S.A. Gasdynamic Laser // Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New-York, 1981.
5. Калужный В.В., Лосев С.А. Газодинамические CO_2 -лазеры – обзор старых и новых достижений // Препринт № 48-99/Р. Институт механики МГУ, 1999. 65 с.
6. Макаров В.Н., Лосев С.А. Газодинамические лазеры при невысоких начальных температурах // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. Вып. 3. С. 78–81.
7. Будник А.П., Косарев В.А., Лунев В.П. Математическое моделирование кинетических процессов в газовой аргон-ксеноновой плазме, содержащей нанокластеры химических соединений урана // Препринт № 3141. Обнинск: ФЭИ. 2008. 23 с.
8. Суржиков С.Т. Физическая механика газовых разрядов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 640 с.
9. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1980. 352 с.
10. Марчук Г.И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988. 263 с.
11. Edwards, J.R., Liou, M.-S. Low-Diffusion Flux-Splitting Methods for Flow at all Speeds // AIAA Journal. 1998. Vol. 36. № 9. p. 1610–1617.
12. Невдах В.В., Ганджали М., Аршинов К.И. О температурной модели CO_2 -лазеров // Квантовая электроника. 2007. Т. 37. № 3. С. 243–247.
13. Кталхерман М.Г., Мальков В.М., Петухов А.В., Харитонов Я.И. Непрерывный газодинамический лазер на продуктах горения смеси $\text{CO} - \text{H}_2$ в воздухе // Физика горения и взрыва. 1976. Т. 12. № 4. С. 578–585.
14. Британ А.Б., Старик А.М. Исследование колебательно-неравновесного течения в клиновидном сопле смеси $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{O}_2 - \text{H}_2\text{O}$ // Журнал прикладной механики и технической физики. Наука, сибирское отделение. 1980. № 4. С. 41–50.
15. Сальников В.А., Старик А.М. Численный анализ энергетических характеристик газодинамических лазеров на продуктах сгорания углеводородных топлив // ТВТ. 1995. Т. 33. № 1. С. 121–133.
16. Макаров В.Н. Построение оптимальных моделей кинетики в физико-химической газовой динамике // диссертация докт. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 1996.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- x, y – декартовы координаты,
 $\mathbf{V} = (v_x, v_y)$ – скорость потока и ее проекции на оси x и y ;
 ρ, p – плотность и давление газа;
 μ – динамический коэффициент вязкости;
 c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении;
 T – температура;
 λ – коэффициент теплопроводности газа;
 Q_{kin} – удельная скорость тепловыделения, обусловленного неравновесным распределением молекул газа по возбужденным состояниям, учитывает передачу энергии между поступательными и вращательными степенями свободы и колебательными степенями свободы молекул газовой смеси.
 ρ_s – плотность стенки;

c_{p_s} – удельная теплоемкость материала стенки при постоянном давлении;
 T_s – температура стенки;
 λ_s – коэффициент теплопроводности стенки;
 D_i – коэффициент диффузии компонент газа;
 Q_{con} – скорость изменения концентрации газовых компонент i -го сорта Y_i за счет кинетических процессов;
 R_0 – универсальная газовая постоянная;
 M_Σ – молекулярный вес газовой смеси;
 M – локальное число Маха;
 a – локальная скорость звука;

γ – показатель адиабаты;
 χ – поправка на зависимость c_p от давления;
 μ_{ik}, ν_{ik} – стехиометрические коэффициенты для k -й реакции
 E_i – энергия образования i -го вещества из нейтральных атомов;
 ΔE_k – дефект энергии k -й реакции;
 R_k – суммарная скорость протекания k -й реакции;
 R_k^+, R_k^- – соответственно скорости прямой и обратной k -й реакций.