# Numerical Simulation of Hydrogen Detonative Combustion in a Convergent-Divergent Nozzle with a Central Body

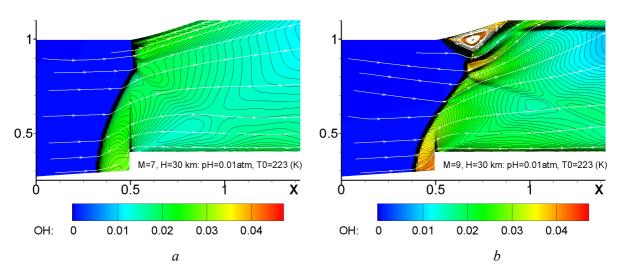
#### Yu.V. Tunik

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russia tunik@imec.msu.ru

#### **Abstract**

The work continues research on stabilization of detonation combustion of hydrogen-air mixtures entering axisymmetric convergent-divergent nozzles with high supersonic speed. The possibility of thrust generation under atmospheric conditions at heights of up to 30 km is numerically studied. Hydrogen-air mixture flow modeling is carried out on the basis of non-stationary two-dimensional equations of an inviscid multi-component gas with chemical transformations. Calculations are performed on the basis of S.K. Godunov is of the first order of accuracy, as well as its modification, which increases the approximation order of smooth solutions to the second in spatial variables. It is shown the possibility of stable detonative combustion of hydrogen-air mixtures at altitudes up to 30 km (see figure below) at Mach number of oncoming flow of 7 up to 9. The configuration of suitable axisymmetric convergent-divergent nozzle and a central coaxial body is determined.

Keywords: hydrogen-air mixture, detonative combustion, initiation, stabilization, thrust, aero-dynamic body drag.



Detonation combustion of a stoichiometric mixture in a nozzle with a central cone-cylinder-cone body at an altitude of 30 km with a Mach number of 7 (a) and 9 (b): lines of a constant Mach number against the background of the mass fraction of OH radical

УДК 533.6.01+519.6

# Численное моделирование детонационного горения водорода в сопле Лаваля с центральным телом

# Ю.В. Туник

НИИ механики, Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Россия, Москва, 119192, Мичуринский проспект д.1 tunik@imec.msu.ru

#### Аннотация

Работа продолжает исследования по стабилизации детонационного горения водородовоздушных смесей, поступающих в осесимметричные конвергентно-дивергентные сопла с высокой сверхзвуковой скоростью. Численно изучается возможность генерации тяги в условиях атмосферы на высотах до 30 км. Моделирование течения водородовоздушной смеси проводится на основе нестационарных двумерных уравнений невязкого многокомпонентного газа с химическими превращениями. Расчеты выполняются на базе конечноразностной схемы С.К. Годунова первого порядка точности, а также ее модификации, повышающей порядок аппроксимации гладких решений до второго по пространственным переменным. Показана возможность стабилизации детонационного горения водородовоздушных смесей на высотах 24 и 30 км при числе Маха набегающего потока от 7 до 9. Определена конфигурация подходящего осесимметричного конвергентно-дивергентного сопла и центрального коаксиального тела.

Ключевые слова: водородовоздушная смесь, детонационное горение, инициирование, стабилизация, тяга, аэродинамическое сопротивление тела

## 1. Введение

Вопрос об использовании детонации в энергетических устройствах впервые был рассмотрен Я.Б. Зельдовичем в 1940 году [1], в частности в сверхзвуковых прямоточных воздушно-реактивных двигателях. Оценки, выполненные в рамках некоторых упрощений, привели автора к выводу о том, что «в воздушно-реактивном двигателе непрерывного горения при сверхзвуковой скорости детонационное горение дает (в отсутствии потерь) уменьшение тяги по сравнению с обычным циклом», в котором используется обычное дефлаграционное горение. Детонационное горение проигрывает из-за потерь полного давления в ударном фронте. До настоящего времени актуальным остается предложение профессора Е.С. Щетинкова (1957 г.) о разработке ГПВРД на обычном горении в заторможенном до дозвуковой или трансзвуковой скорости потоке. В низкоскоростном потоке легче решается проблема смешения топлива с окислителем и снижаются потери полного давления. В то же время рост температуры газа перед областью горения снижает тепловой эффект от горения, что не учитывается в [1]. Детонационное горение не требует значительного торможения и поэтому сохраняет первоначальный тепловой эффект. Но сверхзвуковая скорость потока осложняет проблему формирования воспламеняющейся смеси. Окончательный вывод Я.Б. Зельдовича о «нецелесообразности попытки практического применения детонационного горения», в настоящее время подвергается активному переосмыслению. Описание различных способов детонационного сжигания топливно-воздушных смесей можно найти, например, в [2–3].

Данная работа продолжает исследования по стабилизации детонационного горения водородовоздушных смесей, поступающих в осесимметричные конвергентно-дивергентные сопла с высокой сверхзвуковой скоростью. Ранее в [4–8] численно установлена возможность генерации тяги в результате стабильного детонационного горения водорода в одном и том же сопле на высотах до 16 км при числе Маха набегающего воздушного потока от 7 до 9. На высотах более 20 это сопло не обеспечивает формирование стационарной детонации даже при наличии коаксиального центрального тела «цилиндр-конус». В [3] инициирование стабильного детонационного горения водорода в условиях атмосферы на высотах  $20 \div 24$  км обеспечивается более высокой степенью поджатия потока в диффузоре.

В данной работе для инициирования и стабилизации детонационного горения водорода на высотах до 30 км поджатие набегающего сверхзвукового потока усилено обтеканием конической части центрального коаксиального тела, расположенной в сужающейся секции сопла.

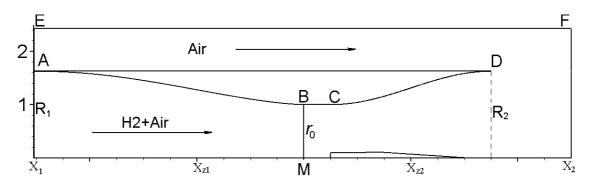


Рис. 1. Контур соплового канала и схема расчетной области

# 2. Постановка задачи и метод решения

Геометрия рассматриваемого сопла задается аналогично тому, как описано, например, в [8]. Радиусы на входе и выходе  $R_1$  и  $R_2$  считаются равными и определяются числом Маха  $M_e$  ( $M_e > 1$ ), на которое рассчитано с центральным цилиндром и выходом на горизонтальные касательные на входе и выходе. Ниже считается, что абсцисса точки В совпадает с началом оси абсцисс. Показатель расширение сопла по одномерной теории при показателе адиабаты равном 1.4. Длина сужающейся части AB по оси абсцисс –  $L_{dif}$ , расширяющейся CD –  $L_v$ . Между ними цилиндр BC радиуса  $r_0$  и длиной  $L_0$ . Ниже в расчетах  $r_0 = 10$  см. Контур конвергентной и дивергентной секций задается степенной функцией синусоиды от координаты по оси абсцисс Х с гладким сопряжением степени определяется абсциссой точки перегиба  $X_{z1}$  или  $X_{z2}$ . Сопло встроено во внешнее цилиндрическое тело с образующей AD (рис. 1), которая отделяет внутреннее течение водородовоздушной смеси от набегающего воздушного потока с числом Маха Мо. Расчеты проводятся для двух типов центрального тело: «цилиндр-конус» (ЦК) и «конус-цилиндр-конус» (КЦК). Тело ЦК имеет непрерывный контур и состоит из коаксиального цилиндра с торцевой наветренной стенкой и конуса, обращенного вершиной в направлении потока. Во втором случае к головному конусу с вершиной против потока присоединено тело ЦК, у которого радиус цилиндрической части больше радиуса основания головного конуса. Контур центрального тела «КЦК» имеет разрыв в точке  $X_d$ . Эта же переменная задает положение торцевой стенки центрального тела «ЦК».

Расчетная область (прямоугольник  $X_1 \text{EF} X_2$  на рис. 1) разбита на четыре подобласти. Первая — это область внутреннего течения от входа с абсциссой  $X_1$  до прямой с абсциссой  $X_d$ , вторая — оставшаяся часть внутренней полости сопла, третья — область внешнего течения над прямой AC, четвертая часть располагается за срезом сопла. Расчетная сетка образована вертикальными прямыми, расстояние между которыми  $\Delta X$  меняется по оси абсцисс пропорционально радиусу контура сопла в текущей точке X. Во второй подобласти верти-

кальные прямые разбиты на равные отрезки  $\Delta Y$ . В области цилиндрической секции сопла  $\Delta X = \Delta Y$ . При переходе через точку  $X_d$  в первую подобласть число узлов на вертикальных прямых увеличивается. Суммарная длина этих вновь образованных  $N_T$  ячеек по вертикали равна высоте торцевой стенки центрального тела. Высота первой, верхней ячейки на торцевой стенке равна  $\Delta Y$  в точке  $X_d$  со стороны второй подобласти. Размер остальных ячеек в общем случае уменьшается в геометрической прогрессии в направлении к оси симметрии сопла со знаменателем  $C_v < 1$ , однако несколько ( $N_0$ ) последних ячеек, наиболее близких к оси симметрии, имеют равную высоту. За срезом сопла под прямой AD расчетная сетка имеет естественное продолжение, копирующее столбец ячеек выходного сечения. Над прямой AD вертикальные прямые разбиты на  $N_e$  отрезков высотой  $\Delta Y$  на выходе из сопла. Суммарная длина этих ячеек определяет расстояние между прямыми AD и EF. Построение расчетной сетки завершают ломаные в общем случае кривые, соединяющие узлы с равным номером, если узлы пронумерованы от внешней границы расчетной области. При таком задании сетки размер и количество расчетных ячеек определяется общим числом ячеек N по вертикали в первой внутренней подобласти, числами  $N_e$ ,  $N_0$ , а также знаменателем геометрической прогрессии  $C_v$ . В большинстве расчетов N = 120,  $N_0 = 12$ ,  $C_v = 0.9$ ,  $N_e = 30$ . Абсциссы и ординаты точек излома, начала и конца соплового контура, а также центрального тела скорректированы так, что совпадают с координатами ближайшего узла расчетной сетки. Наименьший размер ячейки по вертикали – 0.3 мм, по горизонтали – 0.8 мм в районе «горла» соплового канала. На входе и выходе из сопла ячейки близки по форме к квадрату со стороной порядка 1% от радиуса канала в этих сечениях. Для выбора наиболее интересных вариантов и проверки сходимости полученных решений расчет предварительно проводится на грубой сетке, как правило, при N = 40,  $N_0 = 4$ ,  $N_e = 10$ .

В основе математического моделирования течения с детонационным горением водородовоздушной смеси — нестационарные двумерные уравнения невязкого многокомпонентного газа с химическими превращениями. Для описания процессов горения водородовоздушных смесей используется детальная кинетическая модель [9–10], которая включает 9 компонент, участвующих в 33 неравновесных обратимых реакциях. Эта кинетическая модель хорошо согласуется с результатами расчетов по моделям [11–12]. Теплоемкость и энтальпия смеси рассчитываются по приведенной энергии Гиббса газовых компонентов [13].

На входе в расчетную область ( $X=X_1$ ) давление  $p_{\rm H}$ , температура  $T_{\rm H}$ , скорость  $U_{\rm H}$  и компонентный состав газа не меняются со временем и не зависят от ординаты точки входа. Значения  $p_{\rm H}$  и  $T_{\rm H}$  соответствуют атмосферным условиям на разных высотах H. Скорость  $U_{\rm H}$  рассчитывается по числу Маха  $M_0$  и скорости звука набегающего воздушного потока при  $p_{\rm H}$  и  $T_{\rm H}$ . При таком задании граничных условий на входе поток, поступающий в сопло, и поток в области внешнего течения имеют различные значения плотности и числа Маха изза разницы по молекулярной массе с чистым воздухом.

На оси симметрии и на поверхностях центрального и внешнего тела выполняются условия непротекания. На правой границе ( $X=X_e$ ) и открытой верхней границе EF (рис. 1) производные параметров по нормали полагаются равными нулю.

В качестве начальных условий в одном случае, как и в [8], используется численное решение задачи о запуске сопла в сверхзвуковом потоке при заданном значении числа Маха  $M_0$ . Расчеты проводятся также и в случае, когда в начальный момент времени во всей расчетной области задаются давление  $p_{\rm H}$ , температура  $T_{\rm H}$ , скорость  $U_{\rm H}$  и состав газа. В этой постановке в отличие от [8] численное моделирование формирования потока не моделирует реальный процесс.

Расчеты выполняются на базе конечно-разностной схемы С.К. Годунова [14] и ее  $\beta$ -модификации [15], повышающей порядок аппроксимации гладких решений до второго по пространственным переменным. Эффективность  $\beta$ -модификации показана, в частности, на примере обтекания кругового цилиндра коаксиальным сверхзвуковым потоком. В [16] подробно обсуждается локальная точность расчетов по схеме Годунова и  $\beta$ -модификации. В

данной работе точность расчетов дополнительно контролируется путем вычисления разности полной энтальпии и расхода газа в установившемся или слабо пульсирующем потоке. В случае использования  $\beta$ -модификации относительная ошибка по расходу газа не превышает  $0.25\,\%$  в окрестности ударной волны, инициирующей детонацию, и  $0.02\,\%$  в основной области расчета. По схеме Годунова эти погрешности возрастают, соответственно, в два и двадцать раз. Ошибка по полной энтальпии может достигать  $2.5\,\%$  на ударных фронтах, но не превышает  $1\,\%$  во внутренних ячейках расчетной сетки, которые не контактируют с центральным телом. В тонком следе за центральным телом ошибка по энтальпии может достигать  $10\,\%$ .

Ниже давление нормализовано по давлению нормальной атмосферы  $p_0=0.1013250$  МПа, скорость — по величине  $U_0=\sqrt{p_0/\rho_0}$ , где  $\rho_0$  — плотность воздуха при нормальном давлении и температуре  $T_0=300$  K, расстояния и длины отнесены к радиусу сопла в минимальном сечении  $r_0$ , время — к  $t_0=r_0/U_0$ .

# 3. Расчет Детонационного горения на высоте 24 и 30 км

### 3.1. Сопло с центральным телом «цилиндр-конус»

В [3] показано, что высоте 24 км инициирование детонации происходит в сопле, рассчитанном на расширение, соответствующее числу Маха  $M_e = 3.5$ . Инициирование происходит перед торцевой стенкой центрального тела ЦК, радиус которого  $R_d = 0.1$ . При числе Маха набегающего потока  $M_0 = 7$  детонация в случае стехиометрической водородовоздушной смеси (коэффициент избытка водорода  $\varphi = 1$ ) выходит в диффузор, если торцевая стенка располагается в точке  $X_d = 0.5$  (рис. 2).

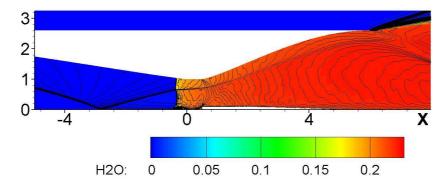


Рис. 2. Выход детонационной волны горения стехиометрической смеси в диффузор сопла с центральным телом «цилиндр-конус» при  $M_0=7$  и  $X_d=0.5$ : линии постоянного числа Маха на фоне массовой доли паров воды

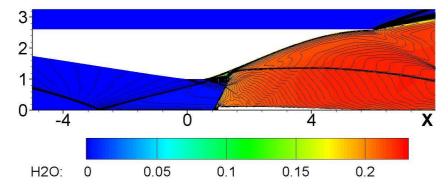


Рис. 3. Детонационное горение стехиометрической смеси в сопле с центральным телом «цилиндр-конус» при  $M_0=7$  и  $X_d=1$ : линии постоянного числа Маха на фоне массовой доли паров воды

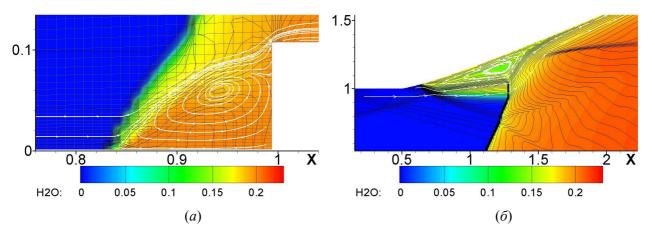


Рис. 4. Пульсирующая вихревая область перед торцевой стенкой центрального тела ЦК (a) и в пристеночной области ( $\delta$ ) на высоте 24 км при  $M_0 = 7$ ,  $X_d = 1$  и  $\varphi = 1$ : расчетная сетка, линии тока и постоянного числа Маха

Обеднение смеси, как и сдвиг центрального тела вниз по потоку приводят к формированию стабильной в основном потоке детонационной волны (рис. 3) с пульсирующей вихревой областью непосредственно перед торцевой стенкой центрального тела (рис. 4, a), а также в пристеночной области на начальном участке дивергентной части сопла (рис. 4, a). Эти пульсации отражаются на величине итоговой тяги  $\overline{F} = F / p_0 r_0^2$  (рис. 5), при расчете которой учитывается аэродинамическое сопротивление центрального тела. В рассматриваемом случае итоговая тяга достигает значений 6.54 и 6.75, соответственно, для обедненной и стехиометрической смеси (коричневая и зеленая кривые). При этом удельная тяга  $F_G$  равна примерно 1996.5 и 1583.0 с, соответственно. Черная кривая на рисунке 5 относится к варианту с выходом детонации в сужающуюся часть сопла при  $M_0 = 7$ ,  $X_d = 0.5$  и  $\varphi = 1$ .

Расчет по схеме С.К. Годунова первого порядка (A1) не обнаруживает вихревой зоны перед торцевой стенкой центрального тела и пульсационный характер пристеночной вихревой зоны. Кривая тяги (A1 на рис. 5) выходит на постоянное значение, близкое к соответствующей кривой, полученной в расчете по схеме второго порядка точности.

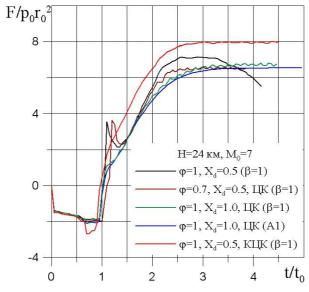


Рис. 5. Изменение нормализованной величины тяги в процессе формирования стабильного детонационного горения водородовоздушной смеси при  $M_0=7$  на высоте 24 км в сопле с центральным телом ЦК и КЦК

На высоте 30 км в том же сопле с центральным телом ЦК при  $M_0 = 7$  и 9 в детонационном режиме смесь сгорает лишь частично (рис. 6). При  $M_0 = 9$  максимальная тяга  $F \approx 0.995$  ( $F_G \approx 530\,\mathrm{c}$ ) достигается благодаря удачному взаимодействию отошедшей ударной волны со стенкой в расширяющейся части сопла, когда торцевая стенка центрального тела располагается в точке  $X_d = -1$ . При  $M_0 = 7$  тяга отсутствует.

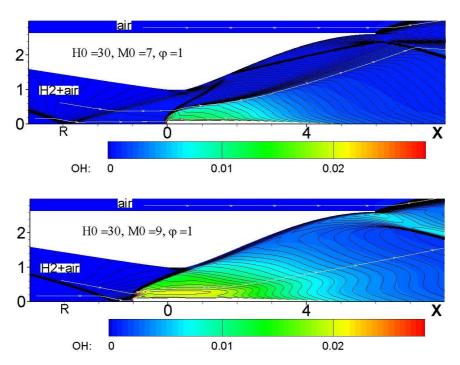


Рис. 6. Течение стехиометрической водородовоздушной смеси в сопле с  $M_1 = 3.5$  и центральным телом ЦК на высоте 30 км при  $M_0 = 7$  (a) и 9 (б): линии постоянного числа Маха на фоне массовой концентрации радикала ОН

#### 3.2. Сопло с центральным телом «конус-цилиндр-конус»

Чтобы сохранить геометрию сопла для инициирования детонации, которая бы обеспечивала сгорание всей смеси, необходимо увеличить диаметр центрального тела. Однако это приведёт к росту его аэродинамического сопротивления и снижению эффективности детонационного горения. Аэродинамическое сопротивление центрального тела ЦК можно снизить, если дополнить его с наветренной стороны круговым конусом, диаметр основания которого меньше, чем диаметр цилиндра (рис. 7).

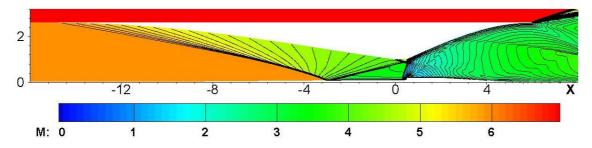


Рис. 7. Течение в сопле с центральным телом КЦК при  $M_0 = 7$ ,  $X_d = 0.5$  и  $\varphi = 1$  на высоте 24 км: линии постоянного числа Маха

В сопле с таким центральным телом «конус-цилиндр-конус» (КЦК) инициирование детонации на высоте 24 км происходит за отошедшей ударной волной перед торцевой стенкой на стыке конуса и цилиндра (рис. 7). Стабильное в основном потоке детонационное горение формируется, например, если длина конуса  $L_c = 10.5$ , радиус основания  $r_1 = 0.1$ , радиус ци-

линдрической части центрального тела  $r_2=0.2$ , координата торцевой стенки  $X_d=0.5$ . Однако в расчетах по схеме второго порядка течение имеет слабо выраженный пульсирующий характер из-за периодически возникающих вихревых зон перед торцевой стенкой и в пристеночной области, что отражается на кривой изменения итоговой тяги (рис. 5, красная кривая). Величины  $\overline{F}$  и  $F_G$  достигают значений, соответственно, 7.946 и 1863.5 с. Таким образом, на высоте 24 км центральное тело КЦК позволяет получить более высокую тягу, чем в случае с телом ЦК.

На высоте 30 км инициировать и стабилизировать детонационное горение стехиометрической смеси в сопловом канале с  $M_1=3.5$  удается при использовании центрального тела КЦК, заданного параметрами  $L_c=4.5$ ,  $r_1=0.3$  и  $r_2=0.4$  (рис. 8). При  $M_0=7$  итоговая тяга F=2.1 (на рис. 9 – это разность между движущей силой и аэродинамическим сопротивлением центрального тела), а при  $M_0=9$  сила F=1.5. В пересчете на условия нормальной атмосферы (H=0 км) эти значения эквивалентны тяге в 21 и 15 тонн Соответствующие значения удельной тяги  $F_G=1440.2$  и 800.0 с.

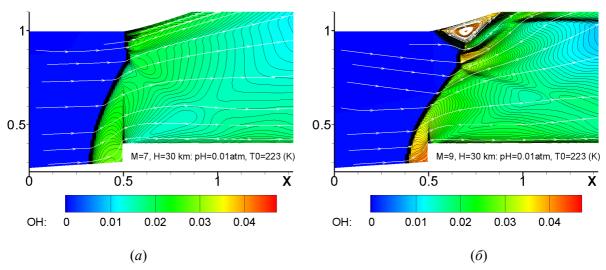


Рис. 8. Детонационное горение стехиометрической смеси в сопле с  $M_1 = 3.5$  и центральным телом КЦК на высоте 30 км при  $M_0 = 7$  (*a*) и 9 (*б*): линии постоянного числа Маха на фоне массовой концентрации радикала ОН

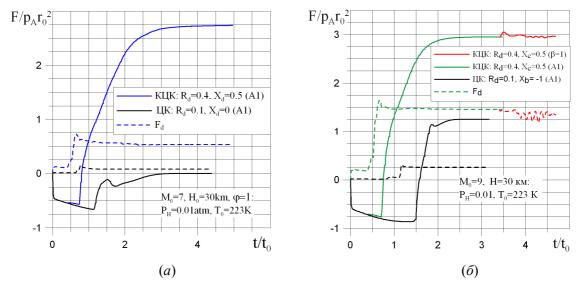


Рис. 9. Изменение движущей силы и аэродинамического сопротивления центрального тела  $F_d$  в процессе формирования детонационного горения стехиометрической смеси в сопле с  $M_1 = 3.5$  на высоте 30 км при  $M_0 = 7$  (a) и 9 (б)

Схема С.К. Годунова (A1) не обнаруживает вихревой зоны перед торцевой стенкой центрального тела КЦК и приводит к стационарному решению с одной зоной вихревого течения около стенки в расширяющейся части сопла при  $M_0 = 9$  (рис.  $9, \delta$ ). Продолжение счета по схеме второго порядка точности приводит к формированию слабо пульсирующего режима детонационного горения с близкими значениями по силе тяги и аэродинамическому сопротивлению центрального тела (кривые  $\beta = 1$  на рис.  $9, \delta$ ).

#### 4. Заключение

- 1. Показана возможность стабильного детонационного горения водородовоздушной смеси, поступающей в сопло Лаваля со скоростью, соответствующей числу Маха от 7 до 9 в условиях атмосферы на высоте до 30 км.
- 2. Инициирование и стабилизацию детонационного горения на этих высотах обеспечивает центральное тело «конус-цилиндр-конус» (КЦК).
- 3. Определены параметры сопла и центрального тела КЦК, которые обеспечивают высокие значения суммарной и удельной тяги на высотах 24 и 30 км.

# Благодарности и ссылки на гранты

Работа выполнена с использованием суперкомпьютера МГУ «Ломоносов».

# Литература

- 1. Зельдович Я.Б. К вопросу об энергетическом использовании детонационного горения // Журнал технической физики. 1940. Т.10. № 17. С. 1453–1461.
- 2. Kailasanath K. Review of Propulsion Applications of Detonation Waves// AIAA Journal. 2000. − V. 38, № 9. Pp. 1698–1708.
- 3. Tunik Yu V. Control of detonation combustion of rarefied hydrogen-air mixture in a Laval nozzle // International Journal of Hydrogen Energy. 2018. V. 43. № 41. Pp. 19260–19266.
- 4. Туник Ю.В. Стабилизация детонационного горения в высокоскоростном потоке водород-кислородной смеси// МЖГ, Изв. РАН. 2008, № 6, с. 130 135. https://doi.org/10.1134/S0015462808060161
- 5. Туник Ю.В. Численное моделирование детонационного горения водородовоздушных смесей в сопле Лаваля//МЖГ, Изв. РАН 2010. № 2. С. 107–114. https://doi.org/10.1134/S0015462810020110
- 6. Туник Ю.В. Детонационное горение водорода в сопле Лаваля с центральным коаксиальным цилиндром// Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 5. С. 142–148. https://doi.org/10.1134/S0015462814050160
- 7 Зубин М.А., Туник Ю.В., Зубин М.А., Туник Ю.В. О стабилизации детонационного горения водорода в сопле Лаваля //Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2015. Т. 16, вып. 3, http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-3/articles/579/
- 8 Туник Ю.В. Детонационное горение водорода в осесимметричном сопле Лаваля с центральным телом // ПМТФ. 2016. Т. 57. № 6. С. 3–11.
- 9 Азатян В.В., Андрианова З.С., Иванова А.Н. Моделирование ингибирования распространения пламени в водородовоздушной среде// Кинетика и катализ. 2012. Т. 51. № 4. С. 461–468. https://doi.org/10.1134/S0023158410040014
- 10 Азатян В.В., Андрианова З.С., Борисов А.А., Иванова А.Н. Основные реакции, определяющие тепловыделение в процессе горения водорода с кислородом// Кинетика и катализ. 2012. Т. 53. № 6. С. 683–689.
- 11 Варнатц Ю., Маас У., Диббл Р. Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ/ Пер. с англ. Г.Л. Агафонова. Под ред. П.А. Власова. М.: Физматлит, 2003. 352 с.

- 12 Starik A.M., Titova N.S., Sharipov A.S. Kinetic mechanism of H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub> ignition promoted by singlet oxygen O<sub>2</sub>(a1Δg)//Deflagrative and detonative combustion / Ed. by G.D. Roy, S.M. Frolov. Torus 19–Press. Moscow, 2010. Pp. 12–19.
- 13 Гурвич Л.В., Вейц И.В., Медведев В.А. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочник. Т.1. Кн.2. М.: Наука. 1978. 327 с.
- 14 Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики// Математический сборник. 1959. Т. 47(89). № 3. С. 271–306.
- 15 Туник Ю. В. Численное решение тестовых задач на основе модифицированной схемы С.К. Годунова // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2018. Т. 58. № 10. С. 1629–1641.
- 16 Туник Ю.В. Проблемы численного моделирования на основе некоторых модификаций схемы Годунова//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2018. Т. 19, вып. 1. http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-1/articles/701/. DOI: http://doi.org/10.33257/PhChGD.19.1.701

Статья поступила в редакцию 22 сентября 2019 г.