

# The Prandtl and Schmidt Numbers in Strongly Non-Equilibrium Gas Flows

**Elena Kustova, Mariia Mekhonoshina**

*Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, 199034, Russia*

*m.mekhonoshina@spbu.ru*

## Abstract

Prandtl and Schmidt numbers in strongly non-equilibrium reacting gas flows are studied on the basis of the kinetic theory methods. In the one-temperature approach, binary mixtures  $N_2/N$  and  $O_2/O$  are considered by means of the Chapman – Enskog method taking into account rapid exchanges of translational, rotational, vibrational and electronic energies and slow chemical reactions. The influence of electronic excitation of atoms and molecules as well as the effect of mixture composition on the Prandtl and Schmidt numbers and specific heat ratio is evaluated. A correction to the Eucken formula for the Prandtl number suitable for high-temperature flows is proposed. In the state-to-state approach, vibrationally non-equilibrium flows of  $N_2/N$  and  $O_2/O$  behind shock waves, in nozzles and near the surface of a blunt body are studied. The Schmidt number is introduced for each vibrational level; it is shown that contrarily to the one-temperature case the Prandtl number is specified by the translational and rotational degrees of freedom and weakly depends on the temperature; the Schmidt numbers of different vibrational states vary significantly depending on the non-equilibrium conditions.

Keywords: Prandtl number, Schmidt number, non-equilibrium flows, vibrational and electronic excitation.

УДК 533.6.011.08

# Числа Прандтля и Шмидта в сильнонеравновесных потоках газа

Е.В. Кустова, М.А. Мехоношина

*Санкт-Петербургский государственный университет,  
Россия, Санкт-Петербург, 199034, Университетская наб. д.7-9.*

*m.mekhonoshina@spbu.ru*

## Аннотация

Исследуется поведение чисел Прандтля и Шмидта в сильнонеравновесных потоках реагирующих газов методами кинетической теории. В однотемпературном приближении с помощью метода Энского – Чепмена рассматриваются смеси газов  $N_2/N$  и  $O_2/O$  с учетом быстрых обменов поступательной, колебательной, вращательной и электронной энергией и медленных химических реакций. Оценивается влияние электронного возбуждения атомов и молекул, а также состава смеси на числа Прандтля и Шмидта и показатель адиабаты. Предложена поправка формулы Эйкена для числа Прандтля, пригодная для высокотемпературных газов. В поуровневом подходе изучаются колебательно неравновесные потоки газов  $N_2/N$  и  $O_2/O$  за ударными волнами, в соплах и вблизи поверхности затупленного тела. Вводится число Шмидта для каждого колебательного уровня; показано, что в отличие от однотемпературного случая, число Прандтля определяется вращательными и поступательными степенями свободы и довольно слабо зависит от температуры; числа Шмидта для разных колебательных состояний заметно различаются в зависимости от степени неравновесности.

Ключевые слова: число Прандтля, число Шмидта, неравновесные течения, колебательное и электронное возбуждение.

## 1. Введение

Уравнения гидродинамики, записанные в безразмерном виде, зависят от хорошо известных критериев подобия, таких как числа Рейнольдса, Прандтля, Шмидта, Льюиса, Маха. В вычислительной гидродинамике обычно предполагают, что числа, связанные с тепловым потоком и диффузией ( $Pr$ ,  $Sc$ ,  $Le$ ), можно считать константой. В низкотемпературных условиях это предположение незначительно влияет на точность вычислений, однако, его применимость для высокотемпературных неравновесных потоков газа не была тщательно изучена до настоящего времени, за исключением нескольких работ [1, 2, 3, 4, 5].

В данной работе мы рассматриваем два типа сильнонеравновесных течений. Химически-неравновесные течения газов с электронным возбуждением атомов и молекул рассматривается в однотемпературном приближении. На основании полученных методами кинетической теории коэффициентов вязкости, теплопроводности и диффузии изучается поведение чисел Прандтля и Шмидта. Для одноатомных газов число Прандтля обычно принимается равным  $2/3$ . Однако учет возбуждения электронных степеней свободы приводит к непостоянным значениям числа Прандтля. В настоящей работе исследуется влияние электронного возбуждения и состава смеси на числа Прандтля и Шмидта в широком диапазоне температур. Предложена поправка к формуле Эйкена для числа Прандтля, позволяющая применять эту простую формулу в газах с электронным возбуждением при произвольных температурах.

Разработанный в [6, 7, 8] поуровневый подход используется для расчета коэффициентов теплопроводности, сдвиговой вязкости, диффузии и чисел подобия в газах за ударными волнами, в соплах и вблизи поверхности затупленного тела. В поуровневом приближении число Прандтля определяется только поступательными и вращательными степенями свободы, а число Шмидта зависит не только от химического сорта, но и от колебательного состояния и следовательно, существенно зависит от степени неравновесности течения.

## 2. Число Прандтля

Число Прандтля определяется по формуле

$$\text{Pr} = \frac{c_p \eta}{\lambda}, \quad (1)$$

где  $c_p$  – теплоемкость при постоянном давлении;  $\eta$  – коэффициент сдвиговой вязкости;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

Для однокомпонентного газа число Прандтля часто вычисляют по формуле Эйкена [9]

$$\text{Pr} = \frac{4\gamma}{9\gamma - 5}, \quad (2)$$

где  $\gamma$  – показатель адиабаты, равный отношению теплоемкостей при постоянном давлении и при постоянном объеме. В этом случае для атомов без учета электронного возбуждения  $\text{Pr} = 0.66$  ( $\gamma = 1.66$ ), для молекул с постоянной теплоемкостью  $\text{Pr} = 0.74$  ( $\gamma = 1.4$ ).

### 2.1. Однотемпературное приближение

Рассмотрим смеси газов  $\text{N}_2/\text{N}$  и  $\text{O}_2/\text{O}$  в однотемпературном приближении метода Энскога–Чепмена [10]. Атомы обладают поступательными и электронными степенями свободы, а молекулы — поступательными, вращательными, колебательными и электронными степенями свободы. Учитывается 170 и 204 электронных уровней для атомов азота и кислорода, а для молекул – 5 и 7 электронных состояний. Коэффициенты вязкости и теплопроводности рассчитываются методами кинетической теории в первом приближении метода Энскога–Чепмена для газов с быстрыми и медленными процессами [2, 11].

Перед тем, как анализировать коэффициенты переноса и число Прандтля, рассмотрим поведение  $\gamma$ , вычисленного с учетом возбужденных электронных состояний атомов и молекул. На рис. 1 видно, как изменяется показатель адиабаты в зависимости от температуры при возбуждении различных степеней свободы.

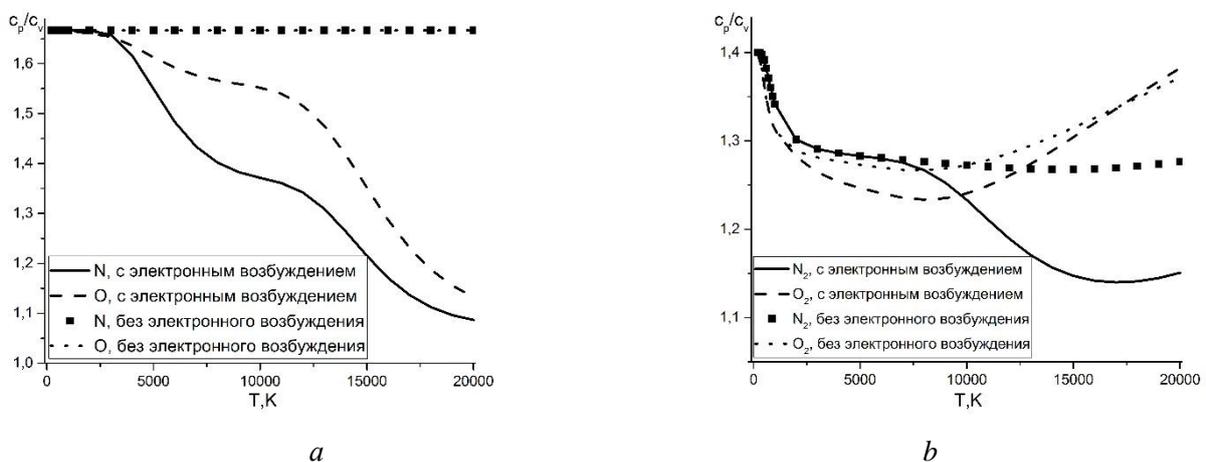


Рис. 1. Зависимость показателя адиабаты от температуры для атомов а), для молекул б)

Для атомарных газов без учета электронного возбуждения и при низких температурах отношение теплоемкостей при постоянном давлении и объеме, как и следовало ожидать, равно константе. Но при температурах выше 3000 К, когда электронные степени свободы начинают возбуждаться, показатель адиабаты падает. В молекулярных газах мы наблюдаем немонотонное поведение  $\gamma$  для всех рассмотренных случаев. Видим, что при очень низких температурах, когда возбуждены только поступательные и вращательные степени свободы молекул,  $\gamma=1.4$ , однако при возбуждении колебательных степеней свободы показатель адиабаты уменьшается. Учет электронного возбуждения приводит к еще большему падению  $\gamma$ . При дальнейшем увеличении температуры наблюдается рост  $\gamma$ , вызванный диссоциацией молекул.

Для атомарных газов числа Прандтля, рассчитанные с учетом и без учета электронных степеней свободы, совпадают при низких температурах, и  $Pr = 0.66$  (рис. 2). При учете электронного возбуждения при температурах выше 3000 К для азота и 10000 К для кислорода число Прандтля, рассчитанное методами кинетической теории, возрастает и при температурах порядка 20000 К достигает 0.7. Однако его рост заметно меньше, чем при использовании формулы Эйкена (2), которая дает существенно завышенные результаты при температурах выше 3000 К. Таким образом, для высоких температур использование формулы (2) для числа Прандтля может привести к ошибкам.

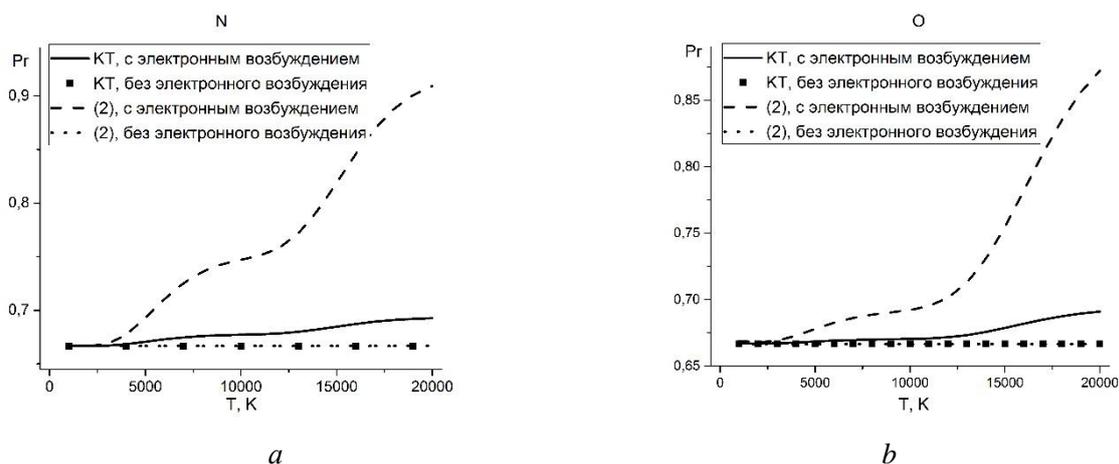


Рис. 2. Зависимость числа Прандтля от температуры для атомов азота *a*), кислорода *б*)

На рис. 3 представлена зависимость числа Прандтля от температуры для молекул азота и кислорода в диапазоне от 200 до 1000 К.

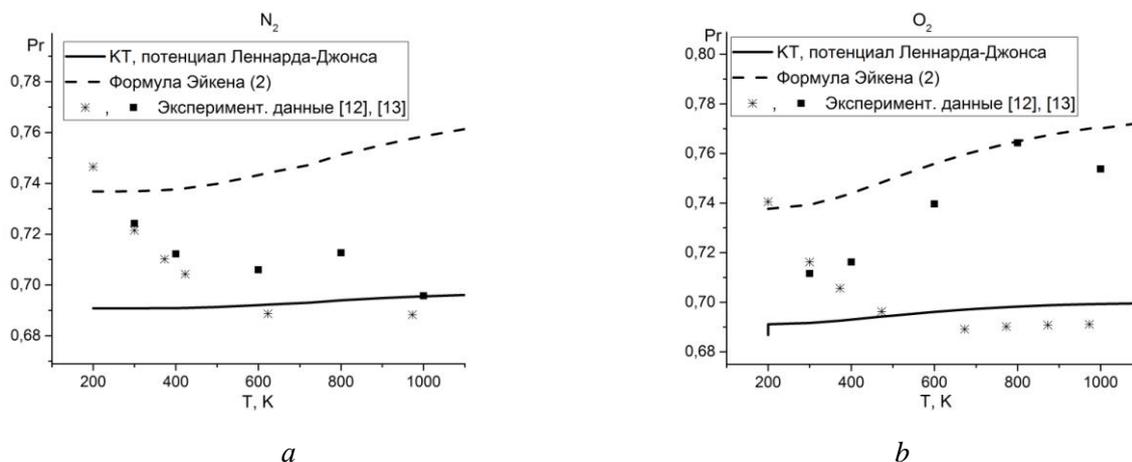


Рис. 3. Зависимость числа Прандтля от температуры для молекул азота *a*), кислорода *б*)

Этот температурный диапазон выбран для сравнения с экспериментом; он рассматривается отдельно, поскольку электронные степени свободы не возбуждаются при таких температурах. Начнем с молекул азота (рис. 3, а). Видим, что при низких температурах значения, полученные с помощью формулы Эйкена (2), наиболее близки к экспериментальным. Однако, при температурах выше 400 К данная формула дает завышенные результаты. А уже при 600 К, наиболее близкими к эксперименту оказываются данные, полученные методами кинетической теории. Для молекул кислорода (рис. 3, б), при сравнении с [12] получаем аналогичную картину. Также отметим, что даже при использовании формулы Эйкена, значения числа Прандтля не являются константой. Это можно объяснить тем, что показатель адиабаты не является константой и уменьшается при возбуждении колебательных степеней свободы молекул.

Из рис. 4 видно, что при высоких температурах значение числа Прандтля для молекул, полученное методами кинетической теории не превышает 0.7. Однако, с использованием формулы (2) получаем значительно большие величины. Можно заметить противоположную температурную зависимость числа Прандтля и показателя адиабаты.

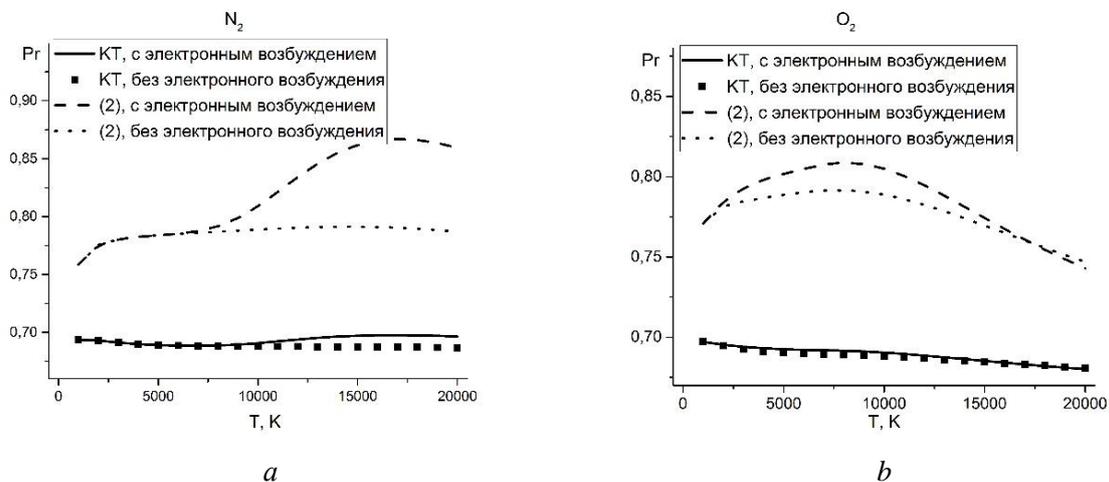


Рис. 4. Зависимость числа Прандтля от температуры для молекул азота а), кислорода б)

В работе [10] была предложена поправка к формуле Эйкена для коэффициента теплопроводности [9] при высоких температурах. На основании этой поправки можно скорректировать и выражение (2). Применяя данную поправку для расчета числа Прандтля, для молекул получаем

$$\text{Pr} = \frac{20\gamma}{33\gamma - 5}, \quad (3)$$

для атомов имеем

$$\text{Pr} = \frac{50\gamma}{81\gamma - 10} \quad (4)$$

Сравнение результатов, полученных методами кинетической теории для газов с электронным возбуждением и по формулам (3) и (4) представлено на рис. 5, 6. Видим хорошее совпадение результатов для атомов во всем диапазоне температур. Для молекул при температурах ниже 3000 К результаты, полученные с помощью предложенной формулы, близки к экспериментальным данным, а при  $T > 5000$  К – к результатам, полученным методами кинетической теории. Таким образом, формулы (3) и (4) можно рекомендовать для расчета числа Прандтля молекул и атомов при высоких температурах.

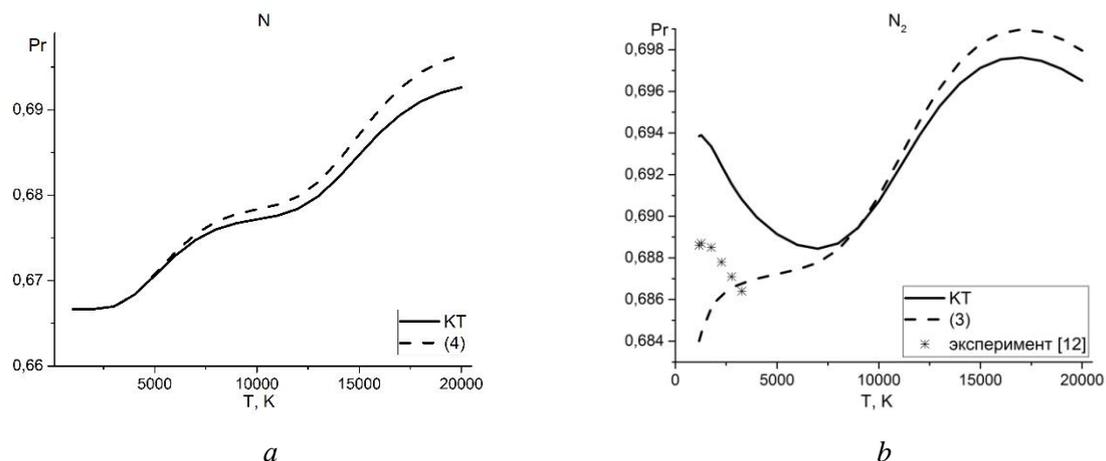


Рис. 5. Зависимость числа Прандтля от температуры для атомов *a*), молекул азота *б*)

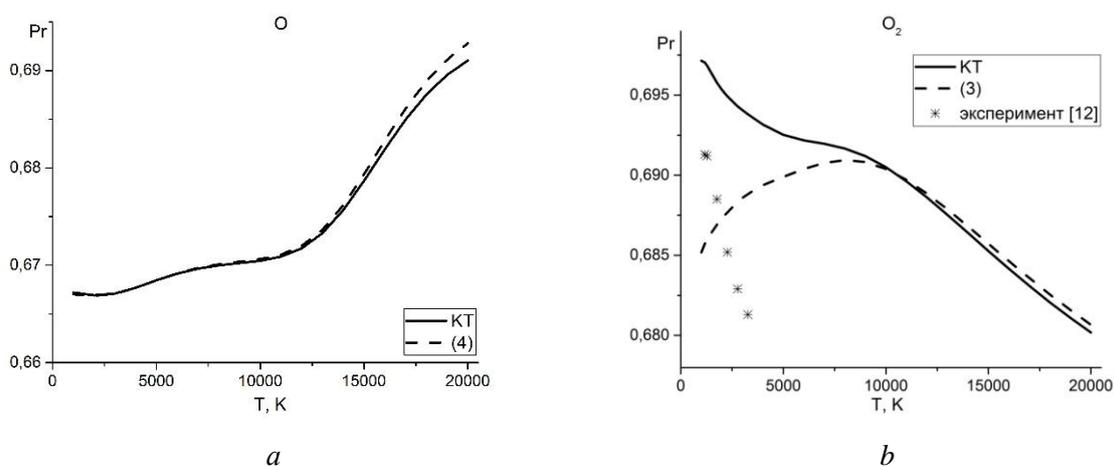


Рис. 6. Зависимость числа Прандтля от температуры для атомов *a*), молекул азота *б*)

Далее рассмотрим поведение числа Прандтля не для чистого газа, а для смесей N<sub>2</sub>/N и O<sub>2</sub>/O. На рис. 7 представлена зависимость Pr от концентрации молекул в смеси. Функция имеет минимум, который достигается приблизительно при концентрации 50% атомов и 50% молекул.

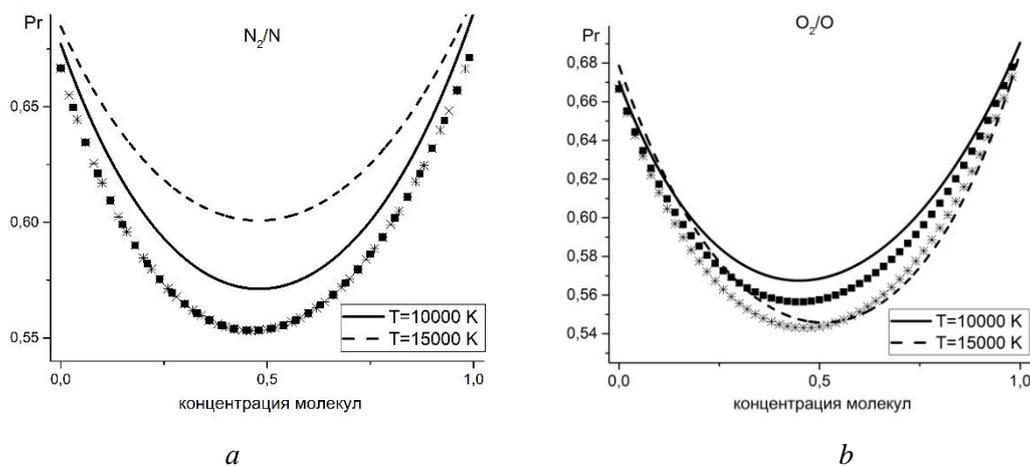


Рис. 7. Зависимость числа Прандтля от концентрации молекул азота *a*), кислорода *б*). Линии – с учетом электронного возбуждения, символы – без учета электронного возбуждения

Значения числа Прандтля для газов с электронным возбуждением оказываются больше, а значение минимума сдвинуто в сторону более высокой концентрации молекул. Такое поведение можно объяснить немонотонной зависимостью коэффициента вязкости от концентрации.

## 2.2. Поуровневое приближение

Поуровневая модель применяется, когда характерные времена всех колебательных энергетических переходов сравнимы с временами химических реакций [11]. В этом случае молекулы в различных колебательных состояниях рассматриваются как независимые химические сорта, а скорости диффузии определяются градиентами заселенностей каждого колебательного уровня  $x_{mi}$  [6]. В поуровневом приближении перенос колебательной энергии описывается диффузионными процессами, а коэффициент теплопроводности не включает колебательные степени свободы [11]. Таким образом, число Прандтля в поуровневом приближении определяется только поступательными и вращательными степенями свободы.

В настоящей работе поуровневая модель применяется для расчета чисел Прандтля в различных неравновесных течениях. Рассмотрим поток газа за ударной волной. Мы сравниваем величины, полученные в однотемпературном и поуровневом подходах. Рассматриваются газы  $N_2/N$  и  $O_2/O$ . В поуровневом приближении начальные параметры газа сразу за ударной волной получены из соотношений Рэнкина – Гюгонио при условии постоянства заселенностей колебательных уровней и числовых плотностей атомов во фронте ударной волны [14]. Бралась следующие условия в набегающем потоке:  $T_0 = 271\text{ К}$ ;  $p_0 = 100\text{ Па}$ ;  $n_m = p_0/kT_0$  – числовая плотность молекул;  $n_a = 0$  – числовая плотность атомов; в поуровневом приближении  $M_0 = 15$ , в однотемпературном  $M_0 = 10$  и  $15$ . Метод расчета макропараметров за фронтом ударной волны обсуждается в [14].

На рис. 8 приведена зависимость числа Прандтля от расстояния за фронтом ударной волны для смесей  $N_2/N$  и  $O_2/O$  в однотемпературном и поуровневом приближениях. Видно, что в случае поуровневого приближения ( $M_0 = 15$ )  $Pr$  оказывается почти постоянной величиной для смеси  $N_2/N$ . Это происходит вследствие компенсации нескольких эффектов: с одной стороны, число Прандтля возрастает при температурах  $10000 \div 12000\text{ К}$ , но в то же время  $Pr$  убывает с ростом концентрации молекул от 0 до 0.1 (см. рис. 7). В смеси  $O_2/O$  такой эффект не наблюдается, поскольку в таком же диапазоне температур  $Pr$  не возрастает. В однотемпературном приближении температура за фронтом ударной волны ниже, и диссоциация происходит быстрее. В связи с этим число Прандтля монотонно убывает для обеих смесей  $N_2/N$  и  $O_2/O$ . При  $M_0 = 10$  число Прандтля является почти постоянной величиной, так как за фронтом ударной волны температура ниже, чем при  $M_0 = 15$ , а концентрации почти не изменяются.

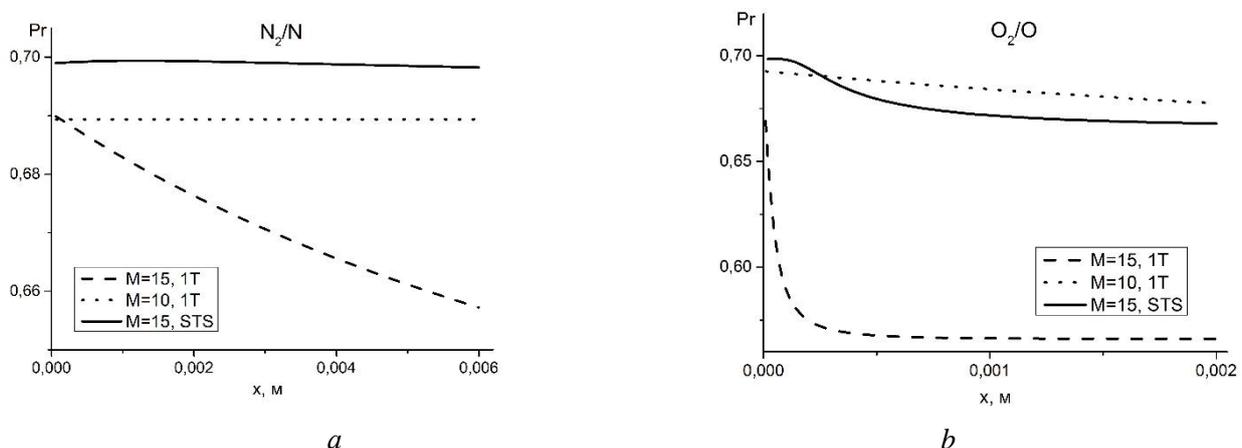


Рис. 8. Зависимость числа Прандтля за фронтом ударной волны от  $x$  в смеси  $N_2/N$  а),  $O_2/O$  б)

На рис. 9, *a* представлено число Прандтля в сопле как функция от отношения расстояния от критического сечения  $x$  к радиусу  $R$  в поуровневом приближении. Для потока в коническом сопле ( $\alpha = 21^\circ$ , радиус критического сечения  $R = 0.001$  м) используются следующие условия: для смеси  $N_2/N$   $T_* = 7000$  К,  $P_* = 1, 100$  атм, для смеси  $O_2/O$   $T_* = 4000$  К,  $P_* = 1$  атм. Гидродинамические величины для этих случаев были рассчитаны в [15]. Видно, что число Прандтля возрастает для всех представленных случаев, так как температура убывает, а концентрации изменяются слабо [15]. С увеличением давления значения числа Прандтля растут, так как при  $P_* = 100$  атм в смеси становится меньше атомов и больше молекул. Сравнение расчетов для  $Pr$  в однотемпературном и поуровневом приближении (для смеси  $N_2/N$   $P_* = 100$  атм, для смеси  $O_2/O$   $P_* = 1$  атм) представлено на рис. 9, *б*. Можно видеть, что в поуровневом приближении число Прандтля монотонно возрастает. В однотемпературном приближении для смеси  $N_2/N$  число Прандтля не является монотонной функцией  $x/R$ , а его значение меньше, чем для случая поуровневого приближения; для смеси  $O_2/O$  число Прандтля получается значительно меньше и уменьшается с  $x/R$ .

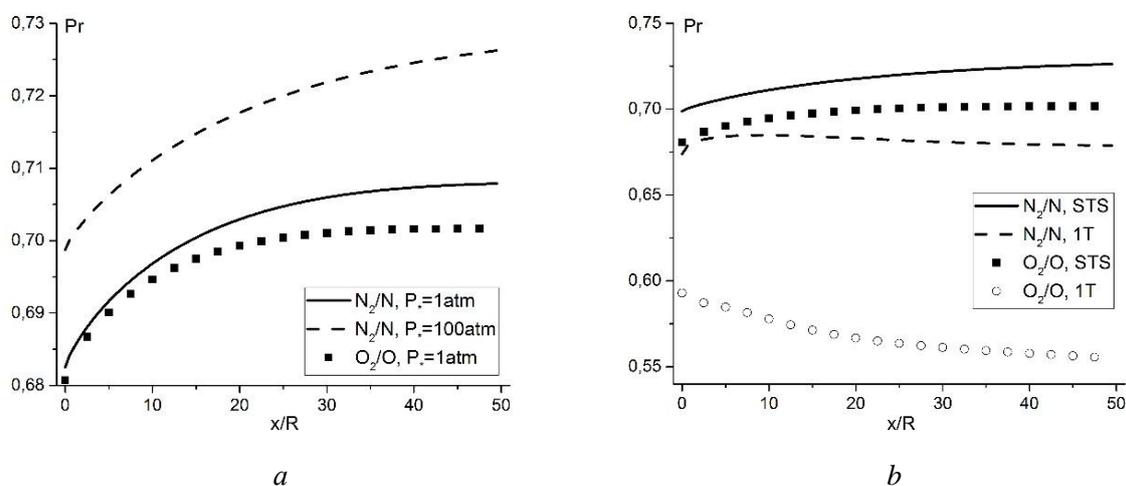


Рис. 9. Число Прандтля как функция от  $x/R$  поуровневое приближение *a*), сравнение поуровневого и однотемпературного приближений *б*)

### 3. Число Шмидта

Число Шмидта – это диффузионный аналог числа Прандтля. Строго говоря, число Шмидта должно быть определено для каждой пары сортов в смеси. Однако чаще всего число Шмидта определяется для каждого компонента смеси:

$$Sc_c = \frac{\eta}{\rho D_{eff,c}}, \quad (5)$$

где  $\rho$  – массовая плотность, а  $D_{eff,c}$  – эффективный коэффициент диффузии [16], который можно выразить по формуле

$$D_{eff,c} = (1 - x_c) \left( \sum_{d \neq c} \frac{x_d}{D_{cd}} \right)^{-1}, \quad (6)$$

где  $D_{cd}$  – бинарный коэффициент диффузии;  $x_c$  – концентрация частиц сорта  $c$ . Коэффициент диффузии рассчитывается методами кинетической теории, как и коэффициент сдвиговой вязкости.

### 3.1. Однотемпературное приближение

Атомарное число Шмидта  $Sc_a$  представлено на рис. 10 как функция от  $T$  и концентрации молекул  $x_m$ . Отметим, что при температурах  $T < 5000$  К  $Sc_a$  убывает, а затем изменяется очень слабо. Число Шмидта возрастает с ростом концентрации молекул. Электронное возбуждение фактически не влияет на число Шмидта.

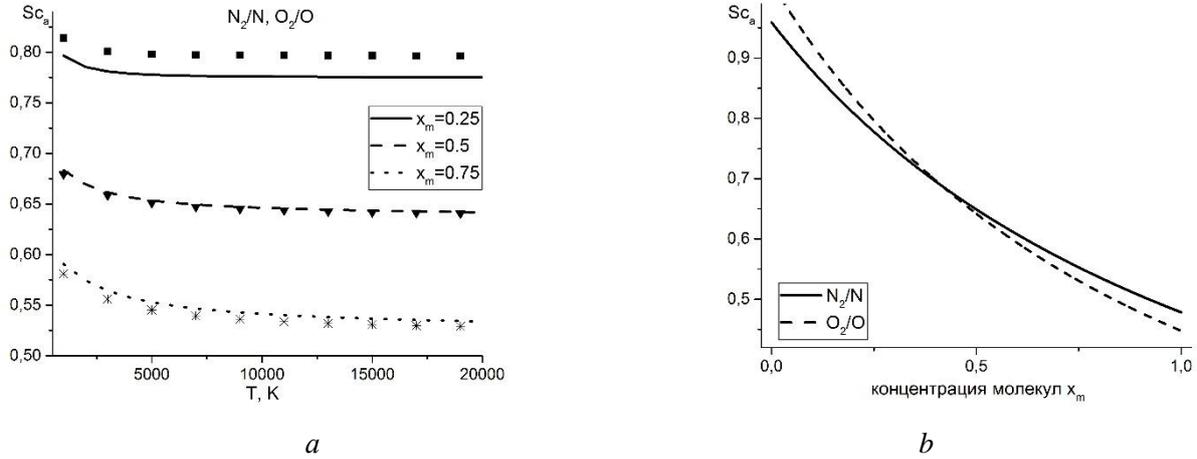


Рис. 10. Зависимость числа Шмидта от температуры *a*), концентрации молекул при  $T = 15000$  К *б*)

### 3.2. Поуровневое приближение

Повторим, что в поуровневом приближении молекулы, находящиеся на различных колебательных уровнях, рассматриваются как независимые частицы разных химических сортов. Поэтому мы можем получить следующие выражения для эффективных коэффициентов диффузии каждого колебательного уровня и атомов [17]:

$$D_{eff,mi} = -(1 - x_{mi}) \left( \sum_{k \neq i} \frac{x_{mk}}{D_{mimk}} + \frac{x_a}{D_{ma}} \right)^{-1}, \quad (7)$$

$$D_{eff,a} = -D_{ma} \frac{\rho^2}{m_a m_m n^2} \quad (8)$$

Таким образом можно ввести число Шмидта для каждого колебательного уровня и для атомов

$$Sc_i = Sc_{mi} = \frac{\eta}{\rho D_{eff,mi}}, \quad (9)$$

$$Sc_a = \frac{\eta}{\rho D_{eff,a}} \quad (10)$$

На рис. 11 представлены число Прандтля и число Шмидта для атомов, молекул и различных колебательных уровней для потока смеси  $N_2/N$  на затупленном теле (сфероцилиндр). Параметры потока взяты из работы [18], начальные условия:  $M_0 = 19.93$ ,  $p_{inf} = 27$  Па,  $T_{inf} = 300$  К, радиус цилиндра = 0.1524 м. Ось  $x$  направлена вдоль образующей тела.

Видим, что значение атомарного числа Шмидта для атомов возрастает с ростом  $x$ . Молекулярное число Шмидта вблизи критической точки значительно больше атомарного, но уменьшается с  $x$ . Для всех колебательных состояний в смеси  $N_2/N$  число Шмидта убывает с удалением от критической точки. Число Прандтля при таких условиях практически не изменяется.

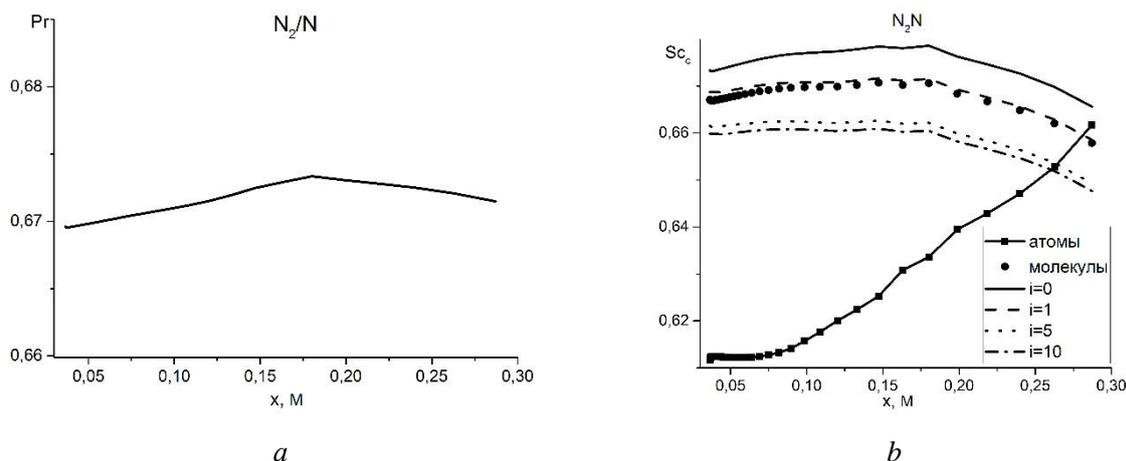


Рис. 11. Числа Прандтля *a*) и Шмидта *б*) на затупленном теле как функция от  $x$

На рис. 12 представлено число Шмидта для атомов и для молекул за фронтом ударной волны. Параметры за фронтом ударной волны совпадают с параметрами, использованными для вычисления для числа Прандтля (см. рис. 8). Значение числа Шмидта для атомов при  $M_0 = 15$  возрастает. Однако в поуровневом приближении изменение числа Шмидта очень мало, при этом в однотемпературном приближении значения  $Sc_a$  выше, так как температура за фронтом ударной волны оказывается ниже. При  $M_0 = 10$  число Прандтля практически константа. Число Шмидта для нижних колебательных состояний в смеси  $N_2/N$  возрастает, а при  $i > 2$  поведение  $Sc_i$  оказывается немонотонным, пик соответствует значению  $x = 0.002$  м. Таким образом, в смеси  $N_2/N$  молекулярное число Шмидта возрастает сразу за фронтом ударной волны, а затем его значение выходит на константу.

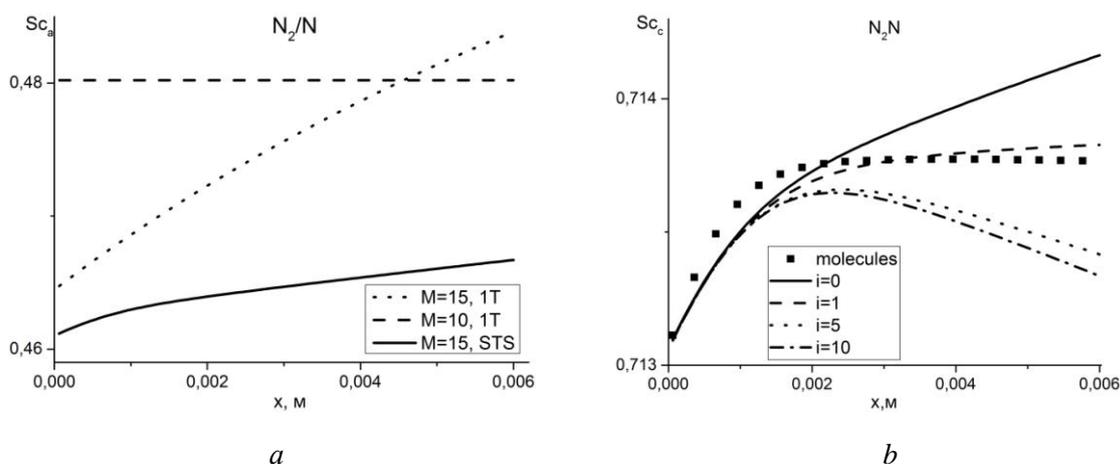


Рис. 12. Число Шмидта за фронтом ударной волны как функция от  $x$  для атомов *a*), молекул и различных колебательных уровней *б*)

Отметим, что в рассмотренных случаях качественное поведение  $Pr$  и  $Sc_c$  похоже. Атомарное число Шмидта растет, причем с увеличением числа Маха изменение  $Sc_a$  становится больше. Поведение молекулярного числа Шмидта тоже практически аналогично, однако за фронтом ударной волны наблюдается монотонный рост  $Sc_i$  при  $i < 2$ . Значения числа Прандтля за фронтом ударной волны и в потоке на затупленном теле не изменяются. При этом за фронтом ударной волны число Прандтля и число Шмидта для атомов оказываются меньше, чем у поверхности затупленного тела, а числа Шмидта молекул и отдельных колебательных состояний – больше.

## 4. Заключение

В работе было исследовано поведение чисел Прандтля и Шмидта в неравновесных потоках с использованием однотемпературного и поуровневого приближений метода Энскога – Чепмена.

В однотемпературном приближении показано, что при высоких температурах использование формулы Эйкена для определения числа Прандтля в однокомпонентных газах может привести к некорректным результатам из-за влияния возбуждения колебательных и электронных степеней свободы. Предлагается использовать поправки к формуле Эйкена. Для чистого газа при температурах выше 400 К использование общепринятых константных значений (0.74 для молекул, 0.66 для атомов) для числа Прандтля может привести к значительным ошибкам. Число Шмидта слабо зависит от температуры и монотонно убывает с ростом концентрации молекул.

В поуровневом подходе введены числа Шмидта для каждого колебательного состояния молекул. Число Прандтля определяется только поступательной и вращательной энергией. Показано, что число Прандтля практически постоянно за фронтом ударной волны и при обтекании затупленного тела при высоких числах Маха.

Рассмотренные критерии подобия не являются константами и могут значительно изменяться в зависимости от температуры и концентрации смеси.

## Благодарности и ссылки на гранты

Работа выполнена при поддержке Санкт-Петербургского государственного университета, НИР 6.37.206.2016, и Российского Фонда Фундаментальных Исследований, грант 15-08-03371.

## Литература

1. E. Kustova and L. Puzyreva, *Phys. Rev. E* 80, p. 046407 (2009).
2. V. Istomin, E. Kustova, and L. Puzyreva, "Transport properties of electronically excited N<sub>2</sub>/N and O<sub>2</sub>/O mixtures," in *Rarefied Gas Dynamics*, AIP Conference Proceedings, Vol. 1333, edited by D. Levin et al. (2011), pp. 667–672.
3. Y. Shevelev, N. Syzranova, E. Kustova, and E. Nagnibeda, *Mathematical Models and Computer Simulations* 3, 205–224 (2011).
4. E. Kustova, E. Nagnibeda, Y. Shevelev, and N. Syzranova, *Shock Waves* 21, 273–287 (2011).
5. I. Armenise and E. Kustova, *Chem. Phys.* 428, 90–104 (2014).
6. E. Kustova and E. Nagnibeda, *Chem. Phys.* 233, 57–75 (1998).
7. E. Kustova, *Chem. Phys.* 270, 177–195 (2001).
8. Кунова О., Мехоношина М. Влияние неравновесной кинетики на теплоперенос и диффузию за фронтом ударной волны // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2014. Т.15, вып. 1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-1/articles/106/>
9. Eucken E. Ueber das Wärmeleitvermögen, die Spezifische Wärme und die innere Reibung der Gase // *Physik. Zeitschr.* V. 14, pp. 324–332, 1913.
10. V. A. Istomin, E. V. Kustova, and M. A. Mekhonoshina, *J. Chem. Phys.* 140, p. 184311 (2014).
11. Нagniбеда Е.А., Кустова Е.В. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2003, 270 с.
12. F. Uribe, J. Kestin, and E. Mason, *J. Phys. Chem. Ref. Data* 19, 1123–1136 (1990).
13. Физические величины. Справочник. Под редакцией. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. Москва. Энергоатомиздат. 1991
14. O. Kunova, E. Kustova, M. Mekhonoshina, and E. Nagnibeda, *Chem. Phys.* 463, 70–81 (2015).
15. E. Kustova, E. Nagnibeda, T. Alexandrova, and A. Chikhaoui, *Chem. Phys.* 276, 139–154 (2002).

16. C. Wilke, Chem. Eng. Prog. 46, 95–104 (1950).
17. E.V. Kustova and M.A. Mekhonoshina, Similarity criteria in vibrationally and electronically excited gases // AIP Conference Proceedings, 1786, 150006 (2016)
18. Josyula E., Burt J., Kustova E., Vedula P., Mekhonoshina M. State-to-State Kinetic Modeling of Dissociating and Radiating Hypersonic Flows // AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2015. AIAA 2015-0475.

Статья поступила в редакцию 14 декабря 2016 г.