

# Mathematical Modeling of Process Occurring in the Production of Porous Composite Materials, the Formation of Coatings

D.A. Gubaidullin, V.L. Fedyaev, I.V. Morenko

*IME KazSC RAS, Kazan, 420111, Russia*

morenko@imm.knc.ru

## Abstract

Some operations of technologies for the production of porous composite materials, the thin film formation on the surface of products are considered in the absence of gravity. Mathematical models of melting polymer coating of a set of hollow microspheres due to the heat of the superheated melt between them, the flow of a thin layer of liquid along the surface of the cylinder are given. The solution of the corresponding problems is carried out analytically and numerically using the software package OpenFOAM. Estimates of the dynamics of the interphase boundary, the time of operation, the thickness of the coating were obtained.

In conclusion, recommendations are given, the implementation of which will improve the quality of the resulting materials, formed coatings.

Keywords: mathematical modeling, porous composite materials, flow of sprayed liquid, film formation.

УДК 532.529.5.

# Математическое моделирование процессов, протекающих при получении пористых композитных материалов, формировании покрытий

Д.А. Губайдуллин, В.Л. Федяев, И.В. Моренко

*ИММ КазНЦ РАН, Российская Федерация, г. Казань, 420111, ул. Лобачевского, д. 2/31  
morenko@imm.knc.ru*

## Аннотация

Рассмотрены, в том числе в отсутствие сил тяжести, отдельные операции технологий получения пористых композитных материалов, формирования на поверхности изделий тонких пленок. Приведено математическое описание расплавления полимерного покрытия совокупности полых микросфер за счет тепла находящегося между ними перегретого расплава, течения тонкого слоя жидкости по поверхности цилиндра. Решение соответствующих задач осуществляется аналитически и численно с использованием пакета прикладных программ OpenFOAM. Представлены оценки динамики межфазной границы, времени выполнения операции, толщины покрытия.

В заключение отмечена возможность применения полученных результатов на практике.

Ключевые слова: математическое моделирование, пористые композитные материалы, течение диспергированной жидкости, формирование пленок.

## 1. Введение

В настоящее время все большее применение находят синтактные (синтактические) пористые материалы (пены), которые представляют собой композит, состоящий из пористых микросфер, связанных между собой разнообразными смолами, керамическими, металлическими или углеродными материалами. Именно на последних в данной работе акцентируется внимание. В свою очередь, при изготовлении пористых микросфер используют металл, стекло, полимеры, углерод, другие материалы.

Синтактные пористые материалы, пены характеризуются высокой прочностью, малым удельным весом, пониженным коэффициентом теплового расширения, обладают водоотталкивающими, теплозащитными и другими свойствами, представляющими большой практический интерес.

При получении синтактных пористых материалов, производстве из них изделий необходимо, чтобы, во-первых, микросферы максимально наполняли бы связующий материал, во-вторых, были бы распределены в нем по возможности равномерно. Разработка соответствующих технологий, определение рациональных режимов реализации отдельных операций данных технологий представляет большой практический интерес.

В космической отрасли, машиностроении, энергетике, в химической промышленности, медицине широко применяются разнообразные функциональные покрытия. Обоснованный выбор технологий их нанесения, режимных параметров – задачи, которые могут быть решены с применением методов математического моделирования, современных пакетов прикладных программ.

## 2. Динамика межфазной границы при контакте расплава со слоем полимерного покрытия. Слипание частиц, содержащих полые микросферы

Один из способов получения качественных синтактных пористых материалов предполагает, что исходное сырье представляет собой полые микросферы с нанесенным на поверхности их слоем полимерного связующего материала. При реализации соответствующей технологии на начальной стадии необходимо получить материал, состоящий из связующего материала, содержащего равномерно распределенные в нем пористые микросферы. С целью решения данной задачи предлагается два подхода. Согласно первому подходу насыпной слой частиц заливается перегретым расплавом. Во втором случае материал покрытия размягчается, частицы под действием сил поверхностного натяжения, других факторов слипаются.

**Обратимся к первому случаю.** Рассмотрим совокупность полых микросфер, на поверхности которых находится слой твердого полимерного материала. Предположим, что толщина этого слоя одинакова, сферы плотно упакованы, в начальный момент времени температура материала микросфер с покрытием равняется  $\Theta_0$ . В течение некоторого времени пространство между сферами заполняется расплавом такого же материала, что и материал покрытия. Оценим динамику нагрева сфер, движения межфазной границы. Выделим ячейку периодичности, включающую микросферу с покрытием и слой расплава, имеющий также сферическую форму с эффективным радиусом  $R_3$ . Обозначим через  $R_0, R_1, R_c$  радиус газовой полости, внешний радиус оболочки микросферы, радиус поверхности покрытия (рис. 1).

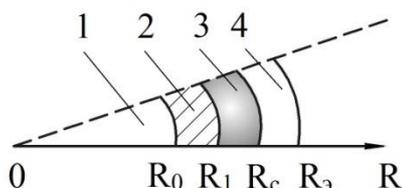


Рис. 1. Часть ячейки периодичности: 1 – газовая полость, 2 – оболочка микросферы; 3 – слой полимерного покрытия; расплав

При осевой симметрии тепловых полей, в отсутствие внутренних источников или стоков тепла, движения газа в полости, течения расплава нестационарный теплоперенос в элементах рассматриваемой системы описывается уравнениями

$$\frac{\partial \Theta_i}{\partial \tau} = a_i \left( \frac{\partial^2 \Theta_i}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial \Theta_i}{\partial R} \right), \quad (1)$$

где  $\Theta_i$  – температура вещества в  $i$ -й области ( $i=1, 2, 3, 4$ );  $a_i = \lambda_i / (\rho_i \cdot c_i)$  – коэффициент температуропроводности газа, материала оболочки, покрытия, расплава;  $\rho_i, \lambda_i, c_i$  – плотность, коэффициент теплопроводности удельная теплоемкость;  $\tau$  – время.

В начальный момент времени считается, что  $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3 = \Theta_0$ , температура слоя расплава  $\Theta_4 = \Theta_1$ .

Граничные условия имеют вид

$$R = 0: \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial R} = 0 \quad (\text{условие симметрии}); \quad (2)$$

$$R = R_0: \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \lambda_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial R} = \lambda_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial R} \quad (\text{идеальный тепловой контакт}); \quad (3)$$

$$R = R_1: \quad \Theta_2 = \Theta_3, \quad \lambda_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial R} = \lambda_3 \frac{\partial \Theta_3}{\partial R} \quad (4)$$

Учитывая то обстоятельство, что материалы покрытия и расплава одинаковые (при определенной температуре  $\rho_3 = \rho_4$ ,  $\lambda_3 = \lambda_4$ ,  $c_3 = c_4$ ), слои 3 и 4 будем рассматривать как один слой, теплофизические свойства которого характеризуются параметрами  $\rho, \lambda$  и  $c$ . Внутри этого слоя выделяется межфазная поверхность, находящаяся между твердым материалом и его расплавом. Уравнение движения этой поверхности записывается в виде

$$R_* = R_*(\tau), R_*(\Theta) = R_c; \quad (5)$$

причем при  $R = R_*$ ,  $\Theta = \Theta_*$ ,

$$\left( \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_{R_*,+0} = \left( \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_{R_*,-0} + \rho L v \quad (6)$$

Здесь  $\Theta_*$  – температура фазового перехода;  $L$  – скрытая теплота плавления;  $v \equiv \frac{dR_*}{d\tau}$  – скорость движения фронта плавления (кристаллизации).

На фиктивной границе  $R = R_*$ , положим

$$\frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0 \quad (7)$$

Сформулированную таким образом термосопряженную задачу (1)–(7) можно решить численно. Однако для инженерной практики полезны аналитические зависимости. С целью получения их упростим данную задачу, для чего вдоль радиус-вектора  $R$  выделим призму, включающую материал оболочки микросферы, твердого и расплавленного полимера. Начало координаты  $x$  разместим на поверхности полимерного покрытия; уравнение движения межфазной границы запишем в виде  $x_* = x_*(\tau)$  ( $x_*(0) = 0$ ); через  $x_0, x_1, x_3$ , обозначим координаты поверхностей оболочки микросферы, толщину эффективного слоя расплава в момент контакта его с материалом.

При условии, что толщины слоев покрытия и расплава малы по сравнению с радиусом  $R_1$ , в слое  $x_0 \leq x \leq x_1$ , занятом оболочкой микросферы,

$$\frac{\partial \Theta_s}{\partial \tau} = a_s \frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial x^2}; \quad (8)$$

в полимерном материале ( $x_1 \leq x \leq x_3$ )

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} \quad (9)$$

Здесь  $\Theta_s = \Theta_s(x, \tau)$ ,  $\Theta = \Theta(x, \tau)$  – температура в оболочке, полимерном материале;  $a_s = \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s}$

( $\rho_s \equiv \rho_2$ ,  $\lambda_s \equiv \lambda_2$ ,  $c_s \equiv c_2$ ),  $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ .

В момент времени  $\tau = 0$

$$\Theta_s(x, 0) = \Theta_0 \quad (x_0 \leq x \leq x_1), \quad \Theta(x, 0) = \Theta_0 \quad (x_1 < x < 0),$$

$$\Theta(x, 0) = \Theta_1 \quad (0 < x < x_3) \quad (10)$$

Учитывая, что газ в полости микросферы плохо проводит тепло, конвективный теплообмен отсутствует, на границе  $x = x_0$  запишем

$$\frac{\partial \Theta_s}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

При условии идеального контакта на поверхности соприкосновения полимерного материала и оболочки микросферы

$$x = x_1: \Theta_s = \Theta, \lambda_s \frac{\partial \Theta_s}{\partial x} = \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x} \quad (12)$$

На подвижной межфазной границе (фронте фазового перехода)  $x_* = x_*(\tau)$

$$\begin{aligned} \Theta(x_* - 0, \tau) &= \Theta(x_* + 0, \tau) = \Theta_*, \\ \left( \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right)_{x_*,+0} &= \left( \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right)_{x_*,-0} + \rho L v(\tau) \end{aligned} \quad (13)$$

Наконец, при  $x = x_3$  в соответствии с (7) имеем

$$\frac{\partial \Theta}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

Задачу (8)–(14) можно несколько упростить, если принять во внимание то обстоятельство, что толщина оболочки микросферы  $h_s = x_1 - x_0$  весьма мала, материал ее обладает большой теплопроводностью. В результате, считая слой оболочки термически тонким телом, полагая, что средняя температура его  $\Theta_s \sim \Theta_0 + \alpha \tau$ , где  $\alpha$  – средняя скорость нагрева данного слоя на границе  $x = x_1$ , вместо (12) получим условие

$$\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x} \sim \alpha \rho_s c_s h_s = \beta_s \quad (15)$$

Если далее предположить, что величина  $\beta_s = \beta_s(\tau)$  мала, то оболочку микросферы из схемы можно исключить, сведя тем самым задачу (8)–(14) к задаче интегрирования уравнения теплопереноса (9) в слое полимерного материала при начальном условии

$$\Theta(x, 0) = \begin{cases} \Theta_0 (x_1 \leq x < 0) \\ \Theta_1 (0 < x \leq x_3); \end{cases} \quad (16)$$

и граничных условиях (15), (13) и (14).

Из результатов численного решения схожих задач [1, 2] следует, что функцию  $x_* = x_*(\tau)$  можно записать в виде

$$x_* = x_*(\tau) = x_m - \alpha_m (\tau - \tau_m)^2, \quad (17)$$

где  $x_m$  – максимальное смещение межфазной границы в сторону расплава вследствие охлаждения его при контакте с твердым материалом;  $\tau_m$  – момент времени, когда движение границы обращается, она начинает перемещаться в направлении, обратном направлению оси  $Ox$ . Поскольку в момент времени  $\tau = 0$   $x_* = 0$ , коэффициент

$$\alpha_m = \frac{x_m}{\tau_m^2}$$

Обращаясь к уравнению сохранения тепла рассматриваемого слоя за время  $\tau_m$ , принимая во внимание, что потери тепла через поверхности  $x = x_1$  и  $x = x_3$  отсутствуют, найдем

$$x_m = \frac{c(h_c \Theta_0 + 0.5x_3(\Theta_1 - \Theta_*))}{L - 0.5c(\Theta_1 - \Theta_0)}, \quad (18)$$

где  $h_c$  – толщина полимерного покрытия.

Описание полей температур в области, занятой расплавом, в твердой фазе можно получить, воспользовавшись аналитическими решениями, приведенными в [3, 4]. Из них следует, что

$$x_m = \frac{a\sqrt{\pi\tau_m}(2\Theta_* - \Theta_1 - \Theta_0)}{\Theta_0 - \Theta_1} \quad (19)$$

Соотношения (18), (19) позволяют определить время  $\tau_m$ .

В силу того, что в соответствии с технологическими требованиями первоначальное движение межфазной границы необходимо обратить с таким расчетом, чтобы расплавить слой полимерного покрытия, ограничим величину  $x_m$ , положив  $x_m = 0.5x_3$ . К моменту времени  $\tau = 2\tau_m$  межфазная граница вернется в исходное положение ( $x_* = 0$ ), начнется расплавление материала покрытия. В соответствии с формулой (17) расстояние  $h_c$  межфазная граница преодолест за время  $\tau_c = \tau_m \left( \sqrt{1 + \frac{h_c}{x_m}} - 1 \right)$ . Следовательно, общее время выполнения операции

$$\tau_0 = 2\tau_m + \tau_c.$$

Таким образом, располагая теплофизическими параметрами контактирующих сред, задавшись геометрическими размерами, с помощью полученных зависимостей можно оценить динамику движения межфазной границы, определить время выполнения технологических операций, минимизируя тем самым риски появления дефектов.

Для математического описания процесса **слипания частиц в насыпном слое** перейдем от реальной макропористой среды к фиктивной, пустоты которой представляют собой равномерно распределенные по объему газовые сферические полости диаметром  $d_n$  [5]. Если реальный слой частиц с диаметром  $d_p$  имеет ромбоэдрическую укладку, то нетрудно убедиться, что диаметр макропор фиктивного материала будет

$$d_n = d_p \left[ \frac{6 \sin^2 \theta \sqrt{1 + \cos \theta}}{\pi(1 + \cos \theta)} - 1 \right]^{1/3}, \quad (20)$$

где  $\theta$  – угол, характеризующий особенности укладки сферических частиц ( $60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ). Приблизительно

$$d_n \approx (1 - 0.22 \cos \theta) d_p$$

Отсюда начальная макропористость среды

$$m_{n0} \approx 0.5 - 0.33 \cos \theta$$

Отметим, что данные сферические макропоры всего лишь эквивалентны полостям весьма сложной формы исходной реальной насыпной среды.

Следуя [6], для описания динамики изменения с течением времени  $\tau$  эквивалентного радиуса сферической поры  $a = a(\tau)$  воспользуемся уравнением

$$\frac{da}{d\tau} = -\frac{3\chi\sigma}{(4\eta)}, \quad (21)$$

где  $\eta$  – вязкость полимерного материала покрытия;  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения на межфазной границе;  $\chi$  – поправочный коэффициент, учитывающий влияние внешних факторов на процесс слипания частиц.

В результате интегрирования уравнения (21) при условии, что в начальный момент времени радиус  $a = a_0$ , в течение времени  $\tau$  значения  $\eta, \sigma$  близки к своим средним значениям  $\bar{\eta}, \bar{\sigma}$ , получим

$$a = a(\tau) = a_0 - K_0\tau, \quad (22)$$

где  $K_0 = 3\chi\bar{\sigma}/4\bar{\eta}$ .

Из (22) видно, что время полного слипания содержащих микросферы частиц ( $a = 0$ ) будет

$$\tau_{\text{пс}} = \frac{a_0}{K_0}$$

В случае, когда в начальный момент времени  $\tau = 0$  при укладке сферических частиц насыпного слоя с радиусом  $r_p$ ,  $\theta = 90^\circ$ ,  $a_0 = 0.5d_{\text{п}}$  (см. (20)), имеем

$$\tau_{\text{пс}} \approx \frac{1.33(1 - 0.22 \cos \theta)\bar{\eta}r_p}{(\chi\bar{\sigma})}$$

Как следует из этой формулы, время слипания частиц будет тем меньше, чем меньше размеры частиц  $r_p$ , средняя вязкость полимерного материала  $\bar{\eta}$ , больше среднее поверхностное натяжение  $\bar{\sigma}$ . Сказанное вполне согласуется с имеющимися физическими представлениями. Что же касается параметра  $\chi$ , можно предположить зависимость его от отношения давлений  $\bar{p} = p_c/p_{\text{п}}$ , где  $p_{\text{п}}, p_c$  соответственно давление в пороговом пространстве и в размягченном полимерном материале слоя покрытия микросфер. В частности,

$$\chi = k \cdot \bar{p}$$

Здесь  $k$  – эмпирический коэффициент; давления  $p_{\text{п}}, p_c$  характеризуют внешнее воздействие на среду.

Необходимо также иметь ввиду, что по ходу рассматриваемого процесса температура  $T$  пористой среды может меняться, соответственно,  $\bar{\eta} = \bar{\eta}(T)$ ,  $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(T)$ ,  $\bar{p}_{\text{п}} = \bar{p}_{\text{п}}(T)$ ,  $\chi = \chi(T)$ . Если в течение выделенного времени изменение данных величин сравнительно мало, то с определенной степенью точности приведенные выше соотношения применимы.

### 3. Распыливание жидкости и течение жидких пленок по трехмерным поверхностям

Нанесение металлических, диэлектрических и полупроводниковых покрытий используется при производстве интегральных схем. Керамические покрытия защищают детали и механизмы от коррозии, окисления и износа, повышают ресурс режущих инструментов. Обоснованный выбор устройств для диспергирования жидкости и расчет характеристик стекающих пленок на теплообменных поверхностях важен при проектировании многих аппаратов и повышении эффективности их работы. Применение современной вычислительной техники и методов математического моделирования позволяет сделать рациональный и научно обоснованный выбор технологического оборудования и режимов его работы.

Впервые пленочные течения были теоретически исследованы в работе [7], в которой получено точное решение уравнений Навье–Стокса для течения тонкого слоя вязкой жидкости по вертикальной стенке. В дальнейшем было показано, что стекающая пленка жидкости покрыта волнами. Следует отметить, что большинство работ носит экспериментальный характер [8–11]. Исследования посвящены определению толщины и скорости жидкости в пленках при различных режимах, анализируется процесс волнообразования.

Режим движения пленки по твердой поверхности зависит от числа Рейнольдса, физических свойств жидкости, шероховатости поверхности и других факторов. При малых числах Рейнольдса пленка по гладкой поверхности стекает в ламинарном режиме, ее поверхность гладкая, безволновая [12]. При увеличении числа Рейнольдса на поверхности пленки формируются гравитационные волны. В других случаях на поверхности наблюдается рябь – короткие капиллярные волны. При высоких скоростях течение в пленке становится турбулентным. Более того, тонкие пленки подвержены разрывам, образованию сухих пятен [13]. В случае малых расходов жидкости возможно капельное течение. Поперечная неустойчивость движущейся контактной линии пленки приводит к формированию вниз по потоку ривулетного течения [14, 15].

В данной работе с применением методов математического моделирования исследуется процесс натекания диспергированной жидкости на участок поверхности длиной  $L = 0.1$  м горизонтально расположенного цилиндра диаметром  $D = 0.1$  м, формирования тонкой жидкой пленки и стекание ее под действием силы тяжести, при условии, что поток газа не влияет на движение жидкости. Система декартовых координат  $x_1x_2x_3$  выбирается таким образом, чтобы ось  $Ox_3$  была параллельна оси цилиндра (рис. 2). Отверстия распылительного устройства располагаются над цилиндром на расстоянии 0.1 м от него.

Следует отметить, что процесс распыливания жидкости на поверхность цилиндрического тела включает большое количество взаимосвязанных физических процессов: образование капель, движение капель в газовой среде, взаимодействие капли со стенкой, с пленкой жидкости, движение жидкости в пленке, разбрызгивание, конденсация, испарение жидкости и других.

Учет всех факторов в полном объеме при математическом моделировании вызывает большие трудности, поэтому делается ряд допущений. Капли имеют сферическую форму, одинаковый диаметр  $d_p$ , не учитываются вращение, дробление, слияние, испарение, конденсация, исследуемые процессы протекают в условиях изотермичности.

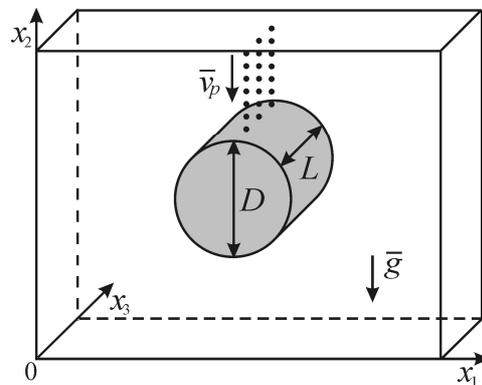


Рис. 2. Схема расчетной области

Траектория движения капли описывается уравнениями

$$\frac{dx_i}{dt} = v_{pi}, \quad (23)$$

где  $t$  – время;  $v_{pi}$  – компоненты вектора скорости  $\bar{v}_p$  капли. С учетом массовых сил  $\bar{F}_g$  и гидродинамического сопротивления  $\bar{F}_D$ , действующего со стороны среды на каплю, уравнение ее движения представляется в виде

$$m_p \frac{d\bar{v}_p}{dt} = \bar{F}_g + \bar{F}_D \quad (24)$$

Здесь  $m_p = \rho_p V_p$  – масса капли;  $\rho_p, V_p$  – плотность, объем капли.

В уравнении (24)

$$\overline{F_g} = (\rho_p - \rho) V_p \overline{g} ,$$

$$\overline{F_D} = \frac{3}{4} \frac{\rho m_p}{\rho_p d_p} C_D (\overline{v} - \overline{v}_p) |\overline{v} - \overline{v}_p| ,$$

здесь  $\rho$  – плотность газовой среды,  $\overline{v}$  – скорость газа,  $\overline{g}$  – ускорение свободного падения.

Коэффициент сопротивления капли  $C_D$  зависит от числа Рейнольдса частицы  $Re_p = \frac{\rho d_p |\overline{v}_p - \overline{v}|}{\mu}$ :  $C_D = \frac{24}{Re_p}$  при  $Re_p \leq 1$ ;  $C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687})$  при  $1 < Re_p < 1000$ ;

$C_D = 0.44$  при  $Re_p \geq 1000$ . При ламинарном движении сферического тела потеря энергии связана, в основном, с преодолением силы сопротивления трения, в случае обтекания его турбулентным потоком значительны силы инерции.

Моделирование движения тонкой жидкой пленки выполняется при следующих допущениях. Режим течения жидкой пленки ламинарный. Профиль скорости по толщине пленки является параболическим. Касательная к поверхности составляющая скорости жидкости в пленке во много раз превышает нормальную составляющую.

Движение пленки жидкости описывается уравнениями сохранения массы и количества движения [16], в которых  $\delta$  – толщина пленки,  $\overline{u} = \frac{1}{h} \int_0^h \overline{u}^* dh$  – средняя по толщине скорость пленки

$$\frac{\partial \rho \delta}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \delta \overline{u}) = S_{imp} , \quad (25)$$

$$\frac{\partial \rho \delta \overline{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \delta \overline{u} \overline{u}) = -\delta \nabla p + \overline{S}_{\rho \delta u} , \quad (26)$$

где  $S_{imp} = \sum_j m_{p,j}^*$  – слагаемое, учитывающее падающие частицы. Здесь  $m_{p,j}^*$  – плотность потока массы  $j$ -й падающей капли, т.е. масса вещества  $j$ -й капли, которая протекает через единицу площади за единицу времени.

В уравнении (26) давление  $p = p_{imp} + p_\sigma + p_\delta + p_a$  включает влияние падающих капель  $p_{imp}$ , давление, обусловленное силами поверхностного натяжения  $p_\sigma = -\sigma \nabla_s^2 \delta$ , где  $\sigma = 0.072$  Н/м – коэффициент поверхностного натяжения,  $p_\delta = -\rho (\overline{n} \cdot \overline{g}) \delta$ , давление газовой среды на пленку  $p_a$ .

Слагаемое  $\overline{S}_{\rho \delta u} = \overline{S}_{\rho \delta u, imp} + \tau_a + \tau_w + \rho g_t \delta + \tau_\theta$  учитывает влияние падающих капель  $\overline{S}_{\rho \delta u, imp} = \sum_j m_{p,j}^* \overline{v}_{p,t,j}$ , касательное напряжение на поверхности пленки  $\tau_a$ , силу трения  $\tau_w = -\mu 3\overline{u}/\delta$ , компоненту силы тяжести, направленную по касательной к поверхности  $\rho g_t \delta$ , компоненту, учитывающую процесс смачивания и растекания  $\tau_\theta$ .

Расчетная область дискретизируется призматической сеткой средствами утилиты block-mesh, пакета OpenFOAM. Решение задачи (23)–(26) осуществляется методом конечных объемов с помощью открытой интегрируемой платформы для численного моделирования задач механики сплошных сред OpenFOAM с лицензией GNU GPL. Накладывается ограничение на число Куранта  $C_o \leq 0.3$ .

В ходе численных экспериментов задаются следующие входные параметры: плотность газа  $\rho = 1.2 \text{ кг/м}^3$ ; коэффициент динамической вязкости газа  $\mu = 1.79 \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$ ; плотность жидкости  $\rho_f = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ; коэффициент динамической вязкости жидкости  $\mu_f = 10^{-3} \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$ ; диаметр капель  $d_p = 10^{-3} \div 5 \times 10^{-3} \text{ м}$ ; скорость капель на выходе из распылительного устройства  $v_{p1}^0 = 0 \text{ м/с}$ ,  $v_{p2}^0 = -0.5 \text{ м/с}$ ,  $v_{p3}^0 = 0 \text{ м/с}$ . Диспергирование жидкости из девяти источников начинается в момент времени  $t = 0 \text{ с}$  и оканчивается  $t = 0.3 \text{ с}$ . Массовый расход жидкости составляет  $0.023 \text{ кг/с}$ . Положение капель в потоке при движении их из разбрызгивающего устройства показано на рис. 3.

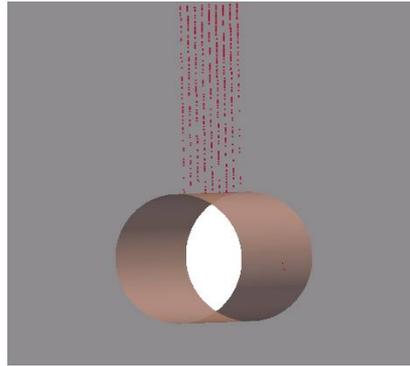


Рис. 3. Положение капель

Гидродинамический режим движения пленки определяется критерием Рейнольдса  $Re = 4\Gamma/\mu_f$ , рассчитанным по линейной массовой плотности орошения  $\Gamma$ . Число Рейнольдса пленки составляет  $Re = 460$ , что соответствует ламинарному режиму течения с волнистой поверхностью раздела фаз, согласно классификации, приведенной в [12].

В ходе численных расчетов установлено, что движение жидкой пленки, которая образуется в результате натекания диспергированной жидкости на поверхность горизонтального цилиндра, происходит с образованием пальцеобразных структур (рис. 4). Максимальное значение скорости жидкости в пленке достигается в нижней ее части. Значения модуля скорости пленки не превышают скорость капель на выходе из распылительного устройства.

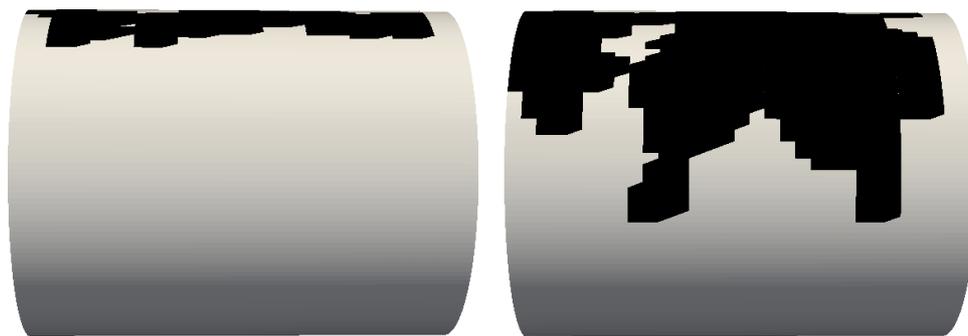


Рис. 4. Формирование тонкой жидкой пленки на поверхности цилиндра в моменты времени  $t = 0.15 \text{ с}$  (слева),  $t = 0.18 \text{ с}$  (справа)

Расчетным путем показано, что при стекании под действием силы тяжести по поверхности горизонтальной трубы на поверхности образовавшейся тонкой пленки жидкости наблюдаются волны. Волновое движение обусловлено возмущениями, которые возникают при взаимодействии падающих капель жидкости с поверхностью тонкой пленки и действием сил поверхностного натяжения. Показано, что толщина пленки  $\delta$  не превышает  $8 \times 10^{-4} \text{ м}$  (рис. 5). Здесь угол  $\phi$  отсчитывается от верхней точки цилиндра.

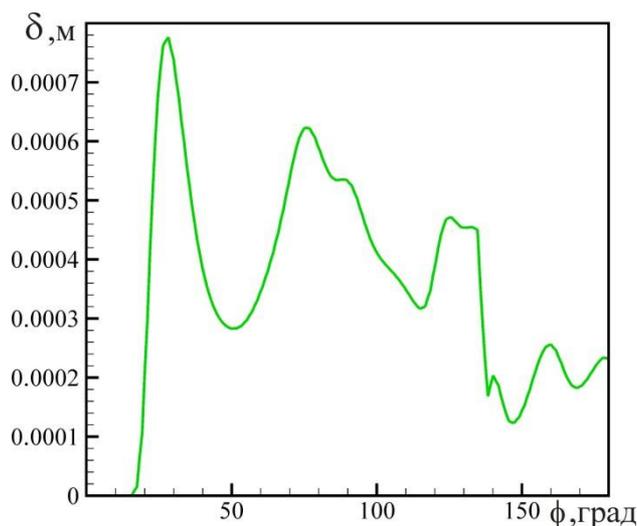


Рис. 5. Толщина пленки жидкости в среднем поперечном сечении цилиндра ( $t = 0.26$  с)

В заключение отметим, что полученные результаты позволяют определить время полного расплавления покрытия полых микросфер, слипания их при размягчении полимерного материала. Приведенные зависимости представляют большой практический интерес, поскольку дают возможность при разработке соответствующих технологий установить значения входных параметров, таких как начальная температура покрытия, расплава, величину внешних нагрузок, действующих на частицы в соответствии с технологическими требованиями.

Установленные особенности образования пленки вязкой жидкости на поверхности кругового цилиндра, динамики растекания ее с потерей устойчивости поперечной контактной линии будут, несомненно, полезны при выборе рационального способа диспергирования жидкости, выбора технологических режимов.

## Ссылки на гранты

Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках Программы ОЭММПУ РАН «Фундаментальные проблемы физической и химической механики для экспериментов на МКС».

## Литература

1. Мазо А.Б., Федяев В.Л., Хисматуллин Н.И. Расчет динамики межфазной границы при контактном плавлении металлов // Модел. нел. проц. в механике и теплотехнике. Труды семинара КФТИ КФАН СССР. Казань, 1989. Вып. 24. С. 66–77.
2. Мазо А.Б. Математическое моделирование процессов горячей обработки металлов. Казанский фонд «Математика», 1996. 209 с.
3. Алишаев М.Г. Движение фронта фазового перехода после контакта твердой и жидкой фаз металла // Изв. высш. учеб. заведений. Черная металлургия, 1986. Вып. 9. С. 35–38.
4. Коздоба Л.А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности. М.: Наука, 1975. 228 с.
5. Полубаринова – Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.
6. Яковлев А.Д. Порошковые краски. Л.: Химия, 1987. 216 с.
7. Nusselt W. Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes // Zeitschrift VDI. 1916. V. 60. Pp. 541–546.
8. Алексеенко С.В., Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г. Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: «Наука», 1992. 256 с.
9. Huppert H. E. The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface // Journal of Fluid Mechanics. 1982. V. 121. Pp. 43–58.

10. Craster R.V. Dynamics and stability of thin liquid films / R.V. Craster, O.K. Matar // *Reviews of modern physics*. 2009. V. 81. N. 3. Pp. 1131–1198.
11. Чиннов Е.А., Кабов О.А. Формирование струйных течений при гравитационном стекании волновой нагреваемой пленки жидкости // *Прикладная механика и техническая физика*. 2003. Т. 44. № 5. С. 128–137.
12. Касаткин А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: ООО ТИД «Аль-янс», 2004. 753 с.
13. Мальцев Л.И., Заварзин Д.С. Математическое моделирование пленочных течений жидкости с «сухими» пятнами // *Теплофизика и аэромеханика*. 2012. Т. 19. № 6. С. 711–718.
14. Алексеенко С.В., Бобылев А.В., Гузанов В.В., Маркович Д.М., Харламов С.М. Регулярные волны на вертикально стекающих ривулетах при разных углах смачивания // *Теплофизика и аэромеханика*. 2010. Т. 17. № 3. С. 371–384.
15. Morenko I.V. Calculation of the film flowing over horizontal tube surface // *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 789 (2017) 012036 doi:10.1088/1742-6596/789/1/012036
16. Meredith K.V., Heather A., Vries J., Xin Y. A numerical model for partially-wetted flow of thin liquid films // *Computational Methods in Multiphase Flow*. 2011. V. 70. Pp. 239–250.

Статья поступила в редакцию 29 ноября 2017 г.