

# The Numerical Simulation of Turbulent Polydispersed Bubble Flow on the Eulerian Modeling Approach

D.A. Gubaidullin, B.A. Snigerev

*IME KazSC RAS, Kazan, Russia*

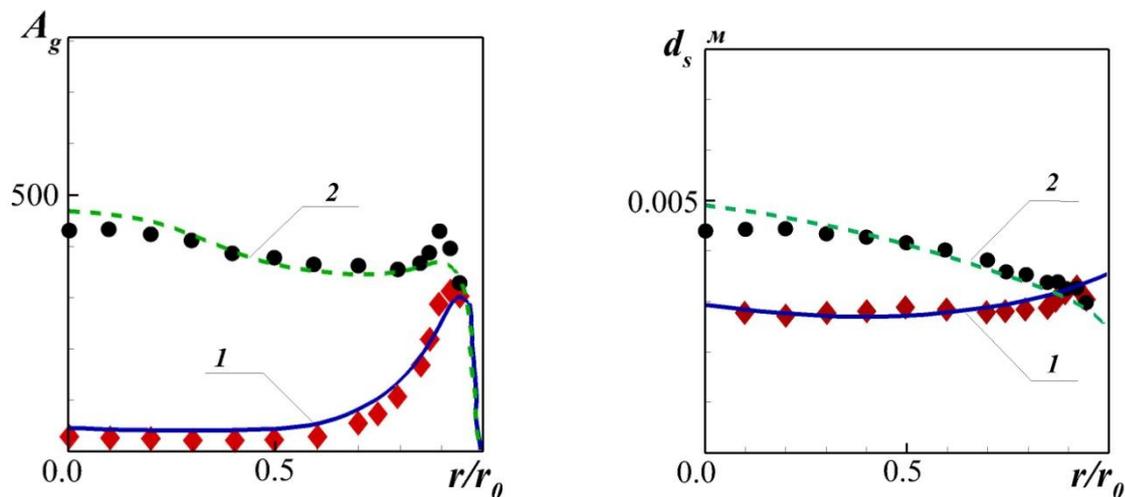
snigerev@imm.knc.ru

## Abstract

In this paper the isothermal turbulent bubbly flow in a vertical tube is considered. Numerical simulation is derived from the approach based on two-fluid models taking into account the actions of the various forces of interfacial interaction. The model is supplemented by a two-parameter turbulence model for the carrier phase. The calculations are compared with experimental data. The study of polydisperse gas-liquid flows performed with using this model, gives the possibility to obtain detailed information about the structures of turbulent flows and the size distribution function of bubbles.

Key words: two-phase flow, turbulence, coagulation and breaking of bubbles.

The comparison of the calculated and experimental data for various parameters of the gas-liquid flow in a vertical tube at different flow rates and volume fraction of dispersed phase are presented. Shows the comparison results for the two modes of gas-liquid flow with the following parameters: 1) given the speed of the liquid phase  $\langle J_f \rangle = 0.98$  m/s, the velocity of the dispersed phase  $\langle J_g \rangle = 0.047$  m/s, volume gas fraction  $\alpha_g = 0.05$ ; 2)  $\langle J_f \rangle = 0.98$  m/s,  $\langle J_g \rangle = 0.32$  m/s,  $\alpha_g = 0.23$ . The comparison of data distributions in cross section for  $x_3/D = 53.6$  for specific interfacial area  $A_g$  (from the left), for the average volume-surface diameter of the bubbles  $d_s^M$  (from the right) are shown.



# Моделирование турбулентных полидисперсных газожидкостных потоков на основе эйлерова подхода

Д.А. Губайдуллин, Б.А. Снигерев

*ИММ КазНЦ РАН,  
Российская Федерация, г. Казань, 420111, ул. Лобачевского, д. 2/31  
snigerev@imm.knc.ru*

## Аннотация

В работе рассматривается изотермическое турбулентное пузырьковое течение в вертикальной трубе. Численное моделирование основывается на подходе, базирующемся на двухжидкостной модели с учетом действия различных сил межфазного взаимодействия. Модель дополнена двухпараметрической моделью турбулентности для несущей фазы. Данные расчетов сравниваются с экспериментальными данными. Проведенные с помощью данной модели исследования полидисперсных газожидкостных потоков, позволили получить детальную информацию о структурах турбулентных течений и распределении пузырьков по размерам

Ключевые слова: двухфазное течение, турбулентность, коагуляция и дробление пузырьков.

## 1. Введение

Двухфазные пузырьковые турбулентные течения широко распространены в различных областях промышленности, таких как химическая, пищевая, фармацевтическая, атомная и теплоэнергетика. Поэтому моделирование турбулентных пузырьковых потоков представляет большой практический интерес и ему посвящено большое количество публикаций. Сложность моделирования таких потоков связана с большим количеством явлений различной природы, поскольку такие течения характеризуются сильным взаимным влиянием несущей и дисперсной фазы, сопровождаются процессами теплообмена, фазовых переходов, коагуляции, дробления и т.д. [1–9].

Целью настоящей работы является численное исследование турбулентного полидисперсного восходящего двухфазного потока в вертикальной трубе при значительных газосодержаниях с учетом взаимного влияния несущей и дисперсной фазы, включающее процессы коагуляции и дробления пузырьков

## 2. Постановка задачи

Для математического описания движения газожидкостной среды применяется эйлеров двухжидкостной подход, основанный на модели взаимопроникающих и взаимодействующих континуумов, который сводится к описанию условий разделенного движения фаз и определению величин, описывающих межфазное взаимодействие. Система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса для течения газожидкостного потока с учетом влияния газовой фазы на процессы переноса в жидкой фазе имеет вид [1, 4–5, 10]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k) + \nabla \cdot (\rho_k \alpha_k \mathbf{u}_k) = 0, \quad \alpha_l + \alpha_g = 1, \quad k = l, g, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \alpha_k \mathbf{u}_k) + \nabla \cdot (\rho_k \alpha_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k) = -\alpha_k \nabla P' + \alpha_k \rho_k \mathbf{g} + \nabla \cdot \left[ \alpha_k \mu_{eff,k} \left( \nabla \mathbf{u}_k + (\nabla \mathbf{u}_k)^T \right) \right] + \mathbf{M}_k, \quad (2)$$

$$P' = P + \mu_{eff,l} \nabla \cdot \mathbf{u}_l + \frac{2}{3} \rho_l k_l \quad (3)$$

В системе уравнений (1)–(3)  $t$  – время;  $\rho_l, \rho_g$  – плотности сплошной и дисперсной фаз соответственно;  $\alpha_g, \alpha_l$  – объемные концентрации газовой и несущей фазы;  $\mathbf{g}$  – вектор ускорения силы тяжести;  $\mathbf{u}_k = u_{1k} \mathbf{i} + u_{2k} \mathbf{j} + u_{3k} \mathbf{k}$  – вектор скорости  $k$ -фазы;  $P'$  – модифицированное давление для двухфазной среды;  $P$  – давление несущей фазы;  $\mathbf{M}_k$  – вектор силы межфазного взаимодействия;  $k_l$  – кинетическая энергия турбулентности жидкости;  $\mu_{eff,k}$  – эффективная динамическая вязкость  $k$ -фазы. Для моделирования турбулентности применяется модель переноса рейнольдсовых напряжений, включающей эффективную вязкость среды  $\mu_{eff,k}$ , определяемую соотношением (4). Для описания дополнительной диссипации кинетической энергии турбулентности за счет пульсационного движения пузырьков вводится вязкость  $\mu_{Bl,l}$  [11–12]. Для вычисления  $\mu_{t,l}$  применяется формула Колмогорова, а для  $\mu_{Bl,l}$  применяется соотношение из [12]

$$\mu_{eff,k} = \mu_l + \mu_{t,l} + \mu_{Bl,l}, \quad \mu_{t,l} = \rho_l C_\mu \frac{k_l^2}{\varepsilon_l}, \quad \mu_{Bl,l} = C_{\mu b} \rho_l \alpha_l d_s |\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l|, \quad C_{\mu b} = 0.6 \quad (4)$$

Для определения кинетической энергии турбулентности  $k_l$  и скорости диссипации  $\varepsilon_l$  жидкой фазы применяется двухпараметрическая модель турбулентности  $k$ - $\varepsilon$ , модифицированная для двухфазных сред [12–13]

$$\frac{\partial (\rho_l \alpha_l k_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \alpha_l \mathbf{u}_l k_l) = -\nabla \cdot \left( \alpha_l \frac{\mu_{eff,l}}{\sigma_k} \nabla k_l \right) + \alpha_l (G_l - \rho_l \varepsilon_l), \quad (5)$$

$$\frac{\partial (\rho_l \alpha_l \varepsilon_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \alpha_l \mathbf{u}_l \varepsilon_l) = -\nabla \cdot \left( \alpha_l \frac{\mu_{eff,l}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon_l \right) + \alpha_l \frac{\varepsilon_l}{k_l} (C_{\varepsilon 1} G_l - C_{\varepsilon 2} \rho_l \varepsilon_l), \quad (6)$$

$$G_l = \mu_{eff,l} \nabla \mathbf{u}_l \cdot \left[ \nabla \mathbf{u}_l + (\nabla \mathbf{u}_l)^T \right] - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u}_l (\mu_{eff,l} \nabla \cdot \mathbf{u}_l + \rho_l k_l) \quad (7)$$

Для определения значения турбулентной вязкости газовой фазы применяется соотношение

$$\mu_{t,g} = \frac{\rho_g \mu_{t,l}}{\rho_l \text{Pr}_\sigma} \quad (8)$$

Постоянные модели турбулентности имеют следующие значения:  $C_\mu = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.3$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ ,  $\text{Pr}_\sigma = 1.0$ .

Полная сила межфазного взаимодействия играет очень важное значение при моделировании многофазных потоков [4–5, 11–13]. В настоящей работе она складывается из силы сопротивления  $\mathbf{M}_{D,g}$ , подъемной силы  $\mathbf{M}_{L,g}$ , пристеночной силы  $\mathbf{M}_{W,g}$ , присоединенной силы  $\mathbf{M}_{VM,g}$

$$\mathbf{M}_l = -\mathbf{M}_g = \mathbf{M}_{D,g} + \mathbf{M}_{L,g} + \mathbf{M}_{W,g} + \mathbf{M}_{VM,g} \quad (9)$$

Сила аэродинамического сопротивления определяется выражением [4, 11]

$$\mathbf{M}_{D,g} = \frac{3}{4} \alpha_g \rho_l \frac{C_D}{d_s} |\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l| (\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_l), \quad (10)$$

где для коэффициента сопротивления частицы  $C_D$  применяется соотношение

$$C_D = \begin{cases} 24(1 + 0.15\text{Re}_{21}^{0.687})/\text{Re}_{21}, & \text{Re}_{21} < 1000, \\ 0.44, & \text{Re}_{21} \geq 1000 \end{cases} \quad (11)$$

В (11)  $\text{Re}_{21} = 2\rho_l|u_g - u_l|d_s/\mu$  – число Рейнольдса для относительного движения фаз. Выражение для подъемной силы записывается как [4, 12]

$$M_{L,g} = C_L \alpha_g \rho_l (u_g - u_l) \times \nabla \times u_g \quad (12)$$

в (12)  $C_L$  – коэффициент подъемной силы, определяемый как

$$C_L = \begin{cases} \min[0.288 \tanh(0.121 \text{Re}_{21}), f(Eo_d)], & Eo_d < 4, \\ f(Eo_d), & 4 \leq Eo_d \leq 10, \\ -0.29, & Eo_d > 10 \end{cases} \quad (13)$$

Здесь  $f(Eo_d)$  – поправочная функция, приведенная в [12];  $Eo_b$  – модифицированное число Этвеша

$$f(Eo_d) = 0.00105 Eo_d^3 - 0.0159 Eo_d^2 - 0.0204 Eo_d + 0.474, \quad Eo_b = g \frac{(\rho_l - \rho_g) d_H^2}{\sigma},$$

где  $d_H$  – максимальный горизонтальный диаметр пузырька;  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения. Для адекватного описания движения пузырьков вблизи стенки вводится пристеночная сила [5, 13]

$$M_{W,g} = \alpha_g \rho_l \left[ C_{w1} + C_{w2} \frac{d_s}{y_w}; 0 \right] \frac{[u_l - (u_l n_W) n_W]}{d_s} \quad (14)$$

где  $n_W$  – единичный вектор, направленный по нормали к стенке в поток;  $y_w$  – расстояние от стенки, постоянные были приняты равными  $C_{w1} = -0.01$ ,  $C_{w2} = -0.05$ . Для силы присоединенной массы применялась выражение [4, 11–13]

$$M_{VM,g} = C_{VM,g} \alpha_g \rho_l \left( \frac{Du_l}{Dt} - \frac{Du_g}{Dt} \right), \quad C_{VM,g} = 0.5 \quad (15)$$

Для моделирования распределения пузырьков по размерам, крупность которых изменяется вследствие слияния, разрушения и других процессов с учетом турбулентности, применяется метод фракций [11–13]. Эволюция спектра капель описывается кинетическим уравнением для удельной числовой концентрации пузырьков  $n(v, t)$  [11–13]

$$\frac{\partial n(v, t)}{\partial t} + \nabla \cdot [u_g n(v, t)] = B_a - D_a + B_b - D_b \quad (16)$$

$$B_a = \frac{1}{2} \int_0^v a(v-v') n(v-v', t) n(v', t) dv', \quad D_a = \int_0^\infty a(v, v') n(v, t) n(v', t) dv' \quad (17)$$

$$B_b = \int_0^\infty \beta(v, v') b(v') n(v', t) dv', \quad D_b = b(v) n(v, t) \quad (18)$$

Соотношение (16) описывает изменение спектра частиц по размерам в результате процессов коагуляции и дробления столкнувшихся пузырьков в потоке. Слагаемое  $B_a$  определяет прирост концентрации пузырьков за счет слияния частиц с суммарным объемом  $v$ , а  $D_a$  – убыль за счет слияния частиц  $v$  с остальными. Остальные два слагаемых определяют прирост за счет дробления частиц большего объема  $B_b$ , и убывание  $D_b$  в результате дробления частиц  $v$ . Для завершения постановки задачи требуется задание начального распределения частиц на входе. В выражениях (17)–(18)  $a(v, v')$  – функция, определяющая ядро коагуляции, а  $\beta(v, v')$  выражает ядро дробления частиц. В данной работе для определения функций  $a(v, v')$ ,  $\beta(v, v')$  используются эмпирические выражения, полученные в работах [14–15].

Для расчета уравнения (16) применяется метод эйлеровых фракций, основанный на разбиении всего спектра частиц на отдельные дискретные классы с последующим расчетом эволюции каждого класса. Метод основан на разбиении различных частиц на классы с фиксированными размерами и предполагает возможность обмена частицами между группами разных диаметров в результате процессов слияния, разрушения. Распределение пузырьков по размерам делится на некоторое число интервалов  $v_i$  размером  $x_i$ . Интегрируя  $n(v, t)$  вдоль интервала  $[v_i, v_{i+1}]$  получим количество частиц, объем которых находится в пределах

между  $v_i$  и  $v_{i+1}$ ,  $N_i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} n(v, t) dv$ . Применяя аналогичную операцию к уравнению (16) полу-

чим

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + \nabla \cdot [u_i N_i] = \int_{v_i}^{v_{i+1}} (B_a - D_a + B_b - D_b) dv \quad (19)$$

Введем новую функцию  $f_i$ , определяемую как доля концентрации пузырьков  $i$ -размера от общего числа пузырьков, принимая во внимание при этом, что для неё выполняются соотношения  $f_i = \alpha_i / \alpha_g$ ,  $\alpha_g f_i = N_i v_i$ . Запишем уравнение для эволюции функции  $f_i$ , аналогичное (19)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g f_i) + \nabla \cdot [(\alpha_g u_g) f_i] = S^i(f_i), \quad S^i(f_i) = B_a^i - D_a^i + B_b^i - D_b^i, \quad i = 1, m \quad (20)$$

$$B_a^i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} B_a dv, \quad D_a^i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} D_a dv, \quad B_b^i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} B_b dv, \quad D_b^i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} D_b dv$$

Для замыкания системы уравнений (1)–(20) требуется определение сил межфазного взаимодействия, определяемые соотношениями (9)–(15). Незвестный параметр  $d_s$ , выражающий средний объемно-поверхностный диаметр пузырьков в объеме  $v_i$ , определяется через  $f_i$  как

$$d_s = \frac{\sum_{i=1}^m f_i}{\sum_{i=1}^m f_i / d_i} \quad (21)$$

### 3. Результаты расчетов

Проверка представленной математической модели была проведена путем сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными. Были выбраны данные экспериментов, представленные в работе [9], в которой изучалось полидисперсное восходящее пузырьковое течение в трубе (диаметр трубы  $D = 50.8$  мм, высота  $H = 3060$  мм). Основными харак-

характеристиками газожидкостного потока на входе в трубу являются следующие параметры:  $\langle J_f \rangle$  – приведенная скорость жидкой фазы на входе в трубу;  $\langle J_g \rangle$  – приведенная скорость газовой фазы;  $\alpha_g$  – объемное газосодержание пузырьков;  $d_s$  – диаметр пузырьков. Рассматриваются газожидкостные потоки со скоростью жидкости на входе  $\langle J_f \rangle = 0.98$  м/с и двух режимах течения потока пузырьков  $d_s = 0.0025$  м с характеристиками  $\langle J_g \rangle = 0.047, 0.32$  м/с,  $\alpha_g = 0.05, 0.23$  соответственно. Число Рейнольдса для потока жидкой фазы изменяется в пределах  $Re_l = \rho_l \langle J_l \rangle D / \mu_l = 2.5 \times 10^4 \div 10.2 \times 10^4$ . Задаются следующие параметры компонентов двухфазной среды вода-воздух:  $\rho_l = 998.2$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_g = 1.2$  кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости  $\mu_l = 1.1 \times 10^{-3}$  кг/(м·с),  $\mu_g = 1.7 \times 10^{-5}$  кг/(м·с). Распределение частиц по размерам представлено в виде 6 групп пузырьков с минимальным диаметром  $d_1^{\min} = 1 \times 10^{-3}$  м, а максимальным  $d_6^{\max} = 1.2 \times 10^{-2}$  м. Представлены расчетные и экспериментальные данные по распределению характеристик несущего и полидисперсного потока в развитом турбулентном течении в сечении  $x_3/D = 53.6$ ,  $r_0 = D/2$  вдоль радиуса трубы ( $r$  – расстояние от оси трубы).

На рис. 1, 2 приведены сравнительные данные по распределению осредненного профиля осевой составляющей скорости несущей фазы  $u_{3l}$ , дисперсной фазы  $u_{3g}$  газожидкостного потока для приведенной скорости жидкости на входе  $\langle J_f \rangle = 0.98$  м/с и двух режимах течения дисперсной газовой фазы  $\langle J_g \rangle = 0.047, 0.32$  м/с (кривые 1, 2 соответственно).

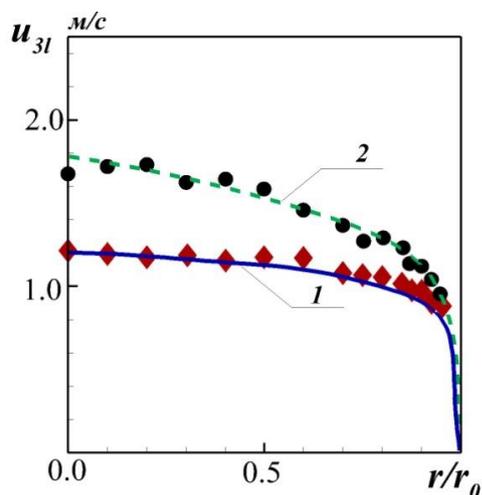


Рис. 1. Сравнение расчетных результатов (линии 1, 2) и экспериментальных данных (символы) для скорости несущей фазы  $u_{3l}$

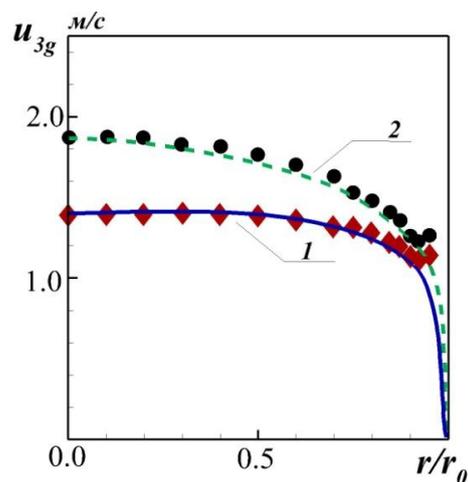


Рис. 2. Сравнение скорости пузырьков  $u_{3g}$  (линии 1, 2 – расчет) для экспериментов (символы)

Из кривой 1 (рис. 1) видно, что введение небольшой концентрации пузырьков ( $\alpha_g = 0.047$ ) приводит к тому, что профиль скорости жидкой фазы становится практически плоским в ядре потока. Влияние наличия пузырьков в потоке проявляется в том, что вблизи стенки происходит увеличение градиента изменения скорости. Повышение значения скорости и концентрации пузырьков ( $\alpha_g = 0.23$ ) приводит к уменьшению влияния дисперсной фазы на профиль скорости, градиенты профиля скорости в пристеночной области уменьшаются, а профиль скорости становится более параболическим, соответствующим однофазному потоку. Для небольших скоростей течения пузырьковой смеси наблюдается пиковая концентрация пузырьков в пристеночной области и равномерное пологое распределение концентрации пузырьков в ядре потока при различных концентрациях газа (рис. 3, кривая 1). Аналогичные результаты в эпюре распределения  $\alpha_g$  вдоль радиуса трубы подтверждаются экспериментальными данными многих исследователей. Так “седлообразные” профили газосодержания вдоль сечения трубы обнаружены экспериментально при течении восходящего газожидкостного потока в работах [6–8]. В этих работах пиковое распределение объемного

газосодержания в пристеночной области и равномерное в ядре потока (называемого “скин-эффектом”) получено при течении пузырьковой смеси в трубе при числах  $Re = 6 \times 10^3 \div 6 \times 10^4$ . Отличие степени воздействия межфазных сил на пузырьки различного размера приводит к тому, что пузырьки, по диаметру меньшие исходного размера, смещаются в пристеночную область. Отметим, что рассматриваемый режим течения можно характеризовать как поток, в котором основная масса пузырьков движется в пристеночной области. На рис. 4 показано распределение среднего объемно-поверхностного диаметра пузырьков  $d_s$  вдоль радиуса трубы для обоих режимов. Из него видно, что при малых скоростях течения жидкости (кривая 1) наблюдается равномерное распределение среднего диаметра пузырьков по сечению канала. В этом случае в единице объема находится небольшое число пузырьков и их влияние мало, также интенсивность процессов коагуляции и дробления при этом незначительны и наблюдается некоторое равновесное состояние.

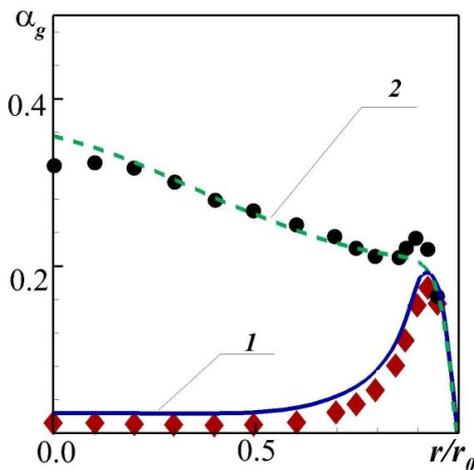


Рис. 3. Сравнение распределений объемного газосодержания  $\alpha_g$  (линии 1, 2 – расчет, эксперимент – символы)

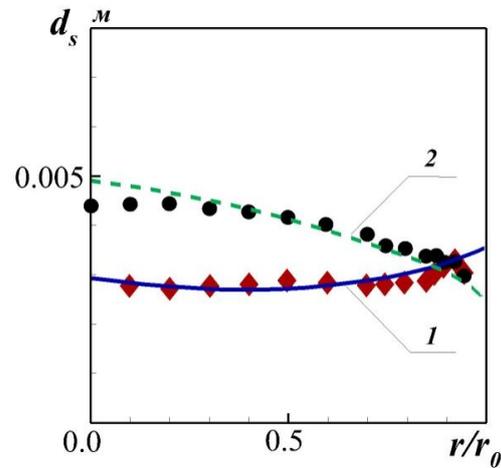


Рис. 4. Сравнение распределения среднего объемно-поверхностного диаметра пузырьков  $d_s$  для двух режимов течения: линии 1, 2 – расчет; символы – эксперимент

В этом случае число пузырьков образующихся в результате процессов слияния примерно одинаково количеству частиц, которые распались на более мелкие в результате действия сил турбулентных пульсаций. Увеличение скорости и концентрации газовой фазы приводит к увеличению среднего радиуса пузырьков  $d_s$  до 4 мм, что свидетельствует о том, что интенсивность процессов коагуляции пузырьков стала преобладать над скоростью распада пузырьков. Движение газожидкостного потока с начальной скоростью на входе  $\langle J_f \rangle = 0.98$  м/с,  $\langle J_g \rangle = 0.32$  м/с характеризуется интенсификацией процессов коагуляции и дробления, а действие поперечных межфазных сил приводит к перераспределению пузырьков разного диаметра по сечению канала. Вследствие действия межфазных сил происходит смещение маленьких пузырьков в пристеночную область, а укрупненные пузырьки скапливаются в центре канала. Структура течения при малых концентрациях и скоростях газовой фазы, характеризующаяся скоплением пузырьков у стенок, сменяется на противоположную. При больших скоростях газожидкостного потока основная масса пузырьков движется в центральной области, а вблизи стенок ее концентрация незначительна. На рис. 5, 6 в сечении  $x_3/D = 53.6$  показано распределение частиц по размерам в виде доли частиц  $N_i$  соответствующего диаметра  $d_i$  от общего числа пузырьков в области потока  $N_s$ . Увеличение приведенной скорости пузырьков и концентрации газовой фазы на входе от  $\alpha_g = 0.051$  до  $\alpha_g = 0.23$  приводит к увеличению общего количества пузырьков с  $N_s = 0.71 \times 10^6$  до  $N_s = 1.45 \times 10^6$ . Увеличение скорости потока приводит к более интенсивному вовлечению пузырьков в турбулентные пульсационные движения, которые сопровождаются процессами

коагуляции пузырьков. При увеличении скорости несущей и дисперсной фазы изменяется структура распределения частиц по размерам, видно, что увеличивается доля более крупных пузырьков (размер более 5 мм) в области газожидкостного потока.

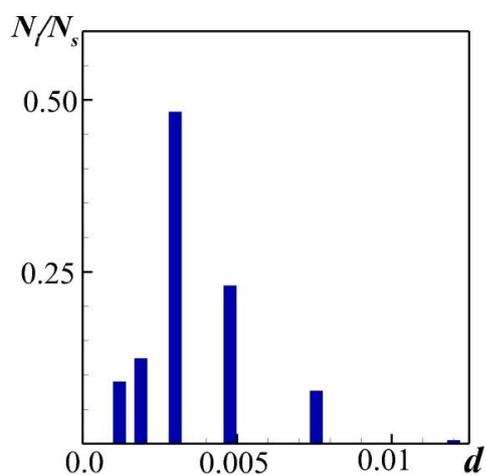


Рис. 5. Распределение частиц по размерам  $N_i/N_s$  для пузырькового режима течения с  $\langle J_f \rangle = 0.98 \text{ м/с}$ ,  $\langle J_g \rangle = 0.047 \text{ м/с}$

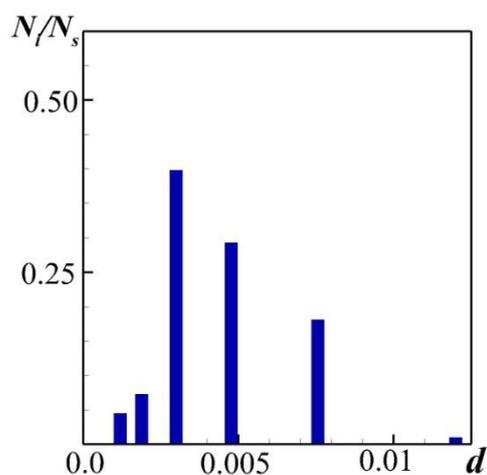


Рис. 6. Распределение частиц по размерам  $N_i/N_s$  для пузырькового режима течения с  $\langle J_f \rangle = 0.98 \text{ м/с}$ ,  $\langle J_g \rangle = 0.32 \text{ м/с}$

На рис. 4 показано распределение  $d_s$  вдоль радиуса трубы для обоих режимов, что свидетельствует об изменении структуры течения двухфазного пузырькового потока для второго режима. Рост скорости жидкости приводит к тому, что интенсивность столкновений увеличивается. Она растет вследствие большей концентрации пузырьков в единице объема, приводящей к меньшим расстояниям между пузырьками, сравнимых с их диаметрами. Увеличение вовлечения пузырьков в турбулентные пульсации, приводит к росту интенсивности коагуляции, о чем свидетельствуют увеличение значения среднего размера пузырьков  $d_s$  в ядре потока. Однако уменьшение среднего диаметра вблизи стенок свидетельствует о том, что при данной скорости процессы вовлечения пузырьков в турбулентные вихри уже достаточны для массового дробления пузырьков. Если при более высоких скоростях газа значение турбулентной энергии и турбулентной пульсации увеличивается, что способствует большим скоростям столкновений частиц приводящих к коагуляции пузырьков, но турбулентная энергия по-видимому еще недостаточно для раздробления пузырьков. Вследствие чего наблюдается некоторое преобладание процессов коагуляции, приводящих к увеличению доли пузырьков, превышающих диаметр 3 мм, а действие поперечной силы на эти пузырьки приводит к их скоплению в центре трубы. Вследствие данных процессов коагуляции и дробления увеличивается доля пузырьков, размер которых больше 3 мм, в то время число пузырьков в результате дробления, т.е. размер которых меньше 3 мм не увеличивается. Но в целом это приводит к увеличению объемного содержания газовой фазы в центре трубы и уменьшению в пристеночной области.

#### 4. Заключение

Представлена эйлерова двухжидкостная модель для описания процесса переноса полидисперсных пузырьков в турбулентных газожидкостных потоках при значительных газосодержаниях газовой фазы. Для моделирования турбулентного потока жидкой фазы используется модифицированная модель переноса рейнольдсовых напряжений. Для учета распределения пузырьков по размерам в газожидкостном потоке применяется разбиение всей системы частиц на отдельные группы (фракции) с фиксированными диаметрами, для каждой из которых записывается уравнение сохранения частиц с учетом процессов коагу-

ляции и дробления пузырьков. На основе сопоставления результатов численной модели с экспериментальными данными при течении пузырькового восходящего потока в вертикальной трубе, показана применимость предложенной модели для численного моделирования газожидкостных потоков при значительных газосодержаниях дисперсной фазы.

## Благодарности и ссылки на гранты

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы ОЭММПУ РАН “Фундаментальные проблемы физической и химической механики для экспериментов на МКС”.

## Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Актуальные проблемы механики. Механика жидкости, газа и плазмы. Отв. ред. С.Т. Суржиков; Ин-т проблем механики им. А.Ю. Ишлинского. М.: Наука, 2008. 285 с.
3. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат. 1990. 248 с.
4. Jakobsen H.A. Chemical reactor modeling. Multiphase reactive flows. Springer. 2013. 1275 p.
5. Ishii M., Hibiki T. Thermo-fluid dynamics of two-phase flow. Springer. 2011. 513 p.
6. Бурдуков А.П., Валукина Н.В., Накоряков В.Е. Особенности течения газожидкостной пузырьковой смеси при малых числах Рейнольдса // ПМТФ. 1975. № 4. С. 137–141.
7. Liu T.J., Bankoff S.G. Structure of air-water bubbly flow in a vertical pipe .I. Liquid mean velocity and turbulence measurement. II. Void fraction, bubble velocity and bubble size distributions // Int. J. Heat Mass Transfer. 1993. Vol. 36. Pp. 1049–1060.
8. Nakoryakov V.E., Kashinsky O.N., Randin V.V., Timkin L.S. Gas-liquid bubbly flow in vertical pipes // ASME.J. Fluids Eng. 1996. Vol. 118. Pp. 377–382.
9. Hibiki T., Ishii M., Xiao Z. Axial interfacial area transport of vertical bubble flows // Int. J. Heat Mass Transfer. 2001. Vol. 44. Pp. 1869–1888.
10. Drew D.A. Mathematical Modeling of Two-Phase Flow// Ann. Rev. Fluid Mech. 1983. Vol. 15. Pp. 261–291.
11. Selma B., Bannari R., Proulx P. Simulation of bubbly flows: Comparison between direct quadrature method of moments (DQMOM) and method of classes (CM)// Chem. Eng. Sci. 2010. Vol. 65. Pp. 1925–1941.
12. Wang T., Wang J., Jin Y. A CFD-PBM coupled model for gas-liquid flows//AIChE J. 2006. Vol. 52. Pp. 128–141.
13. Pflieger D., Gomes S., Wagner G.H., Gilbert N. Hydrodynamics simulations of laboratory scale bubble columns: Fundamentals studies on the Eulerian-Eulerian modeling approach // Chem. Eng. Sci. 1999. Vol. 54(4). Pp. 5091–5099.
14. Prince M.J., Blanch H.W. Bubble coalescence and break-up in air sparged bubble columns // A.I.Ch.E. Journal. 1990. Vol. 36. Pp. 1485–1499.
15. Luo H., Svendsen H. Axial interfacial area transport of vertical bubble flows// A.I.Ch.E. Journal. 1996. Vol. 46. Pp. 1225–1233.

Статья поступила в редакцию 12 декабря 2016 г.