

# Heat and mass transfer in a tube with nanowires inside and submicron cavities on the wall

**A.A. Markov**

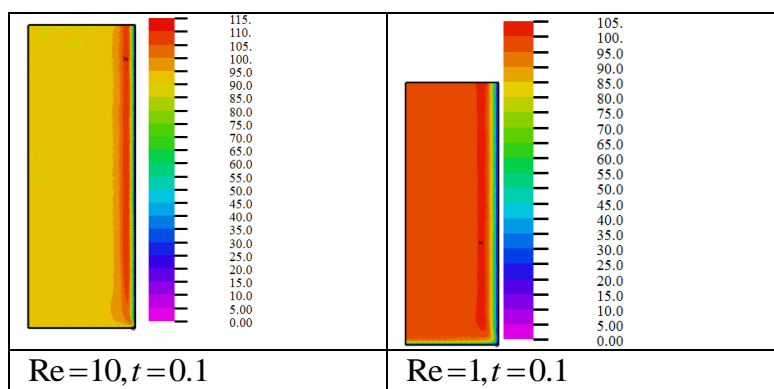
*IPMech RAS, Moscow 119526, Russia*

[markov.ipm@yandex.ru](mailto:markov.ipm@yandex.ru)

## Abstract

The Knudsen layer impact on heat and mass transfer in the channel with nanowires placed in the flow as well as nanostructures organized on the channel wall is simulated. The intensities of the slippage macrofluxes on the channel wall are found using the surface slippage microfluxes and velocity gradient averaging inside the cavities on the channel wall. The concept of self-penetrating solid - gas continua is applied. The detailed structure of gas flow inside the cavities is not taken into account. The intensities of slippage are presented in nondimensional form as functions of gas molecules reflection, the size and distribution of cavities on the channel surface. The non-isothermal flows with a passive diffusive component are considered taken into account the external heat flux. The velocity slip and temperature jump boundary conditions are applied. The average of slippage for the set of nanowires is suggested using the micro slippage on the isolated nanowire surface. The application of the study is applied to a drag reduction for gas and liquid transport in isothermal flows in channels for low Reynolds number. Simulating non-isothermal flow using the temperature jump in Knudsen layer shows the formation of lateral pressure and temperature gradient close to the channel wall. The radial pressure gradient causes the radial velocity component in the gas flow as well as the decreasing of mass transport vs time. The results of numerical simulation of gas transport under a given pressure drop in the channels with nanowires set and cavities on the wall demonstrate the drag reduction up to 300 percent.

Keywords: Knudsen layer, micro and macro scale analysis, mass transfer intensification, gas slippage and gas temperature jump at the pores surface,.



Gas mass flow in the tube with a set of nanowires of radius  $r_C = 0.1$  attached to the wall is presented. The massflow distribution is shown at time instant  $t=0.1$  for  $Re=10$  (left) and  $Re=1$  (right).

# О тепло- и массопереносе в трубе с внедренными нанонитями и субмикронными полостями на стенке

А.А. Марков

ИПМех РАН, РФ, Москва, 119526 Пр. Вернадского 101 к.1  
[markov.ipm@yandex.ru](mailto:markov.ipm@yandex.ru)

## Аннотация

Моделируется воздействие слоев Кнудсена на тепло- и массоперенос при течении газа в трубе, на стенке которой организованы субмикронные полости и внедрен ансамбль упорядоченных нанонитей внутри трубы. Найдена величина макроинтенсивности скольжения на стенке трубы с применением осреднения микропотоков и градиентов скорости газа в полостях на основе модели взаимно проникающих континуумов твердой и газовой фаз. Детальная структура потоков газа в полостях не рассматривается. Интенсивности процессов скольжения представлены в безразмерных переменных как функции коэффициентов отражения молекул газа от поверхности полостей их размера и распределения на стенке трубы. Рассмотрены потоки газа с пассивной примесью при подводе тепла. Применены условия скольжения в сочетании со скачками температуры газа на поверхности изолированной трубки. При обтекании нанонитей проводится усреднение эффекта скольжения около изолированной нити по ансамблю нитей. Проведены расчеты массопереноса при варьировании интенсивностей процессов скольжения. Результаты расчетов предсказывают снижение сопротивления при движении газа в трубе при малых числах Рейнольдса в изотермическом потоке. В неизотермических потоках с ростом скачка температуры в слое Кнудсена формируется градиент температуры и давления в области около стенки трубы. Радиальный градиент давления разворачивает поток на некотором удалении от входного сечения и приводит к уменьшению расхода массы от времени. Расчеты потока в канале с внедренными нанонитями и организованными кавернами на поверхности при заданном перепаде давления показали снижение сопротивления до 300%.

Ключевые слова: слой Кнудсена, анализ микро и макромасштабов, интенсификация массопереноса, скольжение газа и скачок температуры на поверхности пор

## 1. Введение

Газодинамические потоки в каналах с малыми геометрическими размерами либо с малыми объектами, проявляют особые свойства. Главным критерием “малости” размера является величина критерия Кнудсена [1]  $Kn$ , который равен отношению средней длины свободного пробега молекул газа между столкновениями  $\lambda$  к характерному пространственному масштабу потока  $L$ . В качестве примеров особых свойств течений, связанных с эффектами малости диаметра канала или разреженности газа, можно указать, на возникновение «слоя Кнудсена» вблизи стенок канала, «парадокс Кнудсена» (существование минимума в зависимости массового расхода газа от числа Кнудсена), несовпадение направления вектора теплового потока с направлением, противоположным градиенту распределения температуры, “тепловое скольжение” вблизи поверхности канала [1-11]. Экспериментальные исследования конвективного и диффузионного переноса в нанотрубках [1-7] показали интенсификацию переноса, которую частично удастся объяснить [12] прямым моделированием движения ансамбля молекул методом молекулярной динамики (МД). Нанонити находят многочисленные

применения [13]. Известны технологии получения системы до  $10^5$  упорядоченных нанонитей диаметра порядка  $10^{-7} m$ , длиной  $10m$ . Следует заметить, что длина свободного пробега молекул газа в слоях Кнудсена около поверхности нанонитей и в микроканалах превышает диаметр нитей и каналов. Числа Кнудсена достигают величин 10-70, [1-3].

Снижению сопротивления при транспортировке жидкости в каналах и при движении летательных аппаратов и судов посвящено большое число исследований. Традиционным подходом является впрыскивание газа либо пузырьков с поверхности трубы либо обтекаемого тела, создание зон кавитации см. и ссылки на более ранние работы [14]. Эти подходы основаны на дополнительных затратах энергии, расходуемой на вдув газа. Удавалось снизить сопротивление до 95% при высоких числах Рейнольдса  $10^7$  [15]. Ввиду того, что газовая пленка либо пузырьки газа не остаются постоянно на поверхности трубы, либо обтекаемого тела, указанные методы требуют постоянного вдува газа и, следовательно, дополнительных затрат энергии. Эти затраты энергии существенно понижают эффект снижения сопротивления. В последние годы развиваются методы снижения сопротивления без дополнительных затрат энергии с использованием организации специальных структур типа выступов и полостей на поверхности канала. Получаемые поверхности называют ультра гидрофобными (водоотталкивающими). Применение гидрофобных поверхностей позволяет удерживать газовую пленку без дополнительных затрат энергии. Следует отметить, что шероховатость поверхности увеличивает сопротивление трения в турбулентных пограничных слоях [16] за исключением весьма специфических случаев [17]. Однако, если ультрагидрофобная поверхность удерживает микрополости с газом, то возникающий эффект скольжения может привести к понижению сопротивления, что было показано в приведенных ниже работах. Недавние исследования скольжения около ультрагидрофобных поверхностей в ламинарных пограничных слоях дают основание надеяться на эффект снижения трения и в турбулентных пограничных слоях [18-22]. Хотя большинство исследований гидрофобных поверхностей было посвящено поведению пузырьков на поверхности, но не вопросам снижения сопротивления в непрерывных потоках [23,24], появляются также работы об увеличении длины скольжения для тел, движущихся в жидкости. [25,26]. В качестве одного из вариантов рассматривалось также покрытие с нанесенной на ней решеткой микроканалов, заполненных воздухом, при моделировании обтекания которой жидкостью (водой) экспериментально наблюдался эффект снижения вязкого сопротивления. Кроме экспериментальных исследований созданы теоретические модели взаимодействия жидких потоков с поверхностями, на основании которых проведены расчеты и получены перспективные результаты. Так в [27] вводилась модель граничного условия со скольжением на свободной границе раздела двух фаз: воздух- вода для проведения численных расчетов методом прямого численного моделирования при турбулентном течении в канале. При этом установлены качественные различия этих эффектов воздействия на снижение сопротивления трения при течениях ламинарных и турбулентных потоков. Одно из преимуществ использования гидрофобных покрытий – снижение сопротивления трения при движении твердых тел в жидкости. Как следствие, при этом достигается значительная экономия топлива и уменьшение выбросов вредных веществ в окружающую среду. Это является основной причиной возрастающего интереса к исследованию и развитию подобного подхода в противоположность другим известным схемам (вдув пузырей воздуха или газа, поверхностный вдув или отсос газа либо жидкости). В литературе известны основные направления этих исследований: увеличение эффективной длины проскальзывания, анализ устойчивости течений на гидрофобных покрытиях. В то же время они ограничиваются в основном рассмотрением ламинарных режимов. Эти течения исследовались теоретически численными методами и экспериментально. Для них механизм снижения сопротивления тре-

ния на гидрофобных покрытиях хорошо изучен, он основывается на прямом воздействии эффективной длины проскальзывания через изменение профиля скорости вблизи стенки на сопротивление трения на поверхности.

Работы, отмеченные выше не рассматривали снижение сопротивления без применения дополнительных затрат энергии при транспортировке газов в каналах. Кроме того, исследовались выступы в десятки микрон. Цель данной работы - построение модели снижения сопротивления при организации выступов и полостей на поверхности субмикронного размера. Экспериментальные данные [27] указывают тенденцию роста эффекта снижения сопротивления с уменьшением высоты выступов на ультрагидрофобной поверхности. Теоретические исследования [28-30] также указывают на преимущества использования полостей субмикронного размера для снижения сопротивления при транспортировке газа в канале.

На субмикронных масштабах условия скольжения в сочетании со скачками концентраций с учетом термодиффузии и скачка температуры газа на поверхности изолированной трубки либо в порах рассмотрены в [31]. В работе [32] проведены экспериментальные исследования кинетики синтеза ферритов в процессе горения углерода в нанопорах и проведены расчеты синтеза частиц для сопоставления с экспериментальными данными. Результаты работы подтвердили экспериментально существование слоев Кнудсена на границе субмикронных пор при атмосферном давлении. Расчеты температурных полей по развитым моделям скольжения, скачков температуры и концентраций компонент газовой фазы находятся в удовлетворительном согласии с данными экспериментального исследования.

В данной работе моделируется воздействие слоев Кнудсена на массо- и теплоперенос при течении газа в микроканалах и при обтекании ансамбля упорядоченных нанонитей в трубе. Условия скольжения в сочетании со скачками концентраций и температуры газа на поверхности изолированной трубки записываются в виде [31]. При обтекании нанонитей проводится усреднение эффекта скольжения около изолированной нити по ансамблю нитей. Результаты расчетов частично содержатся в [33,34].

## 2. Теоретический анализ

Рассмотрим поток вязкого газа с постоянной плотностью и температурой в микроканале диаметра нескольких микрон, обтекающий нить, диаметр которой много меньше диаметра канала. На входе и на выходе из канала задается давление газа.

Система уравнений нестационарного, осесимметричного движения газа с постоянной температурой и плотностью решается в области  $R_0 < R < R_1$ ,  $0 < X < X_L$  при заданной продольной скорости на внешней границе микроканала  $U(R_1, X, t) = U_{ex}$ ,  $V(R_1, X, t) = 0$ ,  $R = R_1$ ,  $0 < X < X_L$  и при условиях скольжения на поверхности изолированной нити [5]:

$R = R_0$ ,  $0 < X < X_L$ :

$$-\mu_g \frac{\partial U}{\partial R} = B_u U(R_0, X, t), \quad V(R_0, X, t) = 0 \quad (1)$$

$$B_u = b_u \sqrt{P\rho}, \quad \text{где } b_u = \frac{\theta}{2-\theta} \sqrt{\frac{2}{\pi}}, \quad 0 \leq \theta \leq 1, \quad \text{где } \theta - \text{коэффициент отражения молекул}$$

от поверхности нити. В начальный момент времени

$$U(R, X, 0) = V(R, X, 0) = 0 \quad (2)$$

Как показывают расчеты, решение нестационарной задачи (1)-(2) быстро выходит на стационарный режим. При некотором удалении от входного сечения формируется решение, зависящее только от радиальной координаты. Стационарное течение оказывается одномерным. Радиальная компонента скорости  $V \approx 0$ . Это обстоятельство оправдывает анализ решения задачи при обтекании с внешней скоростью  $U = U_1$  изолированной нанонити в следующей постановке.

Рассмотрим аналитическое решение  $U(R)$  обобщенного течения Куэтта на основе следующей задачи, записанной для размерных переменных:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \mu_g R \frac{\partial U}{\partial R} \right) = P_X, \quad R_0 < R < R_1 \quad (3)$$

$$-\mu_g \frac{\partial}{\partial R} U(R_0) = B_u U(R_0), \quad U(R_1) = U_1 \quad (4)$$

Здесь [31]

$$B_u = b_u \sqrt{\rho P}, \quad b_u = \frac{\theta}{2-\theta} \sqrt{\frac{2}{\pi}}, \quad 0 \leq \theta \leq 1, \quad \text{коэффициент отражения молекул от границы}$$

нанонити. Используя граничное условие получим

$$P_X = -\frac{2}{R_0} B_u U(R_0) \quad (5)$$

Соотношение (5) показывает зависимость градиента давления от интенсивности скольжения  $B_u$  на поверхности нити.

Решение задачи (3),(4) запишем в виде

$$\mu_g (U(R) - U_1) = \frac{1}{4} (R^2 - R_1^2) P_X \quad (6)$$

$$\mu_g \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{1}{2} R P_X$$

Поскольку градиент давления не зависит от  $R$ , выразим градиент давления из (3) через значение скорости в средней точке, в которой  $U(R_*) = (U(R_0) + U_1) / 2$

$$\mu_g ((U(R_0) + U_1) / 2 - U_1) = \frac{1}{4} (R_*^2 - R_1^2) P_X$$

Тогда

$$P_X = \frac{2\mu_g (U(R_0) - U_1)}{(R_1^2 - R_*^2)} \quad (7)$$

Заметим, что градиент давления отрицателен пока скорость на границе нити не превосходит скорость на внешней границе. Соотношение (4) показывает зависимость градиента давления от динамической вязкости  $\mu_g$ . Далее учтем в процессе усреднения зависимость градиента давления как от интенсивности скольжения, так и от коэффициента вязкости. С этой целью запишем градиент давления как полу сумму (6) и (7) в виде

$$P_X = -\frac{1}{R_0} B_u U(R_0) + \frac{\mu_g (U(R_0) - U_1)}{(R_1^2 - R_*^2)} \quad (8)$$

Используя (8), выразим скачок скорости  $U(R_0) - U_1$  через градиент в средней точке

$$B_u (U(R_0) - U_1) = -\mu_g \frac{\partial}{\partial R} U(R_{**}). \quad \text{Тогда из (5) находим}$$

$$P_X = -\frac{1}{R_0} B_u U(R_0) - \frac{\mu_g^2}{(R_1^2 - R_*^2) B_u} \frac{\partial}{\partial R} U(R_{**}) \quad (9)$$

**Поток газа в макроканале с внедренным ансамблем нанонитей**

Рассмотрим теперь поток газа в макроканале в который внедрен ансамбль нанонитей. Пусть  $V_{meso}$  обозначает мезообъем, диаметр которого много меньше диаметра макроканала, но много больше диаметра нити. Усредним продольный градиент давления (5) по поверхности всех нанонитей в мезообъеме.

$$-J_{slip}^{macro} = \frac{1}{V_{meso}} \int_S P_X dS = \frac{1}{V_{meso}} \sum_j \int_{S_j} P_X dS = \frac{1}{V_{meso}} \sum_j S_j \hat{P}_{jX}$$

Пусть  $n$  числовая плотность ансамбля нитей,  $\hat{R}$ ,  $\hat{S}$  средний радиус и площадь нити, тогда поток усредненного скольжения записывается в виде:  $J_{slip} = A_u \hat{U}$ , где интенсивность скольжения равна

$$A_u = \frac{b_u n \hat{S} \sqrt{\hat{\rho} \hat{P}}}{\hat{R}}, \quad b_u = \frac{\theta}{2-\theta} \sqrt{\frac{2}{\pi}}, \quad 0 \leq \theta \leq 1 \quad (10)$$

**Поток газа с внешней скоростью  $U = U_{ex}$  в изолированной микрополости, расположенной на границе макроканала**

Рассмотрим аналитическое решение микрозадачи о течении газа в изолированной микрополости на стенке макроканала, записанной в размерных переменных в виде:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( \mu_g R \frac{\partial U}{\partial R} \right) = P_X, \quad 0 < R < R_b \quad (11)$$

$$U(0) = U_{ex}, \quad \mu_g \frac{\partial}{\partial R} U(R_b) = B_u U(R_b) \quad (12)$$

Решение (11) имеет вид:

$$U(R) - U_{ex} = \frac{1}{4\mu_g} R^2 P_X, \quad \frac{\partial U(R_b)}{\partial R} = \frac{2}{R_b} (U(R_b) - U_{ex})$$

Из граничного условия (12) получаем

$$\mu_g \frac{\partial U(R_b)}{\partial R} = \frac{1}{2} B_u U(R_b) + \frac{\mu_g}{R_b} (U(R_b) - U_{ex})$$

**Макропоток газа в канале с микрополостями на стенке**

Рассмотрим макропоток газа в канале, на стенке которого расположены микрополости, заполненные газом. Проведем усреднение микропотоков для изолированных полостей. Усреднение по мезообъему градиентов скорости, аналогичное выше изложенному выше, приводит к следующему граничному условию скольжения для средних величин, отмеченных шапкой.

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial \hat{R}} = \hat{B}_u \hat{U} + \hat{C}_u (\hat{U} - \hat{U}_{ex}),$$

$$\hat{B}_u = B_u \frac{S_b n}{2 \cdot R_b}, \quad \hat{C}_u = \mu_g \frac{S_b n}{R_b^2} \quad (13)$$

$$S_b = 2\pi R_b L, \quad S = 2\pi r_w L.$$

Величины  $r_w, L$  - радиус и длина трубы,  $R_b, L_b$  средние радиус и длина полости и  $\hat{U}$  - средняя скорость газа в мезообъеме.

### 3. Результаты моделирования массопередачи в трубе с внедренными нанонитями и организованными микрополостями на стенке

Уравнения и граничные условия записаны для безразмерных переменных, отмеченных тильдой:

$$\tilde{x}_k = x_k / l_0, \tilde{t} = t / t_0, \tilde{u}_k = u_k / u_0, \tilde{p}_g = p_g / p_0, u_0 = l_0 / t_0, k=1,2,3, \tilde{\rho}_g = \rho_g / \rho_0 \quad (14)$$

Характерные величины переменных в формулах (14) отмечены индексом ноль.

$$p_0 = \frac{R\rho_0 T_0}{M_0}, \tilde{u}_{ex} = \frac{U_{ex}}{u_0}, Re = \frac{l_0 u_0 \rho_0}{\mu_0}, Ma^2 = \frac{u_0^2 \rho_0}{\gamma p_0}.$$

Здесь  $u_0, p_0, \rho_0, l_0, t_0$  обозначают скорость, давление, плотность, масштаб длины и времени соответственно,  $T_0, M_0, R, \gamma$  - температура, молярная масса, газовая постоянная и показатель адиабаты,  $Re, Ma$  - числа Рейнольдса и Маха.

Вектор скольжения газа равен  $\vec{J}_{slip}^{macro} = \tilde{A}_u \mathbf{u}$ , где  $\tilde{A}_u$  - безразмерная интенсивность скольжения  $\tilde{A}_u = \frac{A_u l_0}{\rho_0 u_0}, \tilde{B}_u = \frac{b_u n S_b \sqrt{\rho p}}{R_b \mu_g}, \tilde{C}_u = \frac{n S_b}{R_b^2}$ .

Усреднение на основе (6) приводит к результату

$$\vec{J}_{slip}^{macro} = \frac{l_0}{\rho_0 u_0} \frac{b_u n \hat{S}}{\hat{R}} \sqrt{\hat{\rho} \hat{P}} \mathbf{u} + \frac{l_0}{\rho_0 u_0} \frac{\mu_g n \hat{S}}{\hat{R}^2} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{ex})$$

$$\vec{J}_{slip}^{macro} = \frac{l_0}{\rho_0 u_0} \frac{b_u n \hat{S}}{\hat{R}} \sqrt{\hat{\rho} \hat{P}} \mathbf{u} + \frac{l_0}{\rho_0 u_0} \frac{\mu_g^2 n \hat{S}}{\hat{R}^2 b_u \sqrt{\hat{\rho} \hat{P}}} \nabla \mathbf{u}$$

На границе трубы использовалось усредненное условие скольжения

$$\nabla \mathbf{u} = \tilde{B}_u \mathbf{u} + \tilde{C}_u (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{ex}) \quad (15)$$

Здесь  $u, u_{ex}$  - тангенциальные составляющие скорости потока газа на стенке и на внешней границе полостей, распределенных на поверхности трубы. Усредненный эффект скольжения в слоях Кнудсена на поверхности нанонитей задавался источником  $\vec{J}_{slip}^{macro} = \tilde{A}_u \mathbf{u}$ . Далее тильда опускается.

Ниже обсуждается численное решение уравнений Навье-Стокса

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) + \nabla p = Re^{-1} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \vec{J}_{slip}^{macro},$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left[ \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right] \quad (16)$$

для осесимметричного потока газа с постоянной плотностью в цилиндрической трубе при заданном перепаде давления во входном  $x=0$  и выходном сечении  $x=L$ , условиях симметрии на оси канала  $r=0$  и нулевой скорости в начальный момент времени. На стенке канала  $r=1$  задавалось либо условие прилипания

$$\mathbf{u} = 0 \quad (17)$$

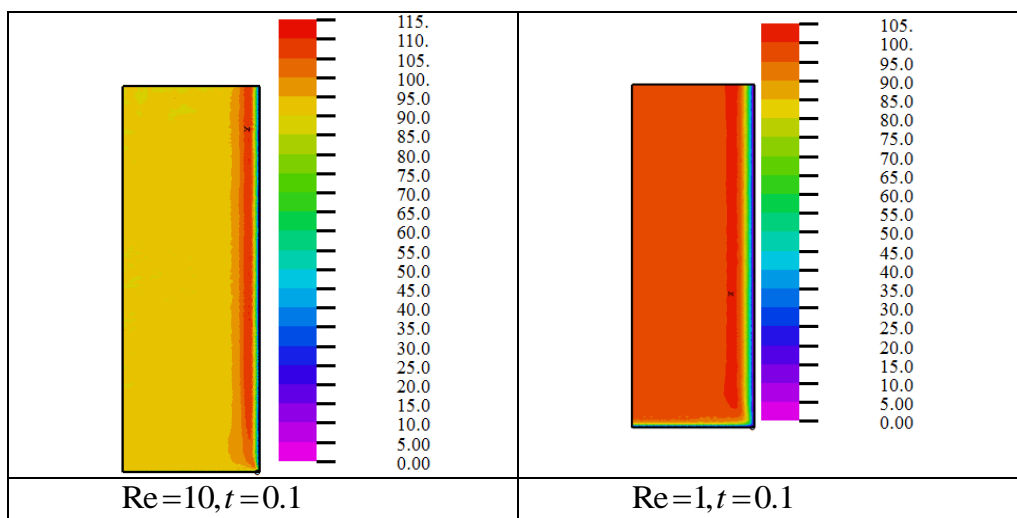
либо условие скольжения газа:

$$-\frac{1}{Re} \nabla u = B_u u, \quad v=0, \quad B_u = b_u \sqrt{p} \tag{18}$$

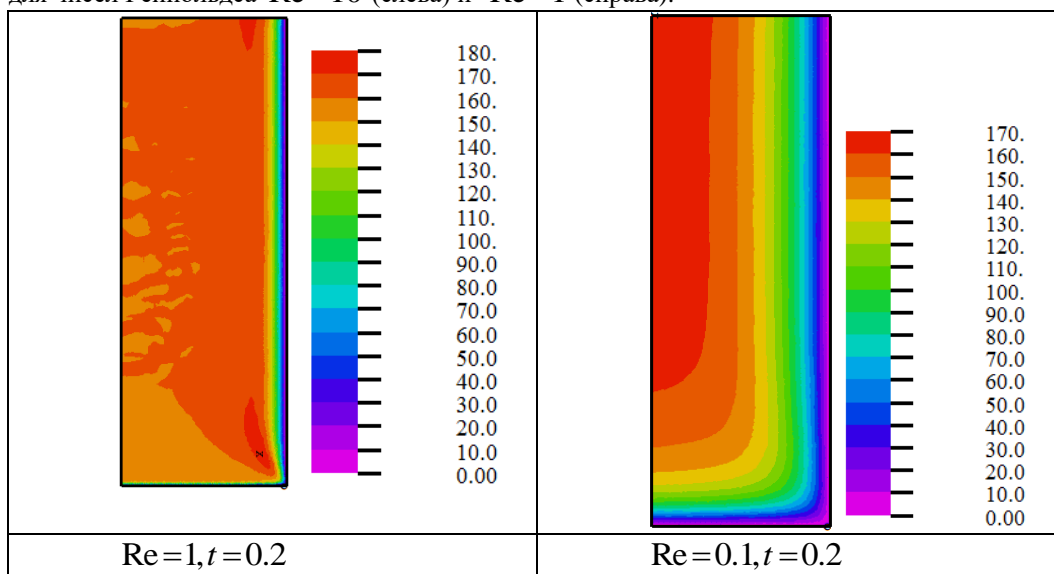
Здесь  $u, v$  - продольная и радиальная составляющие скорости в цилиндрической системе координат. Проведены расчеты течения в канале для ансамблей нитей, расположенных внутри трубки радиуса  $r_c$ ,  $0 \leq r \leq r_c$ , либо в кольце  $1-r_c \leq r \leq 1$ .

Результаты расчета нестационарного переноса массы в трубе с внедренными нанонитями и с нанополостями на стенке трубы представлены на фигурах 1-5. Детальная структура потока газа в микрополостях не рассматривалась. Применено граничное условие прилипания (17) (фигуры 1,2) и условие скольжения (18) (фигуры 3,5).

На фигурах 1-3 вход трубы расположен внизу, ось симметрии и стенка показаны слева и справа соответственно.



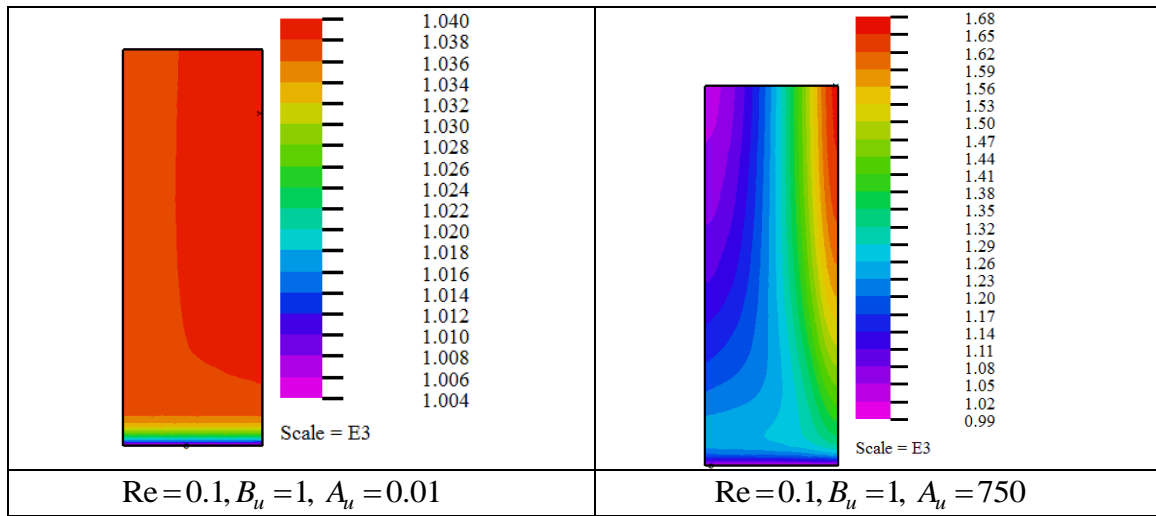
Фигура 1. Ансамбль нитей в кольце  $1-r_c \leq r \leq 1$ . Ось симметрии расположена слева. Стенка канала расположена справа, поток газа движется снизу вверх. Показано распределение массы в момент времени  $t=0.1$  для чисел Рейнольдса  $Re=10$  (слева) и  $Re=1$  (справа).



Фигура 2. Массовый поток в трубе с внедренным ансамблем нанонитей радиуса  $r_c = 0.1$  присоединённым к стенке. Показано распределение массы в момент времени  $t=0.2$  для чисел Рейнольдса  $Re=1$  (слева) и  $Re=0.1$  (справа).

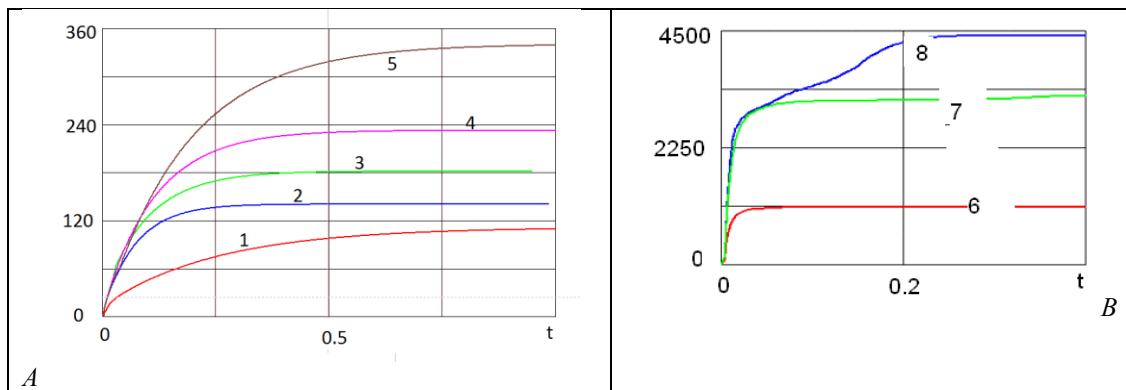


Из фигур 1,2 можно отметить, что большим числам Рейнольдса соответствует больший поток массы в одинаковые моменты времени.



Фигура 3. Поток массы в трубе с внедренным ансамблем нанонитей радиуса  $r_C = 0.1$ , прикрепленным к стенке трубы, на поверхности которой расположена структура нанополостей. Расчет при условии скольжения (18) на стенке. Поток массы соответствует интенсивности скольжения  $B_u = 1$  на поверхности трубы в момент времени  $t = 1$  для числа Рейнольдса  $Re = 0.1$  при малой величине скольжения в нанонитях  $A_u = 0.01$  (слева) и большой интенсивности скольжения  $A_u = 750$  (справа).

Фигура 3 показывает значительную интенсификацию массопереноса, обусловленную скольжением в слое Кнудсена на ультрагидрофобной стенке трубы при  $B_u = 1$  в сравнении с данными расчета при условии прилипания на стенке, показанном на фигурах 1,2.



Фигура 4. Расчет  $Q(t, L)$ ,  $Q = 2\pi \int_0^1 u(t, x, r) \rho r dr$  для ансамбля нитей, расположенных в трубке

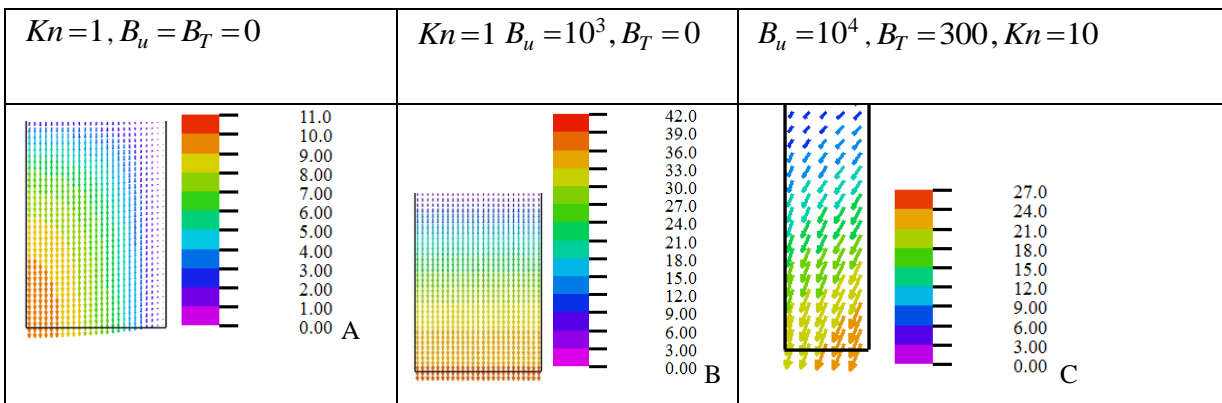
$0 \leq r \leq r_C$  (расчеты 1-5), либо в окрестности стенки  $1 - r_C \leq r \leq 1$  при заданной внешней скорости  $u_{ex} = 20$  (расчеты 6-8). На стенке условие прилипания (17) (расчеты 1-5) и условие скольжения (18) (расчеты 6-8). Линии 1-8 относятся к вариантам расчета 1-8 соответственно:

- 1) поток без нанонитей; 2)  $r_C = 0.1$ ,  $A_u = 1500$ ; 3)  $r_C = 0.1$ ,  $A_u = 2500$ ; 4)  $r_C = 1$ ,  $A_u = 250$ ;
- 5)  $r_C = 0.5$ ,  $A_u = 500$ ; 6)  $r_C = 0.1$ ,  $A_u = 0$ ,  $B_u = 0$ ; 7)  $r_C = 0.1$ ,  $A_u = 0.001$ ,  $B_u = 1$ ;
- 8)  $r_C = 0.1$ ,  $A_u = 750$ ,  $B_u = 1$ .

Таблица коэффициентов интенсификации массопереноса  $K = Q/Q_0$

$A_u=1500 \ r_C=0.1$	$A_u=2500$ $r_C=0.1$	$A_u=500 \ r_C=1$	$A_u=0.001, \ B_u=1$ $r_C=0.1$	$A_u=750,$ $B_u=1$ $r_C=0.1$
$K=1.26$	$K=1.63$	$K=2.09$	$K=2.93$	$K=3.95$

В таблице приведены результаты расчета массопереноса в трубе с внедренным ансамблем нанонитей радиуса  $r_C$  при организованных субмикронных полостях, заполненных газом на стенке трубы. Величина  $Q_0$  равна интегральному потоку массы в выходном сечении трубы при отсутствии скольжения внутри канала и на стенке. В столбцах 1-3 приведены установившиеся во времени величины расчета интегрального потока массы в выходном сечении трубы  $Q(L)$  в случае, когда ансамбль нитей помещен в центре трубы  $0 \leq r \leq r_C$ , на стенке задавалось условие (17). В столбцах 4,5 приведены результаты расчета  $Q(L)$  для присоединенного к стенке  $1-r_C \leq r \leq 1$  ансамбля нитей с интенсивностью скольжения в нитях равных соответственно  $A_u=0.001$  и  $A_u=750$ . На стенке задавалось условие (18).



Фигура 5. Расчет потока в трубе при подводе тепла к стенке, для изолированного микроканала при условии скольжения и скачке температуры с параметрами интенсивности  $B_u, B_T$ . Ось симметрии и стенка показаны вертикальными линиями слева и справа соответственно, поток направлен сверху вниз. В столбцах А,В приведены распределения поля скорости при числе Кнудсена  $Kn=1$  и интенсивности скольжения на стенке  $B_u=0$  и  $B_u=10^3$ . Расчет проведен при нулевых скачках температуры  $B_T=0$ . В столбце С приведено поле скорости при  $B_T=300, Kn=10$  для интенсивности скольжения на стенке  $B_u=10^4$ .

Из фигуры 5 видно влияние скачка температуры на поле скорости в изолированном микроканале при подогреве стенки. С ростом скачка температуры  $B_T$  формируется градиент температуры и давления в области около стенки канала. Радиальный градиент давления разворачивает поток на некотором удалении от входного сечения канал (фиг. С) и приводит к немонотонной зависимости расхода массы от времени.

## Заключение

Представлена модель, предсказывающая снижение сопротивления в трубе при малых числах Рейнольдса посредством внедрения в поток ансамбля нанонитей и организации структуры субмикронных полостей на стенке. В основе предложенной модели анализ потоков в окрестности изолированной нанонити и в микрополости на стенке с последующим усреднением по ансамблю нитей и полостей. Получены величины интенсивности скольжения на нитях и на стенке трубы с применением концепции взаимнопроникающих континуумов. Расчет изотермических потоков газа в трубе показал снижение сопротивления до 300%. Рассмотрен также эффект скачка температуры для изолированного микроканала с подогретой стенкой. Расчет показал формирование режима разворота потока при подогреве и снижение эффекта интенсификации массопереноса.

Данное исследование поддержано грантом РФФИ № 14–08–00664.

## Литература

1. Karnidakis G., Beskok A., Aluru N. Microflows and nanoflows. Interdisciplinary Applied Math. 29. Springer Science+Business Media, Inc., 2005, 817 p.
2. J.K. Holt et al. Fast mass transport through sub-nanometer carbon nanotubes. Science v. 312. 19 May 2006.
3. Jan Eijkel. Liquid slip in micro- and nanofluidics; recent research and its possible implications. Lab Chip, 2007, v.7, P.299-301.
4. M Kurzyp, C A Mills, R Rhodes, T R Pozegic, C T G Smith, M J Beliatis, L J Rozanski, A Werbowy and S R P Silva, Filtration properties of hierarchical carbon nanostructures deposited on carbon fibre fabrics.// 2015 J. Phys. D: Appl. Phys. 48 115305 doi:10.1088/0022-3727/48/11/115305.
5. Chiara Neto, Drew R Evans, Elmar Bonaccorso, Hans-J. urgen Butt and Vincent S J Craig, Boundary slip in Newtonian liquids: a review of experimental studies Rep. Prog. Phys. 68 (2005) P. 2859–2897 doi:10.1088/0034-4885/68/12/R05.
6. A. Ajdari and L. Boequet. Giant amplification of interfacially driven transport by hydrodynamic slip: diffusion-osmosis and beyond. Phys. Letters PRL 96, 186102 (2006) 12 May 2006.
7. J.K. Holt et al. Fast mass transport through sub-nanometer carbon nanotubes. Science v. 312. 19 May 2006.
8. А. А. Абрамов, А. В. Бутковский, Эффекты немонотонности и изменения знака потока энергии в переходном режиме в задаче Куэтта с теплопередачей// Изв. РАН. МЖГ. 2010. №1. С.67.
9. А. А. Абрамов, А. В. Бутковский, Эффекты немонотонности потока энергии и нормального импульса в переходном режиме в задаче Куэтта при больших числах Маха // ТВТ, 48, №2, 274 (2010).
10. Ivanov I.E., Kryukov I.A., Timokhin M.Yu., Bondar Ye.A., Kokhanchik A.A., Ivanov M.S. Study of Shock Wave Structure by Regularized Grad's Set of Equations // Proc. of 28th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, edited by M. Mareschal and A. Santos, Melville, New York, 2012, Pp. 215–222.
11. Тимохин М.Ю., Иванов И.Э., Крюков И.А. Применение системы моментных уравнений для математического моделирования газовых микротечений // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2013, №10, том 53, № 10, С. 1721–1738.
12. В. Я. Рудяк, А.А. Белкин, В. В. Егоров, Д.А. Иванов Моделирование течений в наноканалах методом молекулярной динамики// Наносистемы: физика, химия, математика, 2011, 2 (4), С. 100–112.
13. Aktas, Ekin O. Ozgur, Hakan Deniz, Enes Korkut & Mehmet Bayindir Arrays of indefinitely long uniform nanowires and nanotubes. – Nature Materials. – V.10. – P. 494–501 (2011); doi:10.1038/nmat3038.
14. Ceccio, S. L. 2010 Friction drag reduction of external flows with bubble and gas injection. Annu. Rev. Fluid Mech. 42, 183–203.
15. Lay, K. A., Ryo, Y., Simo, M., Perlin, M. & Ceccio, S. L. 2010 Partial cavity drag reduction at high Reynolds numbers. J. Ship Res. 54, 109–119.
16. Jimenez, J. 2004 Turbulent flows over rough walls. Annu. Rev. Fluid Mech. 36, 173–196. Jung, Y. C. & Bhushan, B. 2010 Biomimetic structures for fluid drag reduction in laminar and turbulent flows. J. Phys.: Condens. Matter 22, 035104.
17. Walsh, M. J. 1982 Turbulent boundary layer drag reduction using riblets. AIAA Paper 1982-0169.
18. Ou, J., Perot, B. & Rothstein, J. P. 2004 Laminar drag reduction in microchannels using ultrahydrophobic surfaces. Phys. Fluids 16, 4635–4643.
19. Choi, C.-H. & Kim, C.-J. 2006 Large slip of aqueous liquid flow over a nanoengineered superhydrophobic surface. Phys. Rev. Lett. 96, 066001.

20. Choi, C.-H., Ulmanella, U., Kim, J., Ho, C.-M. & Kim, C.-J. 2006 Effective slip and friction reduction in nanograted superhydrophobic microchannels. *Phys. Fluids* 18, 087105.
21. Rothstein, J. P. 2010 Slip on superhydrophobic surfaces. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 42, 89–109.
22. Samaha, M. A., Tafreshi, H. V. & Gad-el-Hak, M. 2012b Superhydrophobic surfaces: from the lotus leaf to the submarine. *C.R. Mec.* 340, 18–34.
23. Lee, C., Choi, C.-H. & Kim, C.-J. 2008. Structured surfaces for a giant liquid slip. *Phys. Rev. Lett.* 101, 064510.
24. Lee, C. & Kim, C.-J. 2009. Maximizing the giant liquid slip on superhydrophobic microstructures by nanostructuring their sidewalls. *Langmuir* 25, 12812–12818.
25. Lee, C. & Kim, C.-J. 2011. Underwater restoration and retention of gases on superhydrophobic surfaces for drag reduction. *Phys. Rev. Lett.* 106, 014502.
26. Lee, C. & Kim, C.-J. 2012. Wetting and active dewetting processes of hierarchically constructed superhydrophobic surfaces fully immersed in water. *J. Microelectromech. S.* 21, 712–720.
27. Hyungmin Park, Guangyi Sun and Chang-Jin Kim. Superhydrophobic turbulent drag reduction as a function of surface grating parameters, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 747, May 2014, pp. 722–734
28. Lee, C Kim, CJ. Underwater restoration and retention of gases on superhydrophobic surfaces for drag reduction, *Physical Review Letters*, 106(1)
29. Lauga, E. & Stone, H. 2003 Effective slip in pressure-driven stokes flow. *J. Fluid Mech.* 489, 55–77.
30. Maynes, D., Jeffs, K., Woolford, B. & Webb, B. W. 2007 Laminar flow in a micro-channel with hydrophobic surface patterned microribs oriented parallel to the flow direction. *Phys. Fluids* 19, 093603.
31. Markov A. A. Jump-Slip simulation technique for combustion in submicron tubes and submicron pores. // *Computers and Fluids* 99C (2014), Pp. 83-92.
32. А.А. Марков, М.А. Обосян, К.С. Мартиросян. Исследование синтеза ферритов за волной горения с применением моделей скольжения и скачков температуры и концентраций компонент газовой фазы на поверхности пор твердой фазы. // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике. Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics* 2015 V16 (1) <http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-1/articles/506/>
33. А.А. Марков. О тепло- и массопереносе в каналах с нанонитями. // *Материалы Одиннадцатой Международной конференции по Неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016)*, 25-31 мая 2016г., Алушта. М. Изд-во МАИ. С. 95-97. ISBN 978-5-4316-0300-6
34. А.А. Марков. Об интенсификации переноса газа при внедрении субмикронных нитей в канал//представлена в Доклады АН 2016.

Статья поступила в редакцию 8 ноября, 2016 г.